UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS Fundada en 1551
FACULTAD DE LETRAS Y CIENCIAS HUMANAS
E.A.P. DE FILOSOFÍA

Juan Ramón Conink, un cosmógrafo del siglo XVII en el Perú

TESIS para obtener el Título Profesional de: LICENCIADA EN FILOSOFÍA

AUTORA
VERÓNICA MATILDE SÁNCHEZ MONTENEGRO

LIMA – PERÚ 2005

PRÓLOGO

En cierto modo, los arcanos culturales de nuestro país, entre los que somos estudiantes de filosofía, se muestran con rostros lejanos y en primera instancia causan escepticismo, si es que no apatía. Y este fue mi caso.

Sin embargo, tal perspectiva comenzó a cambiar por múltiples circunstancias que pueden considerarse azarosas. Una de esas felices circunstancias fue comenzar la ardua y a veces complicada traducción del texto que presento en esta ocasión. Lo cual abrió dichos arcanos de una manera tal, que hasta ahora el asombro, viejo compañero de viaje filosófico, continua siendo parte de las investigaciones en las que he formado parte, y cuyo derrotero nos dirige inflexiblemente a la época colonial.

Quisiera agradecer por tanto, la posibilidad de integrar un grupo de investigación al cual tuve acceso gracias a la amable bienvenida del que es asesor de esta tesis, José Carlos Ballón. Él sería responsable solamente de incentivar mi interés por el tema del pensamiento colonial mas no de los defectos que pudiera tener el presente escrito, que son siempre cuestión del autor. Quisiera agradecer además a Zenón Depaz y al profesor Raimundo Prado tanto por sus apreciaciones, que me han permitido mejorar la tesis que presento, como el tiempo que me otorgaron para ello, a pesar de su recargada labor.

No puedo terminar este prólogo sin señalar la importancia que tuvo para lograr arribar a estos resultados, la subvención de proyectos de tesis que me otorgó la Facultad de Letras y el Consejo Superior de Investigaciones de la UNMSM. La cual sirvió obviamente para solventar los inevitables gastos involucrados en cualquier investigación. Asimismo, menciono aquí la asesoría solícita del profesor Miguel Ángel Polo con respecto a los trámites inherentes a la presentación de una tesis en nuestra escuela de Filosofía. Agradezco también la ayuda insustituible que la Sra. Marta, secretaria de la Escuela de Filosofía, me extendió a fin de facilitarme los arduos esfuerzos del papeleo burocrático.

Al final, pero no lo último, agradezco el valioso apoyo que me otorgan mis padres, sin cuyo aliento permanente nada de esto hubiera salido a luz.

Ciudad Universitaria, Enero de 2005.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de investigación histórica de los orígenes de las ideas científicas modernas en el Perú, está basado en fuentes textuales originales de los siglos XVII y XVIII; además traduce un texto originalmente publicado en latín. Finalmente, analiza e interpreta las condiciones contextuales en las que se produjeron las primeras obras científicas en el Perú colonial de los llamados Cosmógrafos Mayores del Reino y catedráticos de prima de matemáticas de la Universidad de San Marcos. Lo cual en cierta manera, sugiere la elaboración de una interpretación alternativa a la ofrecida hasta ahora de tales obras.

En general, la hermenéutica establecida supone que la época de la Colonia en el Perú, es la época que solo dio lugar a una cultura de la imitación, donde el análisis y la crítica, simplemente fueron exiliados. De lo cual se dedujo que en ella no hubo una filosofía propia. Lo cual sería un punto de vista hasta cierto punto parcial, si tenemos en cuenta que en dicha época existía un grupo de hombres interesados y preocupados por la ciencia, y que fueron personajes que bien podrían ser los representantes de dicha ciencia en el Perú del siglo XVII. Estos hombres son los denominados *cosmógrafos*, los cuales estuvieron casi siempre al tanto de los avances científicos de Europa. Este interés de parte de ellos hicieron posible -o sembraron- las expectativas científicas en nuestro país. Esto debido a que no solo recepcionaron los escritos de los científicos europeos de la época, sino que asimilaron dicho conocimiento de acuerdo a las necesidades de nuestro propio contexto, dando así su propia perspectiva.

Y a pesar de lo dicho, sus aportes en relación con el establecimiento de un sentido común filosófico y científico ha sido hasta ahora ignorado o dejado de lado por nuestra comunidad filosófica. En el fondo de este olvido se encuentran posiblemente nociones de filosofía y ciencia que han esterilizado búsquedas históricas y hermenéuticas mucho más potentes sobre nuestra tradición histórica y bibliográfica. Pero no es el fin de esta tesis inmiscuirse prolijamente en ese debate, del cual solo expongo mis apreciaciones de manera provisoria. Sin embargo, la presentación de algo así como los aportes “científicos” y sus supuestos “filosóficos” en un texto inexplorado de esta época, en este caso, el del jesuita y cosmógrafo del virreinato peruano, Juan Ramón Conink, ameritaba alguna opinión sobre el caso.

Y es que en el caso de esta tesis, se intentará mostrar que ese olvido de nuestra riqueza textual elaborada históricamente, ha mantenido ignorado los aportes científico-matemáticos que están presentes en el manuscrito de este erudito cosmógrafo colonial. Y esos aportes se sustentan en una rica y sugerente perspectiva filosófica, que no es un calco exacto de los debates matemático-mecanicistas que dieron origen al proyecto moderno de ciencia. Sabemos que las lecturas positivistas sobre el desarrollo de la actividad científica se han mostrado estrechas en relación a la riqueza teórica y metodológica que originaron el proyecto mencionado. Sendos proyectos alternativos de paradigmas científicos trataron de explicar las novedades acarreadas por los grandes viajes de navegación y por el surgimiento del fenómeno burgués. Es así que la modernidad científica y filosófica no se agota en el mecanicismo, sino que las variantes organicistas, herméticas y neoplatónicas también pretendían en aquel entonces, legitimarse presentando sus alternativas de solución a los problemas abiertos y que ya mencionamos. Y eso sin mencionar que hubo sus matices e imbricaciones mutuas.

