



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ciencias Matemáticas

Escuela Profesional de Investigación Operativa

**Estimación y localización de la cantidad adecuada de
los depósitos de residuos en el Bosque El Olivar de San
Isidro mediante simulación de sistemas**

TESIS

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Investigación
Operativa

AUTOR

César Abraham PACHECO VERA

ASESOR

Mg. Luis Antonio DURAND ROMERO

Lima, Perú

2015



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Pacheco, C. (2015). *Estimación y localización de la cantidad adecuada de los depósitos de residuos en el Bosque El Olivar de San Isidro mediante simulación de sistemas*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas, Escuela Profesional de Investigación Operativa]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.



0175

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
(Universidad del Perú, DECANA DE AMERICA)
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMATICAS
ESCUELA ACADÉMICO-PROFESIONAL DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

**ACTA DE SUSTENTACION DE TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
LICENCIADO EN INVESTIGACION OPERATIVA**

En la Ciudad Universitaria, Facultad de Ciencias Matemáticas, siendo las... 15:10 horas
del 09 de enero del 2015, se reunieron los siguientes docentes designados como Miembros de
Jurado de Tesis:

- Mg. Esther Berger Vidal (Presidente)
- Lic. Lucy Haydee De la Cruz Cuadros (Miembro)
- Mg. Luis Antonio Durand Romero (Miembro Asesor)

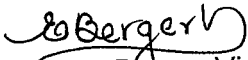
Para la sustentación de Tesis intitulada: "ESTIMACIÓN Y LOCALIZACIÓN DE LA CANTIDAD ADECUADA DE LOS DEPÓSITOS DE RESIDUOS EN EL BOSQUE EL OLIVAR DE SAN ISIDRO MEDIANTE SIMULACIÓN DE SISTEMAS", presentado por el Br. César Abraham Pacheco Vera, para obtener el Título Profesional de Licenciado en Investigación Operativa.

Luego de la exposición de la Tesis, el Presidente invitó al expositor a dar respuesta a las preguntas formuladas.

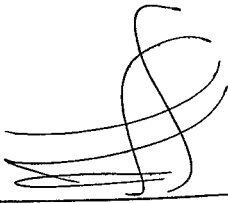
Hecha la evaluación correspondiente por los Miembros del Jurado, el expositor mereció la aprobación... SOBRESALIENTE....., obteniendo como calificativo promedio la nota de... Diecisiete (17)..... (En letras y números).

A continuación, los Miembros del Jurado, dan manifiesto que el Señor Br. César Abraham Pacheco Vera, en virtud de haber aprobado la sustentación de su Tesis, será propuesto para que se le otorgue el Título Profesional de Licenciado en Investigación Operativa.

Siendo las... 16:00... horas, se levantó la sesión, firmando para constancia la presente acta en tres (3) copias originales.


Mg. Esther Berger Vidal
PRESIDENTE


Lic. Lucy Haydee De la Cruz Cuadros
MIEMBRO


Mg. Luis Antonio Durand Romero
MIEMBRO ASESOR

FICHA CATALOGRÁFICA**PACHECO VERA, CÉSAR ABRAHAM**

ESTIMACIÓN Y LOCALIZACIÓN DE LA CANTIDAD ADECUADA DE LOS DEPÓSITOS DE RESIDUOS EN EL BOSQUE EL OLIVAR DE SAN ISIDRO MEDIANTE SIMULACIÓN DE SISTEMAS, (Lima) 2015.

xiii, 117p, 29.7 cm. (UNMSM, Licenciado, Investigación Operativa, 2015).

Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Facultad de Ciencias Matemáticas

Escuela Académico Profesional de Investigación Operativa

UNMSM / FCM

Dedico los resultados de esta investigación a mi abuelo Manuel Vera Manrique (Q.E.P.D), por haber sido el padre que estuvo incondicionalmente durante mis primeros 20 años y 2 meses de vida.

Agradezco de manera muy especial a los profesores Lic. Vicente Zapana Beltrán (Q.E.P.D) y Mg. Inés Gambini López Vda. de Chuquimuni por su acertada orientación en el inicio de esta investigación, a la Mg. Carmela Velásquez Pino, a la Mg. Esther Berger Vidal y a mí asesor de tesis Mg. Luis Antonio Durand Romero por su colaboración en la estructura y presentación de la misma.

RESUMEN

ESTIMACIÓN Y LOCALIZACIÓN DE LA CANTIDAD ADECUADA DE LOS DEPÓSITOS DE RESIDUOS EN EL BOSQUE EL OLIVAR DE SAN ISIDRO MEDIANTE SIMULACIÓN DE SISTEMAS

CÉSAR ABRAHAM PACHECO VERA

ENERO – 2015

Asesor : Mg. Luis Antonio Durand Romero
Título Obtenido : Licenciado en Investigación Operativa

En la presente tesis se hace uso de la simulación, para determinar el número adecuado de depósitos de residuos asociado a la cantidad generada en el bosque *El Olivar* de San Isidro. El periodo de estudio comprende el mes de julio del 2009 hasta junio del 2012. Como resultado se obtiene el número de depósitos de residuos adecuado para los desperdicios de mascotas y de personas que ingresaron al bosque.

Luego con esos datos se obtiene la localización óptima de los depósitos para minimizar la máxima distancia total recorrida por los usuarios que ingresan al bosque. Este procedimiento se realiza utilizando el método de cubrimiento con el que se abarca de manera total los espacios del bosque disminuyendo la cantidad de residuos no colocados en su lugar.

Palabras Clave: Simulación, Localización, Método de Cubrimiento.

ABSTRACT**ESTIMATION AND LOCATION OF THE PROPER AMOUNT OF WASTE DEPOSITS IN THE OLIVAR FOREST OF SAN ISIDRO BY SIMULATION OF SYSTEMS****CÉSAR ABRAHAM PACHECO VERA**

JANUARY – 2015

Assessor : Mg. Luis Antonio Durand Romero
Title Obtained : Licensed in Operational Research

In this thesis is made use of the simulation to determine the appropriate number of waste deposits associated with the amount generated in *The Olivar* forest of San Isidro. The period of study includes the month of July 2009 to June 2012. As a result, it gets the appropriate number of waste deposits for the trash of pets and people who entered the forest.

Then, with these data gets the optimal location of deposits to minimize the maximum total distance travelled by the users who enter the forest. This procedure is performed using the method of coverage, which includes the total space of the forest decreasing the amount of trash not positioned in its place.

Key words: Simulation, Location, Method of Coverage

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	3
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA EN ESTUDIO	3
1.1.1. Reseña del bosque <i>el olivar</i> de san isidro	7
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	8
1.2.1. Problema General	8
1.2.2. Problemas Específicos	8
1.3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO	8
1.3.1. Objetivo General	9
1.3.2. Objetivos Específicos	9
1.4. IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN.....	9
1.5. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO	10
1.6. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	11
CAPITULO II.....	12
MARCO TEORICO CONCEPTUAL.....	12
2.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA	12
2.1.1. Antecedentes Nacionales	12
2.1.2. Antecedente Internacional	16
2.2. BASES TEÓRICAS.....	17
2.2.1. Teoría de Sistemas	18
2.2.2. Modelo Estocástico de Inventario	19
2.2.3. Simulación de Sistemas	24
2.2.4. Problemas de Localización	39
2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS.....	52
CAPITULO III.....	64
FORMULACIÓN Y PROCESAMIENTO DEL MODELO	64
3.1. HIPÓTESIS DEL ESTUDIO.....	64
3.1.1. Hipótesis General	64
3.1.2. Hipótesis Especificas	64
3.2. ESTRATEGIAS DE ESTUDIO.....	65

3.3. MEDIDAS DE EFECTIVIDAD	65
3.4. VARIABLES DEL ESTUDIO	66
3.4.1. Variables Independientes.....	66
3.4.2. Variables Dependientes.....	66
3.4.3. Variables de Estado	66
3.4.4. Parámetros	67
3.5. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....	67
3.6. TÉCNICA DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	71
3.7. TRATAMIENTO ESTADÍSTICO DE LA INFORMACIÓN.....	75
3.8. DESARROLLO DEL MODELO Y EXPERIMENTACIÓN	78
CAPITULO IV.....	95
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	95
4.1. Análisis e Interpretación de los Resultados	95
4.2. Consistencia del Modelo.....	97
CONCLUSIONES	111
RECOMENDACIONES.....	112
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	113
ANEXO: Fotos del Bosque <i>El Olivar</i> de San Isidro	115

INDICE DE TABLAS

2.1. Primera selección de la ubicación.....	50
2.2. Segunda selección de la ubicación.....	50
2.3. Formación de las mejores combinaciones	50
2.4. Mejoramiento de la combinación y proceso de eliminación	51
2.5. Asignación de los valores del <i>cubrimiento parcial</i>	51
2.6. Solución óptima del ejemplo 2.4	52
3.1. Entidades del sistema de limpieza del bosque	68
3.2. Variables con icono y tipo para simular el sistema de limpieza del bosque	70
3.3. Registro de la generación de residuos que arrojan las personas al bosque <i>el olivar</i> durante los 4 últimos meses del año 2009.....	72
3.4. Registro del ingreso de desperdicios, generados por las mascotas, al bosque durante los 4 primeros meses del año 2012	73
3.5. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de 50 depósitos de residuos que arrojan las personas	74
3.6. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de los 16 depósitos de desechos que generan las mascotas ..	75
3.7. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de 124 entradas al bosque	76
3.8. Matriz simétrica de distancias $D_0 = \{d_{kj}\}$ entre los depósitos de residuos que arrojan las personas ($k=1$) y generan las mascotas ($k=2$), de $j = 1.1, \dots, 2.29$	85
3.9. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la localización de los 16 depósitos de residuos propuestos, para desperdicios que arrojan las personas, a implementar dentro del bosque	86
3.10. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la localización de los 13 depósitos de residuos propuestos, para residuos que generan las mascotas, a implementar dentro del bosque.....	86
3.11. Matriz de cubrimiento $A_0 = \{a_{kij}\}$, para $k=1, 2$ de $i = 1, \dots, 78$ a $j = 1.1, \dots, 2.29$	87

3.12. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la reubicación de los 49 depósitos de residuos, que arrojan las personas, propuestos a implementar dentro del bosque	91
3.13. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para reubicación de los 26 depósitos de residuos, que generan las mascotas, propuestos a implementar dentro del bosque	92
3.14. Matriz simétrica de distancias $D_1 = \{d_{kj}\}$ entre los depósitos de residuos que arrojan las personas ($k=1$) y generan las mascotas ($k=2$), de $j = 1.1, \dots, 2.26$	93
4.1. Matriz de distancias $D = \{d_{ij}\}, i = 1, \dots, 124; j = 1.1, \dots, 2.16$	101
4.2. <i>Primera selección de un depósito con el mínimo de $c_j; j = 1.1, \dots, 2.16$</i> ..	102
4.3. 42 iteraciones del <i>paso 2</i> hasta llegar a $DTC_j = 0$ y formando $\theta(x)$	103
4.4. <i>Paso 3</i> , formación de las mejores combinaciones en $A = \{a_{ij}\}$ de asignación, $i = 1, \dots, 124; de a_0^* a_{41}^*$	104
4.5. <i>Paso 4 y 7</i> de asignación de los valores de cubrimiento parcial $\underset{t \in \theta(x)}{\text{Mín}} a_{it}$, $A = \{a_{ij}\}$ de asignación, $i = 1, \dots, 124$	105
4.6. Solución óptima al problema de cubrimiento parcial para el sistema de limpieza actual	106
4.7. NS. Matriz de distancias $D = \{d_{ij}\}, i = 1, \dots, 124; j = 1.1, \dots, 2.26$	109
4.8. Comparación entre los modelos de cubrimiento parcial para los depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas	109
4.9. Solución óptima al problema de cubrimiento parcial para el nuevo sistema de limpieza	110

INDICE DE FIGURAS

1.1. Mapa de la ubicación de los depósitos de residuos dentro del bosque	6
1.2. Bosque, sistema de ingreso de desperdicios por parte de los usuarios	7
2.1. Curva de la función de costo del modelo de inventario con demanda continua	22
2.2. Valores correlacionados de la distribución beta.....	32
2.3. Esquematización del método de la aceptación y rechazo para variables continuas de tipo Beta (2, 4)	36
2.4. Norma rectilínea y norma euclídeana	41
2.5. Mapa de coordenadas geográficas y UTM del Perú	60
2.6. Proyección cilíndrica de la tierra	60
2.7. Mapa de la tierra en proyección transversa de Mercator, centrado sobre el meridiano 0° y el ecuador	61
2.8. Geometría de huso	62
2.9. Husos y zonas UTM.....	63
3.1. Pseudocódigo para la operación de la primera entidad denominada personas	70
3.2. Pseudocódigo para la operación de la segunda entidad denominada mascotas	70
3.3. Modelo de simulación del sistema de limpieza del bosque.....	71
3.4. Prueba de bondad de ajuste para residuos que arrojan las personas	77
3.5. Prueba de bondad de ajuste para residuos que generan las mascotas	77
3.6. Diagrama de flujo del desarrollo completo del modelo	78
3.7. Gráfica de la Distribución Beta(2.6, 2.13, 1150, 2270) para residuos que arrojan las personas	81
3.8. Gráfica de la Distribución Beta(2.89, 2.51, 297, 1490) para residuos generados por las mascotas	81
3.9. Resultados de la Simulación realizada para hallar el número adecuado de depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas del bosque	82

3.10. Modelo lineal del problema de cubrimiento para depósitos de residuos arrojados por las personas y generados por las mascotas.....	89
3.11. Análisis de sensibilidad en lingo para el modelo de cubrimiento total.....	90
3.12. Mapa de la reubicación de los depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas dentro del bosque.....	94
4.1. Resultados para la simulación de 10000 entradas de residuos para obtener el número de depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas.....	96
4.2. Mapa de la reubicación al lado derecho de los depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas dentro del bosque	98
4.3. Mapa de la ubicación de los depósitos de residuos y las entradas que existen dentro del bosque	100
4.4. Mapa del modelo de cubrimiento parcial para la reubicación de los depósitos de residuos y las entradas que existen dentro del bosque	108
A.1. Depósitos de residuos que arrojan las personas.....	115
A.2. Depósitos de residuos generados por las mascotas	115
A.3. Localización del depósito 2.14 del NS de mascotas.....	116
A.4. Localización cercana de los depósitos 2.11 y 2.12 de mascotas	116
A.5. Localización del depósito 2.17 del NS de mascotas.....	117
A.6. Localización del depósito 2.21 del NS de mascotas.....	117

INTRODUCCIÓN

En la mayoría de situaciones de la vida cotidiana el ser humano tiene la necesidad de limpiar ya sea su hogar o su centro de labores. Esta necesidad surge porque la suciedad genera incomodidad, mal aspecto y enfermedades. Estas situaciones se ven reflejadas en el ornato de la ciudad, en particular, lo vemos en la mayoría de bosques que no tienen un sistema de limpieza adecuado.

Es por ello que el objeto de este proyecto es el de analizar y simular datos recolectados de la cantidad de desperdicios que existen en el bosque El Olivar de San Isidro en periodos de tres días para obtener cuántos depósitos de residuos se necesita en el bosque, luego con la ayuda del modelo de localización denominado *cubrimiento total* se obtuvo la localización adecuada de estos depósitos.

El objetivo del presente estudio es desarrollar un modelo de pronóstico para obtener el número adecuado de depósitos de residuos para que se mantenga limpio el bosque El Olivar, para ello se halló el número y la localización adecuados de los depósitos de residuos.

Se contrastó el sistema observado, con el sistema propuesto, para ello se recurrió a la Simulación, porque es la mejor herramienta para situaciones en las cuales se desea estimar de manera adecuada el número de depósitos de residuos, no puede ser otra herramienta porque se hizo una proyección a largo plazo de la generación de residuos que solo la simulación puede hacer. También se utilizaron los modelos de Localización de *cubrimiento total* y *parcial*, que son las herramientas adecuadas para estimar la localización de los depósitos dentro del bosque y la factibilidad del modelo respectivamente.

En el Capítulo I, se da una visión general de la problemática del caso, describiendo el sistema en estudio y se explica la dificultad para desarrollar un modelo que minimice la cantidad de residuos que se arrojan fuera de los

depósitos que hay en el bosque, por ello se utilizó la simulación y el modelo de *cubrimiento total*.

En el Capítulo II se realiza una revisión general de la teoría básica de la simulación y localización de lugares mediante cubrimiento.

En el Capítulo III se plantea la hipótesis y se formula el modelo matemático de Investigación Operativa, Cubrimiento Total, y la metodología del estudio.

En el Capítulo IV se presenta el análisis e interpretación de los resultados de este modelo en el sistema de limpieza del bosque, cumpliendo con los requerimientos necesarios para su puesta en marcha, comparando el funcionamiento del sistema actual con el que se propone implementar en los próximos meses con ayuda del modelo de *cubrimiento parcial*.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción del problema en estudio

La ciudad de Lima que fue cinco veces coronada Ciudad de los Reyes en la época colonial y republicana destacó por su limpieza en los parques, bosques y jardines que existían y que emanaban el aroma a flores.

El crecimiento desordenado de la población que emigró a la ciudad de Lima fue la causa para el desorden del crecimiento urbano horizontal, perdiendo sus áreas verdes y comenzando la sobrepoblación de los valles y de la falda de los cerros, en donde ha carecido de los servicios básicos como el agua, el desagüe y la luz.

Recién en estos últimos 30 años se ha comenzado a dar el impulso del crecimiento urbano en forma vertical, es decir la construcción de edificaciones multifamiliares y centros comerciales.

Este crecimiento por ende genera mayor población y produce mayor cantidad de desperdicios o residuos domésticos e industriales. Los municipios son los encargados de recoger los desperdicios y mantener limpia la ciudad.

En este caso se estudió el sistema de limpieza del bosque *El Olivar* de San Isidro.

El problema principal del estudio es saber si los depósitos de residuos son suficientes para almacenar adecuadamente estos desperdicios dentro del bosque *El Olivar* de San Isidro.

El bosque el *Olivar* es el principal centro de atracción del distrito de San Isidro y no está ajeno a este crecimiento, ya que a pesar de ser un distrito residencial, sus instalaciones están disponibles para el público en general que viene mayormente los fines de semana de la zona sur de la ciudad.

Los factores que generaron la situación problemática son: la afluencia de público que es crítica los días feriados y fines de semana sobre todo a fin de año en que es muy visitado por su decoración navideña que atrae la atención masiva del público. La información que se levantó para el presente proyecto fue tomada entre los meses de Julio del año 2009 a Junio del año 2012, donde la afluencia de público varía en los meses de enero, febrero, marzo, julio y diciembre por los meses de descanso en los colegios y/o universidades. En estos meses la afluencia de público llega a ser de hasta 330 personas dentro del bosque, ello implica que la cantidad de depósitos, que existen actualmente, no cubra todos los espacios utilizados y se generen desperdicios dentro del bosque que limpian los encargados de ello. Debido a esto la contratación de este personal se ha incrementado en los últimos años, generando mayores gastos de manutención de áreas verdes por parte del Municipio de San Isidro, teniendo que elevar considerablemente los tributos a los propietarios de predios dentro o en el perímetro del bosque.

Se hizo el diagnóstico de la situación actual analizando como Sistema el Bosque *El Olivar* con fines del estudio, se estima la cantidad adecuada de depósitos de residuos. Este sistema está constituido por dos subsistemas:

- a. **Subsistema de limpieza;** servicio de limpieza del bosque El Olivar tiene por objetivo almacenar y limpiar todos los desperdicios que se desechan dentro del bosque. Está conformado por dos componentes:
1. **Encargados de limpieza;** son los empleados municipales encargados de limpiar y recoger los desperdicios que hay en el bosque.
 2. **Depósitos de residuos;** son los 50 depósitos destinados para el almacenamiento de desperdicios que arrojan las personas y 16 depósitos destinados para el almacenamiento de residuos que generan las mascotas. El peso máximo permitido dentro de los depósitos es de 12 kilogramos por depósito. Cada depósito tiene su ubicación dentro del bosque, que está representada por su coordenada geográfica h_{ki} ; donde $k = 1$ (*personas*), 2 (*mascotas*); $i = 1, \dots, 50$ para *personas* e $i = 1, \dots, 16$ para *mascotas*.
- b. **Subsistema de Usuarios del bosque;** son las personas que llegan caminando, en motocicleta, bicicleta, patines y otros, ambulantes que ofrecen sus productos y mascotas que ingresan por una de las 124 entradas al bosque, cada una de ellas está ubicada en su coordenada geográfica h_e respectiva; donde $e = 1, \dots, 124$. Algunos usuarios del bosque adquieren comidas, bebidas, papeles y otros elementos dentro o fuera del bosque y cuando están dentro del bosque arrojan parte los residuos fuera de los depósitos, ensuciando el área verde o las veredas del bosque.

El mapa de ubicación de depósitos se muestra en la figura 1.1. El bosque permanece abierto las 24 horas del día. La afluencia de usuarios varía dependiendo de la hora y los días. El ingreso de elementos que generan desperdicios por parte de los usuarios se muestra en la figura 1.2.

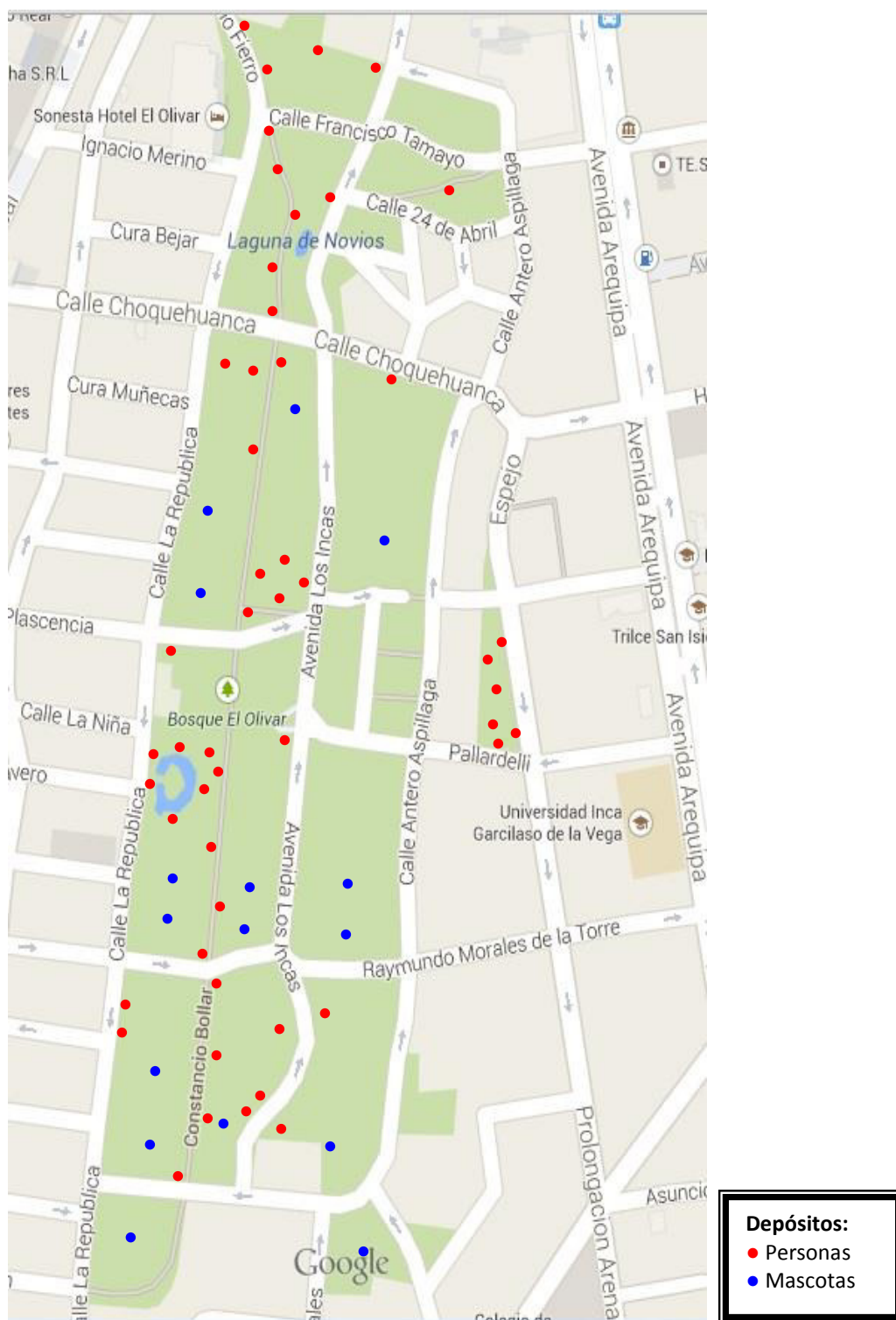


Figura 1.1. Mapa de la ubicación de los depósitos de residuos dentro del bosque

Nota: Google Maps con elaboración propia.

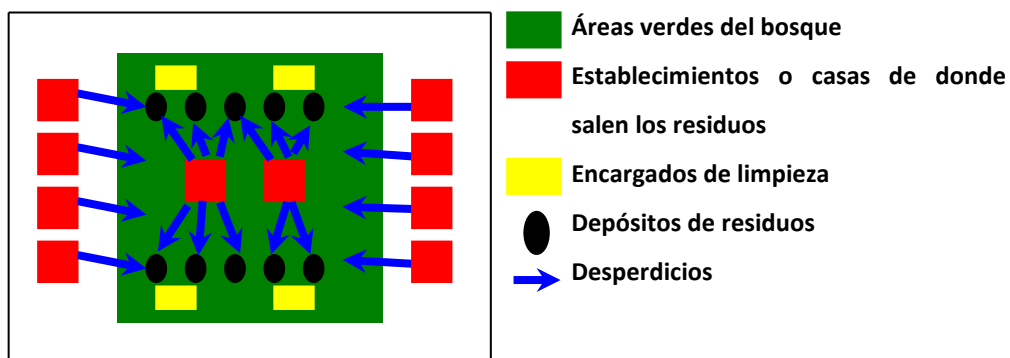


Figura 1.2. Bosque, Sistema de ingreso de desperdicios por parte de los usuarios

Fuente. Elaboración propia.

1.1.1. Reseña del bosque *El Olivar* de San Isidro

Según las referencias de la municipalidad del distrito de San Isidro [9] el bosque *el Olivar* es una joya vegetal que debe su nombre a la cantidad de olivos que se encuentran dentro del bosque destacando entre los bosques del hemisferio, constituye no sólo un recuerdo vivo de la historia limeña, sino un gran pulmón para la ciudad. *El Olivar*, que fuera del fundo del Conde de San Isidro, a 6 Km. de la Plaza Principal de Lima y sobre una extensión de 23 Hectáreas, constituye el centro y elemento característico del distrito. El bosque *El Olivar* fue declarado Monumento Nacional por Resolución Suprema N° 5773 del 16 de Diciembre de 1959. Este hermoso lugar constituye el sector más representativo de San Isidro y simboliza la tradición virreinal y republicana del distrito.

En él y en su entorno se ubican la sede del gobierno municipal, la biblioteca municipal con su auditorio, galería de arte y la laguna del *Olivar* con sus artificios de agua y luces. Por ser *El Olivar* un gran atractivo turístico se construyeron varios centros comerciales y casas. Debido a que este bosque es visitado por un gran número de personas, las cuales son en su mayoría niños con sus mascotas, la municipalidad emitió una ordenanza por la cual instaló depósitos especiales para las mascotas, con señalizaciones dentro del bosque, además de los depósitos

para desperdicios arrojados por personas. La tenencia responsable de canes se dio con una ordenanza municipal que establece la importancia del recojo de los desperdicios de canes, pues este es nocivo para el medio ambiente cuando se desintegra; por esto es importante que los dueños de las mascotas recojan estos desperdicios y los coloquen en el depósito de residuos respectivo para proteger a los niños y jardines del bosque. Además la multa por no recogerlas es de 3% de una Unidad Impositiva Tributaria.

1.2. Formulación del Problema

1.2.1. Problema General

¿Los depósitos de residuos que hay dentro del bosque *El Olivar* de San Isidro son suficientes para almacenar todos los residuos?

1.2.2. Problemas Específicos

1. ¿Cuál será la cantidad de depósitos de residuos, para personas y mascotas, que debería haber dentro del bosque?
2. ¿Cuál será la ubicación adecuada de depósitos de residuos, para personas y mascotas, dentro del bosque?

1.3. Objetivos del estudio

Esta investigación pretende alcanzar:

1.3.1. Objetivo General

Determinar si los depósitos de residuos que hay dentro del bosque *El Olivar* de San Isidro son suficientes para almacenar todos los residuos.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Determinar cuál será la cantidad de depósitos de residuos, para personas y mascotas, que debería haber dentro del bosque.
2. Determinar cuál será la ubicación adecuada de depósitos de residuos, para personas y mascotas, dentro del bosque.

1.4. Importancia de la investigación

Importancia Teórica

Con este proyecto de investigación se ha buscado:

- Aplicar y reforzar los conocimientos de Matemática, Sistemas, Simulación y Modelos de la localización.
- Aplicar Investigación Operativa en la mejora de los bosques de atracción turística y no solo en las diversas actividades de la industria, el comercio, etcétera.
- Que el profesional de Investigación Operativa conozca detalladamente los modelos de cubrimiento que surgen de esta ciencia, tanto como su respectiva aplicación.

- Encontrar la mejor forma de desarrollar esta situación compleja ya que de haber usado el Análisis Matemático se hubiera, partido quizás, de suposiciones que podrían haber afectado a los resultados. Pero no es el caso de la simulación por su flexibilidad en su aplicación y en el desarrollo de modelos de cubrimiento porque son heurísticas.

Importancia Práctica

Con este proyecto de investigación se ha buscado:

- Cubrir las zonas del bosque donde no hay depósitos de ambos tipos.
- Disminuir la distancia recorrida por un usuario hacia un depósito de residuos.
- Disminuir la cantidad de residuos arrojados en las veredas o áreas verdes del bosque.

1.5. Justificación del estudio

Con la solución de este problema se beneficiarán:

- Los usuarios del bosque porque ya no tendrán que recorrer grandes distancias para depositar los residuos o dejarlos en depósitos que no les corresponde.
- El municipio de San Isidro porque podrá disminuir los costos de realizar la limpieza.

1.6. Limitaciones de la investigación

- Se hizo el registro de los desperdicios de cada tipo que se encontraron en el bosque en periodos de tres días, porque la empresa RELIMA, encargada de la limpieza de los bosques y jardines en el distrito de San Isidro, no accedió a brindarlos diarios y por sectores como se solicitaron al principio de la investigación.
- No se consideró el hecho de que en el periodo de tres días se vaya a llenar un depósito de residuos puesto que, esto también es irrelevante ya que los datos en kilogramos de desperdicios que desechan personas, son el producto de la suma de todos los depósitos de su tipo, áreas verdes y los residuos acumulados en sobre las veredas. En el caso de mascotas son todos los depósitos y desperdicios de su tipo.

CAPITULO II

MARCO TEORICO CONCEPTUAL

2.1. Antecedentes del problema

El bosque *El Olivar* tiene encargados de mantener la limpieza, ya que muchos niños arrojan la residuos al bosque o al piso, las mascotas ensucian las áreas verdes y en el pavimento del bosque, las malezas de los árboles y las flores que caen al bosque o a las veredas de tal manera que no se mantiene limpio como es el deseo de todos. En gran parte lo anterior se debe a la falta de depósitos tanto de desperdicios de personas como los de desperdicios de las mascotas, no hay antecedentes de que en otras oportunidades se haya tratado este tipo de problema en esta institución aplicando los criterios de simulación que se aplicaron en el presente proyecto de tesis. La localización de los depósitos de residuos por parte de las autoridades municipales se realiza hasta la actualidad con base en la experiencia.