De esta forma intentamos contribuir al rescate bibliográfico de dicha época colonial en el Perú, mediante el análisis de un texto matemático colonial. Tenemos por finalidad desentrañar los ejes teóricos inmersos en el escrito del jesuita y cosmógrafo del virreinato peruano, Juan Ramón Conink, y su obra C*ubus et Sphaera geometrice duplicata*, publicada en el año 1696. La importancia de nuestro estudio radicaría en el debate matemático (geométrico) implícito en dicho texto. Lo cual nos dirige a su vez, a un debate acerca de las nociones usadas en él, al nivel de presupuestos filosóficos. Este estudio se muestra importante en cuanto se encuentra inmerso en el inmenso proyecto de recepción y crítica del saber científico matemático al que se dedicarían los cosmógrafos en el virreinato peruano. Es así que son los cosmógrafos los que nos permiten vislumbrar y medir en todo su espesor, el nivel de recepción y comprensión del saber científico en auge en la Europa de aquel entonces. Ellos además eran los encargados de cultivar el resto de disciplinas de interés científico para la época como la astronomía, medicina y física, generando así también debates científicos y filosóficos en torno a estos temas.

En el caso de las matemáticas, alrededor de los siglos XV, XVI y bastante entrado el XVII, se releyó con atención los textos matemáticos heredados de la Grecia antigua, y se repotenció el sistema geométrico euclidiano. Pero sólo con la aparición de la geometría analítica cartesiana los cuerpos geométricos se volvieron abstracciones estrictamente mentales, es decir, se volvieron fórmulas algebraicas, y no necesitaron justificarse en intuiciones que remitieran a los cuerpos espaciales, como en la geometría euclidiana. Y la obra de Conink se inscribiría en este último paradigma, en tanto no conllevaba mayor contradicción con la relectura tomista de Aristóteles en tanto asumían la misma concepción jerárquica de los entes, y posiblemente el sistema euclidiano justificaba al nivel geométrico dicha concepción.

Sin embargo, tal repotenciación euclidiana llevó a retomar el problema de los números *irracionales* y de las magnitudes *infinitas*, al que los supuestos ontológico-matemáticos de la obra euclidiana no pudieron responder con suficiencia. Y ello debido a que la clase de entes que aceptaba dicho sistema eran solo los que, a nivel geométrico, podían trazarse con la regla y el compás. Es decir, solo eran aceptables las figuras surgidas de la línea recta y la circunferencia. Al nivel físico, se traduciría como que solo eran aceptables los entes del mundo sublunar cuyo desplazamiento era rectilíneo, y los del mundo supralunar, cuyo movimiento era en círculos- con la consiguiente diferencia ontológica entre ambos niveles.

Pero los números irracionales y las magnitudes infinitas surgían cuando se intentaba dibujar las figuras geométricas que actualmente denominamos como *curvas* o *cónicas*, y que son entes geométricos *desmesurados*, es decir, que no se pueden comprender ni como líneas rectas, ni como círculos. Así, los problemas clásicos de la geometría: la trisección del ángulo, la duplicación del cubo, y la cuadratura del círculo suponen en su resolución dichas curvas. Pero su uso en tales resoluciones rompe con el esquema ontológico aceptado, es decir, figuras en base a líneas rectas y círculos. Lo interesante aquí es hacer notar cómo Juan Ramón Conink, al tratar de resolver el *problema de Delos* (llamábase así al problema de la duplicación del cubo) está tomando una decisión al nivel ontológico. Pues su salida, según trataremos de mostrar, será apostar por el sistema clásico euclidiano, apelando a los métodos heredados de los geómetras de la escuela platónica, en específico el método *exhaustivo*. Ello posiblemente con el fin de seguir manteniendo en vigencia -al nivel matemático- la cosmología aristotélico-tomista.

Según nuestras investigaciones, al tratar de salvar tal paradigma aristotélico tomista, también asumía un distanciamiento con la tradición matemática nueva surgida con la modernidad, la cual buscó solucionar los problemas clásicos mencionados, apelando a la algebrización de tales problemas, por medio de ecuaciones. Lo cual supuso la asunción gradual de una nueva ontología, la mecánico-matemática. En dicha ontología ya se podían estudiar las magnitudes infinitas o números irracionales. Algo que antes era imposible, creemos no por la falta de capacidad e ingenio matemático de los antiguos, sino por el viraje ontológico que ello significaba. Además, haremos notar los nexos de nuestro jesuita con el movimiento de renovación científico filosófico que la Compañía de Jesús lideraba en aquel entonces, y que parece haber influido en la postura ontológica asumida por Conink acerca del mantenimiento y repotenciación del paradigma euclidiano.

Así, el primer capítulo, denominado *La recepción científico matemático en la época colonial* se desarrollará, en el primer punto, la aparición del proyecto científico moderno de ciencia en Europa, con el objetivo de contextualizar nuestro estudio en relación al concepto y estado de la ciencia de la época en dicho continente. En el segundo punto, desarrollaremos la recepción de las ideas científico-matemáticas del Viejo Mundo en el Perú virreinal, abriendo paso así a los cosmógrafos, y daremos cuenta de cómo ellos no solo asumieron, asimilaron y utilizaron la ideas matemáticas y científicas de Europa, sino que también daremos cuenta de los diversos debates a que dieron pie. Además explicaremos qué papel cumplían y a que necesidades respondían de acuerdo al contexto social, laboral y académico en que se desenvolvieron. En el tercer punto nos dedicaremos a la labor académica que la orden jesuita presidió en el viejo y en el nuevo mundo en el ámbito matemático, cómo la desarrollaron y cuáles fueron sus supuestos ontológicos. Esto lo haremos con el fin de hacer notar las imbricaciones matemáticas de dicha orden con Conink, no olvidemos que él mismo fue jesuita.

El segundo capítulo lo hemos denominado *La filosofía de las matemáticas. La necesidad de cuantificar el espacio americano y las contradicciones con el paradigma cualitativo aristotélico. Reaparición de la noción de infinito*. Allí nos ocuparemos, en el primer punto, de hacer notar la importancia que tiene, al interior del desenvolvimiento del saber matemático, medir las cantidades inconmensurables, esto no lo podremos hacer sin dar antes una referencia histórica al problema de los números y magnitudes infinitas. Y del estupor que despertaron en los sabios de la Grecia clásica. En el segundo punto, daremos cuenta de cómo es que aparecen los métodos mecánicos en la resolución de los irracionales numéricos, que presuponían la medición de curvas como es el caso de la concoide, cisoide, etc, como medio precisamente para resolver problemas como la duplicación del cubo. Problema que los antiguos habían intentado resolver mediante la regla y el compás, lo que implicaba hacer abstracciones solo al nivel de líneas y esferas. Precisamente los métodos mecánicos eran los rechazados por Conink (siguiendo a Platón) por corromper a la buena geometría (basada en líneas y rectas). En el tercer punto daremos cuenta de cómo es que se había estado preparando el terreno para un nuevo tratamiento de las cantidades infinitas, en el sentido de que ya no se podía quedar en el mero ámbito de lo lineal y circular. Pues ya en los siglos XVII y XVIII surgen nuevas necesidades matemáticas con relación a la medición exacta en la navegación; y por ende, en las investigaciones astronómicas (como la elipse de Kepler). Lo cual ya implicaba el cálculo de las curvas, o lo que es lo mismo, de líneas que se abren al infinito. Por último, la aparición de la algebrización de la geometría en el proyecto filosófico de Descartes mediante el uso de las ecuaciones .

El tercer capítulo se ha denominado *Juan Ramón Conink y el debate filosófico-matemático implícito en su texto* **cubus et sphaera geometrice duplicata**. Allí trataremos, en el primer punto, sobre una breve biografía de nuestro autor, en la cual haremos notar los sucesos académicos de mayor importancia en su vida, así como los autores que conocía y con los cuales concordaba. En el segundo punto daremos una mirada a la tradición histórica tras el problema del cubo, cómo intentaron resolverlo los antiguos geómetras, y los supuestos ontológico matemáticos que ello implicaba. En el tercer punto haremos una interpretación del texto. Asimismo veremos cómo Conink encara e intenta resolver dicho problema, y de acuerdo al análisis que hacemos, la ruptura ontológica que implica resolverlo, ya que están implícitos allí los números irracionales. En el cuarto punto pasaremos a desarrollar los supuestos del hermetismo y pitagorismo en el cual estaba inmerso Conink, conociendo de este modo sus filiaciones paradigmáticas. Por último, en el quinto punto intentaremos rastrear la importancia que implicó para la comunidad de cosmógrafos la aceptación y crítica del saber matemático. Haremos una breve mención del cosmógrafo del siglo XVIII en el Perú, Cosme Bueno, del cual hay un breve escrito sobre la Cuadratura del Círculo. Intentaremos establecer algunos nexos y diferencias entre ambos autores.

Así nuestro estudio nos permitirá superar la hipertrofia de estudios que se concentran en los procesos de descubrimiento y colonización, al nivel económico, social y político, sin estudiar el fenómeno filosófico-científico y su debate en la colonia peruana. A la vez se procuraría herramientas conceptuales nuevas a los investigadores e historiadores. Los cuales siguen manejando ideas desfasadas del tema. Como que esta época sería netamente imitativa y no habría producido aportes serios e interesantes al nivel científico y filosófico. Nuestro estudio mostraría lo esquemática e insuficiente de tal opinión si se hace una interpretación de estos textos al nivel categorial. Así pues, estos cosmógrafos no serían estrictamente ilustrados, ni tampoco meramente escolásticos, como han presupuesto los estudiosos para la obra legada por los cosmógrafos.

Al parecer, manejaban sus propias apuestas teóricas al nivel ontológico y epistemológico De este modo pues, pretendemos realizar el presente trabajo, considerando que están presentes en el siglo XVII las semillas de la cultura filosófica y científica que se irá desarrollando en los siglos siguientes en la colonia del Virreinato peruano, y que nos permitirá conocer de mejor manera nuestras concepciones históricamente posteriores.

CAPÍTULO I. LA RECEPCIÓN CIENTÍFICO MATEMÁTICA EN LA ÉPOCA COLONIAL

1.1.- La ciencia en Europa. Breve reseña histórica acerca de la revolución científica en el viejo mundo.

Sin lugar a dudas es necesario detenernos para hablar sobre la aparición de la ciencia en Europa. Ello nos lleva inevitablemente a hacer referencia al proceso de *revolución científica* que marcó un decisivo cambio ideológico y paradigmático dentro del saber de aquel entonces. Esto conllevará a diagramar de manera sucinta cuáles fueron las coordenadas teóricas que se dieron en relación con el contexto histórico de la época.

Una revolución consiste en un trastocarse total al nivel de todas las esferas de la actividad humana. Así, la manera de comprender el mundo y la vida aceptada por una época comienza a erosionarse por múltiples motivos, lo que origina resistencias entre los defensores de tal manera de considerar el mundo. Pero al no poder responder cada vez más a las múltiples problemáticas que se presentan a todo nivel, desde el saber físico y cosmológico, pasando por el de las relaciones sociales y ético jurídicas -y reflejándose tales aporías entre los pensadores- comienzan a surgir matrices teóricas alternativas para interpretar tales problemas. Al principio quizá asoman de manera tímida, hasta que al fin se hacen más eficientes y comienzan a rivalizar y poner en cuestión, por ende, a la visión hasta entonces dominante. Dicho proceso de dificultades, aparición de alternativas teóricas paralelas, y la subsiguiente dominación de alguna de ellas, se ha denominado *revolución*. [1]

El prototipo de revolución más destacado por los estudiosos ha sido justamente la revolución científica que se dio en la época moderna. De allí que la historiografía clásica de orientación (neo)positivista asumió como modelo monopolizador del carácter de *científico*, al paradigma mecanicista que en aquel entonces se convirtió en hegemónico. Ello gracias al potencial arrollador -a todo nivel- de su ciencia modelo por excelencia: la física de carácter cuantitativo. Quizá por ello se ha vuelto costumbre que al referirnos a *la revolución científica* que se llevó a cabo durante -y dio origen a- *la modernidad*, se la reduzca al paradigma que resultó a la postre dominante: el mecanicismo. Pero esta visión de la historia de la ciencia ha permutado bastante:

"La primacía de la revolución en la física no le viene ni de ser la primera cronológicamente ni de haberse consolidado como **modelo**, en su formulación matemática, de 'epistéme', de conocimiento claro y riguroso, universal y absoluto. Al menos no le viene de ahí solamente. Dicha primacía significa, para nosotros, que fue esta ciencia la que forzó la instauración de una filosofía a su medida, un paradigma filosófico que la fundamentaba y reproducía. Y esta filosofía, a su vez, quedaba embellecida y legitimada por el éxito de la ciencia física. Este 'paradigma filosófico mecanicista', que fundamentaba y posibilitaba la que fue vivida con fe religiosa como la ciencia verdadera, pasaría a ser filosofía dominante, extrapolada a todo campo de pensamiento, pues se esperaba de ella que diera buenos resultados en la gramática, la teología o la historia natural. Se vivió la filosofía mecanicista como la clave y la llave de la cientificidad. De ahí que ejerciera una fuerte presión teórica e ideológica..." [2]