2.1.1. Antecedentes Nacionales

No existen trabajos referidos al estudio del bosque *El Olivar* de San Isidro con respecto al sistema de limpieza. Tampoco existen trabajos relacionados en donde hayan usado Simulación de Sistemas ni modelos de localización dentro del mismo.

Tan solo se ha aplicado el enfoque de sistemas de Investigación Operativa en la elaboración de:

Título: Plan Estratégico Institucional para el periodo 2007 – 2010 en la Municipalidad de San Isidro.

Autor: Municipalidad de San Isidro.

Ciudad: Lima

Año: 2007

Tipo: Plan Estratégico

Este plan detalla la visión, misión, valores, líneas estratégicas, objetivos generales, objetivos específicos, la articulación de los dos últimos y un diagrama del Plan Estratégico.

Todo ello se refiere directamente al estudio de la Municipalidad de San Isidro más no específicamente al bosque *El Olivar*, pero podemos tomar como referencia este análisis para aplicar el enfoque de sistemas.

Resultados

Se mostraron las pautas institucionales con respeto al ornato en el distrito que es de importancia para poder reubicar los depósitos.

Pero existen investigaciones relacionadas a los sistemas de limpieza de los parques de otras disciplinas como es el caso de la microbiología y parasitología:

Título: Riesgo de contraer enfermedades parasitarias en los parques públicos de Lima y Callao

Autor: Amanda Chávez V., Eva Casas A., Marcos Serrano M., Junett Cajas U., José Velarde O., Virgilio La Rosa V. y Juan López T.

Ciudad: Lima

Año: 2002

Tipo: Revista de Investigación Veterinaria

Según [4], La toxocariosis constituye una zoonosis parasitaria producida por la ingestión de huevos infectivos de *Toxocara SP.*, parásito que frecuentemente se encuentra en el intestino delgado del perro y el gato. La contaminación de los parques públicos con huevos infectivos de *Toxocara SP* constituye un problema en salud pública, ya que la ingestión de estos huevos infectivos por el hombre (especialmente niños) ocasiona enfermedades conocidas como Síndrome de la Larva Migrante Visceral (LMV) y Síndrome de la Larva Migrante Ocular (LMO) (Schanstz y Glickman, 1981). Los signos clínicos incluyen tos e infiltración pulmonar signos evidentes en un tercio de los pacientes. El asma y la bronquitis recurrente están asociadas a los anticuerpos contra *Toxocara SP* (López - Vélez et al., 1996). Estudios sobre contaminación de parques realizados en otros países muestran grandes diferencias; así en Cuba y Brasil se hallaron prevalencias de 42 y 56%, respectivamente, mientras que en Osaka, Japón se encontró el 75% (Duménico y Gálvez, 1995; Santarem et al., 1998; Abe y Yasukawa, 1997). Los primeros estudios acerca de la contaminación de parques públicos en Lima Metropolitana con huevos de *Toxocara SP.*, fueron realizados por Guerrero (1975) quien halló una prevalencia de 24%, en tanto que Buitrón (1976) reportó el 56% de parques contaminados en el área urbana de Paramonga.

El objetivo del presente trabajo fue evaluar la contaminación con huevos de *Toxocara SP* de los parques públicos de Lima Metropolitana y el Callao.

Resultados

El porcentaje de parques contaminados con huevos de *Toxocara SP* fue de $34.3 \pm 9.0\%$ en los distritos del cono norte, $29.6 \pm 9\%$ en el cono sur, $41.1 \pm 7.8\%$ en el cono este, $63.4 \pm 9\%$ en el cono oeste, y $37.0 \pm 11\%$ en el Callao. Las prevalencias encontradas en este estudio son superiores al 24% que fuera reportado por Guerrero (1975) en un estudio previo. El mayor porcentaje de parques positivos a *Toxocara SP* se presentó en aquellos que tenían estados de conservación coincidentes con los niveles de bien y a medianamente conservados, en tanto que los parques mal conservados o baldíos presentaron las tasas de contaminación más bajas.

En relación con el estrato socioeconómico, se encontró que los parques correspondientes a los niveles alto y medio-alto tuvieron los mayores porcentajes de contaminación con huevos de *Toxocara SP*. Los parques ubicados en estratos económicos medio-bajo y bajo tuvieron los menores porcentajes de contaminación.

En los niveles alto y medio-alto se obtuvieron los mayores porcentajes de parques positivos, debido a que los parques de esos distritos se encuentran mayoritariamente con áreas verdes debidamente establecidas (niveles bien o medianamente conservados de este estudio). Estas áreas constituyen para los dueños de mascotas los lugares predilectos para llevar a los perros a ejercitar y realizar sus deposiciones. Aquellos animales que se encuentren parasitados causarán la contaminación del parque, que aunado a las condiciones favorables del suelo (humedad, sombra y otros), contribuirán a la sobrevivencia de los huevos infectivos por un largo tiempo.

En el estrato socioeconómico bajo, a pesar que el terreno de estos parques no es el adecuado para el desarrollo del parásito, se pudo encontrar huevos de *Toxocara SP.*, lo que estaría indicando la presencia de otros factores, tales como el alto nivel de parasitismo, alta población canina y otros factores coincidentes como la escasez de recursos económicos. Estos factores estarían limitando la posibilidad de realizar controles antiparasitarios a las mascotas. Se pudo aislar larvas migrantes en hígado, pulmón y musculatura de los ratones y codornices inoculadas experimentalmente, por lo que se pudo deducir que los huevos de *Toxocara SP.*, aislados de las áreas en estudio se encontraban viables e infectivos.

2.1.2. Antecedente Internacional

Título: Modelos probabilísticos de localización por cubrimiento: una panorámica

Autor: Fernando Borrás y Jesús Pastor

Ciudad: Alicante

Año: 2004

Tipo: Artículo de investigación del Centro de Investigación Operativa de la Universidad Miguel Hernández de Elche.

Según [3] en este trabajo se revisaron los modelos probabilísticos de localización por cubrimiento utilizados habitualmente para ubicar servicios de emergencia. Con el fin de apreciar la evolución de este tipo de modelos, se comenzó por presentar los modelos de localización por cubrimiento más sencillos y se continuó con su desarrollo histórico pero estructurado.

Los modelos a los que nos referimos son típicamente discretos: las llamadas de emergencia se generaron en un conjunto finito de nodos-demanda y los servidores que los atendieron se

ubican, a través del modelo, en un subconjunto de estaciones que se seleccionó dentro de un conjunto finito de posibles nodos-servicio. A la hora que se seleccionó el subconjunto de estaciones hay dos planteamientos posibles, o bien se fija de antemano el número total de servidores que se ubicó, o bien el modelo trata de minimizarlos.

En el primer caso, se distinguió los modelos cuyo objetivo radica en lograr la máxima eficiencia en la respuesta a las llamadas de emergencia de aquellos cuyo objetivo consiste en maximizar la equidad en el servicio que se presta al conjunto de nodos-demanda. En el segundo caso, las restricciones del modelo garantizaron la consecución de unos niveles de servicio que se fijó de antemano.

Resultados

Se mostraron formas alternativas de estimar la fracción de ocupación de cada vehículo, con sus respectivos modelos y métodos de resolución. En el terreno de la modelización se consiguieron modelos lineales. Se sugirió un método para estimar la eficiencia y la equidad alcanzada por una cierta asignación de vehículos sin necesidad de recurrir a la simulación.

2.2. Bases Teóricas

En el proceso de construcción del modelo se fija la frontera del sistema, se identifica las partes y actividades que forman la estructura del sistema como también se fija la información de entrada, dando valores a los atributos y se define las relaciones entre las partes y el entorno. La representación de la estructura del sistema real en términos cuantitativos, puede manipularse y analizarse lo que permite toda clase de experimentación, porque las dificultades básicas se

establecen previamente, para ello se necesita recolectar los datos. Luego de ello se aplica la Teoría de sistemas que permite desarrollar el enfoque sistémico sobre la problemática. Por último para su desarrollo y aplicación se necesita del modelo probabilístico de inventario con demanda continua, en que se basa, para al final aplicar la simulación de sistemas y las técnicas de localización.

2.2.1. Teoría de Sistemas [16]

Sistema (Concepto)

- Objeto. Actividades a desarrollar a través de la cual cumplir el fin.
- Objetivo. Expresión concreta de los resultados que deben ser obtenidos.
- Ambiente. Lugar donde existe el sistema y circundante al sistema pero que es de interés para la formación del sistema.
- Frontera. Límite de línea divisoria entre lo que consideramos parte del sistema y lo que definimos como ambiente.
- Entrada. Elementos que ingresan al sistema para ser transformado o para ayudar en el proceso de transformación.
- Proceso. Elementos de acción en los aspectos informativo y energético.
- Salida. Producto del sistema, resultados de los procesos utilizados para transformar las entradas.
- Retroalimentación. Información de entrada / salida que permite mantener, aumentar y modificar las operaciones.

2.2.2. Modelo Estocástico de Inventario

Según [15], los modelos de inventario de un solo periodo ocurren cuando un artículo es ordenado una sola vez para satisfacer la demanda en un periodo. Este modelo incluye demanda instantánea y uniforme con costo fijo y sin él, se supone que el reaprovisionamiento ocurre instantáneamente. El nivel de inventario óptimo se deduce con base en la minimización del costo total esperado de inventario, que comprende los costos siguientes: costo fijo, costo de compra o producción, costo de mantenimiento y costo de escasez. Estos modelos representan inventarios de artículos que:

1. Son obsoletos (desperdicios, periódico de día, revista semanal, tarjeta de navidad, etcétera).
2. Son perecederos (pescados, pollos, carnes, etcétera).
3. Tienen un futuro incierto después de un periodo.

Modelo de Inventario con demanda continua sin Inventario Inicial

Suposiciones básicas

1. La demanda D , es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad. $[f(D)]$.
2. Los ítems son producidos o comprados para un solo periodo.
3. Los ítems se adquieren al inicio del periodo.
4. No existe inventario inicial X , antes de ordenar al inicio del periodo.
5. Se aceptan demandas postergadas.
6. No hay costo fijo de orden A .
7. Cada unidad es producida o comprada a un costo C , costo de compra o producción de ítem.

8. Cada unidad se vende a un precio V . ($V > C$), también se interpreta como el costo de pérdida de oportunidad cuando no hay ítems en el inventario.
9. El costo de mantenimiento del inventario por ítem es H .

Consideraciones

Y = Cantidad producida o comprada

C = Costo unitario de compra o producción

V = Precio de venta o de pérdida de oportunidad por unidad

H = Costo de mantenimiento del inventario por ítem

Objetivo

Determinar Y^* , cantidad óptima a ordenar o producir que minimice el costo total esperado $C(Y)$.

$$\text{CTE} = \text{COP} + \text{CEM} + \text{CEE} \dots (2.1)$$

Dónde:

CTE = Costo Total Esperado $C(Y)$

COP = Costo de Orden de Producción.

CEM = Costo Esperado de Mantenimiento.

CEE = Costo Esperado de Escasez.

Cantidad Vendida

$$\text{Min}(Y, D) = \begin{cases} Y, & \text{Si } Y \leq D \\ D, & \text{Si } Y > D \end{cases}$$

Cantidad excedente al final del periodo

$$\rho(Y, D) = \begin{cases} Y - D, & \text{Si } Y > D \\ 0, & \text{Si } Y \leq D \end{cases}$$

Entonces el Costo Esperado de Mantenimiento (CEM) es:

$$CEM = H \int_0^Y \rho(Y, D) f(D) dD$$

$$CEM = H \int_0^Y (Y - D) f(D) dD \dots (2.2)$$

Condición de escasez al final del Periodo

$$\Psi(Y, D) = \begin{cases} D - Y, & \text{Si } D > Y \\ 0, & \text{Si } D \leq Y \end{cases}$$

Entonces el Costo Esperado de Escasez (CEE) es:

$$CEE = V \int_Y^{\infty} \Psi(Y, D) f(D) dD$$

$$CEE = V \int_Y^{\infty} (D - Y) f(D) dD \dots (2.3)$$

Costo de Orden de Producción = Costo Fijo A + CY... (2.4)

Reemplazando 2.2, 2.3 y 2.4 en 2.1 y sabiendo que el Costo Fijo A es cero tenemos:

$$CTE = CY + H \int_0^Y (Y - D) f(D) dD + V \int_Y^{\infty} (D - Y) f(D) dD$$

Como el objetivo es minimizar el Costo Total Esperado derivamos C (Y) con respecto a Y e igualamos a cero para hacerlo mínimo:

$$\rightarrow \frac{d}{dY} [C(Y)] = \frac{d}{dY} \left[CY + H \int_0^Y (Y - D) f(D) dD + V \int_Y^{\infty} (D - Y) f(D) dD \right] = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dY} [C(Y)] = C + H \int_0^Y \frac{d}{dY} (Y - D) f(D) dD + V \int_Y^\infty \frac{d}{dY} (D - Y) f(D) dD = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dY} [C(Y)] = C + H \int_0^Y f(D) dD - V \int_Y^\infty f(D) dD = 0 \dots (2.5)$$

$$\text{Para } \int_0^Y f(D) dD + \int_Y^\infty f(D) dD = \int_0^\infty f(D) dD$$

$$\text{Como } \int_0^\infty f(D) dD = 1$$

$$\rightarrow \int_Y^\infty f(D) dD = 1 - \int_0^Y f(D) dD \dots (2.6)$$

Reemplazando 2.6 en 2.5 tenemos:

$$\rightarrow \frac{d}{dY} [C(Y)] = C - V + H \int_0^Y f(D) dD = 0$$

$$\rightarrow \int_0^Y f(D) dD = \frac{V-C}{V+H} \dots (2.7)$$

Hacemos $\int_0^Y f(D) dD = F(Y^*)$ y obtenemos:

$$\therefore F(Y^*) = \frac{V-C}{V+H} \dots (2.8)$$

La política es ordenar Y^* unidades que minimice el Costo Total Esperado como se ve en la figura 2.1

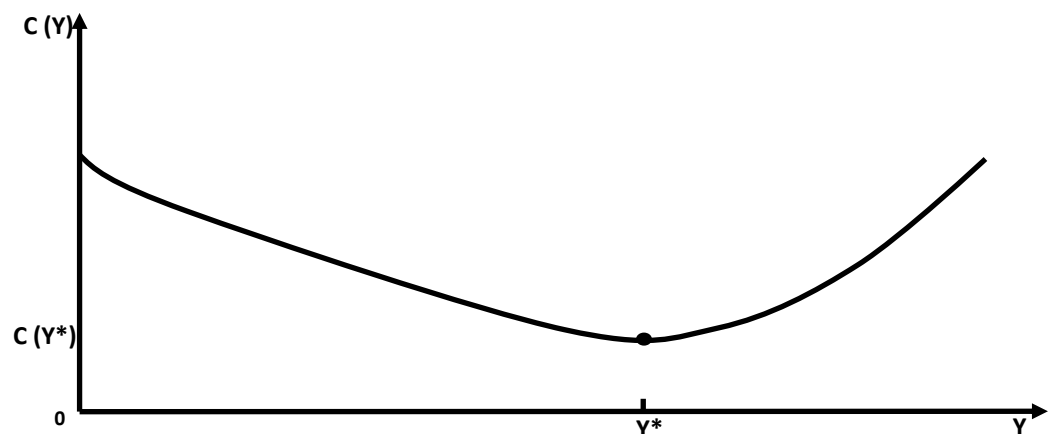


Figura 2.1. Curva de la Función de Costo del Modelo de inventario con demanda continua

Fuente. [17].

Colocamos un ejemplo en el cual aplicamos lo expresado en el ítem de Modelo Estocástico.

Ejemplo 2.1. Supongamos que la demanda en galones para un cierto jarabe para gaseosa durante una semana tiene una distribución exponencial con media de 100, el jarabe es producido una vez por semana, sino se utiliza en la semana de producción se pierde. El costo de producción es un dólar por galón. El costo de mantener el inventario es de diez centavos por galón. La no existencia de galones resulta en pérdida de ventas. Un galón de jarabe se vende normalmente en dos dólares. ¿Cuánto se debe producir?

Datos

$$V = \$ 2.00 / \text{galón}$$

$$C = \$ 1.00 / \text{galón}$$

$$H = \$ 0.10 / \text{galón}$$

$$E(D) = \bar{D} = \frac{1}{100} \rightarrow \lambda = 100$$

$$f(D) = \begin{cases} \frac{1}{100} e^{-\frac{1}{100}D}, & \text{Si } 0 < D \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases}$$

De 2.8 tenemos el valor de $F(Y^*)$

$$F(Y^*) = \frac{V - C}{V + H}$$

$$\rightarrow \int_0^{Y^*} f(D) dD = \frac{2-1}{2+0.10}$$

$$\rightarrow \int_0^{Y^*} \frac{1}{100} e^{-\frac{1}{100}D} dD = \frac{1}{2.10}$$

$$\rightarrow -e^{-\frac{1}{100}D} \Big|_0^{Y^*} = 0.476190$$

$$\rightarrow 1 - e^{-\frac{1}{100}Y^*} = 0.476190$$

$$\begin{aligned} \rightarrow e^{-\frac{1}{100}Y^*} &= 0.524 \\ \rightarrow -\frac{1}{100}Y^* &= \ln(0.524) \\ \rightarrow Y^* &= -100 \ln(0.524) \\ \therefore Y^* &= 64.62 \text{ galones son los que se deben producir} \end{aligned}$$

2.2.3. Simulación de Sistemas

La simulación es el proceso de análisis, diseño y desarrollo del modelo de un sistema real, con el objeto de comprender y explicar el comportamiento del sistema.

Según [6], el concepto de simulación engloba soluciones para muchos propósitos diferentes. Por ejemplo, podríamos decir que el modelo de un avión a escala que se introduce a una cámara por donde se hace pasar un flujo de aire, puede simular los efectos que experimentará un avión real cuando se vea sometido a turbulencia. Por otro lado, algunos paquetes permiten hacer la representación de un proceso de fresado o torneado: una vez que el usuario establezca ciertas condiciones iniciales, podrá ver cómo se llevaría a cabo el proceso real, lo que le permitiría revisarlo sin necesidad de desperdiciar material ni poner en riesgo la maquinaria.

Entre los distintos tipos de procesos de simulación que podemos utilizar, esta tesis se ocupa del que se basa en el uso de ecuaciones matemáticas y estadísticas, conocido como *simulación de eventos discretos*. Este proceso consiste en relacionar los diferentes eventos que pueden cambiar el estado de un sistema bajo estudio por medio de distribuciones de probabilidad y condiciones lógicas del problema que se esté analizando.

Algoritmo de Simulación

Según [2], el algoritmo de simulación para el modelo en estudio se planteó de la siguiente manera:

I. Definición del Problema

1. Identificar los objetivos principales del problema.
2. Identificar las variables relevantes que tienen efectos sobre los objetivos.

II. Construcción del Modelo

1. Identificar las variables y parámetros del modelo. Para ello, se observa en el sistema real los factores que permanecen constantes durante el período de estudio y los que pueden cambiar sus valores (variables).
2. Formular una regla de decisión. En un modelo de simulación una regla de decisión define las condiciones bajo las cuales se desarrollará la experimentación. Estas reglas pueden orientarse:
 - a. Al establecimiento de una decisión condicional (si... entonces).
 - b. A la asignación de valores a los parámetros.
 - c. A la selección de valores de entrada para las variables.
3. Identificar el tipo de distribución a usar para definir el patrón de ocurrencia de eventos asociado a las variables definidas. Las distribuciones pueden ser:

- a. Teóricas. Son distribuciones conocidas que se aproximan al problema.
- b. Empíricas. Se derivan de un problema específico y se manejan con base en frecuencias relativas.

4. Especificar la forma de cambio de tiempo

- a. En incrementos fijos, en la cual el reloj es actualizado en intervalos uniformes de tiempo (días, semanas, meses y años).
 - Dado el intervalo de tiempo el problema es analizado en el punto apropiado del tiempo para determinar si ocurrieron eventos en el intervalo de tiempo.
 - Examinada la ocurrencia o no de eventos en un intervalo se actualiza el reloj, es decir, se avanza el tiempo en una unidad o intervalo fijo y se repite el proceso.
- b. En incrementos variables o por eventos. En este caso, los eventos pueden registrarse en el instante en que ocurren. El reloj avanza en una cantidad igual al tiempo que se requiere para que ocurra el siguiente evento.

5. Definir las relaciones entre variables y parámetros.

III. Preparar el modelo para la experimentación

1. Definir las condiciones de inicio de la simulación. Se dan los valores iniciales de las variables y los valores de los parámetros.
2. Indicar el número de eventos a simular o el tiempo a ser simulado: longitud de la corrida de simulación / regla de parada.

IV. Experimentación con el modelo

1. Definir una forma de relación entre los factores de la parte uno con los números aleatorios que serán generados para la simulación.
2. Seleccionar un generador de números aleatorios.
3. Generar los números aleatorios a usar en la simulación.
4. Relacionar los números aleatorios con los factores identificado en la parte uno.
5. Resumen de los resultados en forma tabular.

V. Evaluación de resultados

Se hace uso de técnicas estadísticas. Permite determinar si se cumplen los objetivos de la simulación. Los resultados de la simulación se pueden usar para probar hipótesis acerca de sistemas existentes o para generar un conjunto de alternativas dando varios valores de entrada a los parámetros.

Números Pseudo aleatorios

Según [6], Los números pseudo aleatorios se utilizan para producir el comportamiento estocástico de los modelos que involucran variables del tipo de relacionado al estudio. Así, una de las primeras tareas que es necesario llevar a cabo consiste en determinar si los números aleatorios que utilizaremos para *correr o ejecutar* la simulación son realmente aleatorios o no; por desgracia, precisar lo anterior con absoluta certidumbre resulta muy complicado, ya que para ello se debe generar un número muy grande de valores que permita comprobar la inexistencia de correlaciones entre ellos. Esto sería muy costoso y tardado, volviendo impráctico el uso de la simulación aun con las computadoras más avanzadas.

A pesar de lo anterior, podemos asegurar con altos niveles de confiabilidad que el conjunto de números que utilizaremos en una simulación se comportan de manera muy similar a un conjunto de números totalmente aleatorios; por ello es que se les denomina números pseudo aleatorios.

Propiedades de los números pseudo aleatorios entre 0 y 1

En gran medida, conocer las propiedades que deben tener estos números aleatorios garantiza una buena simulación, por ello, se enumeran a continuación.

Media de los números aleatorios entre 0 y 1. En vista de que estos números deben tener la misma probabilidad de presentarse, es preciso que su comportamiento muestre una distribución de probabilidad uniforme continua, con límite inferior cero y límite superior uno. La función de densidad de una distribución uniforme es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b; \quad \text{en este caso, } a = 0 \text{ y } b = 1 \dots (2.9)$$

Para obtener la media de la distribución multiplicamos la función de densidad por x , y la integramos en todo el rango de la misma distribución de la siguiente manera:

$$E(x) = \int_a^b \frac{1}{b-a} (x) = \frac{x^2}{2(b-a)} \Big|_a^b \quad (2.10)$$

Sustituyendo los valores de a y b

$$E(x) = \frac{1}{2} \quad (2.11)$$

Por lo tanto, el valor esperado (es decir, la media de los números aleatorios entre 0 y 1) es $\mu = 0.5$

Varianza de los números aleatorios. Partiendo de la misma distribución uniforme obtenemos la varianza de la distribución por medio de la ecuación:

$$V(x) = \sigma^2 = E(x^2) - \mu^2 \quad (2.12)$$

Lo que nos queda $E(x^2)$:

$$E(x^2) = \int_a^b \frac{1}{b-a} (x^2) = \frac{x^3}{3(b-a)} \Big|_a^b \quad (2.13)$$

Al sustituir tenemos que:

$$E(x^2) = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto,

$$V(x) = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}$$

Dados estos resultados podemos decir que los números aleatorios entre 0 y 1 deben tener $\mu = \frac{1}{2}$ y $\sigma^2 = \frac{1}{12}$.

Independencia. Ésta es una propiedad muy importante, e implica que los números aleatorios no deben tener correlación entre sí; es decir, deben ser independiente, de manera que no puedan dispersarse uniformemente dentro de todo el espectro de valores posibles. Es posible realizar una serie de pruebas para corroborar que no existe correlación entre los números aleatorios, e incluso para garantizar que no exista un sesgo o tendencia entre los dígitos de cada uno de ellos.

Uniformidad. Una de las propiedades más importantes que debe cumplir un conjunto de números r_i es la uniformidad. Los números del conjunto r_i se distribuyen uniformemente en el intervalo $(0,1)$.

Definición de Variable aleatoria

Podemos decir que las variables aleatorias son aquellas que tienen un comportamiento probabilístico en la realidad. Por ejemplo, la cantidad de residuos que ingresa al bosque *El Olivar* en un intervalo de tres días depende del momento del periodo y de otros factores: por lo general, la afluencia de mascotas o personas que arrojan desperdicios dentro del bosque será mayor al mediodía que de madrugada; la demanda será más alta el viernes que el miércoles, etcétera. Dadas estas características, las variables aleatorias deben cumplir reglas de distribución de probabilidad.

Tipos de variables aleatorias

Podemos diferenciar las variables aleatorias de acuerdo con el tipo de valores aleatorios que representan. Por ejemplo, si habláramos de la cantidad de desperdicios en kilogramos que arrojan las personas dentro del bosque *El Olivar* en un periodo de tiempo determinado, podríamos encontrar valores tales como *4.25 kg, 245.01 kg, 361.78 kg y otros*, es decir, un comportamiento como el que presentan las distribuciones de probabilidad continuas. Por otro lado, si habláramos del número de clientes que solicitan cierto servicio en un periodo de tiempo determinado, podríamos encontrar valores tales como *0, 1, 2, ..., n*, es decir, un comportamiento como el que presentan las distribuciones de probabilidad discretas. Considerando lo anterior podemos diferenciar entre variables aleatorias discretas y variables aleatorias continuas. En esta investigación se estudiaron las variables aleatorias continuas que definimos a continuación.

Variables aleatorias continuas. Este tipo de variables se representan mediante una ecuación que se conoce como *función de densidad de probabilidad*. Dada esta condición, usamos una integral para conocer la función acumulada de la variable. Por lo tanto, las variables aleatorias continuas deben cumplir los siguientes parámetros:

$$P(x) \geq 0 \text{ y } P(x = a) = 0 \quad (2.14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) = 1 \quad (2.15)$$

$$P(a \leq x \leq b) = P(a < x < b) = \int_a^b f(x) \quad (2.16)$$

Entre las distribuciones de probabilidad tenemos la uniforme continua, la exponencial la normal, la de Weibull, la Chi-cuadrada, la de Erlang y la Beta (vea la figura 2.2). Algunos

procesos pueden ser asociados con ciertas distribuciones. Por ejemplo, es posible que el tiempo de llegada de cada cliente a un sistema tenga distribución de probabilidad muy semejante a una exponencial, o que el tiempo que le toma a un operario realizar una serie de tareas se comporte de manera muy similar a la dispersión que presenta una distribución normal. Sin embargo, debemos hacer notar que este tipo de distribuciones tienen sus desventajas, dado que el rango de valores posibles implica que existe la posibilidad de tener tiempos infinitos de llegada de clientes o tiempos de ensamble infinitos, situaciones lejanas a la realidad. Por fortuna, es muy poco probable que se presenten este tipo de eventos, aunque el analista de la simulación debe estar consciente de cómo pueden impactar valores como los descritos en los resultados del modelo.

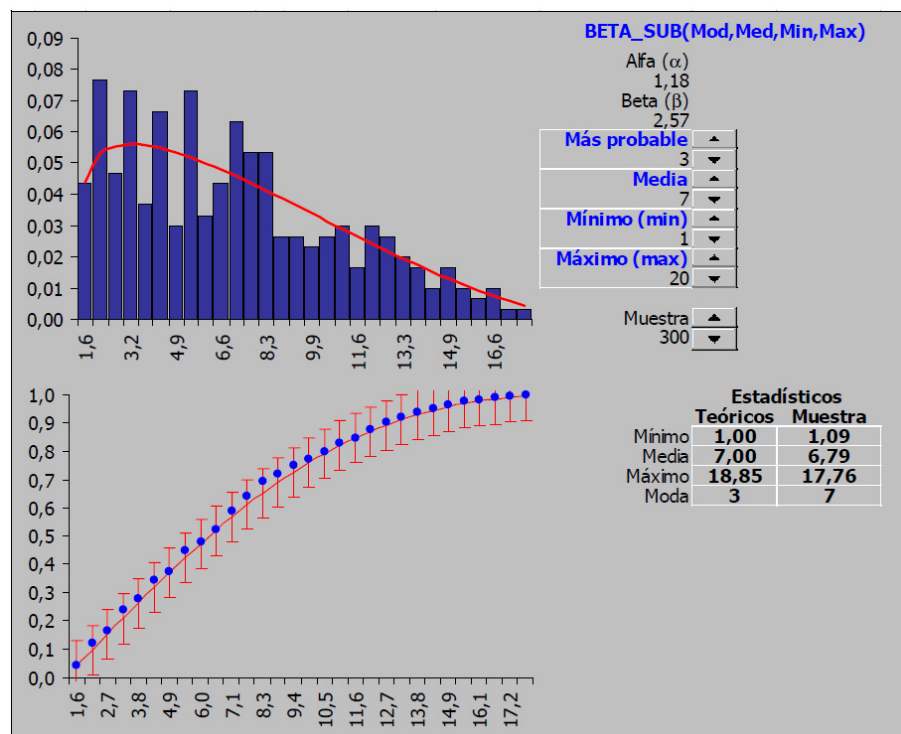


Figura 2.2. Valores correlacionados de la distribución beta

Fuente. [7].

Usaremos la distribución beta en la investigación y la detallamos como sigue:

Distribución Beta

Usos

Debido a su gran flexibilidad se utiliza en situaciones en las que la ausencia de datos concretos no impide, sin embargo, tener una idea del comportamiento *global* de la variable aleatoria. Si suponemos conocidos, o razonablemente supuestos, valores tales como el máximo, mínimo, media o moda y el tipo de simetría, o asimetría, entonces es posible encontrar una distribución Beta que se adapte a dichas suposiciones. También se utiliza para simular la proporción, o el número total, de productos defectuosos en un lote de fabricación, la duración de un proceso, en PERT/CPM, o la mediana de una muestra aleatoria.

Notación y parámetros

La notación habitual es $X \sim B_e(\alpha, \beta)$ o bien $X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$, los dos parámetros son de forma $(\alpha, \beta > 0)$. La distribución puede ser fácilmente re escalada a un intervalo (a, b) ya que si $X \sim B_e(\alpha, \beta) \rightarrow 0 \leq X \leq 1$ al hacer $X' = a + (b-a)X$ tendríamos $X' \sim B_e(\alpha, \beta)$ pero ahora con $a \leq X' \leq b$. Así, la notación es $X \sim B_e(\alpha, \beta, a, b)$; en este caso los parámetros a y b son de escala en la distribución.

Densidad y Distribución

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B_e(\alpha, \beta)}$$

$$B_e(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} dx$$

Para la Beta de cuatro parámetros, tendremos:

$$f(x) = \frac{1}{B_e(\alpha, \beta)} \frac{(x-a)^{\alpha-1}(b-x)^{\beta-1}}{(b-a)^{\alpha+\beta-1}}$$

$F(x)$ no tiene, en general, forma cerrada.

Estadísticos.