Pero la revolución científica de ninguna manera se agota en este paradigma; más bien solo era una alternativa más en disputa en la época. Es así que de acuerdo a los actuales estudios historiográficos sobre la ciencia notamos que a partir del siglo XVI hasta el XVIII existieron tres paradigmas fundamentales que determinaron el proceso de revolución científica en la época moderna, tales fueron: el paradigma organicista, el mágico-hermético y el mecanicista. [3]

[1] Para Kuhn, hay una importante semejanza entre revolución política y revolución científica. En efecto, nos dice que "Las revoluciones políticas se inician por medio de un sentimiento, cada vez mayor [...] de que las instituciones existentes han cesado de satisfacer adecuadamente los problemas planteados por el medio ambiente que han contribuido en parte a crear. De manera muy similar, las revoluciones científicas se inician con un sentimiento creciente [...] de que un paradigma existente ha dejado de funcionar adecuadamente en la exploración de un aspecto de la naturaleza, hacia el cual, el mismo paradigma había previamente mostrado el camino." Kuhn, Thomas S., *la estructura de las revoluciones científicas*, México, FCE, 1992, pp. 149 y 150.

[2] Bermudo, José María, "La expansión del paradigma mecanicista y el desarrollo desigual y combinado de las ciencias." *Geo-Crítica*, Universidad de Barcelona, núm. 15, mayo 1978, p. 9.

[3] Véase al respecto, Kearney, Hugh, *Orígenes de la ciencia moderna, 1500-1700*, Madrid, ediciones Guadarrama, 1970.

Tras este esbozo de lo que entendemos por revolución científica, creo es pertinente internarnos en los procesos históricos que dieron pie a su existencia en la época moderna.

De acuerdo a esto y sin lugar a dudas, parte de las causas de su eclosión se debió al descubrimiento de América. Y es que el descubrimiento de un nuevo orbe prácticamente suscitó un cataclismo al interior del paradigma escolástico aún vigente, y que venía recibiendo revisiones por parte de los pensadores renacentistas. Esto es explicable si notamos que este nuevo continente no solo va a ser objeto de explotación debido a sus riquezas, y posteriormente motivo de debate en cuanto a la condición de sus habitantes, y mucho menos solo visto como lugar de evangelización. Sino que se va a convertir inexorablemente en objeto de observación, por lo cual se hizo necesaria en aquel entonces una clasificación sobre ese Nuevo Mundo. Es así como suscita un afán clasificador que planteó a su vez una revisión y crítica del saber paradigmático vigente. Como prueba innegable de ello Américo Vespucio en 1502 publicó su obra *Mundus Novus*, en la cual aparece la primera descripción de la flora y fauna de las costas de Venezuela y Brasil. [4]

Este afán científico al principio desarrollaría una ciencia naturalista o *historia natural*, pues la preocupación principal era qué animales, plantas y hasta enfermedades habían intercambiado ambos continentes, siendo por ello lo primordial las descripciones que se hacían al respecto. Pero luego empezarán a notar o ser concientes de que la exploración de este Nuevo Continente traía como consecuencia una renovación de todo el saber al nivel de los conocimientos sobre el arte de navegar aceptado hasta entonces. [5]

Un ejemplo revelador será la reforma radical de los “portulanos” o cartas náuticas de la época. Así también la construcción de las naves y buques ya no se dejarán en manos de simples artesanos o curiosos que heredaron la tradición de este oficio de generación a generación, sino que comenzarán a tomar importancia los conocimientos y cálculos exactos de las matemáticas, no solo para la construcción de naves, sino también para la construcción de brújulas, instrumentos y mapas náuticos. De esta manera se pretendió dejar a un lado los métodos considerados imprecisos del saber tradicional, y reemplazarlo por los nuevos vientos que soplaban desde el saber considerado exacto de las matemáticas. Éste fue un impulso decisivo para que en el siglo XVII se desarrollen notablemente las investigaciones sobre las posibilidades y entrampamientos del saber matemático.

Asimismo, como la orientación marítima requería la medición del movimiento sideral, los nuevos descubrimientos en esa dimensión llevaron a la búsqueda de afinar el cálculo trigonométrico, y por ende la búsqueda de métodos algebraicos más potentes que los heredados de la Grecia clásica. En el plano matemático, se originaron nuevos intentos de medición del globo terrestre, y a su vez, de los cielos. Mar, tierra y cielos fueron acicate para la apertura investigativa, y el afán de reordenar las mediciones que presuponía la

[4] Trabulse, Elías, *Ciencia y tecnología en el nuevo mundo*, México, Fondo de Cultura Económica, 1994, p. 9 y 10.

[5] Véase al respecto, Ballón, José Carlos, “ José de Acosta: Naturalismo, Historia y Lenguaje”, en *Logos Latinoamericano*, Año V, N° 5, Lima, 2000, pp. 129-156.

circunnavegación del globo y la aparición de nuevos cielos y por ende, de nuevos fenómenos astrales. Los grandes viajes de exploración de la época presionaron la arquitectura del saber establecido llevándolo a reformularse desde su interior y a la vez, suscitó la aparición de paradigmas alternativos que buscaron resolver dichos entrampamientos. Es por ello necesario mencionar aun cuando sea de modo esquemático, las características ontológicas, gnoseológicas y metodológicas de estos paradigmas, lo que nos permitirá establecer cuál era el ambiente cultural en la Europa de la época. [6]

La tradición organicista tenía larga data ya en el siglo XVI. El conocimiento que consideraba pertinente tenía su sustento teórico principalmente en Aristóteles (en sus estudios biológicos, físicos y metafísicos), Galeno (en sus estudios médicos) y Ptolomeo (en sus estudios astronómicos). Esta tradición veía al mundo como un organismo vivo, y tuvo plena vigencia sin alguna crítica radical durante casi un milenio, quizás debido a que era un paradigma sumamente coherente y sólido. Afirmaba que la totalidad del mundo se dirigía hacia una causa final (que orientaba su movimiento, como en los seres vivos particulares). De esa manera era explicado el movimiento, el cual era considerado como el paso de la potencia al acto, y que se daba en sí mismo en cada uno de los entes del universo. Lo que actualizaba la potencia y dirigía el movimiento de los seres se denominaba *esencia*, que a la vez hacía inteligible su fin o *causa final*. Había por tanto, una jerarquía de fines en el universo, que ordenaba y daba sentido al universo, y el fin de los fines era Dios. [7]