La media y varianza son respectivamente:

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta}; \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)}$$

El sesgo, la curtosis y el coeficiente de variación son respectivamente:

$$\frac{2(\beta - \alpha)}{(\alpha + \beta + 2)} \sqrt{\frac{\alpha + \beta + 1}{\alpha\beta}};$$

$$\frac{3(\alpha + \beta + 1)[\alpha\beta(\alpha + \beta - 6) + 2(\alpha + \beta)^2]}{\alpha\beta(\alpha + \beta + 2)(\alpha + \beta + 3)} \text{ y}$$

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha(\alpha + \beta + 1)}}$$

Propiedades

Si $\alpha=\beta$ la distribución es simétrica y centrada; si $\alpha=\beta=1$ se convierte en una Uniforme; $B_e(1,2)$ es la distribución triangular izquierda; $B_e(2,1)$ es la triangular derecha; si $X \sim B_e(\alpha, \beta) \Leftrightarrow (1-X) \sim B_e(\beta, \alpha)$; $B_e(1/2, 1/2)$ es la distribución arco seno.

Caracterización.

Los parámetros pueden ser estimados de la forma siguiente:

$$\hat{\alpha} = \bar{x} \left[\left[\frac{\bar{x}(1 - \bar{x})}{s^2} \right] - 1 \right]; \hat{\beta} = (1 - \bar{x}) \left[\left[\frac{\bar{x}(1 - \bar{x})}{s^2} \right] - 1 \right]$$

Generación de variables aleatorias

La variabilidad de eventos y actividades se representa a través de funciones de densidad de probabilidad para fenómenos de tipo continuo y discreto. La simulación de estos eventos o actividades se realiza con la ayuda de la generación de variables aleatorias.

El principal método más adecuado para generar variables aleatorias beta es el método de aceptación y rechazo.

Método de Aceptación y Rechazo

Esta técnica se puede usar si existe otra función de densidad $g(x)$ tal que $cg(x)$ supera la función de densidad $f(x)$, es decir, $cg(x) > f(x)$ para todos los valores de x . Si esta función existe, entonces se pueden aplicar los siguientes pasos:

1. Genere x con la densidad $g(x)$.
2. Genere y uniforme en $[0, cg(x)]$.
3. Si $y \leq f(x)$, devuelva x y retorne. De lo contrario repita desde el paso 1.

Ejemplo 2.2. Consideremos la función de densidad Beta (2,4):

$$f(x) = 20x(1-x)^3; 0 \leq x \leq 1$$

Esta función se muestra en la figura 2.3 y puede ser limitada por el rectángulo de altura 2,11. Por lo tanto podemos usar

$c = 2,11$ y $g(x) = 1$ para $0 \leq x \leq 1$. Las variables *Beta* (2,4) pueden ser generadas como sigue:

1. Genere x uniforme en $[0, 1]$.
2. Genere y uniforme en $[0, 2,11]$.
3. Si $y \leq 20x(1 - x)^3$, devuelva x y retorne. De lo contrario vuelva al paso 1.

Los pasos 1 y 2 generan un punto (x, y) distribuido uniformemente en el rectángulo en la figura 2.3. Si el punto cae sobre la densidad $f(x)$, entonces el paso 3 rechaza x .

La eficiencia del método depende de que tan bien $g(x)$ limita a $f(x)$. Si hay una brecha muy grande entre $cg(x)$ y $f(x)$, entonces un gran número de puntos generados en los pasos 1 y 2 serán rechazados. Similarmente, si la generación de variables aleatorias con $g(x)$ es compleja, entonces el método puede ser ineficiente.

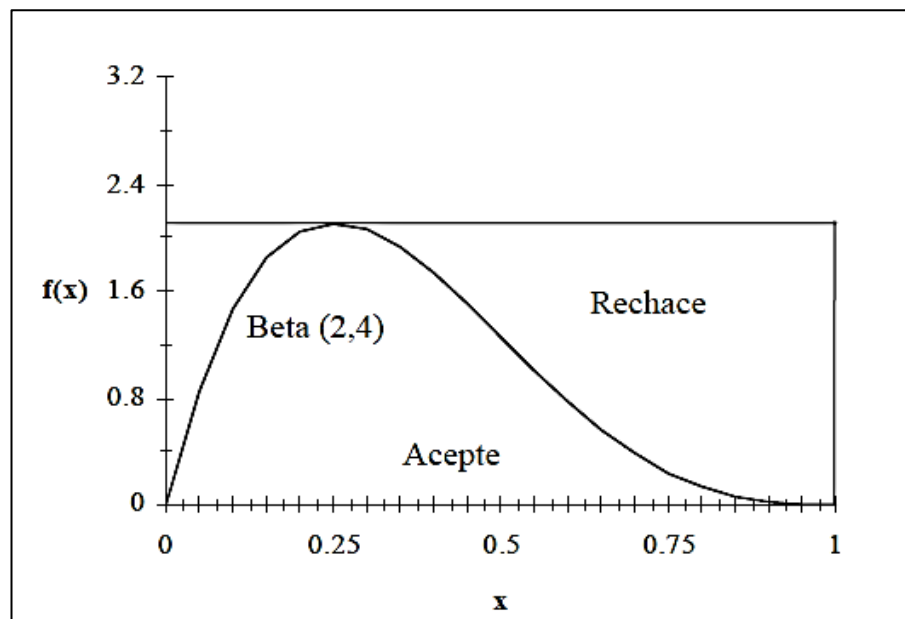


Figura 2.3. Esquematización del método de la aceptación y rechazo para variables continuas de tipo *Beta*(2,4)

Fuente. [7].

Método de Monte Carlo

Según [9], el método de Monte Carlo es un método no determinístico o estadístico numérico usado para aproximar expresiones matemáticas complejas y costosas de evaluar con exactitud.

Introducción al uso de Pro Model

Según [17], Pro Model es un software comercial para simulación, está entre los más usados en el mercado. Cuenta con herramientas de análisis y diseño que, unidas a la animación de los modelos bajo estudio, permiten al analista conocer mejor el problema y alcanzar resultados más confiables respecto de las decisiones a tomar.

Básicamente, este producto se enfoca a procesos de fabricación de uno o varios productos, líneas de ensamble y de transformación, entre otros.

Elementos básicos

En Pro Model podemos distinguir una serie de módulos que permiten al analista hacer un estudio más completo sobre el modelo que quiere simular. Cada uno de estos módulos cuenta con herramientas de trabajo que hacen de Pro Model un software de simulación muy aplicado. A continuación daremos una breve descripción de cada uno de ellos.

Pro Model. Es el área de trabajo donde se definirán el modelo y todos sus componentes. En este módulo se programa todo lo que tiene que ver con las relaciones entre las variables del

modelo, tanto contadores como relaciones lógicas, flujos, actividades y ciclos de producción, por ejemplo.

Editor gráfico. El editor gráfico de Pro Model cuenta con una serie de bibliotecas que permiten dar una mejor presentación visual a los modelos realizados. Además cuenta con la capacidad de importar y crear las imágenes necesarias para representar con mayor propiedad el problema a simular. Incluso pueden importarse dibujos hechos con algún software para dicho propósito.

Resultados. Pro Model cuenta con una interfaz de resultados que facilita la administración, el manejo y el análisis de la información. En este módulo se pueden ver los resultados de todas las variables del modelo. Algunas de ellas se reportan de manera automática, y otras se obtienen bajo solicitud expresa del analista. Además, el módulo permite la interacción con programas de hoja de cálculo, como Excel.

Stat: Fit. El software incluye una herramienta estadística llamada Stat: Fit, que permite hacer pruebas de bondad de ajuste sobre datos muestra, produciendo información muy importante para determinar las distribuciones asociadas a las variables aleatorias del modelo. Además, constituye una gran ayuda si se desconoce cómo alimentar distribuciones complejas de la biblioteca de Pro Model en el modelo de simulación.

Editor de turnos. El editor de turnos permite asignar turnos de trabajo a los elementos del modelo que lo requieran, por ejemplo, descansos programados, como el tiempo de comida.

Simrunner. Esta es una herramienta muy útil en el análisis posterior del modelo. Con ella se pueden diseñar experimentos

destinados a conocer el impacto de factores críticos que se generan a partir de la variación en los valores de las variables aleatorias seleccionadas para ello. Asimismo, permite discernir cuál es la mejor combinación de factores para obtener el máximo beneficio al mejorar un proceso.

Referencias y Ayuda. Estos módulos de Pro Model facilitan el uso y la programación del software.

Estructura de programación en Pro Model

En Pro Model, la programación para la simulación constituye solo una parte del proceso de construcción del modelo ya que, como se ha mencionado, el software también cuenta con diversas herramientas – de animación, por ejemplo – que el analista debe aprender a manejar para obtener los mejores resultados.

A fin de ayudarle a lograr una comprensión integral acerca del uso de Pro Model, en el Capítulo III se utilizó nuestro problema como un ejemplo aplicativo. A pesar de lo anterior, esta obra no pretende cubrir de manera exhaustiva todos y cada uno de los elementos que componen el producto. Si desea obtener más detalles respecto de su funcionamiento, consultar los manuales de referencia que acompañan al paquete.

2.2.4. Problemas de localización

Según [13], los problemas de localización se presentan cuando los encargados de tomar decisiones deben seleccionar el lugar en que se ubicarán una o varias instalaciones, como podrían ser: industrias, bodegas, comercios, escuelas, hospitales, mercados, aeropuertos, plantas de tratamiento de agua, plantas de generación de electricidad (hidroeléctricas, térmicas,

nucleares), plantas de tratamiento de residuos, estadios deportivos, estaciones de bomberos, estaciones de gasolina, etcétera; este tipo de problemas se presenta también en la distribución de maquinaria en un área dada. Las decisiones anteriores se toman bajo una serie de criterios preestablecidos como por ejemplo la experiencia. Los modelos cuantitativos analíticos, que se presentan en esta investigación son de tipo normativo (Estos modelos prescriben un curso de acción que optimiza una función objetivo dada y se diferencian de los descriptivos, que tienden a explicar el comportamiento de un sistema. Por ejemplo, la simulación y la teoría de colas son modelos descriptivos; la programación lineal, entera, dinámica y matemática son modelos normativos). Estos modelos tienen varias limitaciones. La primera de ellas es la definición de la función objetivo, que generalmente localiza el lugar o lugares, minimizando una función de costo.

Se ha establecido que minimizar ciegamente una función de costos puede conducir a resultados absurdos. Por ejemplo: encontrar que es tan deseable localizar una escuela para que 500 alumnos no recorran más de 4 km . cada uno, que otra, donde 498 alumnos recorran 0 km y 2 alumnos recorran 500 km . Más adelante detallamos otras limitaciones.

Por ello, se ha llegado a considerar una variedad de funciones objetivos, que incluye la minimización de la máxima distancia recorrida (funciones minimáx). Este tipo de funciones es característica de los problemas de localización de servicios de emergencia (hospitales, estaciones de bomberos, etcétera), donde se desea que una comunidad no esté a más de cierta cantidad de minutos de una clínica. Para medir distancias se puede utilizar una *norma rectilínea*, o bien una *euclídeana*. La primera tiene mayor aplicación en grandes ciudades, con trazos rectos perpendiculares y paralelos de calles y avenidas, donde

la distancia entre dos puntos no puede medirse como la recta que los une, sino como el mínimo número de calles que existe entre ambos. En contrapartida, la norma euclídeana dice que la distancia entre dos puntos es la recta que los une. Esta norma tiene sentido en zonas rurales y urbanas con trazo irregular de calles. En la figura 2.4 se distinguen ambas normas:

$$\text{Norma rectilínea} \quad d_{AB} = |X_A - X_B| + |Y_A - Y_B| \quad (2.17)$$

$$\text{Norma euclídeana} \quad d_{AB} = [(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2]^{1/2} \quad (2.18)$$

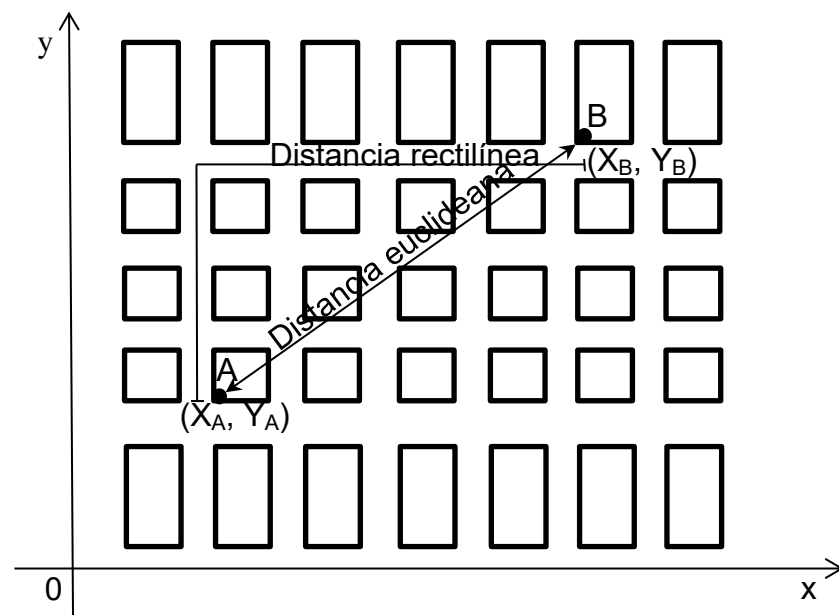


Figura 2.4. Norma rectilínea y Norma euclídeana

Fuente. [13].

Los problemas de localización se pueden dividir para su estudio en relación a:

1. Lo que se quiere localizar: en problemas de distribución de espacio (en inglés se conocen como *layout problems*) y problemas de localización.
2. Las características de las nuevas instalaciones: en problemas de localización sencilla (una instalación) o múltiple (varias instalaciones), localización de punto o de área, donde el número de las nuevas instalaciones está

dado o es una variable adicional de decisión y donde la localización es independiente o dependiente de las otras localizaciones.

3. Las características de las instalaciones existentes; en problemas de localización estática o dinámica, determinística o probabilística.
4. La interacción de las diversas instalaciones: en problemas cualitativos o cuantitativos.
5. El espacio: en problemas unidimensionales o multidimensionales, discretos o continuos, restringidos o no restringidos.
6. La función objetivo: en problemas cuantitativos o cualitativos y, dentro de los primeros, problemas donde se minimizan funciones de costo y tiempo o se minimizan funciones tipo minimax.
7. A la norma (distancia): en problemas rectilíneos y euclidianos.

A continuación se describen los modelos de localización de cubrimiento que combinan algunas de las características anteriores. La lista de limitaciones a los modelos de localización es extensa si se considera que la gran mayoría de éstos se ha diseñado para el caso determinístico y que, para el caso múltiple de localización de varias instalaciones, los modelos que proporcionan resultados óptimos se reducen a unas cuantas decenas de instalaciones, si el número de instalaciones sobrepasa esta cuota, se deben utilizar modelos heurísticos. ¿Por qué es necesario usar modelos heurísticos para resolver el problema de localización? Suponiendo, por ejemplo, que existan 15 parques industriales y 5 tamaños de planta para una determinada actividad productiva, el número de diferentes posibilidades a evaluar sería $5^{15} = 3.05 \times 10^{10}$, lo cual es imposible de analizar exhaustivamente. De ahí la necesidad de poner en uso modelos de localización que, al

seguir algoritmos convergentes, lleguen a la solución óptima o cercan a la óptima, tras el análisis de una fracción muy pequeña de todas las posibles alternativas.

Problemas de localización por cubrimiento (cobertura)

Según [13], se define el siguiente problema de localización. Sea x_j una variable binaria de decisión que es igual a

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{si una instalación se localiza en el sitio } j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (2.19)$$

Se formulan problemas de cubrimiento total son los que tienen por objetivo cubrir a todos los clientes al menor costo o distancia posible, aplicando algún algoritmo de solución y señalando su utilidad práctica en problemas de localización. Sea a_{ij} un coeficiente binario que es igual a 1 si el cliente i utiliza la instalación j y es igual a 0 en los demás casos. Entonces el problema de cubrimiento se define como aquel que encuentra valores de x_j que:

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{Sujeto a} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\geq 1, \quad i = 1, \dots, m \\ x_j &= 0,1, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.20)$$

Donde c_j es el costo de establecer una instalación en el lugar j , si se tiene m clientes y n lugares. La restricción del problema obliga a que cada uno de los m clientes sea cubierto cuando menos por un lugar.

Para ilustrar lo anterior supongamos que los clientes son las casas de una manzana y los lugares son estaciones de bomberos y se requiere que toda casa i sea cubierta por una estación de bomberos en un radio no mayor de 5 minutos de manejo. Otro caso sería aquel donde los lugares son plantas manufactureras y los clientes pueden ser casas distribuidoras que deben ser cubiertas por lo menos por una planta.

El método que se explica a continuación para resolver el problema de cubrimiento total 2.20 pertenece a la familia de los métodos de los planos de corte. Se empieza por resolver el siguiente problema lineal inicial P_0

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= \sum_{j=1}^n x_j \\ \text{Sujeto a} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j &\geq 1, & i = 1, \dots, m \\ x_j &\geq 0, & j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.21)$$

El cual es similar al problema 2.20 con la diferencia que se han relajado las restricciones enteras binarias. Si la solución óptima de P_0 es binaria, entonces, es la solución óptima de 2.20. De lo contrario, se resuelve el siguiente problema lineal

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= \sum_{j=1}^n x_j \\ \text{Sujeto a} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j &\geq 1, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n x_j &\geq [Z_0^*] + 1 \\ x_j &\geq 0, & j = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (2.22)$$

Donde Z_0^* es el valor óptimo de la función objetivo de 2.21 y la notación en corchetes ($[...]$) indica la porción entera de Z_0^* . La restricción adicional en 2.22 es un plano de corte.

Ejemplo 2.3. Suponga que se desean abrir sucursales bancarias en una ciudad dividida en 5 delegaciones policiales. Se ha estipulado que cada sucursal debe encontrarse a no más de 5 km. del centro de cada delegación policial. Se han identificado 4 posibles lugares y se han medido las distancias de los centros de cada delegación política a cada uno de estos lugares. De esa medición se deriva la siguiente matriz de cubrimiento $A = \{a_{ij}\}$:

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{array}{c} \text{Delegación política (i)} \\ I \\ II \\ III \\ IV \\ V \end{array} \begin{array}{c} \text{Sitio (j)} \\ (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{array} \left\{ \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right\}$$

El problema 2.21, es decir, el equivalente lineal del problema de cubrimiento es

$$\text{Mín } Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

Sujeto a

$$x_1 + x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 1$$

$$x_4 \geq 1$$

$$x_3 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_4 \geq 1$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

El resultado óptimo es $x_3^* = x_4^* = 1$ y $x_1^* = x_2^* = 0$, y siendo un resultado binario, es también solución óptima del problema de cubrimiento. El resultado indica que las sucursales deberán abrirse en las delegaciones 3 y 4.

Un problema relacionado al 2.20, es el de *cubrimiento parcial*, en donde sólo un subconjunto de clientes de la población bajo consideración puede ser satisfecho, ya que se limita el número de instalaciones a k . Este problema se diferencia del problema de *cubrimiento total* en el cual se encuentra el mínimo número de instalaciones, n , ($n \geq k$), que cubren a toda la población.

En el problema de cubrimiento parcial se desea localizar las k instalaciones tal que se minimice el cubrimiento de la población (posiblemente no se pueda cubrir toda). Este problema se formula como

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= \sum_{i=1}^m \text{Máx } a_{ij}x_j \\ \text{Sujeto a} \\ \sum_{i=1}^n x_j &\leq k & (2.23) \\ x_j &= 0,1, & j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Donde k es un número dado.

Una aplicación de este tipo de modelos sería, por ejemplo, localizar la ubicación de 2 Grandes Unidades Escolares (GUE) para cubrir 9 distritos, tal que a ningún aspirante le quede a más de 10 minutos el trayecto de su casa a la escuela. En este ejemplo $k = 2$. Si éste hubiera sido un problema de cubrimiento total, la k mínima que cubre a todos los distritos se convierte en una variable de decisión. El problema de *cubrimiento parcial*

2.23 se puede presentar en versiones de minimización, como por ejemplo

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z &= \sum_{i=1}^m \underbrace{\text{Mín}}_{j \in \theta(x)} a_{ij} \\ \text{Sujeto a} \\ \sum_{i=1}^n x_j &\leq k \quad (2.24) \\ x_j &= 0,1, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Y $\theta(x) = \{j | x_j = 1\}$. La expresión $\underbrace{\text{Mín}}_{j \in \theta(x)} a_{ij}$ significa que si un cliente i puede ser atendido por varias instalaciones j , se escogerá aquella que está más cercana al cliente. En caso de que los coeficientes a_{ij} no sean binarios, sino enteros, los problemas 2.20 y 2.23 se denominan respectivamente *problemas generalizados de cobertura total y parcial*.

Se presenta a continuación el algoritmo heurístico de Ignizio que resuelve el problema 2.23.

1. **Primera selección de la ubicación.** La matriz de cobertura dada, A , consta de n vectores columna denotados $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Se calcula $c_j = \sum_{i=1}^m a_{ij}$ para $j = 1, 2, \dots, n$. Sea t aquel subíndice con $\text{Mín } c_j$. Sea $a^k = a_t$ y haga $x_t = 1$. El conjunto $\theta(x)$ contiene el subíndice t . Si el número de instalaciones k es igual a 1 ir al paso 7, de otra manera continuar en el paso 2.
2. **Selección de la segunda ubicación.** Para cada $j \notin \theta(x)$ se calcula.

$$DTC_j = \sum_{i=1}^m \text{Máx} (a_i^* - a_{ij}, 0) \quad (2.25)$$

Donde a_i^* son los componentes del vector a^* . Si todos los $DTC_j = 0$, ir al paso 4, de otra manera se hace t al subíndice j con mayor DTC_j . Se hace $x_t = 1$ y se coloca a t en la siguiente posición de $\theta(x)$. Ir al paso 3.

3. **Formación de las mejores combinaciones.** Sea $a^* = (a_i^*)$ donde para cada $i = 1, \dots, m$ tiene

$$a_i^* = \underbrace{\text{Mín}}_{t \in \theta(x)} a_{it} \quad (2.26)$$

Si $\sum_{t \in \theta(x)} x_t = 2$ y $k = 2$ ir al paso 7. Si $\sum_{t \in \theta(x)} x_t = 2$ y $k > 2$ ir al paso 2. De otra manera ir al paso 4.

4. **Formación de una asignación.** Sea $h = \sum_{t \in \theta(x)} x_t$. Entonces $\theta(x) = \{j_1, \dots, j_h\}$. Sea $R = \{a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_h}\}$. Si al paso 4 se llega directamente del paso 2, ir al paso 7, de otra manera continuar en el paso 5.

5. **Mejoramiento de la combinación y proceso de eliminación.** Por cada columna de R , calcular.

$$\Delta TC_t = \sum_{i=1}^m \left(\underbrace{\text{Mín}}_{\substack{p \in \theta(x) \\ p \neq t}} a_{ip} - a_i^* \right). \quad (2.27)$$

Si $\text{Mín } DTC_t = \Delta TC_{j_h}$ ir al paso 6 de otra manera eliminar del conjunto R aquella columna a_t que tenga el Mín ΔTC_t , elimine t de $\theta(x)$ y haga $x_t = 0$. Defina $a_i^* = \underbrace{\text{Mín}}_{t \in \theta(x)} a_{it}$ e ir al paso 2.

6. **Verificación.** Si $h = \sum_{t \in \theta(x)} x_t = k$ ir al paso 7, de otra manera ir al paso 2.

7. **Asignación.** Encontrar para cada i en la matriz R aquel subíndice t que tenga $\underset{t \in \theta(x)}{\text{Mín}} a_{it}$. Asignar el cliente i a la localidad t sólo para aquellos subíndices i y t que corresponden al $\text{Mín } a_{it}$.

A continuación se ilustra el algoritmo con un problema generalizado de cubrimiento parcial.

Ejemplo 2.4. Considerar el problema de localizar a lo sumo 3 instalaciones para atender a 5 clientes. Se tienen 4 lugares posibles para ser utilizados. La distancia entre los 5 clientes y los 4 lugares están dadas por la siguiente matriz D

$$D = \{d_{ij}\} = \begin{array}{c} \text{Clientes} \\ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{Sitios} \\ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cccc} 1 & 9 & 17 & 24 \\ 10 & 2 & 8 & 15 \\ 16 & 8 & 2 & 11 \\ 20 & 12 & 4 & 5 \\ 24 & 16 & 10 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

El número de viajes por mes entre una instalación y un cliente i , es la componente a_i del vector a , siendo este $a = \{a_i\} = (75, 171, 153, 137, 805)$. Se requiere asignar instalaciones y clientes a lugares tal que la distancia total de recorrido por mes sea mínima y restrinja el problema a no más de 3 instalaciones ($k = 3$). La matriz $A = \{a_{ij}\}$ de asignación (ya no binaria) se obtiene del producto $a_{ij} = a_i d_{ij}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$; $j = 1, 2, 3, 4$. Y es igual a

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{array}{c} \text{Clientes} \\ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \text{Sitios} \\ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \left[\begin{array}{cccc} 75 & 675 & 1275 & 1800 \\ 1710 & 342 & 1368 & 2565 \\ 2448 & 1224 & 306 & 1683 \\ 2740 & 1644 & 548 & 685 \\ 19320 & 12880 & 8050 & 805 \end{array} \right] \end{array}$$

En el paso 1 se selecciona la primera ubicación y se muestra en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Primera selección de la ubicación

$i \setminus j$	1	2	3	4	a^*
1	75	675	1275	1800	1800
2	1710	342	1368	2565	2565
3	2448	1224	306	1683	1683
4	2740	1644	548	685	685
5	19320	12880	8050	805	805
c_j	26293	16765	11547	7538	$\theta(x) = \{4\}$
				Mín ↑	

Fuente. [13]

En el paso 2 se selecciona la segunda ubicación y se muestra en la tabla 2.2.

Tabla 2.2. Segunda selección de la ubicación

$i \setminus j$	1	2	3	a^*
1	75	675	1275	1800
2	1710	342	1368	2565
3	2448	1224	306	1683
4	2740	1644	548	685
5	19320	12880	8050	805
DTC_j	2580	3807	3236	$\theta(x) = \{4, 2\}$
		Máx. ↑		

Fuente. [13].

En el paso 3 se forman las mejores combinaciones, y estas se mostraron en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Formación de las mejores combinaciones

$i \setminus j$	1	3	a^*
1	75	1275	675
2	1710	1368	342
3	2448	306	1224
4	2740	548	685
5	19320	8050	805
DTC_j	600	1055	$\theta(x) = \{4, 2, 3\}$
		Máx. ↑	

Fuente. [13].

En el paso 4 se forma la asignación y en el paso 5 se hizo el mejoramiento de la combinación y el proceso de eliminación (tabla 2.4).

Tabla 2.4. Mejoramiento de la combinación y proceso de eliminación

$i \setminus t$	4	2	3	a^*
1	1800	675	1275	675
2	2568	342	1368	342
3	1683	1224	306	306
4	685	1644	548	548
5	805	12880	8050	805
ΔTC_j	7245	1626	1055	
			Mín ↑	

Fuente. [13].

Como: $Mín DTC_t = \Delta TC_{j_h}$ y $h = k \Rightarrow$ se va al paso 7

En el paso 7 se hace la asignación de los valores del cubrimiento parcial que están en **negrita** y son el mínimo de cada fila (tabla 2.5).

Tabla 2.5. Asignación de los valores del *cubrimiento parcial*

$i \setminus t$	4	2	3
1	1800	675	1275
2	2568	342	1368
3	1683	1224	306
4	685	1644	548
5	805	12880	8050

Fuente. [13].

El valor óptimo de la función es $Z = 805 + 675 + 342 + 306 + 548 = 2676$

La solución óptima se proporciona en la tabla 2.6.

Tabla 2.6. Solución Óptima del ejemplo 2.4

Instalación	Localización	Clientes
1	2	1, 2
2	3	3, 4
3	4	5

Fuente. [13].

2.3. Definición de términos básicos

Sistema. Es un todo organizado y complejo; un conjunto o combinación de cosas o partes que forman un todo complejo o unitario. Es un conjunto de objetos unidos por alguna forma de interacción o interdependencia.

Subsistema. Sistema que es parte de otro sistema. Un sistema puede estar constituido por múltiples partes y subsistemas. En general, desde el punto de vista de un sistema determinado, un subsistema es fundamental para el funcionamiento del sistema que lo contiene.

Sistema estable. Un sistema inicialmente en reposo es estable si para cualquier señal de entrada acotada la respuesta del sistema es acotada.

Entidad. Es la representación de los flujos de entrada a un sistema; éste es el elemento responsable de que el estado del sistema cambie. Ejemplos de entidades pueden ser las personas que llegan al bosque *El Olivar* y botan la residuos dentro del mismo, las piezas que llegan a un proceso o el embarque de piezas que llega a un inventario.

Entorno. Ambiente, que rodea al sistema.

Estado del sistema. Es la condición del sistema bajo estudio en un momento determinado; es como una fotografía de lo que está pasando en el sistema en cierto instante. El estado del sistema se

compone de variables o características de operación puntuales (digamos el número de piezas que hay en el sistema en ese momento), y de variables o características de operación acumuladas, o promedio, como podría ser el tiempo promedio de permanencia de una entidad en el sistema, en una fila, almacén o en el bosque *El Olivar* como es el caso de estudio en esta tesis.

Evento. Es un cambio en el estado actual del sistema; por ejemplo, la entrada o salida de una entidad, la finalización de un proceso en un equipo, la interrupción o reactivación de una operación (digamos por un descanso del operario), o la descompostura de una máquina. Podemos catalogar estos eventos en dos tipos: **eventos actuales**, que son aquellos que están sucediendo en el sistema en un momento dado, y **eventos futuros**, que son cambios que se presentarán en el sistema después del tiempo de simulación, de acuerdo con una programación específica. Por ejemplo, cierta pieza entra a una máquina para que ésta realice un proceso. El evento actual sería precisamente que la entidad llamada *pieza* ingresa a la máquina. El evento futuro podría ser el momento en que la máquina concluirá su trabajo con la pieza y ésta seguirá su camino hacia el siguiente proceso lógico, de acuerdo con la programación: almacenamiento, inspección o entrada a otra máquina.

Localizaciones. Son todos aquellos lugares en los que la pieza puede detenerse para ser transformada o esperar a serlo. Dentro de estas localizaciones tenemos almacenes, bandas transportadoras, máquinas, estaciones de inspección y en el caso de estudio todo el bosque *El Olivar*.

Recursos. Son aquellos dispositivos, diferentes a las localizaciones, necesarios para llevar a cabo una operación. Por ejemplo, para el caso de estudio todos los establecimientos en los cuales se puede comprar alimentos como los quioscos que hay en el interior o tiendas cercanas al bosque; una herramienta necesaria para realizar un

proceso pero que no forma parte de una localización específica, sino que es trasladada de acuerdo con los requerimientos de aquel.

Atributo. Es una característica de una entidad. Por ejemplo, si la entidad es un motor, los atributos serían su color, peso, tamaño o cilindraje. Los atributos son muy buenos para diferenciar entidades sin necesidad de generar una nueva.

Estructura. Distribución y orden de las partes importantes que componen un todo: estructura de una novela, de una sociedad.

Modelo. Representación de la realidad por medio de abstracciones. Los modelos enfocan ciertas partes importantes de un sistema, por lo menos, aquella que le interesa a un tipo de modelo específico, restándoles importancia a otras. Los modelos son creados empleando herramientas de modelado.

Variables Endógenas. Son las dependientes o de salida del sistema y son generadas por la interacción de las variables exógenas con las de estado, de acuerdo con las características de operación del último.

Variables Exógenas. Son independientes, denominadas de entrada del modelo y se supone que han sido predeterminadas y proporcionadas independientes del sistema a modelar. Puede considerarse que estas variables actúan sobre el sistema, pero no reciben acción alguna de parte de él. También se denominan factores, pueden emplearse de dos formas diferentes en los experimentos de simulación:

Tratadas como parámetros dados, determinados ya sea por el medio ambiente o por los que toman las decisiones, las cuales deben estimarse y almacenarse en la computadora como datos de entrada o generarlas internamente en la computadora si corresponden a variables estocásticas.

Variables de Estado. Describen la situación de un sistema o de uno de sus componentes, ya sea al comienzo, al final o durante un periodo de tiempo. Estas variables interactúan con las exógenas y las endógenas del sistema, de acuerdo a las relaciones funcionales dispuestas.

El valor que tome durante un periodo particular de tiempo, puede depender no sólo de una o más variables exógenas en determinado periodo precedente, sino además del valor de ciertas variables endógenas de periodos anteriores.

Reloj de la Simulación. Es el contador de tiempo de la simulación, y su función consiste en responder preguntas tales como cuánto tiempo se ha utilizado el modelo en la simulación, y cuánto tiempo en total se quiere que dure esta última. En general, el reloj de simulación se relaciona con la tabla de eventos futuros, pues al cumplirse el tiempo programado para la realización de un evento futuro, éste se convierte en un evento actual.

Relaciones Funcionales

Identidades. Ellas forman las definiciones o declaraciones tautológicas, relativas al comportamiento del sistema por ejemplo la definición de utilidad, definición de activo, pasivo, capital.

Características de Operación. Es una hipótesis, generalmente una ecuación matemática, que relaciona las variables endógenas y de estado del sistema, con las variables exógenas. Ejemplo: funciones de consumo o inversión en una economía.

Correlación. Una correlación es una medida del grado en que dos variables se encuentran relacionadas. Un estudio correlacional puede intentar determinar si individuos con una puntuación alta en una

variable también tiene puntuación alta en una segunda variable y si individuos con una baja puntuación en una variable también tienen baja puntuación en la segunda. Estos resultados indican una relación positiva.

Lenguaje entre organismos generadores de cartografía

Según [11], para el manejo de un lenguaje común entre los organismos generadores de cartografía, es importante entender y cumplir los presentes lineamientos técnicos, a través de las definiciones siguientes:

Cartografía Básica Oficial. Es la cartografía elaborada por el Instituto Geográfico Nacional, sujeta a normas técnicas en la que se representa en forma detallada el paisaje terrestre, cuya edición y publicación constituye un factor fundamental para el desarrollo y defensa nacional. Sirve como base para la elaboración de cartografía temática realizada por otras entidades.

Cartografía Básica escala 1:1000. Es la Cartografía Topográfica de una determinada área, que precisa básicamente la siguiente información: datos altimétricos, límite de manzanas, de predios; vías de comunicación, nomenclatura, rasgos físicos y culturales, toponimia y sistema de coordenadas.

Coordenadas Geográficas. Son los Valores de Latitud y de Longitud que indican la posición horizontal de un punto sobre la superficie de la Tierra en un mapa. Aquí los detallamos:

Latitud (φ). Paralelo de Ecuador

Longitud (λ). Meridiano de Greenwich

Coordenadas UTM. Valores numéricos Norte y Este que permiten representar la posición horizontal de un punto en una Zona de la Proyección. Estos son:

X. Falso Este: 500 000 metros

Y. Falso Norte: 10 000 000 metros

Cuadrícula UTM. Es un sistema de líneas rectas verticales y horizontales espaciadas uniformemente que se intersecan en ángulos rectos.

Elipsoide de Referencia. Figura matemática considerada la mejor aproximación local o global de la forma de la Tierra, siendo sus parámetros:

Semieje mayor a (ecuatorial)

Semieje menor b (polar)

Aplanamiento α

Excentricidad e

Equidistancia entre Curvas de Nivel. Diferencia de valores de altitud establecida entre curvas de nivel sucesivas en un mapa.

Escala. Relación entre una distancia cualquiera medida sobre el mapa o fotografía y la correspondiente medida sobre el terreno.

Escala Numérica. Escala de un mapa expresada como fracción o razón que correlaciona la unidad de distancia en el mapa con la que le corresponde en la misma unidad en el terreno.

Escala Gráfica. Línea graduada, mediante la cual las distancias en el mapa se pueden medir en términos de distancia en el terreno.

Lineamientos. Programa o plan de acción que rige a cualquier institución. De acuerdo a esta aceptación, se trata de un conjunto de medidas, normas y objetivos que deben respetarse dentro de una organización.

Nombres Geográficos. Son los nombres propios con los que se designan a las entidades geográficas (rasgos naturales y culturales del relieve).

Normalización. La Normalización es una actividad colectiva que establece soluciones a situaciones que se repiten. Esta actividad consiste en: la elaboración, difusión y aplicación de las normas técnicas y está encaminada a establecer las características de calidad que debe reunir un producto, proceso o servicio.

Norma Técnica. Documento establecido por consenso y aprobado por un organismo reconocido, que se establece para un uso común y repetitivo. Reglas, directivas o características para actividades, procesos o resultados, con el fin de conseguir un grado óptimo de orden en un contexto dado.

Proyección cartográfica o proyección geográfica. Es un sistema de representación gráfica que establece una relación ordenada entre los puntos de la superficie curva de la Tierra y los de una superficie plana (mapa). Estos puntos se localizan auxiliándose en una red de meridianos y paralelos, en forma de malla.

Precisión. Grado de consistencia entre los valores observados de una determinada magnitud o su repetitividad basada en el grado de discrepancia entre los valores observados.

Red Geodésica. Es el conjunto de puntos, físicamente establecidos mediante marcas, hitos o señales sobre el terreno, comúnmente denominados vértices geodésicos, medidos con gran precisión, que proporcionan las coordenadas geodésicas: Latitud, Longitud y Altitud. Se encuentran enlazados y ajustados a marcos geodésicos nacionales o mundiales, constituyen la infraestructura fundamental para proporcionar alta precisión a la cartografía.

Simbología. Símbolo convencional utilizado para incorporar en la cartografía los rasgos físicos y culturales del terreno que no se puedan representar a escala.

Sistema de coordenadas. Es un conjunto de valores y puntos convencionales que permita unívocamente la posición de cualquier punto (P) de un espacio unidimensional, bidimensional o tridimensional.

GPS: Global Positioning System (Sistema de posicionamiento global).

GNSS: Global navigation satellite systems (Sistema global de navegación por satélite).

Sistema de Proyección Cartográfica

El Sistema de Proyección Cartográfica para la República del Perú es el Sistema Universal Transversa de Mercator (UTM), que es un sistema cilíndrico transverso conforme, secante al globo terráqueo con las características técnicas siguientes: Zonas de proyección del territorio nacional de 6° de longitud cada una:

Zonas 17 con Meridiano central (MC) 81° Oeste

Zonas 18 con Meridiano central (MC) 75° Oeste

Zonas 19 con Meridiano central (MC) 69° Oeste

Unidad de medida: metro

Falso Norte: 10 000 000 metros

Falso Este: 500 000 metros

Factor de escala en el Meridiano Central: 0.9996

Clave: UTM

La figura 2.5 mostró el mapa de coordenadas geográficas del Perú.

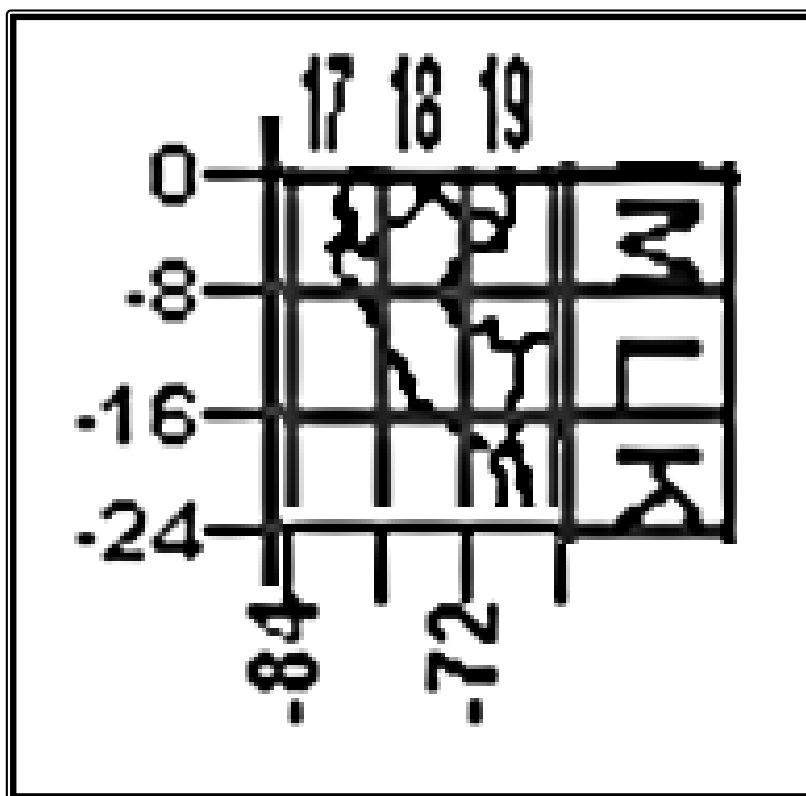


Figura 2.5. Mapa de Coordenadas Geográficas y UTM del Perú

Fuente. [11].

La figura 2.6 mostró la proyección cilíndrica de la Tierra para el huso 30.

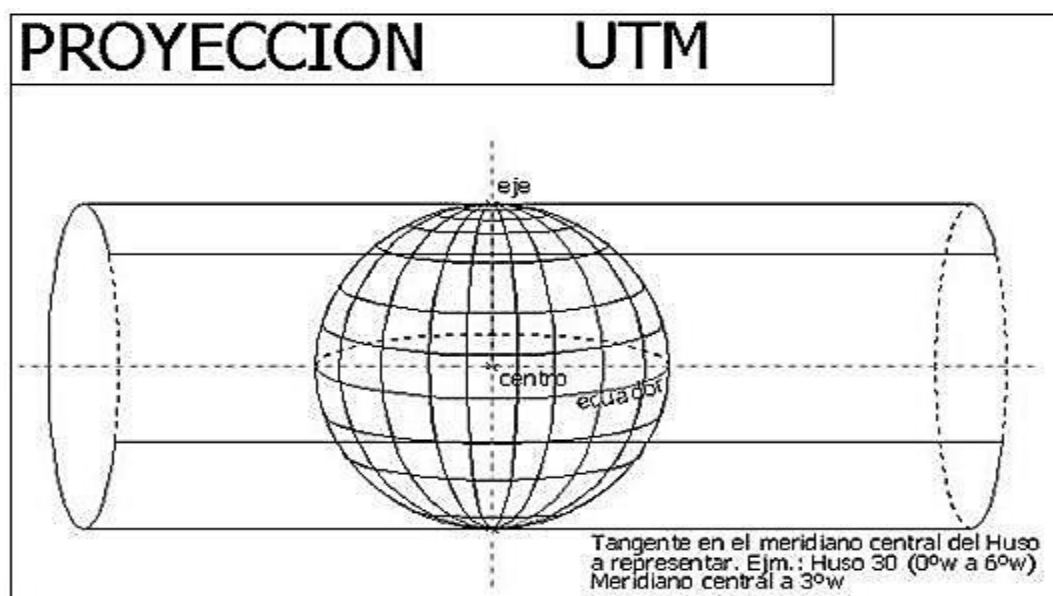


Figura 2.6. Proyección Cilíndrica de la tierra

Fuente. [11].

La figura 2.7 mostró el Mapa de la tierra en proyección transversa de Mercator.

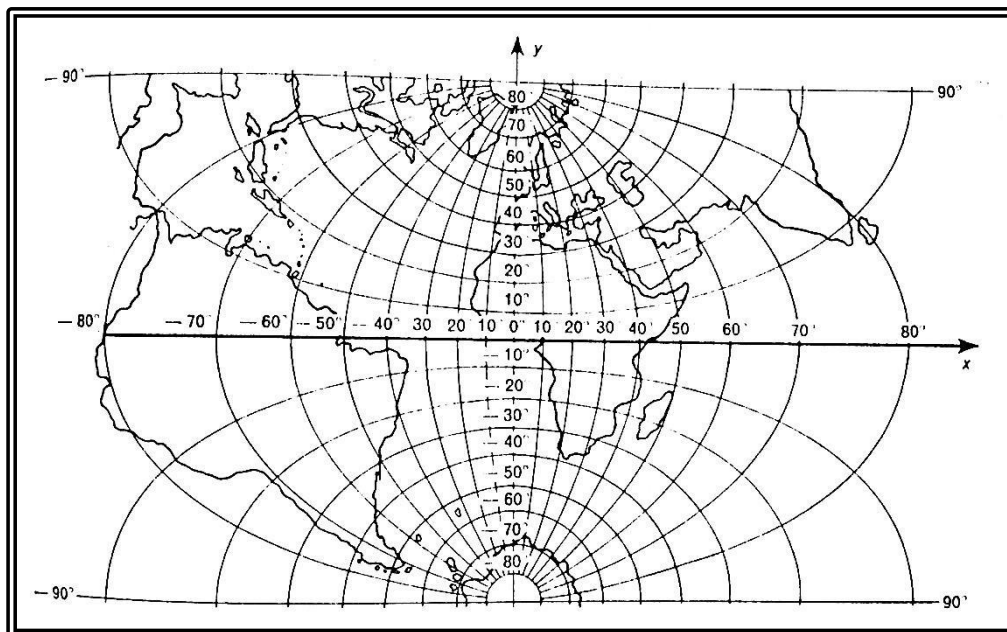


Figura 2.7. Mapa de la tierra en proyección transversa de Mercator, centrado sobre el meridiano 0° y el ecuador

Fuente. [11].

Geometría del huso

Consideremos, a modo de ejemplo, el huso 31, que se extiende desde los 0° a los 6° E. Este huso como, cualquier otro, posee un meridiano denominado central que lo divide en dos partes exactamente iguales. Su longitud será de 3° E. Este meridiano central es el que se utiliza en la proyección UTM del huso.

La proyección UTM, por las razones ya mencionadas, no recoge latitudes superiores a los 84° N y a los 80° S. La primera zona, de letra X, aparece entre los 84° N y los 72° N de latitud, y la última, con la letra C, entre los 72° S y los 80° S.

En la figura 2.8 se ilustra el resultado de proyectar el huso 31 según su meridiano central (3° E). Como se ve, éste lo divide en dos partes iguales.

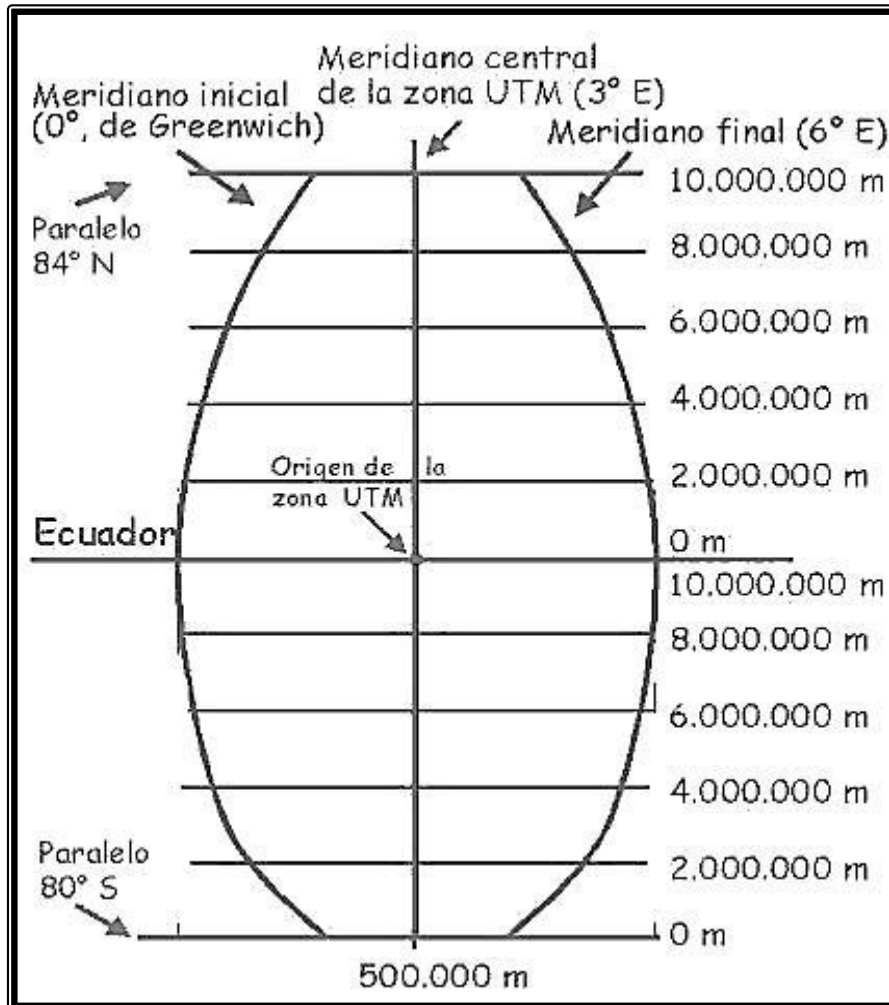


Figura 2.8. Geometría de huso

Fuente. [11].

Esto permite establecer dos ejes cartesianos X e Y sobre el huso, de tal manera que el eje X es el ecuador y el eje Y el meridiano central. Estos ejes cartesianos permiten, pues, determinar puntos sobre el huso haciendo uso de dos coordenadas rectangulares X e Y, que se denominan coordenadas UTM. El origen del sistema de coordenadas UTM se encuentra en la intersección del Ecuador con el meridiano central del huso. Cada huso, pues, posee su propio origen de coordenadas. La idea de las coordenadas UTM es que sus dos

valores X e Y siempre sean positivos. Por ello no se han elegido las coordenadas $X=0$ e $Y=0$ para el origen. Cada zona UTM, expresada por un número de huso (del 1 al 60) y una letra de zona (de la C a la X) como se vio en la figura 2.9, se descompone a su vez en regiones rectangulares de 100 Km de lado, o sea con una superficie de $100 \text{ Km} \times 100 \text{ Km} = 10.000 \text{ Km}^2$. Cada cuadrado de 100 Km de lado se designa mediante una pareja de letras mayúsculas (con excepción de las letras I y O). Esto da lugar a una cuadrícula hectokilométrica (UTM).

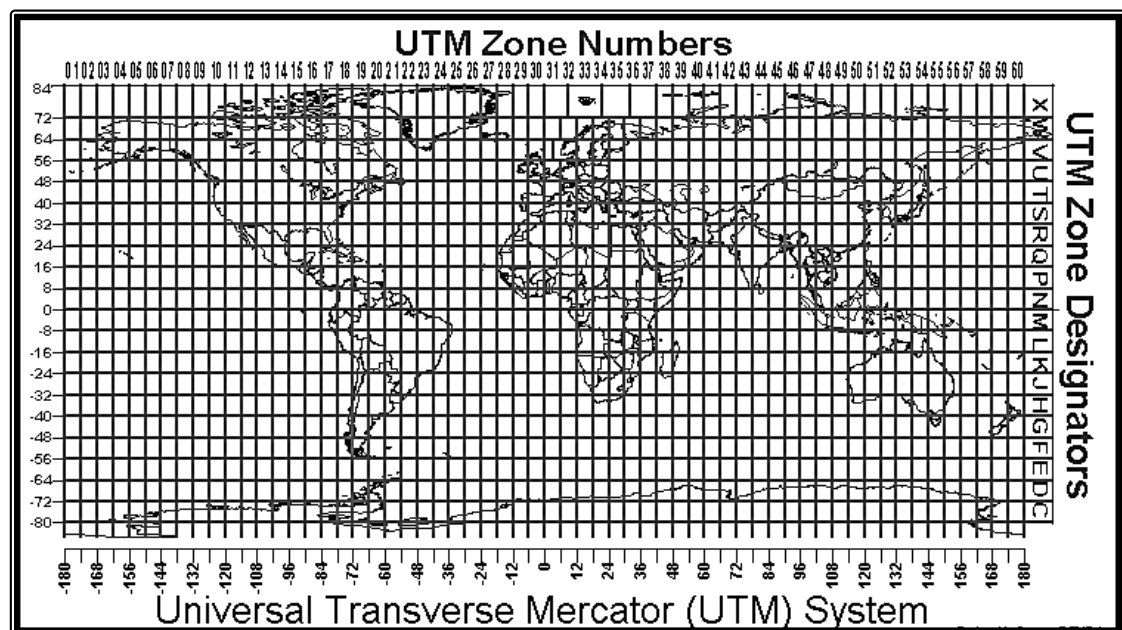


Figura 2.9. Husos y Zonas UTM

Fuente. [11].

CAPITULO III

FORMULACIÓN Y PROCESAMIENTO DEL MODELO

3.1. Hipótesis del estudio

3.1.1. Hipótesis General

La aplicación de simulación y cubrimiento en el sistema de limpieza permitirá determinar si los depósitos de residuos que hay actualmente en el bosque *El Olivar* de San Isidro, son suficientes.

3.1.2. Hipótesis Especificas

1. Mediante la técnica de simulación será posible determinar que la cantidad adecuada de los depósitos de residuos, para personas y mascotas, depende de la cantidad de residuos que ingresan al bosque *El Olivar* de San Isidro.
2. Mediante la técnica de cubrimiento será posible determinar que la localización adecuada de los depósitos de residuos, para personas y mascotas, depende del lugar del bosque *El Olivar* de San Isidro por donde ingresen los usuarios a depositar los residuos.

3.2. Estrategias de Estudio

En el modelo desarrollado de simulación, se experimentaron las siguientes estrategias de estudio, que nos ayudaron a encontrar la solución al problema:

1. Registrar la generación de residuos de cada tipo en el bosque durante julio del 2009 hasta junio de 2012.
2. Tratar estadísticamente los datos para convertirlos en información.
3. Obtener el modelo de inventario de acuerdo a la distribución de densidad de probabilidad.
4. Simular el sistema de generación de desperdicios.

En el modelo desarrollado de localización, se experimentaron las siguientes estrategias de estudio, que nos ayudaron a encontrar la solución al problema:

1. Hallar las coordenadas geográficas y UTM de todos los depósitos del bosque.
2. Hallar las distancias entre depósitos en metros por tipo.
3. Aplicar el modelo de localización de cubrimiento total.

3.3. Medidas de Efectividad

Mínimo de la máxima distancia total recorrida entre los depósitos y las entradas del bosque.

3.4. Variables del Estudio

Las variables del sistema en estudio son las siguientes:

3.4.1. Variables Independientes

Variables que interactúan en el sistema directamente:

- Cantidad de desperdicios derivados de tiendas de los alrededores y de dentro del bosque y que los usuarios arrojan.
- Cantidad de desperdicios producto de la naturaleza del bosque (hojas, flores marchitas o arrancadas y polvo).
- Cantidad de veces que los usuarios arrojan residuos al bosque en tres días.

3.4.2. Variables Dependientes

Variables que interactúan en el sistema como consecuencia de un proceso o de la experiencia:

- Cantidad de depósitos de residuos de cada tipo.
- Coordenada de localización del depósito de residuos h_{ki} y de las entradas al bosque h_e .
- Cantidad promedio de desperdicios que entran al bosque en 3 días.

3.4.3. Variables de estado

Información del sistema (Periodo: 3 días en 36 meses son 360 periodos):

- Número de arribos de usuarios al bosque.

- Cantidad de kilogramos de desperdicios acumulados en el bosque.
- Tiempo simulado.

3.4.4. Parámetros

- Cantidad promedio de desperdicios por tipo, en el bosque en periodos de tres días x ; donde $x = 1, \dots, 360$
- Promedio de m periodos de tres días estudiados (donde $m = 5000$).
- Distancia mínima entre los usuarios del bosque y los depósitos según la coordenada de entrada de estos al mismo. También entre cada depósito.

3.5. Diseño de la investigación

En nuestro país no todas las organizaciones funcionan desde el punto vista de sistemas, como es el caso del bosque *El Olivar* de San Isidro. Se delimitó el ambiente de trabajo definiendo la estructura que sirvió cuando para se levantó la información para la simulación y la localización, pero es la Teoría de Sistemas la que facilitó este proceso de sistematización. De acuerdo a las normas establecidas por la Municipalidad de San Isidro se levantó información en el sistema del Bosque *El Olivar* en periodos de tres días para el ingreso de residuos y también se fue para tomar las coordenadas de los depósitos y las entradas. Este levantamiento se realizó teniendo en consideración las entidades del sistema que a continuación se mencionan en la tabla 3.1. Estos subsistemas interactúan. Para fines de estudio suponemos que en un momento t existen n usuarios del bosque *El Olivar* que depositan un desperdicio que tiene un peso g (variable continua) en un depósito de residuos, en el piso o en un área verde. En el tiempo inicial $t = 0$ no hay desperdicios dentro del bosque. No se consideran colas al momento de depositar los desperdicios.

Tabla 3.1. Entidades del Sistema de limpieza del Bosque

SUBSISTEMA	ENTIDAD	ATRIBUTO	ACTIVIDAD
Limpieza	Encargados	Capacidad de recojo.	Recoger los desperdicios.
	Depósitos	Capacidad de recojo (12 kg.) Coordenada de localización h_{ki}	Recibir los desperdicios en su coordenada de ubicación.
Usuario	Personas o mascotas	Cantidad Coordenada de entrada al bosque.	Personas o mascotas que compran elementos que generan desperdicios

Fuente. Elaboración propia.

Las cantidades de desperdicios se registran en periodos de tres días para cada tipo de depósito de residuos, para personas o mascotas. Para fines del estudio se consideraron los pesos de los desperdicios en los depósitos que fueran depositados aunque estos no pertenezcan al tipo de depósito de residuos respectivo. Por ejemplo: Si se colocó en el depósito de residuos de mascotas una botella de plástico, esta se contó para el peso de los depósitos para desperdicios de mascotas. Los días críticos de ingreso de residuos al bosque son: jueves, viernes, sábado y domingo porque hay mayor afluencia de público, sobre todo niños que vienen a jugar en el bosque los fines de semana. En la simulación no se tomaron en cuenta los factores imprevistos o producto de un error. Por ejemplo el hecho de que no se haya recogido todos los desperdicios del bosque afectando así los datos del estudio. Es por ello que se utiliza la distribución de probabilidad continua Beta que se ajusta al modelo. Por una cuestión de criterio se eligieron los intervalos de tres días para efectuar de una manera más rápida los cálculos del modelo de pronóstico.

Para los modelos de localización de *cubrimiento total* y *parcial* se consideró que los depósitos tienen que estar ubicados a una distancia d_{kj} (distancia entre depósitos). Donde $k = 1,2$; es el tipo de depósitos (personas o mascotas), $j = 1, \dots, 50$ para personas, $j = 1, \dots, 16$ para mascotas. Y para elaborar el modelo de *cubrimiento total*, que es una heurística que se utiliza para abarcar todos los espacios de un lugar

determinado, utilizando para ello un modelo de programación lineal con restricciones basadas en la condición de distancia entre depósitos, dada en este caso por el tesista en base al tamaño de bosque y la cantidad de depósitos de residuos adecuada que se obtuvo en la simulación. Las coordenadas de localización que se propusieron de los depósitos h_{ki} fueron producto de la observación del sistema y del criterio que se utilizó para su ubicación de acuerdo al modelo. Para el modelo de *cobrimiento parcial* (que es una heurística que se utiliza para abarcar todos los espacios de un lugar determinado, utilizando para ello solo un número limitado de depósitos k) para los dos tipos de depósitos se supuso que *siempre una persona y/o mascota* ingresa en el tiempo $t = 0$ por la coordenada h_e de ingreso (donde $e = 1, \dots, 124$; donde e es el número de que denomina el orden de la entrada al bosque). El número de usuarios por entrada es 1 ya sea si vive dentro o fuera del bosque, puesto que solo se va a calcular la distancia entre un depósito y una entrada. Se supuso que el usuario siempre ingresa al sistema por el mismo lugar.

Construcción del modelo en Promodel

Se definieron las variables y si cuentan con un icono para ser mostradas como se mostró en la tabla 3.2.

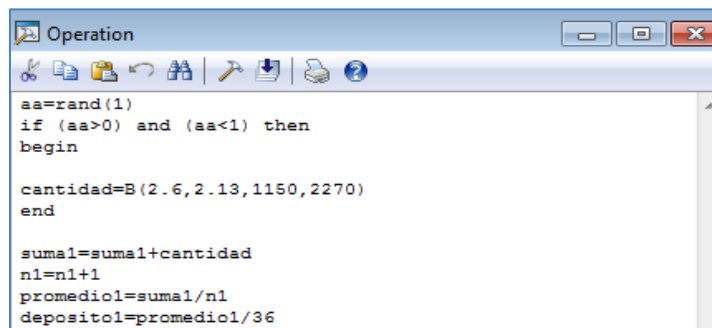
Para crear nuestro programa, primero se hicieron tres entidades.

La primera se denominó *personas* (para simular el número de depósitos de residuos que arrojan personas con cinco mil ocurrencias en una corrida) que tuvo como operación el pseudocódigo que se mostró en la figura 3.1.

Tabla 3.2. Variables con icono y tipo para simular el sistema de limpieza del bosque

Variables	Con Icono	Tipo
Aa	No	Número Real
Bb	No	Número Real
Cantidad	Si	Número Entero
cantidad1	Si	Número Entero
suma1	Si	Número Entero
suma2	Si	Número Entero
promedio1	Si	Número Real
promedio2	Si	Número Real
n1	No	Número Entero
n2	No	Número Entero
deposito1	Si	Número Entero
deposito2	Si	Número Entero

Nota: Promodel 7.1 con elaboración propia.



```

aa=rand(1)
if (aa>0) and (aa<1) then
begin

cantidad=B(2.6,2.13,1150,2270)
end

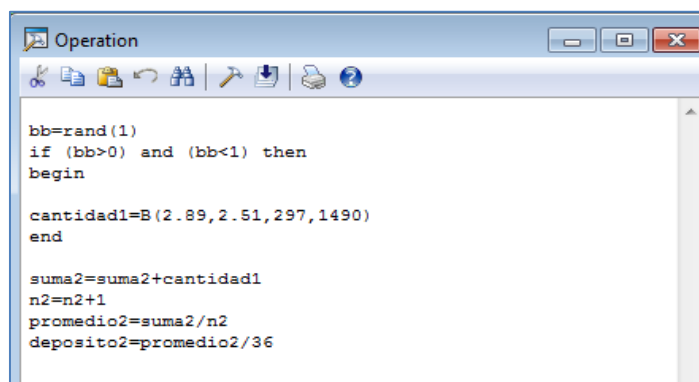
suma1=suma1+cantidad
n1=n1+1
promedio1=suma1/n1
deposito1=promedio1/36

```

Figura 3.1. Pseudocódigo para la operación de la primera entidad denominada *personas*

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

La segunda *denominó* mascotas (para simular el número de depósitos de desperdicios de mascotas con cinco mil ocurrencias en una corrida) que tuvo como operación el pseudocódigo que se mostró en la figura 3.2.



```

bb=rand(1)
if (bb>0) and (bb<1) then
begin

cantidad1=B(2.89,2.51,297,1490)
end

suma2=suma2+cantidad1
n2=n2+1
promedio2=suma2/n2
deposito2=promedio2/36

```

Figura 3.2. Pseudocódigo para la operación de la segunda entidad denominada *mascotas*

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

La tercera se denominó ALL que sólo se utilizó para fines prácticos del modelo y no tiene operaciones.