En cuanto a su física y cosmología, dividió al mundo en dos niveles ontológicos diferenciados jerárquicamente: el mundo sublunar y el mundo supralunar. Lo que equivalía al microcosmos y al macrocosmos respectivamente. El mundo sublunar era el mundo de abajo (en sentido absoluto), en el cual el movimiento no era perfecto, por lo tanto era rectilíneo (finito). Así las cosas estaban en constante cambio y tenían carácter de contingente, por lo que los cuatro elementos que la formaban (tierra, agua, aire y fuego) estaban en constante movimiento, intercambio y tenían un movimiento *natural*. Es decir, se dirigían, según su esencia, a su respectivo lugar natural (por ejemplo, el fuego hacia arriba, la tierra hacia abajo, etc).

Por el contrario, el mundo supralunar era el mundo de arriba (igualmente entendido de manera absoluta), en el cual los astros se movían con movimiento perfecto y por lo tanto circular, y la materia era incorrupta. Más adelante las teorías aristotélicas se apoyarían en las observaciones astronómicas de Ptolomeo para afianzar sus teorías, ya que éste, tenía como centro a la tierra en su cosmología, y afirmaba que existía en los planetas un movimiento circular.

Por otro lado, a pesar de que Aristóteles no era católico ni mucho menos, sus teorías se vieron revitalizadas durante el siglo XI al XIII (y luego en el XVI y XVII) por el catolicismo. Subsumieron sus teorías en la teología que sustentaban, ya que les servía para afirmar la tesis de que Dios era un gran lógico (método silogístico con premisas

[6] Trabulse, Elías, Op. Cit, pp. 28- 32.

[7] En adelante lo que concierne a la tradición organicista véase en, Kearney, Hugh, Op. Cit, pp. 26- 37.

basadas en términos con carácter de esencial), y que todo lo que había hecho y creado en el mundo tenía un fin. Por tanto, el fin del sabio o científico al interior de este paradigma, era buscar el equilibrio lógico entre las distintas posturas, y ordenarlas silogísticamente en un todo, basándose en la confrontación dialéctica de las partes o teorías en disputa. Además, el corpus aristotélico les permitió sostener otro dogma teológico: el de la Ciudad de Dios, el mundo perfecto (de Dios) el paraíso; y la ciudad terrenal, el mundo imperfecto (de los hombres). Sin embargo, la Segunda escolástica que aparece en el siglo XVI, sobretodo en España, también tuvo influencia del (neo)platonismo. Aunque de ello hablaremos más adelante, al escribir acerca de las filiaciones teóricas de Conink.

Por su parte, en cuanto al paradigma mágico hermético, en él, el sabio -o científico si se prefiere- asumía el papel o las características de un místico o mago, en el sentido de que a la naturaleza la veía rodeada de un halo de misterio, y era él quien debía de descifrar o correr el velo nada menos que para conjurar los misterios que se hallaban detrás, los cuales guardaban una armonía matemática, en el sentido musical que tenía para los pitagóricos. Dios era así visto también como un gran mago, creador de extraordinarias maravillas, y la ordenación armónica matemática era la llave para entender esas maravillas. Podemos agregar que los conocimientos y saberes que tenían, no eran divulgados debido a la importancia que adquirían por ese rango de misterio -y por ende de secreto- que le atribuían. Dentro de este bloque teórico se hallan los pensadores que asumieron la relectura de los textos platónicos y neoplatónicos en la época renacentista. [8]

Los orígenes legendarios del paradigma mágico remiten a un egipcio antiguo y misterioso: Hermes de Trismegisto. Ya que se asegura que de sus escritos procedía esa actitud mística hacia la totalidad del mundo. Este personaje era el sabio mago privilegiado, pues recibía los mensajes verdaderos provenientes de un ser superior, lo que le permitió entender (y escribir acerca de) los misterios de la naturaleza. Se le otorgaba un origen antiquísimo con el fin de darle solidez y carácter de verdad a sus teorías, en detrimento de las propugnadas por la oficialidad católica. Sin embargo, también notamos que posteriormente, una vez más la Iglesia Católica, se sirvió de tal paradigma para reafirmar sus teorías cristianas. [9] Igualmente, esto será desarrollado posteriormente. Citaremos un párrafo que resume la cosmovisión de este paradigma hermético:

“Una de las cosas que enseñaban los escritos herméticos era que el sol era el centro del universo, y la tierra giraba en torno a él...los tratados herméticos incluían también algunos postulados pitagóricos que insistían en la armonía matemática del cosmos. Los secretos del cosmos fueron escritos por Dios en un lenguaje matemático que podía escucharse, por ejemplo, en las armonías musicales...el cosmos era visto como un

[8] En adelante lo que concierne a la tradición mágica véase en, Kearney, Hugh, Op. Cit, pp. 37-40.

[9] “ En Trismegisto, la Iglesia cristiana tenía ahora una fuente de sabiduría que se remontaba a tiempos anteriores a Platón, hasta la revelación original mosaica. Trismegisto fue considerado como el receptor de las revelaciones divinas acerca del mundo físico, igual que Moisés lo había sido respecto al mundo moral”. Kearney, Hugh, Ob. Cit, p. 37.

mundo lleno de poderes mágicos...las palabras claves de semejante actitud fueron “misticismo" y "secreto". Había, pues, gran contraste entre el "científico" hermético y el aristotélico.” [10]

Por último tenemos al paradigma mecánico, el cual tenía claramente una actitud contraria al paradigma mágico (y al orgánico), y por tanto se convertirán fácilmente en rivales teóricos. Apareció en el siglo XVI, pero se desarrolló plenamente en el siglo XVII; y tuvo como sus divulgadores más célebres a Mersenne, Hobbes y Descartes. [11]

Sobre su aparición surge cierto debate. Generalmente se le asocia con la abrupta aparición de la maquinaria, y el incremento inusual de metáforas provenientes de los talleres donde los artesanos trabajaban con distintos tipos de instrumentos. Por lo que no fue difícil asociar naturaleza y artefacto. Pero esta explicación no agotaría el fenómeno de la aparición del mecanicismo, sobretodo si tenemos en cuenta que el uso de maquinaria no era un fenómeno nuevo en Europa en los siglos en que se desarrolló dicho paradigma. Así:

“Merece tenerse en cuenta que la máquina no constituía un fenómeno nuevo en la Europa occidental, y que el tipo de máquinas con que el siglo XVI estuvo familiarizado no era revolucionario en su diseño o concepción. Las máquinas más características, tales como el molino de viento, el barco de vela y la bomba de viento, utilizaban una fuente de energía familiar desde hacía mucho tiempo al Occidente. ...En resumen, las analogías mecánicas fueron accesibles a los filósofos de la naturaleza mucho antes de finales del siglo XVI.” [12]

De este modo parece más bien que su aparición es más de origen teórico que práctico, es decir, su origen no se explicaría de manera absoluta desde una perspectiva estrechamente económica o sociológica, pues por el contrario, esta tradición surge con fuerza cuando se revitalizan los textos de Arquímedes. Lo que llamó la atención a los científicos del siglo XVI, es que dichos textos abarcaban el pensamiento griego, y sin embargo no eran estrictamente de carácter aristotélico ni platónico. Tampoco se las podía clasificar de mágico, pues el sentido místico de los números fue dejado totalmente y cambiado por el de la medición, es decir, los números servían para medir y analizar de manera exacta, y no había que ocultar tales conocimientos y usos prácticos bajo el manto de esoterismo, sino más bien divulgarlos como cualquier saber.

Quizá esto último fue lo que hiciera atractiva la obra de Arquímedes, pues se desarraiga la búsqueda de armonía en la naturaleza mediante las sagradas matemáticas; y el uso práctico, alguna vez despreciado por Platón, ahora es utilizado sin ningún problema, ya que comienzan a interesarse por mecanismos que sirvan, por ejemplo, en la navegación. De igual manera, las matemáticas comienzan a aplicarse en la física. Posiblemente ante la imaginable sorpresa de Aristóteles, la física aristotélica, cuyos conceptos provenían de una metafísica cualitativa (sustancia, forma, potencia, acto), se

[10] Ibíd., p. 38.

[11] En adelante lo que concierne a la tradición mecánica véase en, Kearney, Hugh, Op. Cit, pp. 40-47.

[12] op. cit., p. 39.

veían ahora amenazadas con la exactitud de las magnitudes matemáticas.

Los discípulos más notables de Arquímedes fueron Nicolás Tartaglia, quien se interesó por resolver problemas prácticos, como la trayectoria de los proyectiles, problema que directamente entraba en oposición - de acuerdo a su solución - con las teorías físicas aristotélicas (teoría del *ímpetus*). Luego tenemos a Commandino, y por último a Galileo.

Al igual que la tradición organicista y mágica, la mecanicista también tuvo su propio juicio y presupuestos sobre la naturaleza, que distaban mucho de los antes mencionados. Para ella Dios asumía el papel de un gran ingeniero, y el científico lo que debía de hacer era armar (y desarmar) correctamente a la máquina que era la naturaleza:

“Dios era el gran ingeniero. En estas condiciones, la tarea del científico consistía en estudiar la relación mutua que existe entre las distintas partes del universo, en el supuesto de que deberían hallarse ajustadas unas con otras de modo parecido [y hasta exacto] a las piezas de una máquina.” [13]

De esta manera hemos notado cómo lo que entendamos por los términos *ciencia, método experimental, hecho,* evolucionan y varían su semántica de acuerdo al paradigma en los cuales se hallen concatenados tales términos, y además variarán según los presupuestos políticos y sociales propuestos en cada época. No hay algo así como un conocimiento estrictamente verdadero de ciencia que en el tiempo vaya acumulando y perfeccionando el sentido correcto de la realidad. Hemos observado como estas tres tradiciones han convivido entre sí siendo distintas, y como a la vez se configuraban como opuestas por sus distintos presupuestos sobre Dios, la naturaleza y el método científico. Lo interesante es que la última tradición, la mecanicista, al parecer no se hallaba de manera químicamente pura, sino que en un primer momento suscitó una simbiosis con las teorías antes mencionadas (en realidad eso se produjo entre ellas), y que los autores que se presentan en esta época no pueden ser fácilmente calificados de organicistas, místicos o mecanicistas. De esto hablaremos más adelante al tratar del autor de nuestro interés.

Es al interior de este complicado pugilato entre paradigmas que se debe orientar la comprensión cabal del desarrollo matemático. En el período de 1630-1660 la investigación matemática estuvo fuertemente influida por la matemática griega clásica debido a la importancia que venía adquiriendo desde el período anterior, en el siglo XVI. Ya comenzaba a notarse la inevitable carencia de una metodología que permitiera encontrar soluciones generales a las aporías que representaba la medición de cantidades infinitas, y calcularlas mediante una adecuada codificación de las ecuaciones involucradas en ello. La admirable rigurosidad axiomática de la geometría euclidiana no permitía entrever en ella los procedimientos con los cuales se había arribado a solucionar y ordenar el saber matemático que representaba.

De este modo, durante el siglo XVII, las matemáticas se desarrollaron vertiginosamente en el mundo occidental europeo. Los aportes de los matemáticos renacentistas fueron retomados, especialmente sus estudios sobre procedimientos

[13] op. cit. p. 46.

algebraicos. Dichos procedimientos serán a su vez retomados por las dos grandes figuras del siglo XVII, Newton y Leibniz. Pero anteriormente a estos pensadores, los problemas que encaraban los matemáticos, tenían un carácter particular, es decir, dedicados a casos específicos de ecuaciones o resolución algebraica de curvas. Se tendría que esperar hasta que el mecanicismo se erigiera como un paradigma de interpretación más firme, a fin de atacar dichos problemas en su conjunto:

"Durante las primeras seis décadas del siglo XVII la matemática se encontraba en un estado de rápida evolución. En este periodo nacieron y se desarrollaron las ideas que iban a ser adoptadas más tarde por Isaac Newton y G. W. Leibniz. Se desarrollaron en esta época muchos métodos para resolver problemas de cálculo, pero la mayoría de ellos tenían carácter *ad hoc* [...] estos ejemplos, sin embargo, se refieren todos ellos a problemas específicos y no a teorías generales. El mérito especial de Newton y Leibniz fue el de que ambos independientemente desarrollaron una teoría general para el cálculo infinitesimal." [14]

Así pues, con las perspectivas diversas de ciencia que surgen en la época moderna se fue dejando de lado el aristotelismo aún predominante a mediados del siglo XVII, por lo menos en las ciencias matemáticas, imponiéndose paulatinamente la tradición mecanicista en este terreno, puesto que buscó subsanar sus carencias metodológicas y heurísticas. Sin embargo, la tradición mecanicista tuvo como gran impulsor y opositor de sus indagaciones matemáticas, a la tradición hermética, la cual, con su noción de matemáticas de corte místico y pitagórico, daba importantes señales de búsqueda y avance en relación a compensar las carencias de la cosmología tolemaica. Si la predominancia que logró el mecanicismo con los aportes de Leibniz y Newton fueron importantes para el repunte de las ciencias matemáticas en el siglo XIX, sin embargo muchas de sus contribuciones bebieron de los debates y asimilaciones inter paradigmáticas.