El modelo quedó como podemos ver en la figura 3.3.

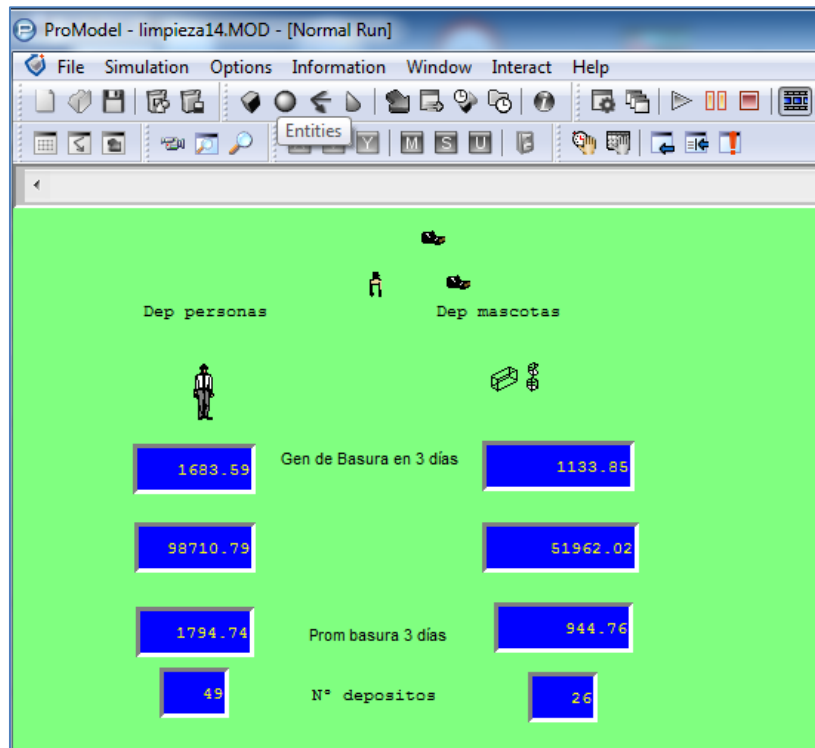


Figura 3.3. Modelo de simulación del sistema de limpieza del bosque

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia

3.6. Técnica de recolección de datos

El método para la recolección de los datos fue el de la observación.

Para lo cual se necesitó registrar:

- Periodo de registro (entre que días y el mes en el cual se está haciendo la recolección).
- Cantidad de desperdicios de cada tipo.
- Coordenada de localización del depósito de residuos de cada tipo h_{ki} .
- Coordenada de localización de las entradas al bosque h_e .

Muestra representativa

- Desperdicios recogidos por la Empresa Relima dentro del bosque en 36 meses (Julio de 2009 a Junio de 2012).

La estructura a considerar en el proceso de simulación:

- Sistema de Limpieza del bosque *El Olivar* de San Isidro.

Los tiempos son periodos de tres días durante 36 meses para cada tipo de desperdicios. En la tabla 3.3 se mostró el registro del ingreso de desperdicios que botan personas al bosque El Olivar durante los 4 últimos meses del año 2009

Tabla 3.3. Registro de la generación de residuos que arrojan las personas al bosque *El Olivar* durante los 4 últimos meses del año 2009

MES: SEPTIEMBRE			MES: OCTUBRE		
DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS	DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS
1	3	1575.52	1	3	1940.57
4	6	1968.47	4	6	1570.12
6	9	1377.08	6	9	1795.23
10	12	1983.74	10	12	1700.36
13	15	1570.40	13	15	1557.36
16	18	1787.84	16	18	1950.99
19	21	1738.64	19	21	1360.55
22	24	1553.26	22	24	1956.78
25	27	1953.57	25	27	1553.98
28	30	1325.10	28	30	1758.82
MES: NOVIEMBRE			MES: DICIEMBRE		
DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS	DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS
1	3	1572.52	1	3	1730.12
4	6	1703.85	4	6	2196.52
6	9	1762.32	6	9	1584.37
10	12	1569.92	10	12	2182.72
13	15	1980.23	13	15	1701.77
16	18	1358.44	16	18	1901.03
19	21	1975.30	19	21	1989.02
22	24	1600.63	22	24	1792.74
25	27	1746.81	25	27	2189.50
28	30	1791.75	28	30	1485.19

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en el mes de Septiembre del año 2009 del día 1 al día 3, se registró que en el bosque hay 1575.52 kilogramos de residuos desechados por las personas.

En la tabla 3.4 se mostró el registro del ingreso de desperdicios de mascotas al bosque El Olivar durante los 4 primeros meses del año 2012.

Tabla 3.4. Registro del ingreso de desperdicios, generados por las mascotas, al bosque durante los 4 primeros meses del año 2012

MES: ENERO			MES: FEBRERO		
DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS	DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS
1	3	868.82	1	3	1090.44
4	6	1052.12	4	6	1062.08
6	9	1196.51	6	9	888.92
10	12	825.47	10	12	1350.74
13	15	1236.91	13	15	735.49
16	18	669.68	16	18	1344.42
19	21	1322.37	19	21	982.70
22	24	869.42	22	24	1061.66
25	27	1126.42	25	27	1189.93
28	30	1046.33	28	30	850.04
MES: MARZO			MES: ABRIL		
DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS	DEL	AL	CANTIDAD EN KILOGRAMOS
1	3	1223.22	1	3	694.59
4	6	986.66	4	6	938.71
6	9	1023.66	6	9	816.51
10	12	1122.68	10	12	614.44
13	15	888.08	13	15	1078.44
16	18	1369.48	16	18	512.24
19	21	613.58	19	21	1131.62
22	24	1369.78	22	24	697.34
25	27	961.87	25	27	879.69
28	30	1195.91	28	30	973.93

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en el mes de Enero del año 2012 del día 1 al día 3, se registró que en el bosque hay 868.82 kilogramos de desechos generados por las mascotas.

Para la localización de los depósitos de residuos de personas, mascotas y de las entradas al bosque se utilizó la ayuda de un localizador de coordenadas GPS, con el que se pudo obtener un resultado aceptable que se presenta en las tablas 3.5, 3.6 y 3.7. Este localizador se colocó en cada depósito y entrada, esperando alrededor de 10 minutos por cada lugar para que el GPS nos diera la ubicación solicitada.

Tabla 3.5. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de 50 depósitos de residuos que arrojan las personas

Depósito de residuos N°	PERSONAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
1.1	-77.0351058700269	-12.09739974576980	278497.3081624910	8661851.372292060
1.2	-77.0345891093172	-12.09751000413770	278553.6653945000	8661839.591959680
1.3	-77.0341456222793	-12.09749056789180	278601.9375091090	8661842.101921040
1.4	-77.0338620156891	-12.09829793359730	278633.4822571230	8661753.002543990
1.5	-77.0344341642337	-12.09762304903290	278570.6293706210	8661827.209953310
1.6	-77.0347320313509	-12.09795957648760	278538.4740133300	8661789.734116020
1.7	-77.0346054982549	-12.09904889408560	278553.1486991810	8661669.311470530
1.8	-77.0348377828555	-12.09823078795610	278527.1829606710	8661759.640756410
1.9	-77.0347312823254	-12.09844009689340	278538.9514567680	8661736.568562110
1.10	-77.0347982731433	-12.09872207128640	278529.5998136150	8661687.296380150
1.11	-77.0347522673746	-12.09910118318220	278537.2112345000	8661663.407053920
1.12	-77.0347975498057	-12.09941539153160	278532.5396819030	8661628.605417120
1.13	-77.0351663468279	-12.09942592511550	278492.3929719380	8661627.140877890
1.14	-77.0352038226232	-12.09945099370660	278488.3331888750	8661624.336822080
1.15	-77.0347045395896	-12.10010950445230	278543.2387532360	8661551.882176030
1.16	-77.0349913763904	-12.10023537849060	278512.1111798010	8661537.722501180
1.17	-77.0352139979751	-12.10032078982210	278492.5194346880	8661518.244647310
1.18	-77.0351058700269	-12.09739974576980	278497.3081624910	8661851.372292060
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.33	-77.0352738393438	-12.10229781236900	278483.8991638920	8661292.084064620
1.34	-77.0352044104341	-12.10264901354850	278490.9051733130	8661270.498063880
1.35	-77.0353601885954	-12.10327834660880	278474.4627749750	8661200.740419010
1.36	-77.0358173093081	-12.10321387585420	278424.6380493050	8661207.502735400
1.37	-77.0359116386762	-12.10330916568030	278414.4459953950	8661196.883032830
1.38	-77.0353198727321	-12.10364510338300	278479.1547661650	8661160.194075950
1.39	-77.0353262074495	-12.10391710814400	278478.6893044710	8661130.093525670
1.40	-77.0354981793026	-12.10438820604520	278460.3534185870	8661077.830317850
1.41	-77.0348091960337	-12.10388617697350	278534.9561506530	8661133.935271140
1.42	-77.0348124595756	-12.10382465055060	278534.5501000230	8661140.740087210
1.43	-77.0347168109317	-12.10379112795700	278544.9367211790	8661144.526708480
1.44	-77.0346883885737	-12.10366259149730	278547.9254128900	8661158.771410580
1.45	-77.0346426871452	-12.10349558319600	278552.7637524780	8661177.286762810
1.46	-77.0332185195977	-12.10185750043000	278710.1734909130	8661365.156163860
1.47	-77.0330919014226	-12.10170394572860	278720.1384520510	8661376.775865030
1.48	-77.0352905258098	-12.10170260069750	278480.7486717690	8661375.142104850
1.49	-77.0353701317406	-12.10314723087290	278473.2720591050	8661215.239384110
1.50	-77.0356981006675	-12.10160832112060	278436.2937010580	8661385.242815200

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 1.2 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 1.2 de residuos que arrojan las personas está ubicado a 77.0345891093172° de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a 12.0975100041377° de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a 278553.665394500 metros al este y a 8661839.59195968 al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

Tabla 3.6. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de los 16 depósitos de desechos que generan las mascotas

Depósito de residuos N°	MASCOTAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
2.1	-77.0358103578231	-12.1048399678129	278419.356138918	8661023.42066265
2.2	-77.0342462512967	-12.1048939806255	278597.080235709	8661022.88553259
2.3	-77.0342247437642	-12.1041445330667	278598.804358928	8661105.82401961
2.4	-77.0351515411883	-12.1041515258402	278497.900278030	8661104.29857271
2.5	-77.0357034596820	-12.1040515522687	278437.724839315	8661114.91211021
2.6	-77.0357108326929	-12.1035769343955	278433.459419420	8661171.18661588
2.7	-77.0355320913677	-12.1026816266647	278455.253899581	8661266.62380478
2.8	-77.0356129196604	-12.1024664334176	278446.275818236	8661290.36784099
2.9	-77.0350082305975	-12.1025451097755	278512.179742449	8661282.15342155
2.10	-77.0351161016797	-12.1028096073296	278500.652682971	8661252.80113414
2.11	-77.0346262461565	-12.1028311705328	278554.006269736	8661250.81264593
2.12	-77.0346436170762	-12.1025166185058	278551.855678083	8661285.60150775
2.13	-77.0351946439857	-12.1006733387409	278490.340017210	8661489.10044086
2.14	-77.0352807246585	-12.1001701909974	278480.552699303	8661544.70035901
2.15	-77.0345736251281	-12.1001049646010	278557.489213371	8661552.49063003
2.16	-77.0336876342353	-12.1001571485154	278654.027026737	8661546.88437884

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 2.1 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 2.1 de residuos que generan las mascotas está ubicado a 77.0358103578231° de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a 12.1048399678129° de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a 278419.356138918 metros al este y a 8661023.42066265 al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

3.7. Tratamiento Estadístico de la Información

Para el tratamiento estadístico de la información se trabajó con los registros del ingreso de desperdicios de personas y mascotas al bosque *El Olivar* durante los 36 meses, lo que se hizo es el conteo de las repeticiones entre los $n = 360$ datos obtenidos de los ingresos de residuos de cada tipo con el fin de que al momento en que se simuló el ingreso de la desperdicios, este sea lo más acertado posible, por ello se hicieron las pruebas de χ^2 , Kolmogorov – Smirnov y Anderson – Darling para ver de qué tipo de distribución continua provienen. Estas pruebas vienen incluidas en el paquete promodel, herramienta *Stat: Fit*, se hicieron y se mostraron en las figuras 3.4 y 3.5.

Tabla 3.7. Registro de las coordenadas geográficas y su equivalente en metros de las ubicaciones de 124 entradas al bosque

ENTRADA				
Nº	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
1	-77.036215540956	-12.10525511724560	278382.962122415	8660981.33043196
2	-77.036221245151	-12.10505361767410	278382.174824921	8661003.62032266
3	-77.036206439663	-12.10410296811380	278383.002654303	8661108.81507648
4	-77.036252017210	-12.10455980850680	278378.417007147	8661058.23187997
5	-77.0361970008126	-12.10447383144960	278384.336275199	8661067.78930105
6	-77.036262085640	-12.10436411321080	278431.749076443	8661190.85547272
7	-77.035849024221	-12.10222633212700	278420.370552670	8661316.74177989
8	-77.035806899516	-12.10168397936710	278424.509929791	8661376.78348402
9	-77.035700408017	-12.10101732302340	278430.512746448	8661460.21515833
10	-77.035658800425	-12.10106801810590	278440.127302376	8661445.05542626
11	-77.035597803035	-12.10016635397010	278446.025467640	8661544.86769403
12	-77.035223811466	-12.09882980800650	278485.644820683	8661693.05040807
13	-77.035153868433	-12.09848110968690	278492.973028473	8661731.68812740
14	-77.034956577390	-12.09807234851860	278514.117759004	8661777.07463160
15	-77.0349018934818	-12.09783348936260	278519.875084824	8661803.54703817
16	-77.034439695437	-12.09746945149370	278569.900597958	8661844.19994010
17	-77.0341521642341	-12.09751584128200	278601.246017557	8661839.30029926
18	-77.033926647974	-12.09757364072130	278625.848458104	8661833.08797470
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
105	-77.034337829262	-12.09961392124630	278582.758553324	8661607.01225141
106	-77.034815655906	-12.10047514302970	278531.441512612	8661511.33675999
107	-77.034506684050	-12.09964669389730	278564.400311006	8661603.24929536
108	-77.034505731412	-12.09934486677990	278564.255370316	8661636.64508742
109	-77.034944983946	-12.09875723025730	278515.944408149	8661701.30673440
110	-77.034862779756	-12.09911120678680	278525.186661760	8661662.20840412
111	-77.035025725097	-12.09908857248390	278507.426160644	8661664.58059556
112	-77.034512292096	-12.09878170341070	278563.077071966	8661698.94978055
113	-77.034655805480	-12.09827546850490	278547.033932534	8661754.84471438
114	-77.034692857390	-12.09872611142600	278543.370901088	8661704.95424455
115	-77.034318714413	-12.09818136729590	278583.659746621	8661765.52961098
116	-77.0343313446522	-12.09814806253310	278582.257100547	8661769.20430689
117	-77.033597669406	-12.09772838329680	278661.795964821	8661816.23340625
118	-77.033597376258	-12.09764513152130	278661.759335912	8661825.44485367
119	-77.033777753047	-12.09801821581620	278642.426639115	8661784.01959480
120	-77.034784536174	-12.09755499122730	278532.423824709	8661834.45602535
121	-77.034658322679	-12.09793248040420	278546.477287429	8661792.79186275
122	-77.0343987892146	-12.09801485442980	278574.803835982	8661783.88816047
123	-77.034143489763	-12.09779271410500	278602.418550109	8661808.67333483
124	-77.0341980711196	-12.09778940759820	278596.472861301	8661808.99493711

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 3 se interpreta de la siguiente manera: La entrada Nº 3 al bosque está ubicada a 77.0362064396633° de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a 12.1041029681138° de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a 278383.002654303 metros al este y a 8661108.81507648 al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

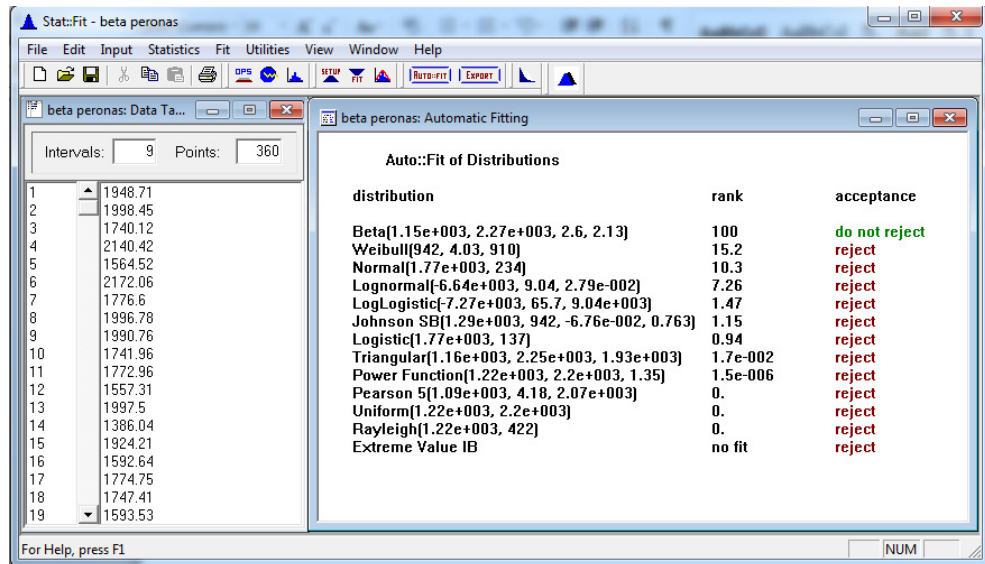


Figura 3.4. Prueba de bondad de ajuste para residuos que arrojan las personas

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

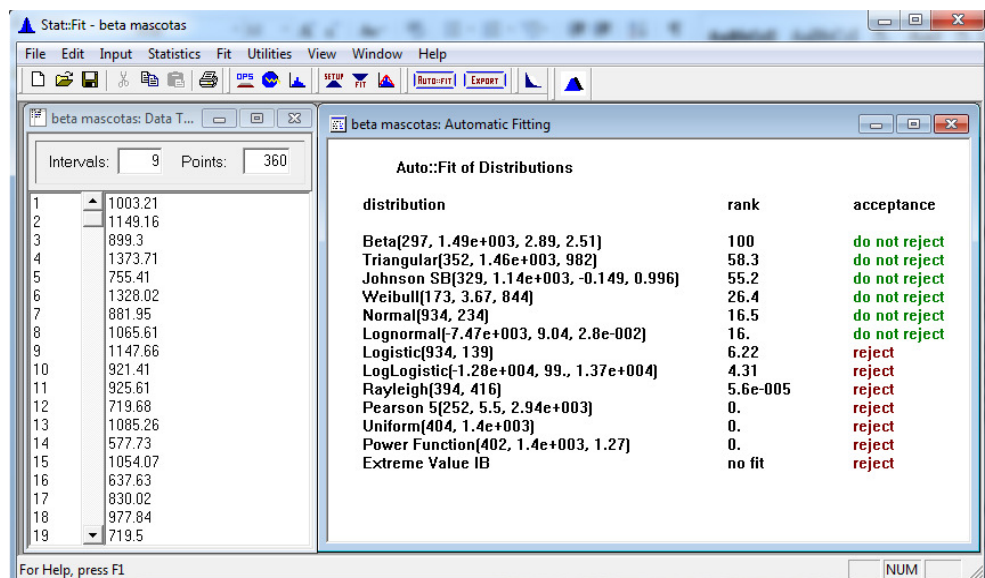


Figura 3.5. Prueba de bondad de ajuste para residuos que generan las mascotas

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

Y los resultados de las pruebas de bondad de ajuste fueron que los dos tipos de registros de residuos provienen de una distribución de probabilidad $Beta(2.6, 2.13, 1150, 2270)$ para personas y $Beta(2.89, 2.51, 297, 1490)$ para mascotas.

3.8. Desarrollo del Modelo y Experimentación

El desarrollo completo del modelo se presentó en el diagrama de flujo de la figura 3.6.

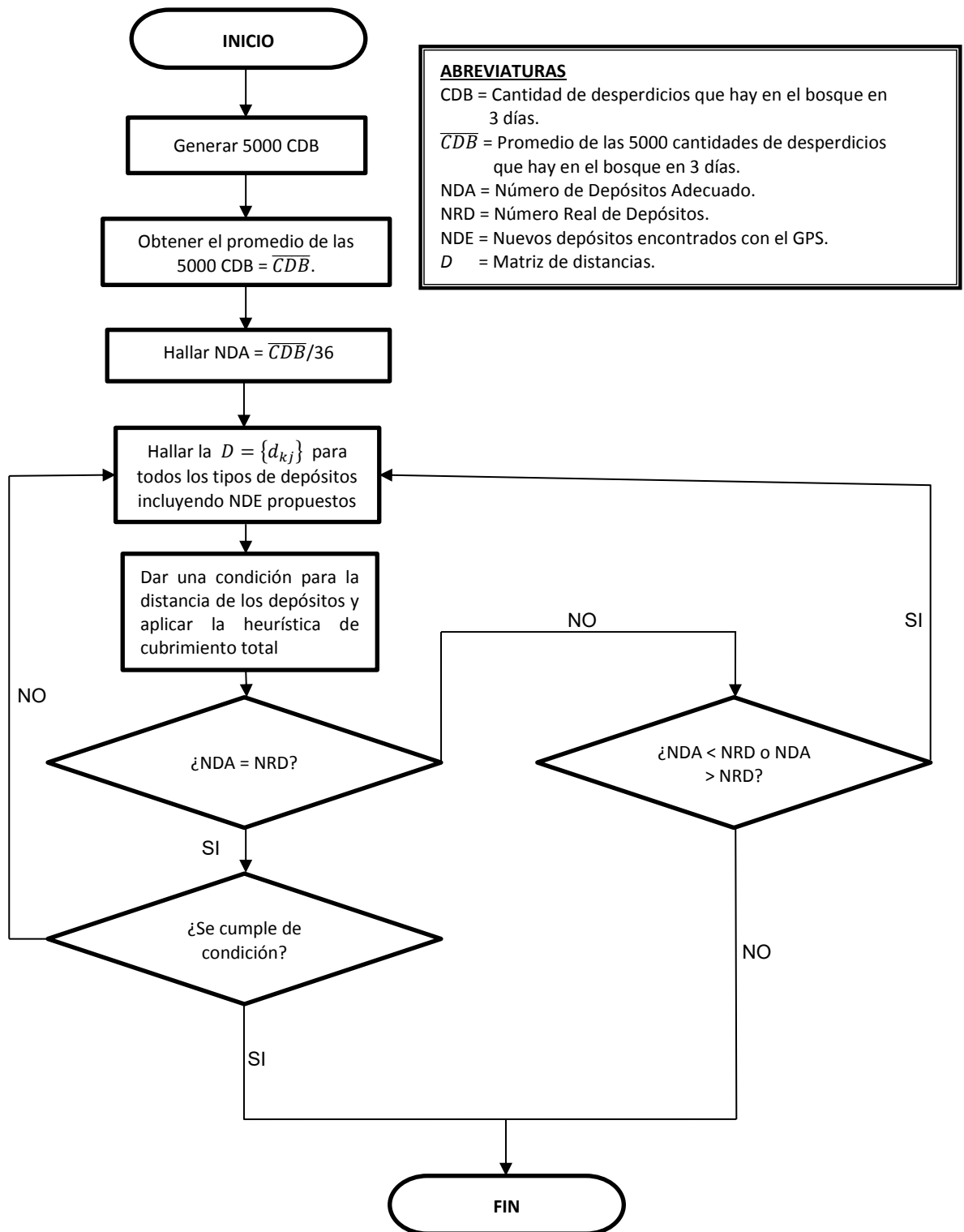


Figura 3.6. Diagrama de flujo del desarrollo completo del modelo

Fuente. Elaboración propia.

Desarrollamos primero la simulación, teniendo en cuenta los factores antes mencionados sobre el sistema de limpieza del bosque tenemos:

1. Subsistema de usuarios al bosque

- Generar el tipo de usuario.
- Generar llegada.
- Generar arrojado de elementos que generan desperdicios dentro del bosque.
- Generar salida del usuario.

2. Subsistema de limpieza

- Almacenar los desperdicios
- Retirar los desperdicios en periodos de tres días

Condiciones iniciales para el proceso de simulación

1. La simulación se inició en el tiempo $t = 0$
2. Los cálculos de los pesos de los desperdicios se hicieron en kilogramos.
3. Los cálculos se hicieron de acuerdo al modelo de inventario con demanda continua elaborado con las observaciones reales que se muestran en las tablas 3.3 y 3.4 (no es necesario obtener los valores de C , H y V puesto que el cociente que dan estos números con la fórmula del modelo para ver la frecuencia relativa acumulada de la cantidad óptima $(V - C) / (V + H)$ es equivalente al número aleatorio generado por el computador en Promodel pues esta entre cero y uno).
4. Inicio de la simulación:
 - Subsistema de usuarios al bosque (se inició con 0 usuarios).
 - Subsistema de limpieza (se inició con 0 desperdicios).
5. Se inició los contadores de la cantidad de periodos simulados
6. El número total de corridas de simulación es 5000

7. Se mostró el peso promedio final después de haber simulado *cinco mil* periodos de 3 días.
8. El número de depósitos se obtuvo dividiendo el promedio final entre 36 (Capacidad del depósito de residuos (12) x Intervalo de días (3)).

Mediante el uso del Promodel se generan los valores de la variable aleatoria peso de las funciones de densidad de probabilidad para el ingreso de desperdicios que arrojan las personas y generan las mascotas, las cuales son:

Personas:

$$f(D) = \frac{1}{B_e(2.6,2.13)} \frac{(D-1150)^{1.6}(2270-D)^{1.13}}{1120^{3.73}}; \quad 1150 \leq D \leq 2270$$

Mascotas:

$$f(D) = \frac{1}{B_e(2.89,2.51)} \frac{(D-297)^{1.89}(1490-D)^{1.51}}{1193^{4.4}}; \quad 297 \leq D \leq 1490$$

Luego se aplicó el método de aceptación y rechazo, haciendo uso de las distribuciones de probabilidad Beta mostradas en las figuras 3.7 y 3.8. De acuerdo con el modelo de inventario para hallar la cantidad adecuada se necesita de la siguiente formula $(V - C) / (V + H)$ que resulta un valor entre 0 y 1, se obtuvo este con el proceso de generación de las variables aleatorias aplicando el método de aceptación y rechazo con el software Promodel durante 5000 entradas para cada tipo de residuo, hallándose el número de depósitos adecuado en ese periodo que se muestra en la figura 3.9. Se obtuvo al final de la simulación 49 depósitos de personas y 26 depósitos de mascotas.

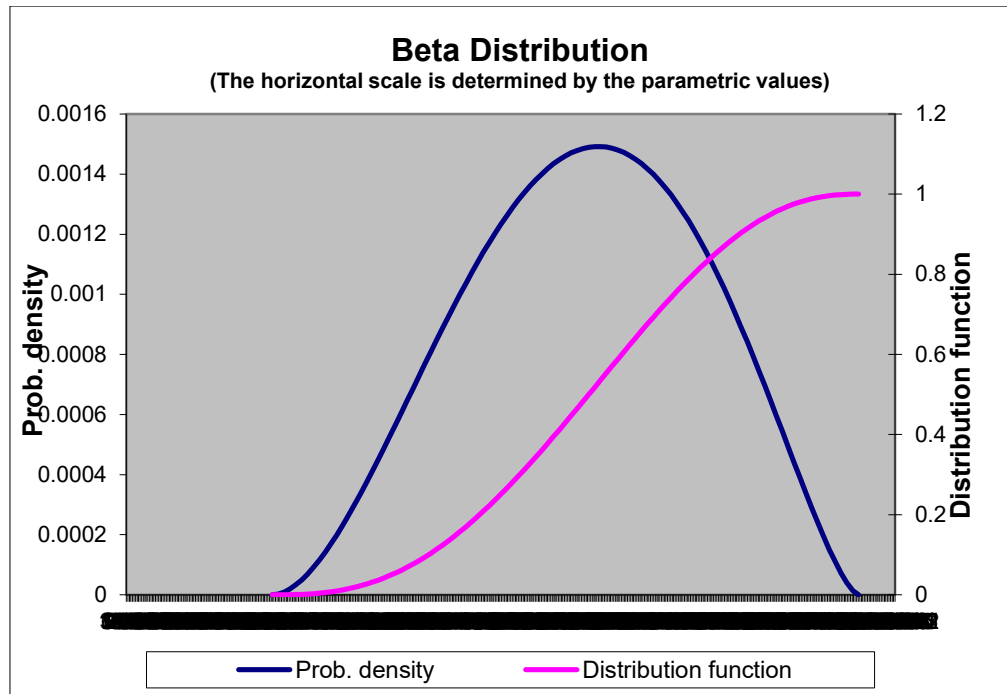


Figura 3.7. Gráfica de la Distribución Beta (2.6, 2.13, 1150, 2270) para residuos que arrojan las personas

Fuente. Elaboración propia.

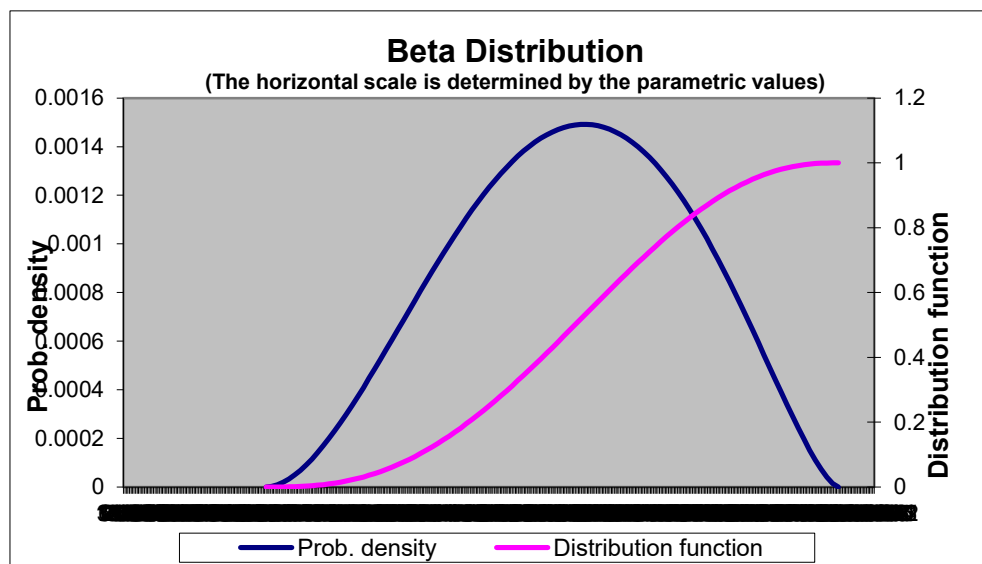


Figura 3.8. Gráfica de la Distribución Beta (2.89, 2.51, 297, 1490) para residuos generados por las mascotas

Fuente. Elaboración propia.

limpieza14.MOD (Normal Run - Rep. 1)						
Name	Total Changes	Avg Time Per Change (MIN)	Minimum Value	Maximum Value	Current Value	Avg Value
aa	5000,00	1,00	0,00	1,00	0,14	0,32
bb	5000,00	1,00	0,00	1,00	0,86	0,68
cantidad	5000,00	1,00	0,00	2264,98	1433,22	1597,04
cantidad1	5000,00	1,00	0,00	1475,60	1326,34	1130,64
suma1	5000,00	1,00	0,00	8805885,49	8805885,49	6605793,68
suma2	5000,00	1,00	0,00	4675883,43	4675883,43	3505678,47
promedio1	5000,00	1,00	0,00	1967,61	1761,18	1762,37
promedio2	5000,00	1,00	0,00	1010,34	935,18	934,11
n1	5000,00	1,00	0,00	5000,00	5000,00	3749,88
n2	5000,00	1,00	0,00	5000,00	5000,00	3749,88
Deposito1	5000,00	1,00	0,00	54,00	48,00	48,08
Deposito2	5000,00	1,00	0,00	28,00	25,00	25,05

Figura 3.9. Resultados de la Simulación realizada para hallar el número adecuado de depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas del bosque

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

A continuación se presenta la aplicación del modelo de cubrimiento para la reubicación de depósitos:

Modelo de cubrimiento total para personas (NDA=49 < NRD=50) y mascotas (NDA=26 > NRD=16)

Definición de Variables

Se definió la variable x_{kj} dónde:

$$x_{kj} = \begin{cases} 1, & \text{si un depósito de tipo } k \text{ se localiza en el lugar } j \\ 0, & \text{de otra manera} \end{cases}$$

$$\forall k = 1; j = 1, \dots, 66$$

$$k = 2; j = 1, \dots, 29$$

Con esta definición se halló la matriz simétrica de distancias $D_0 = \{d_{kj}\}$ (tabla 3.8) entre los depósitos de personas ($k=1$) y mascotas ($k=2$) más los depósitos propuestos a implementar, encontrados con el GPS, que en un análisis previo de la matriz de distancias se

definieron como 16 para personas y 13 para mascotas, los cuales se muestran en las tablas 3.9 y 3.10.

Función Objetivo

Minimizar la cantidad de depósitos para cubrir todos los espacios del bosque.

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z = & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{110} + \\ & x_{111} + x_{112} + x_{113} + x_{114} + x_{115} + x_{116} + x_{117} + x_{118} + x_{119} + x_{120} + \\ & x_{121} + x_{122} + x_{123} + x_{124} + x_{125} + x_{126} + x_{127} + x_{128} + x_{129} + x_{130} + \\ & x_{131} + x_{132} + x_{133} + x_{134} + x_{135} + x_{136} + x_{137} + x_{138} + x_{139} + x_{140} + \\ & x_{141} + x_{142} + x_{143} + x_{144} + x_{145} + x_{146} + x_{147} + x_{148} + x_{149} + x_{150} + \\ & x_{151} + x_{152} + x_{153} + x_{154} + x_{155} + x_{156} + x_{157} + x_{158} + x_{159} + x_{160} + \\ & x_{161} + x_{162} + x_{163} + x_{164} + x_{165} + x_{166} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + \\ & x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{210} + x_{211} + x_{212} + x_{213} + x_{214} + x_{215} + x_{216} + \\ & x_{217} + x_{218} + x_{219} + x_{220} + x_{221} + x_{222} + x_{223} + x_{224} + x_{225} + x_{226} + \\ & x_{227} + x_{228} + x_{229} \end{aligned}$$

Restricciones

Condición de ubicación de depósitos

Si la distancia entre el depósito x_{1j} y los demás depósitos de tipo $k = 1$ es mayor que 25 metros, el depósito se localiza en el lugar j .

$$\begin{array}{lll} x_{11} \geq 1 & x_{125} \geq 1 & x_{156} \geq 1 \\ x_{13} \geq 1 & x_{127} \geq 1 & x_{157} \geq 1 \\ x_{14} \geq 1 & x_{131} \geq 1 & x_{158} \geq 1 \\ x_{16} \geq 1 & x_{138} \geq 1 & x_{159} \geq 1 \\ x_{18} \geq 1 & x_{139} \geq 1 & x_{160} \geq 1 \\ x_{19} \geq 1 & x_{140} \geq 1 & x_{161} \geq 1 \\ x_{110} \geq 1 & x_{150} \geq 1 & x_{162} \geq 1 \\ x_{112} \geq 1 & x_{151} \geq 1 & x_{163} \geq 1 \\ x_{116} \geq 1 & x_{152} \geq 1 & x_{164} \geq 1 \\ x_{117} \geq 1 & x_{153} \geq 1 & x_{165} \geq 1 \\ x_{119} \geq 1 & x_{154} \geq 1 & x_{166} \geq 1 \\ x_{122} \geq 1 & x_{155} \geq 1 & \end{array}$$

Si la distancia entre el depósito x_{2j} y los demás depósitos de tipo $k = 2$ es mayor que 35 metros, el depósito se localiza en el lugar j .

$$\begin{array}{lll}
 x_{21} \geq 1 & x_{215} \geq 1 & x_{223} \geq 1 \\
 x_{22} \geq 1 & x_{216} \geq 1 & x_{224} \geq 1 \\
 x_{23} \geq 1 & x_{217} \geq 1 & x_{225} \geq 1 \\
 x_{24} \geq 1 & x_{218} \geq 1 & x_{226} \geq 1 \\
 x_{25} \geq 1 & x_{219} \geq 1 & x_{227} \geq 1 \\
 x_{26} \geq 1 & x_{220} \geq 1 & x_{228} \geq 1 \\
 x_{213} \geq 1 & x_{221} \geq 1 & x_{229} \geq 1 \\
 x_{214} \geq 1 & x_{222} \geq 1 &
 \end{array}$$

Condición para la matriz simétrica de distancias y de cubrimiento entre los depósitos de personas

Si la distancia entre los depósitos de residuos que arrojan las personas ($k=1$) es menor o igual a 25 metros, al menos un depósito se localiza en el lugar j .

$$\begin{array}{lll}
 x_{12} + x_{15} \geq 1 & x_{123} + x_{124} \geq 1 & x_{136} + x_{137} \geq 1 \\
 x_{17} + x_{111} \geq 1 & x_{126} + x_{146} \geq 1 & x_{142} + x_{144} \geq 1 \\
 x_{113} + x_{114} \geq 1 & x_{128} + x_{132} \geq 1 & x_{143} + x_{144} \geq 1 \\
 x_{115} + x_{118} \geq 1 & x_{133} + x_{134} \geq 1 & x_{144} + x_{145} \geq 1 \\
 x_{120} + x_{121} \geq 1 & x_{135} + x_{149} \geq 1 & x_{146} + x_{147} \geq 1 \\
 x_{141} + x_{142} + x_{143} \geq 1 & x_{129} + x_{130} + x_{148} \geq 1 &
 \end{array}$$

Condición para la matriz simétrica de distancias y cubrimiento entre los depósitos de mascotas

Si la distancia entre los depósitos de residuos de mascotas ($k=2$) es menor o igual a 35 metros, al menos un depósito se localiza en el lugar j .

$$x_{27} + x_{28} \geq 1 \quad x_{29} + x_{210} \geq 1 \quad x_{211} + x_{212} \geq 1$$

Tabla 3.8. Matriz simétrica de distancias $D_0 = \{d_{kj}\}$ entre los depósitos de residuos que arrojan las personas ($k=1$) y generan las mascotas ($k=2$), de $j = 1.1, \dots, 2.29$

Depósito Nº	1.1	1.2	1.3	1.4	...	2.25	2.26	2.27	2.28	2.29
1.1	0.00	57.58	105.04	167.99	...	106.86	242.13	161.21	106.27	17.50
1.2	57.58	0.00	48.34	117.76	...	91.87	192.07	110.34	49.81	40.73
1.3	105.04	48.34	0.00	94.52	...	115.40	163.99	86.72	26.61	87.67
1.4	167.99	117.76	94.52	0.00	...	101.51	74.48	7.83	72.46	154.42
1.5	77.20	21.00	34.67	97.25	...	86.06	171.37	89.73	29.14	61.00
1.6	74.12	52.12	82.28	101.86	...	39.95	173.40	96.39	64.53	66.43
1.7	190.43	170.28	179.55	116.01	...	83.71	139.47	119.09	153.12	186.48
1.8	96.47	84.22	111.30	106.51	...	10.51	171.05	103.02	90.01	92.99
1.9	122.12	104.07	122.90	95.95	...	15.39	153.33	94.24	98.56	117.74
1.10	167.22	154.19	170.87	122.92	...	63.06	159.69	124.19	145.39	165.17
1.11	192.15	176.95	190.06	131.51	...	87.05	156.37	134.16	163.94	189.72
1.12	225.54	212.04	224.49	160.20	...	121.70	172.75	163.80	198.21	223.90
1.13	224.29	221.11	241.26	189.07	...	129.38	210.24	191.50	216.01	225.78
1.14	227.21	224.95	245.62	193.97	...	133.33	215.04	196.37	220.45	229.00
1.15	302.99	287.90	296.10	220.44	...	198.74	209.52	225.66	269.50	301.26
1.16	314.00	304.72	317.36	247.14	...	213.51	241.63	251.80	290.95	314.09
1.17	333.16	327.11	341.84	273.83	...	235.40	269.25	278.31	315.59	334.30
1.18	287.84	276.35	287.96	217.57	...	185.66	214.53	222.17	261.51	287.16
1.19	364.35	347.92	353.50	272.74	...	259.68	249.63	278.66	326.91	362.40
1.20	408.34	396.58	405.35	327.29	...	306.37	305.85	332.97	378.75	407.94
1.21	415.57	406.51	417.40	341.80	...	315.49	323.42	347.22	390.85	416.00
1.22	405.42	405.57	423.79	358.80	...	313.80	353.53	363.11	397.86	408.61
1.23	454.30	419.79	406.67	312.46	...	349.17	253.62	320.16	382.76	446.74
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.7	586.26	581.36	593.88	518.01	...	489.73	494.67	523.58	567.36	588.20
2.8	563.32	559.62	573.27	499.08	...	467.86	478.35	504.47	546.82	565.60
2.9	569.41	558.98	567.10	486.22	...	468.57	456.15	492.31	540.49	569.65
2.10	598.58	589.18	597.94	517.54	...	498.49	487.68	523.59	571.34	599.17
2.11	603.23	588.78	593.23	508.44	...	499.98	471.62	514.97	566.73	602.27
2.12	568.39	553.99	558.75	474.48	...	465.13	439.05	480.93	532.23	567.41
2.13	362.34	356.17	370.22	300.22	...	264.51	291.48	304.97	343.89	363.53
2.14	307.13	303.82	321.22	258.41	...	211.95	261.27	262.29	295.30	309.01
2.15	304.88	287.13	293.00	214.43	...	199.45	199.44	219.99	266.40	302.34
2.16	342.45	309.44	299.78	207.14	...	237.21	159.72	214.55	274.87	335.20
2.17	701.50	683.80	684.81	596.69	...	596.79	552.81	603.61	658.57	699.60
2.18	658.48	648.18	655.80	573.79	...	557.81	540.70	580.03	629.21	658.84
2.19	459.60	447.41	455.13	375.00	...	357.46	348.63	380.95	428.52	459.16
2.20	446.29	439.96	452.63	378.76	...	348.43	361.46	384.03	426.16	447.61
2.21	475.95	443.59	432.45	338.65	...	369.93	282.01	346.28	408.06	469.13
2.22	410.00	375.04	362.03	267.92	...	305.29	210.66	275.60	338.02	402.23
2.23	294.15	267.66	265.90	179.72	...	187.37	153.80	186.18	239.71	288.84
2.24	264.63	262.02	281.10	223.55	...	170.22	235.31	226.74	255.53	266.53
2.25	106.86	91.87	115.40	101.51	...	0.00	163.56	98.68	92.65	102.94
2.26	242.13	192.07	163.99	74.48	...	163.56	0.00	81.75	145.15	228.85
2.27	161.21	110.34	86.72	7.83	...	98.68	81.75	0.00	64.66	147.39
2.28	106.27	49.81	26.61	72.46	...	92.65	145.15	64.66	0.00	90.13
2.29	17.50	40.73	87.67	154.42	...	102.94	228.85	147.39	90.13	0.00

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 1.5 se interpreta de la siguiente manera: 77,20 en la fila 1.5 columna 1.1 indica que existe una distancia de 77,20 metros entre ambos depósitos.

Tabla 3.9. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la localización de los 16 depósitos de residuos propuestos, para desperdicios que arrojan las personas, a implementar dentro del bosque

Depósito de residuos N°	PERSONAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
1.51	-77.0361565310546	-12.1052787395637	278389.4065951270	8660978.764691060
1.52	-77.0339389137744	-12.1051672890748	278630.7682962770	8660992.895129160
1.53	-77.0350465135896	-12.1048285556211	278509.8938602530	8661029.475212950
1.54	-77.03337573350580	-12.1007789553594	278688.4727614580	8661478.889389260
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.64	-77.03369757697500	-12.0977409412610	278650.9281001820	8661814.763002440
1.65	-77.03438985994250	-12.0994065729951	278576.9225321340	8661629.911674690
1.66	-77.0342509663346	-12.1002607736193	278592.7492330260	8661535.513072230

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 1.51 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 1.51 de residuos que arrojan las personas está ubicado a $77,0361565310546^\circ$ de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a $12,1052787395637^\circ$ de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a $278389,4065951270$ metros al este y a $8660978,764691060$ al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

Tabla 3.10. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la localización de los 13 depósitos de residuos propuestos, para residuos que generan las mascotas, a implementar dentro del bosque

Depósito de residuos N°	MASCOTAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
2.17	-77.0342182821771	-12.1036793138732	278599.124534512	8661157.30245396
2.18	-77.0350480298516	-12.1033506922220	278508.510424436	8661192.98913419
2.19	-77.0348463980859	-12.1015457120508	278528.976517651	8661392.86096222
2.20	-77.0352652634421	-12.1014301792830	278483.274707096	8661405.30410294
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.26	-77.0333599044268	-12.0987550102866	278688.529695001	8661702.83717418
2.27	-77.0338916695087	-12.0982334603645	278630.200379771	8661760.11201237
2.28	-77.0341884504250	-12.0977272995371	278597.469234918	8661815.87454730
2.29	-77.0349451469990	-12.0973970395971	278514.805924123	8661851.80203017

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo la fila 2.29 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 2.29 de residuos para mascotas está ubicado a $77,0349451469990^\circ$ de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a $12,0973970395971^\circ$ de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a $278514,805924123$ metros al este y a $8661851,80203017$ al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

De la medición de las distancias y las condiciones de las matrices, se derivó la siguiente matriz de cubrimiento $A_0 = \{a_{kij}\}$ donde $k=1$ y $j=1, \dots, 50$, $k=2$ y $j=1, \dots, 29$, $i=1, \dots, 78$, donde i son las restricciones del problema de cubrimiento, que se mostró en la tabla la 3.11.

Tabla 3.11. Matriz de cubrimiento $A_0 = \{a_{kij}\}$, para $k=1, 2$ de $i = 1, \dots, 78$ a $j = 1.1, \dots, 2.29$

Res\ Dep. Nº	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	...	2.25	2.26	2.27	2.28	2.29
1	1	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
2	0	0	1	0	0	0	...	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	...	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	1	...	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
59	0	1	0	0	1	0	...	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
76	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0
78	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	0

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 59 se interpreta de la siguiente manera: 1 en la fila 59 columna 1.2 y 1 en la fila 59 columna 1.5 indica que la distancia entre ambos depósitos es menor a 25 metros.

Luego se empezó por resolver el problema 2.21, es decir, el equivalente lineal del problema de cubrimiento es:

$$\begin{aligned} \text{Mín } Z = & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{110} + \\ & x_{111} + x_{112} + x_{113} + x_{114} + x_{115} + x_{116} + x_{117} + x_{118} + x_{119} + x_{120} + \\ & x_{121} + x_{122} + x_{123} + x_{124} + x_{125} + x_{126} + x_{127} + x_{128} + x_{129} + x_{130} + \\ & x_{131} + x_{132} + x_{133} + x_{134} + x_{135} + x_{136} + x_{137} + x_{138} + x_{139} + x_{140} + \\ & x_{141} + x_{142} + x_{143} + x_{144} + x_{145} + x_{146} + x_{147} + x_{148} + x_{149} + x_{150} + \\ & + x_{151} + x_{152} + x_{153} + x_{154} + x_{155} + x_{156} + x_{157} + x_{158} + x_{159} + x_{160} + \\ & x_{161} + x_{162} + x_{163} + x_{164} + x_{165} + x_{166} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + \\ & x_{26} + x_{27} + x_{28} + x_{29} + x_{210} + x_{211} + x_{212} + x_{213} + x_{214} + x_{215} + x_{216} + \\ & x_{217} + x_{218} + x_{219} + x_{220} + x_{221} + x_{222} + x_{223} + x_{224} + x_{225} + x_{226} + \\ & x_{227} + x_{228} + x_{229} \end{aligned}$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} x_{11} &\geq 1 & x_{140} &\geq 1 & x_{166} &\geq 1 & x_{223} &\geq 1 & x_{136} + x_{137} &\geq 1 \\ x_{13} &\geq 1 & x_{150} &\geq 1 & x_{21} &\geq 1 & x_{224} &\geq 1 & x_{142} + x_{144} &\geq 1 \\ x_{14} &\geq 1 & x_{151} &\geq 1 & x_{22} &\geq 1 & x_{225} &\geq 1 & x_{143} + x_{144} &\geq 1 \\ x_{16} &\geq 1 & x_{152} &\geq 1 & x_{23} &\geq 1 & x_{226} &\geq 1 & x_{144} + x_{145} &\geq 1 \\ x_{18} &\geq 1 & x_{153} &\geq 1 & x_{24} &\geq 1 & x_{227} &\geq 1 & x_{146} + x_{147} &\geq 1 \\ x_{19} &\geq 1 & x_{154} &\geq 1 & x_{25} &\geq 1 & x_{228} &\geq 1 & x_{27} + x_{28} &\geq 1 \\ x_{110} &\geq 1 & x_{155} &\geq 1 & x_{26} &\geq 1 & x_{229} &\geq 1 & x_{29} + x_{210} &\geq 1 \\ x_{112} &\geq 1 & x_{156} &\geq 1 & x_{213} &\geq 1 & x_{12} + x_{15} &\geq 1 & x_{210} + x_{211} &\geq 1 \\ x_{116} &\geq 1 & x_{157} &\geq 1 & x_{214} &\geq 1 & x_{17} + x_{111} &\geq 1 & & \\ x_{117} &\geq 1 & x_{158} &\geq 1 & x_{215} &\geq 1 & x_{113} + x_{114} &\geq 1 & & \\ x_{119} &\geq 1 & x_{159} &\geq 1 & x_{216} &\geq 1 & x_{115} + x_{118} &\geq 1 & & \\ x_{122} &\geq 1 & x_{160} &\geq 1 & x_{217} &\geq 1 & x_{120} + x_{121} &\geq 1 & & \\ x_{125} &\geq 1 & x_{161} &\geq 1 & x_{218} &\geq 1 & x_{123} + x_{124} &\geq 1 & & \\ x_{127} &\geq 1 & x_{162} &\geq 1 & x_{219} &\geq 1 & x_{126} + x_{146} &\geq 1 & & \\ x_{131} &\geq 1 & x_{163} &\geq 1 & x_{220} &\geq 1 & x_{128} + x_{132} &\geq 1 & & \\ x_{138} &\geq 1 & x_{164} &\geq 1 & x_{221} &\geq 1 & x_{133} + x_{134} &\geq 1 & & \\ x_{139} &\geq 1 & x_{165} &\geq 1 & x_{222} &\geq 1 & x_{135} + x_{149} &\geq 1 & & \\ x_{141} + x_{142} + x_{143} &\geq 1 & & & x_{129} + x_{130} + x_{148} &\geq 1 & & & & \\ & & & & x_{kj} &\geq 0, & \forall k = 1; j = 1, \dots, 66 & & & \\ & & & & & & k = 2; j = 1, \dots, 29 & & & \end{aligned}$$

El resultado es $x_{11}^* = x_{13}^* = x_{14}^* = x_{15}^* = x_{16}^* = x_{18}^* = x_{19}^* = x_{110}^* = x_{111}^* = x_{112}^* = x_{114}^* = x_{116}^* = x_{117}^* = x_{118}^* = x_{119}^* = x_{121}^* = x_{122}^* = x_{124}^* = x_{125}^* = x_{127}^* = x_{131}^* = x_{132}^* = x_{134}^* = x_{137}^* = x_{138}^* = x_{139}^* = x_{140}^* = x_{141}^* = x_{144}^* = x_{146}^* = x_{148}^* = x_{149}^* = x_{150}^* = x_{151}^* = x_{152}^* = x_{153}^* = x_{154}^* = x_{155}^* = x_{156}^* = x_{157}^* = x_{158}^* = x_{159}^* = x_{160}^* = x_{161}^* = x_{162}^* = x_{163}^* = x_{164}^* = x_{165}^* = x_{166}^* = x_{21}^* = x_{22}^* = x_{23}^* = x_{24}^* = x_{25}^* = x_{26}^* = x_{28}^* = x_{210}^* = x_{212}^* = x_{213}^* = x_{214}^* = x_{215}^* = x_{216}^* = x_{217}^* = x_{218}^* = x_{219}^* = x_{220}^* = x_{221}^* = x_{222}^* = x_{223}^* = x_{224}^* = x_{225}^* = x_{226}^* = 1$ y $x_{12}^* = x_{17}^* = x_{113}^* = x_{115}^* = x_{120}^* = x_{123}^* = x_{126}^* = x_{128}^* = x_{129}^* = x_{130}^* = x_{133}^* = x_{135}^* = x_{136}^* = x_{142}^* = x_{143}^* = x_{145}^* = x_{147}^* = x_{27}^* = x_{29}^* = x_{211}^* = 0$, y siendo un resultado *binario*, es la solución óptima del problema de cubrimiento, ello y el análisis de sensibilidad se obtuvieron con LINGO y se mostraron en las figuras 3.10 y 3.11.

```

min x11+x12+x13+x14+x15+x16+x17+x18+x19+x110+x111+x112+x113+x114+x115+x116+x117+x118+x119+x120
+x121+x122+x123+x124+x125+x126+x127+x128+x129+x130+x131+x132+x133+x134+x135+x136+x137+x138+x139
+x140+x141+x142+x143+x144+x145+x146+x147+x148+x149+x150+x151+x152+x153+x154+x155+x156+x157+x158
+x159+x160+x161+x162+x163+x164+x165+x166+x21+x22+x23+x24+x25+x26+x27+x28+x29+x210+x211+x212+x213
+x214+x215+x216+x217+x218+x219+x220+x221+x222+x223+x224+x225+x226+x227+x228+x229
st
x11>=1
x13>=1
x14>=1
x16>=1
x18>=1
x19>=1
x110>=1
x112>=1
x116>=1
x117>=1
x119>=1
x122>=1
x125>=1
x127>=1
x131>=1
x138>=1
x139>=1
x140>=1
x150>=1
x151>=1
x152>=1
x153>=1
x154>=1
x155>=1
x156>=1
x157>=1
x158>=1
x159>=1
x160>=1
x161>=1
x162>=1
x163>=1
x164>=1
x165>=1
x166>=1
x21>=1
x22>=1
x23>=1
x24>=1
x25>=1
x26>=1

```

Figura 3.10. Modelo lineal del problema de cubrimiento para depósitos de residuos arrojados por las personas y generados por las mascotas

Nota. LINGO con elaboración propia.

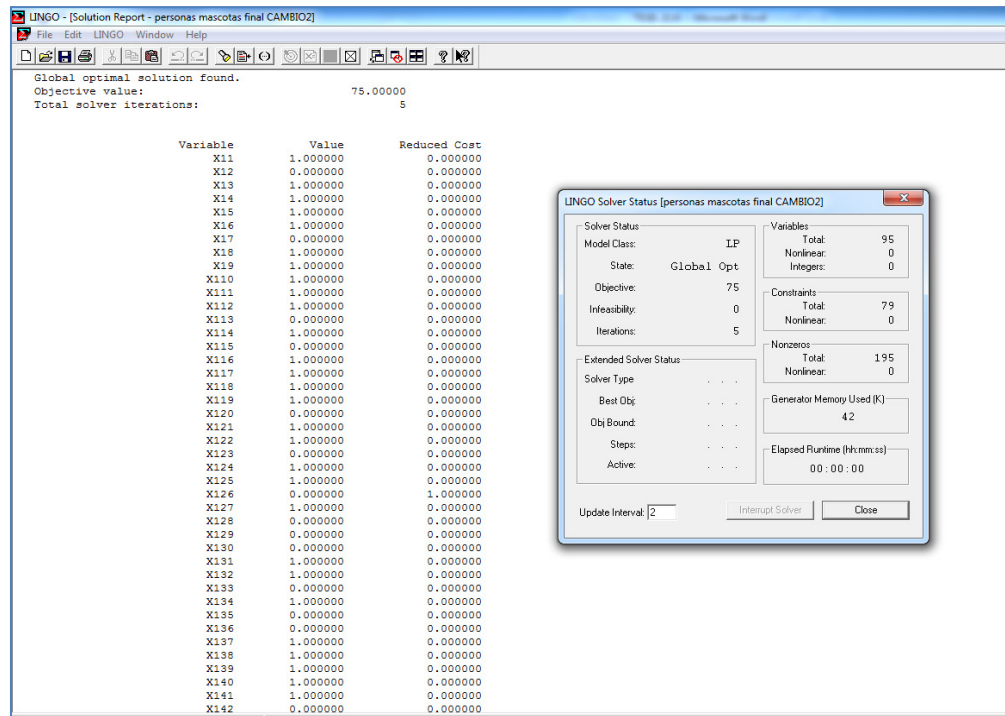


Figura 3.11. Análisis de Sensibilidad para el modelo de cubrimiento total

Nota. LINGO con elaboración propia.

La figura 3.11 muestra que los 17 depósitos de residuos que arrojan las personas que no deben localizarse en esos lugares son los depósitos número: 1.2, 1.7, 1.13, 1.15, 1.20, 1.23, 1.26, 1.28, 1.29, 1.30, 1.33, 1.35, 1.36, 1.42, 1.43, 1.45 y 1.47, también otros 3 depósitos de residuos generados por mascotas no deben localizarse en esos lugares que son: el 2.7, 2.9 y 2.11 esto quiere decir que estos depósitos no cumplen la condición de distancia del modelo. Dentro del bosque solo quedaron 49 depósitos de residuos que arrojan las personas, los cuales son el 1.1, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14, 1.16, 1.17, 1.18, 1.19, 1.21, 1.22, 1.24, 1.25, 1.27, 1.31, 1.32, 1.34, 1.37, 1.38, 1.39, 1.40, 1.41, 1.44, 1.46, 1.48, 1.49, 1.50, 1.51, 1.52, 1.53, 1.54, 1.55, 1.56, 1.57, 1.58, 1.59, 1.60, 1.61, 1.62, 1.63, 1.64, 1.65 y 1.66 que se reenumeraron y se mostraron en la tabla 3.12. Quedaron 26 depósitos de residuos generados por mascotas que son el 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8, 2.10, 2.12, 2.13, 2.14, 2.15, 2.16, 2.17, 2.18, 2.19, 2.20, 2.21, 2.22, 2.23, 2.24, 2.25, 2.26, 2.27, 2.28 y 2.29 que se reenumeraron y se mostraron en la tabla 3.13, y siguiendo el proceso descrito en la figura 3.6 se concluyó

con el proceso puesto el número de depósitos coincide con el que se obtuvo en la simulación y cumple con la condición de distancia como se mostró en la matriz $D_1 = \{d_{kj}\}$ de la tabla 3.14.

Tabla 3.12. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para la reubicación de los 49 depósitos de residuos, que arrojan las personas, propuestos a implementar dentro del bosque

Depósito de residuos Nº	PERSONAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
1.1	-77.0351058700269	-12.0973997457698	278497.308162491	8661851.37229206
1.2	-77.0341456222793	-12.0974905678918	278601.937509109	8661842.10192104
1.3	-77.0338620156891	-12.0982979335973	278633.482257123	8661753.00254399
1.4	-77.0344341642337	-12.0976230490329	278570.629370621	8661827.20995331
1.5	-77.0347320313509	-12.0979595764876	278538.474013330	8661789.73411602
1.6	-77.0348377828555	-12.0982307879561	278527.182960671	8661759.64075641
1.7	-77.0347312823254	-12.0984400968934	278538.951456768	8661736.56856211
1.8	-77.0347982731433	-12.0987220712864	278529.599813615	8661687.29638015
1.9	-77.0347522673746	-12.0991011831822	278537.211234500	8661663.40705392
1.10	-77.0347975498057	-12.0994153915316	278532.539681903	8661628.60541712
1.11	-77.0352038226232	-12.0994509937066	278488.333188875	8661624.33682208
1.12	-77.0349913763904	-12.1002353784906	278512.111179801	8661537.72250118
1.13	-77.0352139979751	-12.1003207898221	278492.519434688	8661518.24464731
1.14	-77.0348775259367	-12.0999914624006	278524.306415499	8661564.80241491
1.15	-77.0345971120695	-12.1000654398878	278555.384627502	8661491.68059216
1.16	-77.0350551013686	-12.1011552469365	278505.930821238	8661435.89389162
1.17	-77.0356445639574	-12.1010252838767	278441.642158220	8661449.79521795
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.38	-77.0347255350024	-12.1031525735782	278543.460529856	8661215.17115038
1.39	-77.0347653091489	-12.1023326438910	278538.454119612	8661305.85829918
1.40	-77.0339824763846	-12.1031978522421	278624.402455405	8661210.76395485
1.41	-77.0339712400551	-12.1018966452134	278624.553865459	8661354.74233403
1.42	-77.0336387776283	-12.1007399676612	278659.800026596	8661482.98991737
1.43	-77.0337774401913	-12.1004221082342	278644.440438813	8661518.04639744
1.44	-77.0335963753846	-12.0996349258396	278663.506793079	8661605.28922853
1.45	-77.0334562064268	-12.1005524584206	278679.524228967	8661503.88443296
1.46	-77.0350381312583	-12.0995562419603	278506.460743681	8661740.82622486
1.47	-77.0336975769750	-12.0977409412610	278650.928100182	8661814.76300244
1.48	-77.0343898599425	-12.0994065729951	278576.922532134	8661629.91167469
1.49	-77.0342509663346	-12.1002607736193	278592.749233026	8661535.51307223

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 1.17 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 1.17 de residuos que arrojan las personas está ubicado a 77.0356445639574° de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a 12.10102528387670° de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a 278441.6421582200 metros al este y a 8661449.795217950 al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

Tabla 3.13. Registro de las coordenadas y su equivalente en metros para reubicación de los 26 depósitos de residuos, que generan la mascotas, propuestos a implementar dentro del bosque

Depósito de residuos Nº	MASCOTAS			
	Coordenadas Geográficas Ubicación en grados		Coordenadas UTM Ubicación en metros	
	Longitud	Latitud	Eje X al Este	Eje Y al Norte
2.1	-77.0358103578231	-12.1048399678129	278419.356138918	8661023.42066265
2.2	-77.0342462512967	-12.1048939806255	278597.080235709	8661022.88553259
2.3	-77.0342247437642	-12.1041445330667	278598.804358928	8661105.82401961
2.4	-77.0351515411883	-12.1041515258402	278497.900278030	8661104.29857271
2.5	-77.0357034596820	-12.1040515522687	278437.724839315	8661114.91211021
2.6	-77.0357108326929	-12.1035769343955	278433.459419420	8661171.18661588
2.7	-77.0356129196604	-12.1024664334176	278446.275818236	8661290.36784099
2.8	-77.0351161016797	-12.1028096073296	278500.652682971	8661252.80113414
2.9	-77.0346436170762	-12.1025166185058	278551.855678083	8661285.60150775
2.10	-77.0351946439857	-12.1006733387409	278490.340017210	8661489.10044086
2.11	-77.0352807246585	-12.1001701909974	278480.552699303	8661544.70035901
2.12	-77.0345736251281	-12.1001049646010	278557.489213371	8661552.49063003
2.13	-77.0336876342353	-12.1001571485154	278654.027026737	8661546.88437884
2.14	-77.0342182821771	-12.1036793138732	278599.124534512	8661157.30245396
2.15	-77.0350480298516	-12.1033506922220	278508.510424436	8661192.98913419
2.16	-77.0348463980859	-12.1015457120508	278528.976517651	8661392.86096222
2.17	-77.0352652634421	-12.1014301792830	278483.274707096	8661405.30410294
2.18	-77.0332670014669	-12.1013021022875	278700.742457146	8661421.09505740
2.19	-77.0333131194137	-12.1006583390594	278695.190950314	8661492.28545610
2.20	-77.0341700347003	-12.0998936393277	278601.258777248	8661576.19946928
2.21	-77.0354930072459	-12.0997872708186	278483.658590253	8661587.09325531
2.22	-77.0347940766347	-12.0983154783739	278532.011582624	8661750.30580140
2.23	-77.0333599044268	-12.0987550102866	278688.529695001	8661702.83717418
2.24	-77.0338916695087	-12.0982334603645	278630.200379771	8661760.11201237
2.25	-77.0341884504250	-12.0977272995371	278597.469234918	8661815.87454730
2.26	-77.0349451469990	-12.0973970395971	278514.805924123	8661851.80203017

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, la fila 2.26 se interpreta de la siguiente manera: El depósito 2.26 de residuos generados por mascotas está ubicado a 77.0349451469990° de longitud al oeste del meridiano de Greenwich en Londres y a 12.0973970395971° de latitud al sur con respecto al Ecuador, esto quiere decir en metros que en un plano bidimensional este depósito está ubicado a 278514.805924123 metros al este y a 8661851.80203017 al norte con respecto al huso 18L, en el cual se encuentra ubicado el distrito de San Isidro.