Y ese es el caso en el campo de la astronomía, cuya mayor importancia radicaba en las búsquedas herméticas de control mágico del cosmos. Y ese es el caso además de los más renombrados individuos que para sí reivindica la historiografía positivista: Copérnico y Kepler. Ambos buscaron el edifico cosmológico más afín con la armonía de lo existente, dado que la postura tolemaica ya no respondía a las nuevas curiosidades estelares que se volvieron importantes con los grandes viajes de circunnavegación marítima. Mientras que Copérnico era un convicto y confeso seguidor de las teorías herméticas, Kepler era un reconocido astrólogo, viejo saber incluido dentro de las disciplinas herméticas. Sin embargo, la cosmología newtoniana se apropió y releyó los aportes de ambos desde un paradigma algo distinto. La astronomía tal como se la conoce ahora tiene más afinidades con las indagaciones de Galileo que con las de Kepler y Copérnico. Y sabemos que Galileo subestimaba e incomprendía mucho del saber de Kepler.

Está por indagarse aún la perspectiva teórica con la cual los cosmógrafos de los virreinatos de América española leyeron estos debates, y cómo los asimilaron al proceso de estabilización colonial, especialmente en el virreinato peruano. Hay sin embargo

[14] Andersen, Kirsti, " Las técnicas del cálculo, 1630-1660", en Grattan-Guinness (comp.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*, Madrid, Alianza Editorial, 1984, p. 22.

algunos estudios al respecto, de los cuales nos hemos servido para establecer algunas precisiones sobre el tema. Pero tocamos este punto tan solo en la medida que nos permita contextualizar la obra del jesuita Conink. Pero de eso trataremos en el punto que viene.

1.2.-Recepción de las ideas científico-matemáticas en el Perú virreinal: los cosmógrafos.

Nos proponemos en el presente punto del capítulo, dar algunas pautas de interpretación acerca de la actividad científica llevada a cabo por los cosmógrafos en el virreinato peruano, y de la consiguiente recepción y debate de las ideas científicas de Europa en nuestro país por aquel entonces.

Hasta donde alcanza nuestra investigación, los estudios sobre estos intelectuales se encuentran al nivel historiográfico. Notamos que no se ha dado el suficiente énfasis a un estudio conjunto que muestre en detalle sus filiaciones paradigmáticas, además de sus matices diferenciales al interior de sus concepciones teóricas. Si bien este capítulo se detiene también en señalar algunos aspectos de información histórica, nuestro principal interés ha consistido en tejer –en la medida de lo posible- las relaciones y diferencias teóricas que eran preocupación de estos cosmógrafos coloniales.

De acuerdo a la bibliografía primaria que hemos podido consultar de estos cosmógrafos del virreinato peruano, hemos apreciado su complejidad y riqueza en ideas e intuiciones, que nos evitan asumir interpretaciones esquemáticas o contextuales, como por ejemplo, de que los cosmógrafos del siglo XVII y XVIII son pensadores estrictamente ilustrados. La relación de estos autores con la ciencia moderna es más rica y sutil. Así es el caso en, por ejemplo, Pedro Peralta Barnuevo, Cosme Bueno, Gregorio Paredes, entre otros. Es también el caso de Conink, y su texto *Cubus et sphera geometrice duplicata* (1696) que es el motivo de esta tesis.

La temática abarcada por las disquisiciones de estos cosmógrafos es variada, por lo cual nos hemos permitido hacer un breve recuento de dicha bibliografía en cuatro rubros: física, matemáticas, astronomía y medicina. Dicha división se justifica en tanto tales temas parecen ser de sumo interés para los cosmógrafos mencionados. Además, creo que esta clasificación podría abarcar en un futuro estudio, el resto del legajo documental que existe acerca de estos cosmógrafos.

Así, en cuanto al debate sobre la física, podemos mencionar las *Disertaciones Geográficas y Científicas,* de Cosme Bueno, en específico su “Disertación físico experimental sobre la naturaleza del aire y sus propiedades” (1758 y 1796) y su “Disertación físico experimental sobre la naturaleza del agua y sus propiedades” (1759 y 1761). De Gregorio Paredes la introducción al *Almanaque y Guía de Forasteros* publicada en 1821. Y del jesuita Juan Rher, consideramos también la introducciónal *Conocimiento de los Tiempos*, publicada en 1753. Esta selección se justifica puesto que dichos textos hacen una revisión temática de los supuestos cualitativos de la física aristotélica a la luz de los nuevos conocimientos de la física moderna, eminentemente cuantitativa. [15]

La Astronomía también parece haber sido una preocupación importante de muchos de los cosmógrafos. De Pedro Ruiz Lozano, su conocido *Tratado de Cometas, observación y juicio del que se vio en esta ciudad de los Reyes...*, publicado en 1665. También debemos tener en cuenta para este debate, de Peralta, algunos fragmentos de su obra *Lima fundada*, publicada en 1732, además de amplios fragmentos de sus escritos en el *Conocimiento de los Tiempos*. De igual manera a Joseph Eusebio de Llano y Zapata, con su obra, *Resolución-Phísico Matemática. Sobre la formación de los cometas, y efectos que causan sus impresiones*, publicado en 1743. En general, en estos textos se discute el problema de los cometas, fenómeno celeste que conmocionó igualmente el paradigma cosmológico aristotélico y que preludió la astronomía moderna. Debate que se inscribe en uno más amplio al parecer: sobre la astrología como saber humano encargado de mantener la armonía y vigencia del mundo sublunar y el supralunar. Con ella se trató de mantener en vigencia el paradigma aristotélico-tomista, insuflado de nuevo estímulo teórico tomado de la hermética. [16]