Tabla 3.14. Matriz simétrica de distancias $D_1 = \{d_{kj}\}$ entre los depósitos de residuos que arrojan las personas ($k=1$) y generan las mascotas ($k=2$), de $j = 1.1, \dots, 2.26$

Depósito Nº	1.1	1.2	1.3	1.4	...	2.22	2.23	2.24	2.25	2.26
1.1	0.00	105.04	167.99	77.20	...	106.86	242.13	161.21	106.27	17.50
1.2	105.04	0.00	94.52	34.67	...	115.40	163.99	86.72	26.61	87.67
1.3	167.99	94.52	0.00	97.25	...	101.51	74.48	7.83	72.46	154.42
1.4	77.20	34.67	97.25	0.00	...	86.06	171.37	89.73	29.14	61.00
1.5	74.12	82.28	101.86	49.38	...	39.95	173.40	96.39	64.53	66.43
1.6	96.47	111.30	106.51	80.33	...	10.51	171.05	103.02	90.01	92.99
1.7	122.12	122.90	95.95	96.02	...	15.39	153.33	94.24	98.56	117.74
1.8	167.22	170.87	122.92	145.81	...	63.06	159.69	124.19	145.39	165.17
1.9	192.15	190.06	131.51	167.18	...	87.05	156.37	134.16	163.94	189.72
1.10	225.54	224.49	160.20	202.22	...	121.70	172.75	163.80	198.21	223.90
1.11	227.21	245.62	193.97	218.93	...	133.33	215.04	196.37	220.45	229.00
1.12	314.00	317.36	247.14	295.34	...	213.51	241.63	251.80	290.95	314.09
1.13	333.16	341.84	273.83	318.69	...	235.40	269.25	278.31	315.59	334.30
1.14	287.84	287.96	217.57	266.46	...	185.66	214.53	222.17	261.51	287.16
1.15	364.35	353.50	272.74	335.88	...	259.68	249.63	278.66	326.91	362.40
1.16	415.57	417.40	341.80	396.63	...	315.49	323.42	347.22	390.85	416.00
1.17	405.42	423.79	358.80	398.85	...	313.80	353.53	363.11	397.86	408.61
1.18	462.37	415.73	321.59	410.85	...	356.97	263.18	329.28	391.70	455.00
1.19	488.00	446.31	352.75	439.71	...	381.70	296.99	360.34	421.75	481.52
1.20	476.83	465.24	381.36	448.61	...	372.66	348.55	387.74	438.73	475.26
1.21	540.12	552.20	479.66	529.37	...	445.67	461.50	484.87	525.83	542.70
1.22	507.62	521.56	450.80	498.15	...	414.03	435.57	455.80	495.29	510.43
1.23	580.91	582.29	503.13	562.39	...	481.57	475.37	509.04	555.69	581.80
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2.4	747.07	745.10	662.72	726.56	...	646.91	628.16	669.03	718.51	747.69
2.5	738.87	745.50	667.44	724.59	...	642.35	639.19	673.30	718.93	740.91
2.6	683.18	691.75	615.24	670.21	...	587.44	589.67	620.92	665.22	685.46
2.7	563.32	573.27	499.08	551.06	...	467.86	478.35	504.47	546.82	565.60
2.8	598.58	597.94	517.54	578.66	...	498.49	487.68	523.59	571.34	599.17
2.9	568.39	558.75	474.48	541.93	...	465.13	439.05	480.93	532.23	567.41
2.10	362.34	370.22	300.22	347.51	...	264.51	291.48	304.97	343.89	363.53
2.11	307.13	321.22	258.41	296.52	...	211.95	261.27	262.29	295.30	309.01
2.12	304.88	293.00	214.43	275.03	...	199.45	199.44	219.99	266.40	302.34
2.13	342.45	299.78	207.14	292.47	...	237.21	159.72	214.55	274.87	335.20
2.14	701.50	684.81	596.69	670.51	...	596.79	552.81	603.61	658.57	699.60
2.15	658.48	655.80	573.79	637.26	...	557.81	540.70	580.03	629.21	658.84
2.16	459.60	455.13	375.00	436.34	...	357.46	348.63	380.95	428.52	459.16
2.17	446.29	452.63	378.76	430.85	...	348.43	361.46	384.03	426.16	447.61
2.18	475.95	432.45	338.65	426.45	...	369.93	282.01	346.28	408.06	469.13
2.19	410.00	362.03	267.92	357.34	...	305.29	210.66	275.60	338.02	402.23
2.20	294.15	265.90	179.72	252.87	...	187.37	153.80	186.18	239.71	288.84
2.21	264.63	281.10	223.55	255.38	...	170.22	235.31	226.74	255.53	266.53
2.22	106.86	115.40	101.51	86.06	...	0.00	163.56	98.68	92.65	102.94
2.23	242.13	163.99	74.48	171.37	...	163.56	0.00	81.75	145.15	228.85
2.24	161.21	86.72	7.83	89.73	...	98.68	81.75	0.00	64.66	147.39
2.25	106.27	26.61	72.46	29.14	...	92.65	145.15	64.66	0.00	90.13
2.26	17.50	87.67	154.42	61.00	...	102.94	228.85	147.39	90.13	0.00

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 1.4 se interpreta de la siguiente manera: 77,20 en la fila 1.4 columna 1.1 indica que existe una distancia de 77,20 metros entre ambos depósitos.

CAPITULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1. Análisis e Interpretación de los Resultados

Los resultados que arrojó la simulación expresaron que la cantidad adecuada de depósitos de residuos para personas es 49 y la cantidad adecuada de depósitos de residuos para mascotas es 26. Estas cantidades difieren de las reales, ello se debe a 3 factores que se detallaron como sigue:

- En la toma de datos se consideró la cantidad total de desperdicios en periodos de tres días, es decir no se tomaron sólo los datos de los depósitos de residuos sino que se registraron las cantidades de desperdicios totales en todo el bosque.
- El modelo de inventario para la demanda con función de distribución de probabilidad Beta consideró los límites inferior y superior con su respectiva probabilidad de ocurrencia para cada tipo de desperdicio.
- La simulación del modelo se realizó con números aleatorios generados por el software Promodel.

No es necesario implementar nuevos depósitos para residuos arrojados por personas, se debe eliminar un depósito, esto significa que 49 depósitos son suficientes para almacenar los desperdicios que arrojan las personas que visitan el bosque en un día cualquiera.

Como resultado, la simulación indica que se deberían implementar 10 depósitos para residuos que generan las mascotas, esto quiere decir que dentro del bosque hay actualmente 120 kilogramos de desperdicios que no están dentro de los depósitos para mascotas en un día cualquiera.

Se infiere que los resultados son probabilísticamente estables debido a que una extensión a diez mil corridas, arroja los mismos resultados, como se muestra en la figura 4.1.

limpieza14.MOD (Normal Run - Rep. 1)						
Name	Total Changes	Avg Time Per Change (MIN)	Minimum Value	Maximum Value	Current Value	Avg Value
aa	10000,00	1,00	0,00	1,00	0,17	0,33
bb	10000,00	1,00	0,00	1,00	0,06	0,28
cantidad	10000,00	1,00	0,00	2264,98	1662,79	1711,68
cantidad1	10000,00	1,00	0,00	1475,60	955,24	944,87
suma1	10000,00	1,00	0,00	17607387,83	17607387,83	13207998,10
suma2	10000,00	1,00	0,00	9346008,65	9346008,65	7009644,69
promedio1	10000,00	1,00	0,00	1967,61	1760,74	1761,66
promedio2	10000,00	1,00	0,00	1010,34	934,60	934,27
n1	10000,00	1,00	0,00	10000,00	10000,00	7499,88
n2	10000,00	1,00	0,00	10000,00	10000,00	7499,88
Deposito1	10000,00	1,00	0,00	54,00	48,00	48,04
Deposito2	10000,00	1,00	0,00	28,00	25,00	25,03

Figura 4.1. Resultados para la simulación de 10000 entradas de residuos para obtener el número de depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas

Nota. Promodel 7.1 con elaboración propia.

Los resultados que arrojó la localización expresaron que se necesitaba emparejar la cantidad de depósitos dentro del bosque al sector del lado derecho (de la *Avenida Los Incas* hacia *Prolongación Arenales*) para poder minimizar la distancia que recorre un usuario al depósito de residuos, ello difiere de la situación actual y se debe a

que en el modelo planteado la condición de distancias entre los depósitos de cada tipo, ayuda a cubrir todos los espacios no considerados por el Municipio de San Isidro, sobre los cuales se ven continuamente desperdicios en el piso. En la figura 4.2 se observa que:

- El modelo de cubrimiento total indico que se deben implementar 14 depósitos de residuos para desperdicios que arrojan las personas al lado derecho del bosque, esto quiere decir que ese lado debe contar con 18 depósitos para residuos que arrojan las personas de los 49 que existen dentro del bosque, esta cantidad es casi el doble de los depósitos que existen actualmente (10). Con ello se empareja la cantidad de depósitos en el bosque en 2 espacios casi iguales, que era lo que se esperaba al plantear el problema.
- El modelo de cubrimiento total indico que se deben implementar 6 depósitos de residuos para desperdicios que generan las mascotas al lado derecho del bosque, esto quiere decir que ese lado debe contar con 9 depósitos para residuos que generan las mascotas de los 26 que existen dentro del bosque, esta cantidad es casi el triple de los depósitos que existen actualmente (3). Con ello se empareja la cantidad de depósitos en el bosque en 2 espacios casi iguales.

4.2. Consistencia del Modelo

Para realizar el procedimiento de consistencia al modelo propuesto en la realidad se necesitó hacer una comparación con el modelo actual para saber si efectivamente aquel proporciona una mejora en el mínimo de la máxima distancia total recorrida desde cualquier punto de entrada hacia el depósito de residuos más cercano. Se comparó ello, con la ayuda de la heurística de cubrimiento parcial.

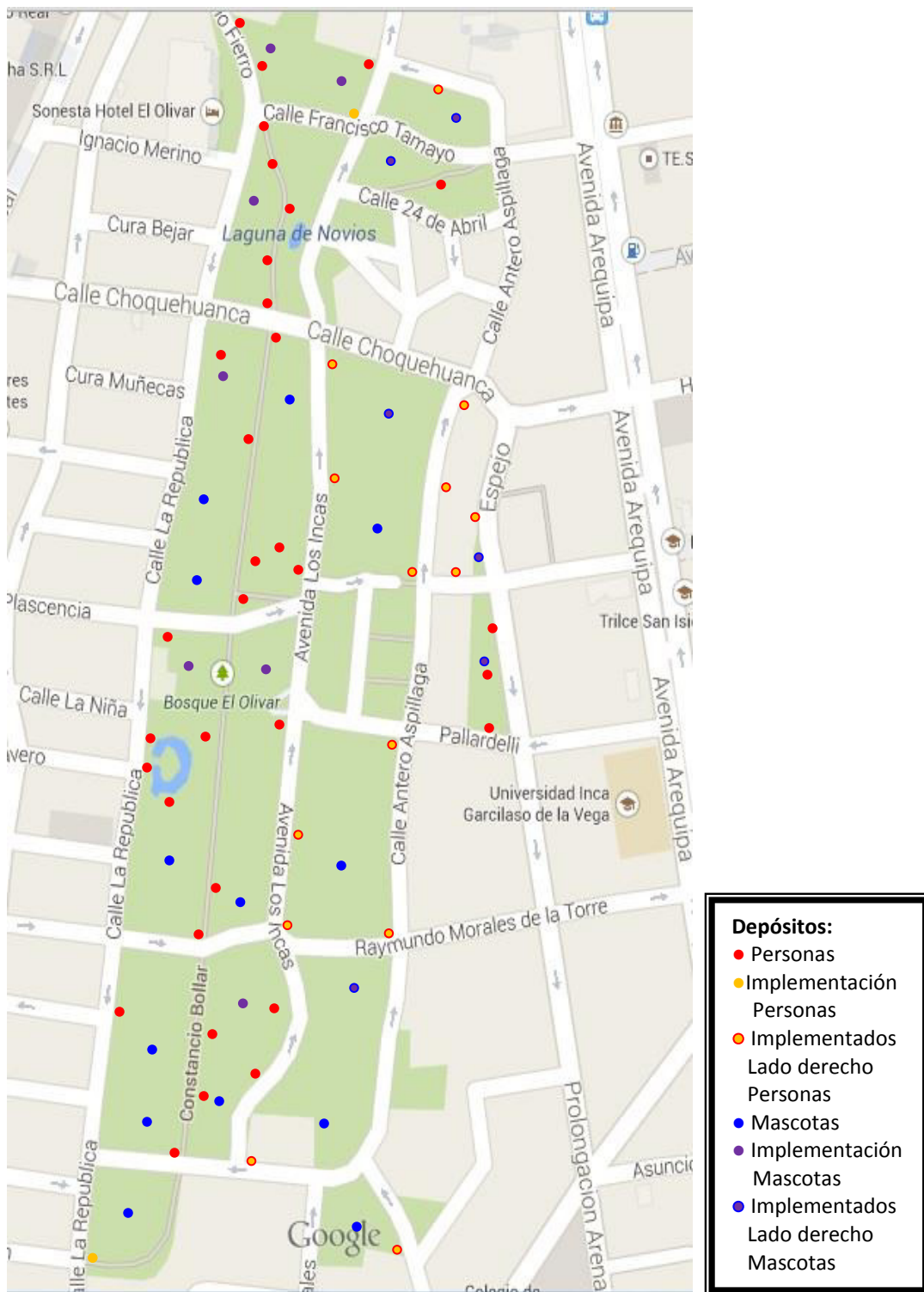


Figura 4.2. Mapa de la reubicación al lado derecho de los depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas dentro del bosque *El Olivar* de San Isidro

Nota: Google Maps con elaboración propia.

En el procedimiento que se hizo comparando los dos sistemas de limpieza, el actual y el propuesto, uno de los datos requeridos por la heurística es el número de personas que ingresan al bosque, todos estos valores para cada entrada se tomarán como 1 para hallar el mínimo de la máxima distancia total recorrida desde una entrada hacia el depósito más cercano.

Las entradas al bosque se observan en la figura 4.3 y son 124, de las cuales, las primeras 70 entradas son las que están en el perímetro del bosque, las otras 54 son las casas que están dentro del bosque. Las personas ingresan solas o acompañadas por una mascota, ello se determinó con la asignación que se hace al final de la heurística de acuerdo a la cercanía entre los depósitos y las entradas.

Modelo de Cubrimiento parcial del sistema de limpieza actual para depósitos de residuos que arrojan las personas y que generan las mascotas

Se consideró el problema de localizar la mayor cantidad de depósitos de residuos para minimizar el máximo alcance de la distancia de una entrada determinada hacia un depósito. Se tienen 66 depósitos de residuos posibles para ser utilizados. La distancia entre las 124 entradas y los 66 depósitos están dadas por la matriz $D = \{d_{ij}\}$ que se mostró en la tabla 4.1. La cantidad de personas que ingresan por una entrada específica a arrojar los residuos dentro de un depósito es la componente $a_i = 1$ del vector a . Se requirió asignar el depósito más cercano a una entrada determinada tal que la máxima distancia total de recorrido sea mínima.

La matriz $A = \{a_{ij}\}$ de asignación (ya no binaria) se obtiene del producto $a_{ij} = a_i d_{ij}$, $i = 1, \dots, 124; j = 1, \dots, 66$. Para este caso particular $D = A$ puesto que $a_i = 1$.

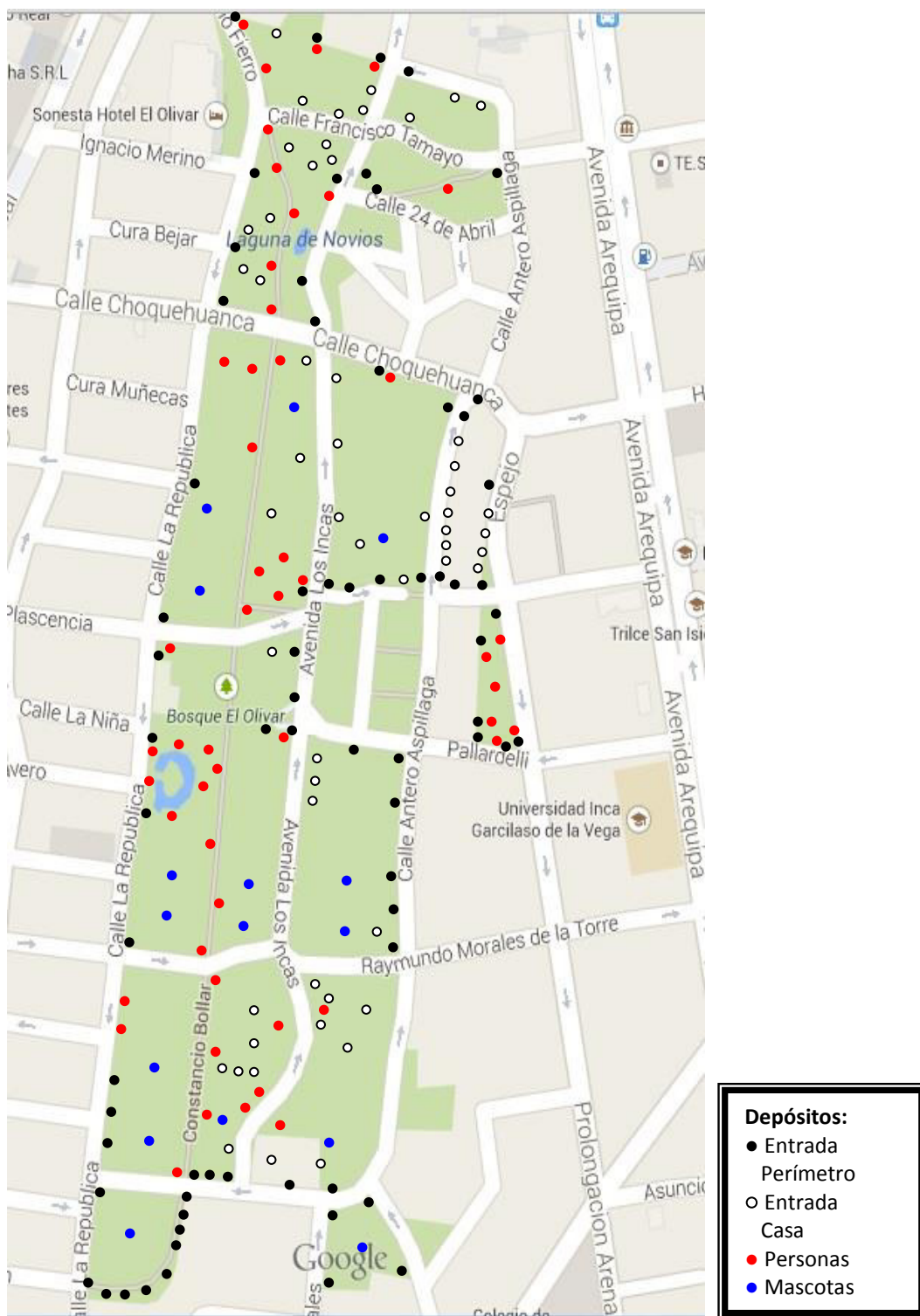


Figura 4.3. Mapa de la Ubicación de los depósitos de residuos y las entradas que existen dentro del bosque

Nota: Google Maps con elaboración propia.

Tabla 4.1. Matriz de distancias $D = \{d_{ij}\}, i = 1, \dots, 124; j = 1.1, \dots, 2.16$

i\j	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	...	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.16
1	877.52	875.07	888.19	811.32	866.45	...	319.18	348.00	519.00	571.76	597.23	627.16
2	855.53	853.38	866.80	790.40	844.88	...	301.05	329.10	497.38	549.95	576.19	607.49
3	751.30	750.44	765.27	691.17	742.49	...	222.27	244.47	395.14	446.67	476.75	515.13
4	802.00	800.77	815.12	740.11	792.64	...	260.61	285.97	445.17	497.07	525.70	561.02
5	791.68	790.16	804.31	729.10	781.94	...	249.57	274.78	434.44	486.52	514.70	549.79
6	663.76	660.09	673.12	597.25	651.33	...	136.17	152.98	303.95	357.19	382.87	419.72
7	540.14	539.57	555.85	485.53	532.12	...	149.01	135.12	186.02	235.77	272.73	327.96
8	480.14	480.49	498.00	430.36	473.53	...	180.66	156.62	130.19	177.02	220.36	285.68
9	396.82	398.87	418.60	356.26	392.83	...	243.11	212.64	66.44	98.19	156.96	239.73
10	410.32	410.55	428.75	363.62	403.82	...	225.16	194.70	66.79	107.53	159.11	236.90
11	310.77	313.77	335.64	280.11	308.62	...	313.25	280.03	71.23	34.53	111.72	208.01
12	158.75	161.56	189.05	159.53	158.81	...	447.49	412.79	204.00	148.44	157.86	222.97
13	119.76	123.80	155.13	142.12	123.11	...	484.73	449.96	242.60	187.40	190.46	245.13
14	76.18	73.98	109.27	121.77	75.55	...	527.77	492.92	288.95	234.79	228.73	269.37
15	52.88	49.41	90.67	124.34	56.00	...	553.79	518.93	315.83	261.82	253.86	289.61
16	72.95	16.88	32.11	111.17	17.01	...	593.60	558.89	363.90	312.54	291.97	308.99
17	104.64	47.58	2.89	92.12	32.92	...	590.38	555.90	367.34	318.36	290.13	297.14
18	129.83	72.48	25.55	80.45	55.53	...	586.69	552.46	369.72	322.92	288.80	287.59
19	196.83	154.11	139.54	47.96	135.29	...	460.60	426.70	256.89	218.77	168.73	160.30
20	166.87	124.21	112.86	32.11	105.76	...	482.26	448.02	269.31	226.58	185.19	187.65
21	95.68	67.46	86.50	84.67	58.42	...	521.38	486.58	289.51	238.14	219.79	247.73
22	165.14	128.72	125.14	53.55	112.35	...	468.10	433.65	250.43	206.29	168.66	180.74
23	160.07	121.29	115.74	44.80	104.25	...	477.62	443.20	260.38	216.07	178.48	188.29
24	225.68	189.83	181.50	92.68	172.75	...	415.76	381.81	215.17	181.23	125.19	119.73
25	309.00	274.50	264.13	171.50	257.25	...	344.77	312.14	184.04	172.66	96.30	35.67
26	327.41	287.31	270.15	175.64	268.51	...	362.46	331.36	222.35	213.73	136.97	53.76
27	287.76	246.43	228.90	134.40	227.45	...	393.63	361.43	229.70	210.78	138.50	81.24
.
.
98	403.69	371.27	361.04	267.78	354.28	...	265.93	236.49	183.39	201.25	132.80	61.84
99	399.88	370.18	362.77	270.79	353.95	...	252.16	221.53	162.40	182.84	117.88	64.01
100	383.26	352.04	343.41	250.93	335.44	...	272.83	241.94	167.81	181.80	111.54	43.80
101	399.41	368.29	359.46	266.79	351.66	...	260.74	230.61	172.37	190.83	123.50	59.70
102	389.32	362.67	358.44	268.46	347.36	...	245.18	213.03	137.62	159.12	97.80	67.55
103	364.11	334.92	328.68	237.69	318.96	...	277.42	245.21	149.53	159.72	88.26	35.58
104	306.16	282.40	282.86	198.37	268.39	...	310.76	276.52	121.83	110.21	33.03	65.49
105	258.87	234.39	235.87	154.55	220.53	...	357.36	322.89	149.81	119.70	60.09	93.24
106	341.74	329.01	338.19	262.33	318.29	...	261.50	226.66	46.73	60.85	48.70	127.64
107	257.03	236.59	241.78	164.92	224.05	...	352.59	317.90	136.07	102.27	51.23	105.88
108	224.92	203.22	208.88	135.39	190.67	...	385.97	351.26	165.02	124.34	84.43	126.95
109	151.22	143.34	164.98	128.40	137.27	...	452.10	417.25	213.75	160.56	154.51	207.15
110	191.21	179.66	195.58	141.32	171.14	...	412.40	377.55	176.58	125.70	114.37	172.91
111	187.07	181.02	201.11	153.98	174.48	...	416.38	381.57	176.31	122.86	122.76	188.00
112	166.01	140.96	148.33	88.76	128.48	...	448.23	413.50	222.10	174.94	146.57	177.19
113	108.58	85.01	103.09	86.47	76.11	...	504.08	469.27	271.72	220.41	202.62	233.87
114	153.49	135.03	149.13	102.12	125.26	...	454.27	419.44	222.27	172.13	153.12	192.95
115	121.76	79.91	78.72	51.37	63.04	...	515.57	480.98	291.76	243.71	214.64	229.69
116	118.19	75.97	75.51	53.73	59.16	...	519.16	484.56	294.80	246.47	218.12	233.62
117	168.20	110.62	65.21	69.28	91.83	...	575.60	541.90	369.34	326.46	283.62	269.46
118	166.48	109.02	62.10	77.77	91.15	...	584.65	550.92	377.51	334.15	292.19	278.67
119	159.99	104.72	70.80	32.28	83.79	...	540.49	506.58	331.82	288.92	246.62	237.42
120	38.98	21.85	69.93	129.80	38.89	...	584.04	549.20	347.91	294.36	283.08	312.23
121	76.48	47.35	74.21	95.67	42.05	...	542.03	507.22	308.84	256.70	240.55	268.40
122	102.76	59.58	64.23	66.31	43.52	...	533.48	498.81	306.65	257.09	232.04	249.89
123	113.45	57.73	33.43	63.75	36.80	...	559.96	525.51	338.66	290.75	260.09	266.83
124	107.84	52.62	33.55	67.12	31.62	...	559.80	525.29	337.04	288.60	259.45	268.36

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 109 se interpreta de la siguiente manera: 143.34 en la fila 109 y columna 1.2 indica que existe una distancia de 143.34 metros entre la entrada nº 109 y el depósito 1.2 para residuos que arrojan las personas.

Se aplicó la heurística de *Cubrimiento Parcial* que se vio en el ejemplo 2.4 de la sección 2.2.4, problemas de localización del Capítulo II. En el *paso 1* que consistió en hallar el mínimo entre las sumatorias c_j de las columnas de A , este valor se encuentra en $c_{1.27}$ y es 31707.22, en consecuencia los valores de la columna 1.27 pasan a ser los valores de a^* , entradas de la columna 1.27 e ingresan a formar parte del conjunto $\theta(x) = \{1.27\}$, donde $\theta(x)$ es el conjunto de todos los depósitos que van a formar parte de la asignación del máximo alcance. Todo ello se muestra en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Primera selección de un depósito con el mínimo de c_j ; $j = 1.1, \dots, 2.16$

$i \setminus j$	1.1	1.2	...	1.27	...	2.15	2.16	$\theta(x)$
c_j	56788.96	54038.62	...	31707.22	...	33289.65	33392.74	$\theta(x)=\{1.27\}$
							<i>Min c_j</i>	31707.22

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila c_j se interpreta de la siguiente manera: 31707.22 en la fila c_j y columna 1.27 se indica que la suma de las distancias entre las 124 entradas para personas y el depósito 1.27 es 31707.22 metros.

Como se busca localizar la mayor cantidad de depósitos se ejecutó de manera iterativa los *pasos 2 y 3* hasta llegar a $DTC_j = 0$, esto se logró luego de 41 iteraciones siendo 42 los elementos del conjunto $\theta(x) = \{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8, 1.43, 1.5, 1.36\}$, este procedimiento se mostró en las tablas 4.3 y 4.4. Según la heurística si $DTC_j = 0$ (resultado de la iteración 42) tenemos que ir al *paso 4* que consiste en formar la asignación y luego si llegamos del *paso 2* ir directamente al *paso 7* que consiste hallar la asignación para cada fila i de acuerdo al $\underbrace{\text{Mín}}_{t \in \theta(x)} a_{it}$. Estos 2 pasos se mostraron en la tabla 4.5.

El valor óptimo de la función objetivo es $Z = 4656.38$ metros, que es el mínimo de la máxima distancia total que se recorre al ingresar al bosque *El Olivar* a arrojar los residuos dentro de los depósitos desde las 124 entradas. La solución óptima se mostró en la tabla 4.6.

Tabla 4.3. 42 iteraciones del *Paso 2* hasta llegar a $DTC_j = 0$ y formando $\theta(x)$

Iteración	Max DTC_j^t	Conjunto $\theta(x)$ de depósitos seleccionados
1	9932.68	$\theta(x)=\{1.27, 1.9\}$
2	8606.18	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4\}$
3	2831.65	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16\}$
4	767.56	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23\}$
5	689.69	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1\}$
6	664.93	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3\}$
7	521.38	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22\}$
8	438.76	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2\}$
9	410.92	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45\}$
10	299.91	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7\}$
11	267.79	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19\}$
12	258.30	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46\}$
13	239.27	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26\}$
14	185.98	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6\}$
15	159.93	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4\}$
16	157.01	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15\}$
⋮	⋮	⋮
33	15.61	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31\}$
34	15.32	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11\}$
35	11.75	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11\}$
36	8.28	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42\}$
37	7.86	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24\}$
38	7.72	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8\}$
39	3.39	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8, 1.43\}$
40	1.94	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8, 1.43, 1.5\}$
41	1.64	$\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8, 1.43, 1.5, 1.36\}$
42	0.00	

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 1 se mostró la primera iteración del *pasó 2* donde el valor de máxima distancia total recorrida es 9938.68 metros que es el valor del $Max DTC_j^t$ para el depósito 1.9 que ingresa al conjunto $\theta(x)$.

Tabla 4.4. Paso 3, formación de las mejores combinaciones en $A = \{a_{ij}\}$ de asignación, $i = 1, \dots, 124$; de a_0^* a a_{41}^*

i	a_0^*	a_1^*	a_2^*	a_3^*	a_4^*	...	a_{37}^*	a_{38}^*	a_{39}^*	a_{40}^*	a_{41}^*
1	435.17	435.17	168.32	168.32	168.32	...	55.64	55.64	55.64	55.64	55.64
2	415.25	415.25	153.39	153.39	153.39	...	42.12	42.12	42.12	42.12	42.12
3	322.94	322.94	114.99	114.99	114.99	...	55.06	55.06	55.06	55.06	55.06
4	368.51	368.51	128.06	128.06	128.06	...	53.74	53.74	53.74	53.74	53.74
5	357.28	357.28	119.29	119.29	119.29	...	56.52	56.52	56.52	56.52	56.52
6	227.64	227.64	108.94	108.94	108.94	...	19.74	19.74	19.74	19.74	18.10
7	153.05	153.05	153.05	153.05	153.05	...	19.15	19.15	19.15	19.15	19.15
8	135.81	135.81	135.81	135.81	135.81	...	14.51	14.51	14.51	14.51	14.51
9	153.26	153.26	153.26	153.26	153.26	...	15.25	15.25	15.25	15.25	15.25
10	137.27	137.27	137.27	137.27	137.27	...	4.98	4.98	4.98	4.98	4.98
11	201.66	201.66	201.66	201.66	201.66	...	34.53	34.53	34.53	34.53	34.53
12	323.07	68.81	68.81	68.81	68.81	...	44.33	44.33	44.33	44.33	44.33
13	359.33	46.24	46.24	46.24	46.24	...	46.24	44.18	44.18	44.18	44.18
14	401.02	47.51	47.51	47.51	47.51	...	27.45	21.79	21.79	21.79	21.79
15	426.74	69.64	69.64	69.64	69.64	...	23.17	23.17	23.17	23.17	23.17
16	465.58	111.99	111.99	111.99	111.99	...	16.88	16.88	16.88	16.88	16.88
17	462.39	120.14	120.14	120.14	120.14	...	2.89	2.89	2.89	2.89	2.89
18	459.07	129.87	129.87	129.87	129.87	...	25.55	25.55	25.55	25.55	25.55
19	333.70	95.50	95.50	95.50	95.50	...	47.96	47.96	47.96	47.96	47.96
20	354.63	72.83	72.83	72.83	72.83	...	32.11	32.11	32.11	32.11	32.11
21	393.57	37.60	37.60	37.60	37.60	...	21.57	21.57	21.57	21.57	21.57
22	340.15	57.99	57.99	57.99	57.99	...	53.55	53.55	53.55	53.55	53.55
23	349.70	59.31	59.31	59.31	59.31	...	44.80	44.80	44.80	44.80	44.80
24	288.77	109.92	109.92	109.92	109.92	...	66.50	66.50	66.50	66.50	66.50
25	222.01	189.62	189.62	35.67	35.67	...	35.67	35.67	35.67	35.67	35.67
26	245.19	212.83	212.83	53.76	53.76	...	53.76	53.76	53.76	53.76	53.76
27	272.07	176.01	176.01	81.24	81.24	...	81.24	81.24	81.24	81.24	81.24
28	220.24	220.24	220.24	48.11	48.11	...	48.11	48.11	48.11	48.11	48.11
.
.
.
105	229.39	136.76	136.76	93.24	93.24	...	54.66	54.66	54.66	54.66	54.66
106	135.72	135.72	135.72	127.64	127.64	...	32.71	32.71	32.71	32.71	32.71
107	224.56	135.73	135.73	105.88	105.88	...	40.72	40.72	40.72	40.72	40.72
108	257.95	103.08	103.08	103.08	103.08	...	32.72	32.72	32.72	32.72	32.72
109	325.62	42.10	42.10	42.10	42.10	...	19.56	19.56	19.56	19.56	19.56
110	285.65	75.62	75.62	75.62	75.62	...	12.08	12.08	12.08	12.08	12.08
111	290.71	78.59	78.59	78.59	78.59	...	29.81	29.81	29.81	29.81	29.81
112	320.24	44.69	44.69	44.69	44.69	...	31.26	31.26	31.26	31.26	31.26
113	376.36	19.98	19.98	19.98	19.98	...	19.98	19.98	19.98	19.98	19.98
114	326.67	31.92	31.92	31.92	31.92	...	22.39	22.39	22.39	22.39	22.39
115	387.51	53.27	53.27	53.27	53.27	...	51.26	51.26	51.26	51.26	51.26
116	391.10	54.23	54.23	54.23	54.23	...	48.36	48.36	48.36	48.36	48.36
117	449.13	146.41	146.41	146.41	146.41	...	65.21	65.21	65.21	65.21	65.21
118	458.10	151.59	151.59	151.59	151.59	...	62.10	62.10	62.10	62.10	62.10
119	413.53	113.84	113.84	113.84	113.84	...	32.28	32.28	32.28	32.28	32.28
120	456.59	98.10	98.10	98.10	98.10	...	21.85	21.85	21.85	21.85	21.85
121	414.30	56.72	56.72	56.72	56.72	...	8.57	8.57	8.57	8.57	8.57
122	405.42	59.37	59.37	59.37	59.37	...	36.80	36.80	36.80	36.80	36.80
123	432.01	96.06	96.06	96.06	96.06	...	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43
124	431.79	92.49	92.49	92.49	92.49	...	33.55	33.55	33.55	31.62	31.62

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 124 se interpreta de la siguiente manera: 431.79 en la fila 124 y columna a_0^* indica que la distancia hacia la entrada nº 124 fue en total 431.79 metros como mínimo para depositar los residuos.

Tabla 4.5. Paso 4 y 7 de asignación de los valores de cubrimiento parcial $\underset{t \in \theta(x)}{\text{Mín}} a_{it}$, $A = \{a_{ij}\}$ de

asignación, $i = 1, \dots, 124$

$i \backslash t$	1.27	1.9	2.4	2.16	...	1.8	1.43	1.5	1.36	MIN
1	435.17	771.18	168.32	627.16	...	791.56	229.93	866.45	229.98	55.64
2	415.25	749.53	153.39	607.49	...	769.80	215.28	844.88	208.26	42.12
3	322.94	646.83	114.99	515.13	...	666.60	165.83	742.49	107.11	55.06
4	368.51	697.07	128.06	561.02	...	717.01	187.55	792.64	156.26	53.74
5	357.28	686.42	119.29	549.79	...	706.44	177.99	781.94	145.41	56.52
6	227.64	556.14	108.94	419.72	...	576.74	122.30	651.33	18.10	18.10
7	153.05	436.25	226.15	327.96	...	455.60	212.54	532.12	109.32	19.15
8	135.81	377.55	282.20	285.68	...	396.39	261.62	473.53	169.28	14.51
9	153.26	296.87	362.24	239.73	...	314.64	335.79	392.83	252.78	15.25
10	137.27	307.81	345.62	236.90	...	326.41	318.28	403.82	238.06	4.98
11	201.66	213.04	443.61	208.01	...	229.60	412.38	308.62	338.04	34.53
12	323.07	68.81	588.88	222.97	...	78.48	551.72	158.81	489.37	44.33
13	359.33	46.24	627.41	245.13	...	44.18	589.46	123.11	528.62	44.18
14	401.02	47.51	672.97	269.37	...	21.79	633.30	75.55	576.56	21.79
15	426.74	69.64	699.59	289.61	...	44.51	659.50	56.00	603.60	23.17
16	465.58	111.99	743.40	308.99	...	94.74	700.12	17.01	653.06	16.88
17	462.39	120.14	742.23	297.14	...	108.77	697.05	32.92	656.02	2.89
18	459.07	129.87	739.94	287.59	...	123.00	693.30	55.53	657.15	25.55
19	333.70	95.50	615.11	160.30	...	115.59	567.01	135.29	538.12	47.96
20	354.63	72.83	635.57	187.65	...	89.45	588.89	105.76	554.55	32.11
21	393.57	37.60	669.99	247.73	...	26.93	627.68	58.42	578.65	21.57
22	340.15	57.99	620.37	180.74	...	78.82	574.78	112.35	537.02	53.55
.
.
.
103	156.95	242.20	434.13	35.58	...	268.06	382.22	318.96	374.30	35.58
104	183.17	184.21	464.38	65.49	...	209.69	417.39	268.39	388.81	33.03
105	229.39	136.76	509.83	93.24	...	162.43	464.03	220.53	429.66	54.66
106	135.72	225.36	408.42	127.64	...	248.34	367.06	318.29	322.06	30.98
107	224.56	135.73	503.36	105.88	...	160.76	459.14	224.05	419.70	40.72
108	257.95	103.08	536.47	126.95	...	128.46	492.50	190.67	451.28	32.72
109	325.62	42.10	597.28	207.15	...	59.41	557.53	137.27	502.17	19.56
110	285.65	75.62	558.58	172.91	...	97.45	518.06	171.14	465.69	12.08
111	290.71	78.59	560.36	188.00	...	97.09	521.40	174.48	464.51	29.81
112	320.24	44.69	598.21	177.19	...	70.51	554.72	128.48	510.57	31.26
113	376.36	19.98	652.40	233.87	...	20.42	610.32	76.11	560.86	19.98
114	326.67	31.92	602.37	192.95	...	57.03	560.43	125.26	511.42	22.39
115	387.51	53.27	666.77	229.69	...	56.78	622.21	63.04	580.24	51.26
116	391.10	54.23	670.24	233.62	...	55.90	625.79	59.16	583.40	48.36
117	449.13	146.41	730.56	269.46	...	146.03	681.80	91.83	653.30	65.21
118	458.10	151.59	739.53	278.67	...	149.80	690.87	91.15	661.88	62.10
119	413.53	113.84	694.92	237.42	...	117.79	646.88	83.79	616.28	32.28
120	456.59	98.10	730.97	312.23	...	75.00	690.04	38.89	636.15	21.85
121	414.30	56.72	690.20	268.40	...	38.36	648.27	42.05	597.84	8.57
122	405.42	59.37	683.93	249.89	...	53.44	640.06	43.52	595.63	36.80
123	432.01	96.06	712.09	266.83	...	89.80	666.63	36.80	626.91	33.43
124	431.79	92.49	711.56	268.36	...	85.07	666.46	31.62	625.56	31.62

Valor Óptimo de la FO es: 4656.38

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 124 se interpreta de la siguiente manera: 31.62 en la fila 124 y columna 1.5 indica que la distancia recorrida por las personas que ingresan por la entrada nº 124 al depósito 1.5 es 31.62 metros y es la distancia mínima entre todos los depósitos del conjunto $\theta(x)$ para a_{it} , que es la entrada nº 124 para las personas que ingresan al bosque a depositar los residuos.

Tabla 4.6. Solución óptima al problema de cubrimiento parcial para el sistema de limpieza actual

Localización del Depósito	Depósito	Detalle de las entradas al bosque
1	1.2	16, 120
2	1.3	17, 18, 117, 118 y 123
3	1.4	19, 20, 22, 23, 29 y 119
4	1.5	124
5	1.6	15, 21, 115, 116, 121 y 122
6	1.7	24 y 112
7	1.8	13 y 14
8	1.9	70 y 113
9	1.10	12, 109 y 114
10	1.11	110 y 111
11	1.12	105, 107 y 108
12	1.16	Ninguna
13	1.19	39, 41, 42 y 106
14	1.20	Ninguna
15	1.21	88
16	1.22	9 y 10
17	1.23	35, 36, 37, 38, 89, 90, 92, 93 y 98
18	1.24	34
19	1.26	32 y 48
⋮	⋮	⋮
24	1.36	6
25	1.40	59, 60, 61, 65, 66 y 73
26	1.41	74, 79 y 81
27	1.42	77 y 80
28	1.43	82
29	1.45	76, 83 y 84
30	1.46	31 y 33
31	1.47	30
32	1.50	8
33	2.1	1, 2, 4, 5, 67, 68 y 69
34	2.2	53, 54, 55, 56, 57 y 58
35	2.4	62, 63, 64, 71, 72, 75 y 78
36	2.5	3
37	2.6	Ninguna
38	2.11	51 y 52
39	2.12	49, 50 y 87
40	2.14	11
41	2.15	104
42	2.16	25, 26, 27, 28, 40, 91, 94, 95, 96, 97, 99, 100, 101, 102 y 103

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, para la fila 1 se interpreta de la siguiente manera: El primer depósito que se localizó fue el depósito 1.2, los usuarios que ingresan por las entradas nº 16 y 120 tienen que arrojar los residuos en el depósito 1.2 porque es el más cercano.

Modelo de cubrimiento parcial del Nuevo Sistema (NS) de limpieza para depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas

La figura 4.4, muestra el mapa de la reubicación de los depósitos de residuos del nuevo sistema de limpieza con las 124 entradas. Se consideró el problema de localizar la mayor cantidad de depósitos de residuos para minimizar el máximo alcance de la distancia de una entrada determinada hacia un depósito. Se tienen 75 depósitos de residuos posibles para ser utilizados. La distancia entre las 124 entradas y los 75 depósitos están dadas por la matriz $D = \{d_{ij}\}$ que se mostró en la tabla 4.7. La cantidad de personas que ingresan por una entrada específica a arrojar los residuos dentro de un depósito es la componente $a_i = 1$ del vector a . Se requirió asignar el depósito más cercano a una entrada determinada tal que la máxima distancia total de recorrido sea mínima. La matriz $A = \{a_{ij}\}$ de asignación (ya no binaria) se obtiene del producto $a_{ij} = a_i d_{ij}$, $i = 1, \dots, 124; j = 1.1, \dots, 2.26$. Para este caso particular $D = A$ puesto que $a_i = 1$, se aplicó la heurística de *Cubrimiento Parcial* que se vio en el ejemplo 2.4 de la sección 2.2.4, problemas de localización del Capítulo II y se obtuvo luego de 52 iteraciones del *paso 2* y *3*, siendo 53 los elementos del conjunto $\theta(x) = \{1.20, 1.7, 2.4, 1.42, 2.25, 2.1, 1.40, 2.20, 1.17, 2.2, 1.30, 2.19, 1.44, 1.15, 1.28, 1.8, 1.3, 1.5, 1.22, 1.41, 1.47, 2.6, 1.18, 1.48, 1.34, 1.36, 1.43, 2.11, 1.27, 2.16, 1.2, 1.39, 1.16, 1.46, 1.29, 2.5, 1.4, 1.35, 1.33, 1.21, 1.9, 2.26, 1.45, 2.24, 2.23, 1.6, 2.22, 2.13, 1.31, 2.3, 2.18, 1.24, 2.9\}$. Según la heurística si $DTC_j = 0$ tenemos que ir al *paso 4* que consiste en formar la asignación y luego si llegamos del *paso 2* ir directamente al *paso 7* que consiste hallar la asignación para cada fila i de acuerdo al $\underset{t \in \theta(x)}{\text{Mín}} a_{it}$. El valor óptimo de la función objetivo es $Z = 3310.93$ metros, que es el mínimo de la máxima distancia total que se recorre al ingresar al bosque *El Olivar* a arrojar los residuos dentro de los depósitos desde las 124 entradas. La solución óptima se mostró en la tabla 4.9. A continuación se

muestra la tabla 4.8, que muestra una comparación entre los modelos de cubrimiento parcial presentados.

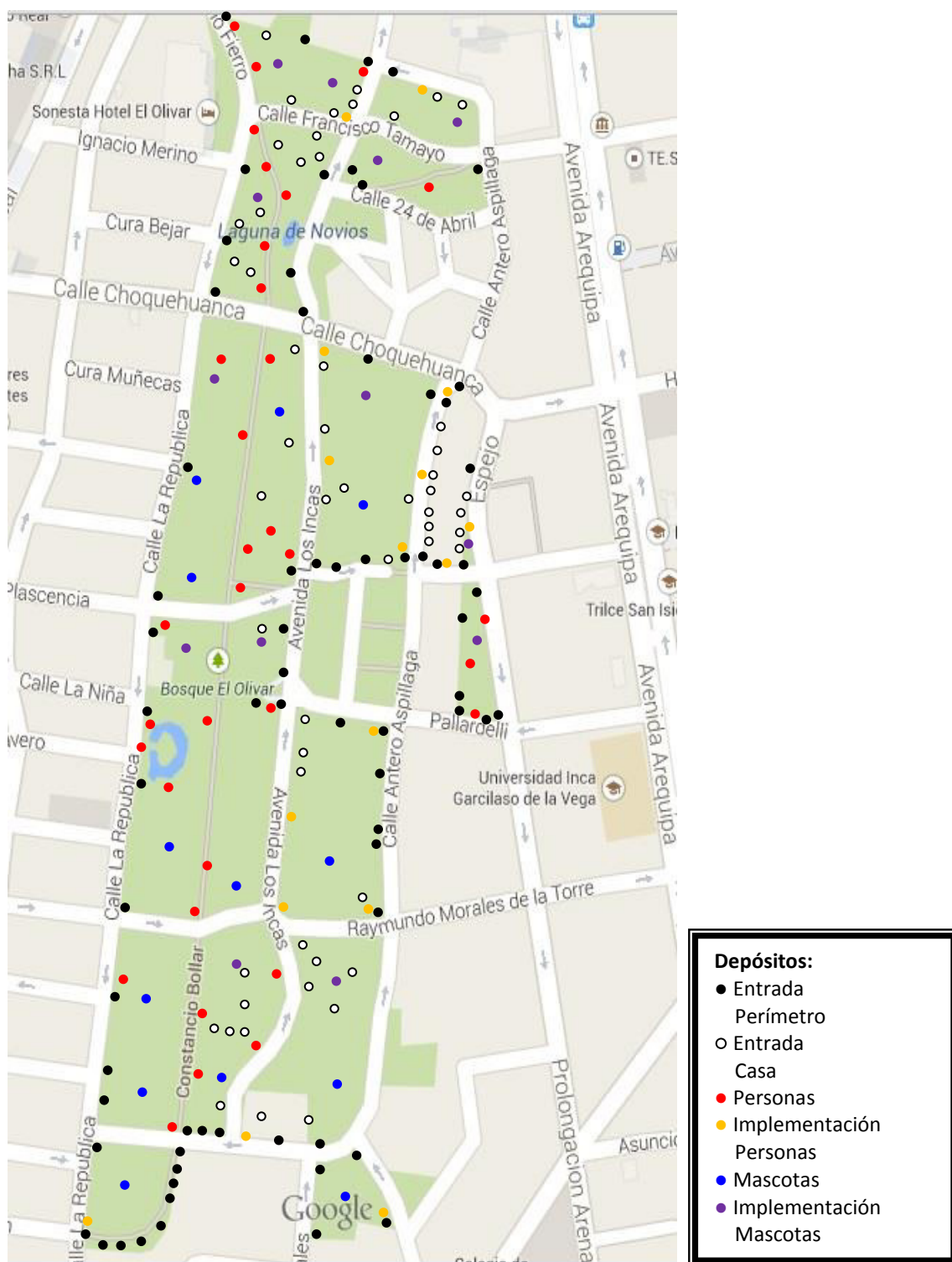


Figura 4.4. Mapa del modelo de cubrimiento parcial para la reubicación de los depósitos de residuos y las entradas que existen dentro del bosque

Nota: Google Maps con elaboración propia.

Tabla 4.7. NS. Matriz de distancias $D = \{d_{ij}\}, i = 1, \dots, 124; j = 1.1, \dots, 2.26$

i\j	1.1	1.2	1.3	1.4	...	2.22	2.23	2.24	2.25	2.26
1	877.52	888.19	811.32	866.45	...	783.29	783.55	817.08	861.67	880.40
2	855.53	866.80	790.40	844.88	...	761.57	763.39	796.11	840.30	858.49
3	751.30	765.27	691.17	742.49	...	658.57	667.99	696.63	738.87	754.59
4	802.00	815.12	740.11	792.64	...	708.91	715.32	745.67	788.67	805.21
5	791.68	804.31	729.10	781.94	...	698.31	704.14	734.68	777.85	794.79
6	663.76	673.12	597.25	651.33	...	568.36	572.77	602.86	646.62	666.14
7	540.14	555.85	485.53	532.12	...	447.71	470.08	490.52	529.62	543.33
8	480.14	498.00	430.36	473.53	...	388.68	419.54	435.03	471.93	483.52
9	396.82	418.60	356.26	392.83	...	307.33	354.17	360.30	392.90	400.56
10	410.32	428.75	363.62	403.82	...	318.78	357.99	367.95	402.82	413.55
11	310.77	335.64	280.11	308.62	...	222.71	289.42	283.29	310.45	314.55
12	158.75	189.05	159.53	158.81	...	73.68	203.12	159.35	166.10	161.41
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
112	166.01	148.33	88.76	128.48	...	60.02	125.51	90.81	121.88	160.29
113	108.58	103.09	86.47	76.11	...	15.69	150.75	83.33	79.17	102.17
114	153.49	149.13	102.12	125.26	...	46.75	145.17	102.87	123.41	149.60
115	121.76	78.72	51.37	63.04	...	53.85	122.18	46.85	52.20	110.38
116	118.19	75.51	53.73	59.16	...	53.68	125.29	48.80	49.09	106.64
117	168.20	65.21	69.28	91.83	...	145.57	116.50	64.40	64.33	151.23
118	166.48	62.10	77.77	91.15	...	149.93	125.50	72.56	65.00	149.30
119	159.99	70.80	32.28	83.79	...	115.45	93.36	26.85	55.10	144.50
120	38.98	69.93	129.80	38.89	...	84.15	204.19	122.83	67.65	24.72
121	76.48	74.21	95.67	42.05	...	44.88	168.14	89.88	55.97	66.97
122	102.76	64.23	66.31	43.52	...	54.40	139.65	60.28	39.20	90.62
123	113.45	33.43	63.75	36.80	...	91.45	136.44	55.95	8.74	97.65
124	107.84	33.55	67.12	31.62	...	87.18	140.51	59.39	6.95	92.21

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, en la fila 124 se interpreta de la siguiente manera: 33.55 en la fila 109 y columna 1.2 indica que existe una distancia de 33.55 metros entre la entrada nº 124 y el depósito 1.2 para residuos que arrojan las personas.

Tabla 4.8. Comparación entre los modelos de cubrimiento parcial para los depósitos de residuos que arrojan las personas y generan las mascotas

Criterios	Modelo de Cubrimiento Parcial. Sistema Actual	Modelo de Cubrimiento Parcial. Nuevo Sistema
Mínimo de la máxima distancia total	4656.38 metros	3310.93 metros
Depósitos que intervienen para encontrar el máximo alcance	Son 42 depósitos en $\theta(x)=\{1.27, 1.9, 2.4, 2.16, 1.23, 2.1, 1.3, 1.22, 2.2, 1.45, 1.7, 1.19, 1.46, 1.26, 1.6, 1.4, 2.15, 1.32, 1.41, 2.6, 2.12, 1.40, 1.10, 1.20, 2.14, 1.29, 1.2, 1.47, 2.5, 1.12, 1.50, 1.21, 1.16, 1.31, 1.11, 2.11, 1.42, 1.24, 1.8, 1.43, 1.5, 1.36\}$	Son 53 depósitos en $\theta(x)=\{1.20, 1.7, 2.4, 1.42, 2.25, 2.1, 1.40, 2.20, 1.17, 2.2, 1.30, 2.19, 1.44, 1.15, 1.28, 1.8, 1.3, 1.5, 1.22, 1.41, 1.47, 2.6, 1.18, 1.48, 1.34, 1.36, 1.43, 2.11, 1.27, 2.16, 1.2, 1.39, 1.16, 1.46, 1.29, 2.5, 1.4, 1.35, 1.33, 1.21, 1.9, 2.26, 1.45, 2.24, 2.23, 1.6, 2.22, 2.13, 1.31, 2.3, 2.18, 1.24, 2.9\}$
Distancia promedio recorrida por un usuario	42.33 metros	30.10 metros

Fuente. Elaboración propia.

Tabla 4.9. Solución óptima al problema de cubrimiento parcial para el NS de limpieza

Localización Depósito	Depósito	Detalle de las entradas al bosque
1	1.2	17 y 18
2	1.3	19, 20, 22 y 23
3	1.4	16
4	1.5	15, 21, 116, 121 y 122
5	1.6	14
6	1.7	70
7	1.8	12, 109, 112 y 114
8	1.9	110 y 111
9	1.15	39, 41, 42 y 106
10	1.16	88
11	1.17	9 y 10
12	1.18	35 y 89
13	1.20	43 y 46
14	1.21	7
15	1.22	Ninguna
16	1.24	6
17	1.27	60, 61, 65, 66 y 73
18	1.28	74, 79, 80 y 81
19	1.29	77 y 83
20	1.30	30, 31, 32 y 33
⋮	⋮	⋮
36	2.1	4, 5 y 68
37	2.2	53, 55, 56 y 57
38	2.3	82
39	2.4	63, 64, 72, 75 y 78
40	2.5	3
41	2.6	Ninguna
42	2.9	49
43	2.11	11
44	2.13	28 y 97
45	2.16	44 y 45
46	2.18	34
47	2.19	36, 90, 91, 92 y 93
48	2.20	104
49	2.22	113
50	2.23	29
51	2.24	115 y 119
52	2.25	123 y 124
53	2.26	120

Fuente. Elaboración propia.

Interpretación: Por ejemplo, para la fila 1 se interpreta de la siguiente manera: El primer depósito que se localizó fue el depósito 1.2, los usuarios que ingresan por las entradas nº 17 y 18 tienen que arrojar los residuos en el depósito 1.2 porque es el más cercano.

CONCLUSIONES

1. La aplicación de simulación y cubrimiento en el sistema determinó el almacenaje adecuado de los residuos en el bosque *El Olivar* de San Isidro puesto que se halló la cantidad adecuada de los depósitos de cada tipo y su respectiva localización.
2. La cantidad adecuada de los depósitos de residuos, que arrojan las personas y generan las mascotas, depende de la cantidad de residuos que ingreso al bosque *El Olivar* de San Isidro puesto que cuando se hizo la simulación con la información obtenida y las cantidades de depósitos de cada tipo cubren las necesidades de limpieza, dado que las medias de los ingresos de residuos de personas y mascotas en el bosque en periodos de 3 días son 1765.29 y 933.75 kilogramos lo que sería equivalente a necesitar 49 y 26 depósitos respectivamente y como se tienen 49 y 26 depósitos obtenidos por la simulación para personas y mascotas respectivamente, se cumple la primera hipótesis específica.
3. La localización adecuada de los depósitos de residuos, que arrojan las personas y generan las mascotas, depende del lugar del bosque *El Olivar* de San Isidro por donde ingresen los usuarios a depositar los residuos dado que cuando se ubicaron los depósitos en el escenario propuesto para comprobar la condición de la heurística de *cubrimiento total*, se usó el criterio de que se tenían que colocar los nuevos depósitos en los espacios del bosque del lado derecho, 14 para personas y 6 para mascotas, puesto que tienen la mayor cantidad de entradas y todas estas localizaciones son adecuadas para el modelo. Con ello se cumple la segunda hipótesis específica.

RECOMENDACIONES

1. Se espera que se implemente el nuevo sistema de limpieza con 49 depósitos para residuos que arrojan las personas y 26 depósitos para residuos que generan las mascotas puesto que el mínimo de la máxima distancia total recorrida se reduce en 1345.45 metros con respecto al sistema actual, eso quiere decir que los depósitos en el sistema actual no son suficientes con respecto a las entradas para minimizar la máxima distancia total recorrida con la condición de distancia dada para el modelo.
2. Implementar el nuevo sistema de limpieza implica un costo que comparado al beneficio en distancia total recorrida es ínfimo (Costo: Una implementación de depósitos en un periodo de tiempo vs Beneficio: Ahorro en el sueldo mensual de empleados de limpieza por turnos), pues al hacer este proceso se obtuvo un resultado que redujo en 28.90% el mínimo de la máxima distancia total recorrida en el sistema actual según la heurística de cubrimiento parcial.
3. Hacer el análisis según la teoría de colas para saber en qué sistema los usuarios se demoran menos tiempo en depositar los residuos, puesto que se hubiera tenido que hacer una toma de datos adicional para hacer la teoría de colas en el sistema y comprobar lo anteriormente dicho y ya se había definido como medida de efectividad el mínimo de la máxima distancia total recorrida.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Ávila A., R. (2000). Libro: *Estadística Elemental*. Lima: Estudios y Ediciones R.A.
- [2] Berger V., E. (2008). Notas de Clase: *Simulación de Sistemas*. Lima.
- [3] Borrás, F. y Pastor, P. (2004). Artículo de Investigación: *Modelos probabilísticos de localización por cubrimiento: una panorámica*. Elche: Centro de Investigación Operativa de la Universidad Miguel Hernández de Elche.
- [4] Chávez, A. et al. (2002). Revista: *Riesgo de contraer enfermedades parasitarias en los parques públicos de Lima y Callao*. Lima: Revista de Investigación Veterinaria.
- [5] Durand R., L. (2011). Notas de Clase: *Investigación de Operaciones II, Casos especiales de programación entera – Uso del Lingo*. Lima.
- [6] García, E., García, H. y Cárdenas, L. (2006). Libro: *Simulación y análisis de sistemas con ProModel*. México: Pearson Educación
- [7] García, R. y Faulín, Francisco (2001). Artículo: *Variables Aleatorias Continuas*. España: Universidad Oberta de Cataluña.
- [8] Hillier, F. y Lieberman, G. (2002). Libro: *Investigación de Operaciones* (Séptima Edición). México: Mc Graw Hill
- [9] McMillan, C. y González, R. (1999). Libro: *Análisis de sistemas, Modelos de toma de decisiones por computadora*. (Segunda Edición). México.
- [10] Microsoft Visio 2010 *Sección de ayuda al usuario*.
- [11] Ministerio de Defensa, Instituto Geográfico Nacional (2011). Norma Técnica: *Especificaciones Técnicas para la Producción de Cartografía Básica Escala 1:1000*. Lima.
- [12] Municipalidad de San Isidro Página Web: www.msi.gob.pe
- [13] Prawda W., J. (1986). Libro: *Métodos y Modelos de Investigación de Operativa Volumen 2 Modelo Estocásticos*. México: LIMUSA.
- [14] Schmidt, J. y Taylor, R. (1979). Libro: *Análisis y Simulación de Sistema Industriales*.
- [15] Velásquez P., C. (2006). Notas de Clase: *Modelos Probabilísticos*. Lima.

- [16] Von B., K. (1968, Séptima Reimpresión: 1989) *Teoría General de los Sistemas; Fundamentos, Desarrollo y aplicaciones*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- [17] Winston, W. (2006). *Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos*. (Cuarta Edición). México: Iberoamericana.

ANEXO

FOTOS DEL BOSQUE *EL OLIVAR DE SAN ISIDRO*

Figura A.1. Depósitos de residuos que arrojan las personas

Fuente: Elaboración propia.



Figura A.2. Depósitos de residuos generados por las mascotas

Fuente: Elaboración propia.



Figura A.3. Localización del depósito 2.14 del NS de mascotas

Fuente: Elaboración propia.



Figura A.4. Localización cercana de los depósitos 2.11 y 2.12 de mascotas

Fuente: Elaboración propia.



Figura A.5. Localización del depósito 2.17 del NS de mascotas

Fuente: Elaboración propia.



Figura A.6. Localización del depósito 2.21 del NS de mascotas

Fuente: Elaboración propia.