En Medicina, igualmente preocupación importante de estos cosmógrafos, no podemos dejar de mencionar al distinguido Cosme Bueno, y su artículo ubicado en el *Conocimiento de los Tiempos* de 1760, denominado *Disertación de los antojos de las Mujeres Preñadas.* Al ya mencionado Peralta con su *Origen de los Monstruos* de 1695. Por lo demás, incluimos al reconocido médico Francisco de Vargas Machuca, con

[15] **Estas fuentes bibliográficas aún no han sido estudiadas en su conjunto, sin embargo, para mayor información véase Pisconte Quispe, Alan, y Katayama Omura, Roberto, "Orígenes de la ciencia moderna en el Perú, tres cosmógrafos coloniales: Juan Rher, Cosme Bueno y Gregorio Paredes", en *Escritura y Pensamiento* , Lima, Año IV, N° 8, 2001, pp. 117-136. Hemos revisado de manera sucinta las siguientes fuentes citadas arriba: Bueno, Cosme, "Disertación físico-experimental del aire y sus propiedades", en Odriozola, Manuel de; *Colección de documentos literarios del Perú* , Lima, Aurelio Alfaro, 1863; Paredes, Gregorio; *Almanaque Peruano y Guía de Forasteros , para el año de 1821...* Lima, En la casa de Niños Expósitos, 1821. [Código, B. Nacional XP / 985.0059 / A] y Rher, Juan; *El Conocimiento de los Tiempos. Ephemeride del año de 1753. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales...* .Lima, Calle de la Barranca , 1753. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7].**

[16] **De igual manera han sido revisadas de manera esquemática los siguientes documentos, Ruiz Lozano, Francisco, *Tratado de cometas, observación y ivivio del que se vio en esta ciudad de los Reyes, y generalmente en todo el Mundo, por los fines del año de 1664. Y principios de este de 1665. Compuesto por el capitán Francisco Ruiz Lozano Cosmografo mayor de este Reyno, y Catedrático de Prima de Matemáticas en esta ciudad* ...Lima, 1665. [Código, B. Nacional XZ / v. 120 / 1]; Peralta Barnuevo y Rocha Benavides, Pedro : *El Conocimiento de los Tiempos. Ephemeride del año de 1733. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales* ....Lima, Imprenta de la Calle de San Marcelo , 1733. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7] y Llano y Zapata, Joseph Eusebio, *obras varias* 81743- 1748). Código B. Nacional: X985.21/LL990.**

Médicos Discursos práctica de curar el sarampión..., publicada en 1694. En específico se trata en estos textos de dibujar con claridad las constantes teóricas en torno a la noción de *sujeto*, caro debate que inaugura la modernidad y que creemos no escapó a la curiosidad de estos representantes de la medicina de la época. [17]

Por último, es el debate matemático el que convoca nuestro principal interés, y nos llevó a estudiar con detenimiento la obra del jesuita y cosmógrafo del virreinato peruano Juan Ramón Conink, con la ya mencionada obra *Cubus et sphaera geometrice duplicata* (1696). Dentro de esta línea de discusión de los temas matemáticos alrededor de la noción de *infinito*, nos vemos precisados nuevamente a mencionar a Cosme Bueno, del cual existe un documento hasta la fecha inédito que se encuentra en la Biblioteca central de San Marcos, catalogada en un tomo como *Documentos Varios* (T.66178, documento número 25, 1768). En ambos textos posiblemente exista algún tipo de continuidad temática, pues en ambos se debate la difícil noción del *continuo* matemático, que sabemos inspiró las polémicas alrededor de la posibilidad de matematizar el conjunto de lo existente, viejo proyecto moderno. Estudiar dicha continuidad escaparía al plan de estudio de esta tesis, por lo que será mencionada solo en la medida en que permita esclarecer los temas involucrados en el escrito del jesuita. [18]

Así, creemos que realizar en el futuro un mapeo y dilucidación de las afinidades y diferencias entre los miembros de éste digamos, paradigma cosmográfico, nos permitirá mejorar nuestros alcances en torno a sus preocupaciones epistemológicas. Y en general iluminar y sacar a luz nuevas perspectivas sobre dicha época. Y mejorar y hasta iluminar perspectivas diferentes sobre nuestro acontecer histórico filosófico. Nosotros solo trataremos en esta ocasión del texto del jesuita Conink, y de sus posibles repercusiones en futuros debates epistemológicos.

Pero ahora hablemos de las funciones oficiales que se encomendaron a estos sabios

[17] **De la misma manera se ha realizado una sucinta revisión de las siguientes fuentes, Bueno, Cosme, "Disertación sobre los antojos de las mujeres preñadas *." El conocimiento de los tiempos. Ephemeride del año de 1794. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales...* Lima, Imprenta real calle de Concha, 1794. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7]; Rivilla Bonet y Pueyo, José de, *Desvíos de la Naturaleza, o tratado de el origen de los monstruos. A que va añadido un compendio de curaciones chyrurgicas en*** *monstruosos accidentes...* **Lima, Joseph de Contreras, 1695. [Sin portada. Datos tomados de Medina, la Imprenta de Lima, t. II, núm. 675. [Código, B. Nacional, S. de Inv. X610.985 / R62 / c] y por último Vargas Machuca, Francisco de, *Médicos Discursos y práctica de curar el Sarampión , y el fatal morbo que sobrevino en estado de convalecencia a los que lo padecieron el año pasado de 93, y Método fácil de remediar algunas enfermedades que pueden acaecer en la sierra, con la explicación de la esencia y causas de las Verrugas regionales y patrias, y modo de curarlas* , Lima, Homenaje a la Facultad de Medicina de la UNMSM de lima, con motivo del 195 aniversario de su fundación, 2003. (Estudio, notas y trascripción de Miguel Rabí Ch.).**

[18] **La traducción de esta obra de Conink -que se incluye en un apéndice al final de esta tesis- se basó en el ejemplar existente en la Biblioteca Nacional del Perú. Véase, Coninkius, Juan Ramón *, Cubus et Sphera geometrice duplicata* , Lima, Tip. Regia, 1696. Folleto núm. 8 del v. 111 Colección Zegarra. [Código, B. Nacional, S. de Inv. XZ / v.111/ 8].**

coloniales dentro del sistema de funcionamiento virreinal. De este modo podemos aseverar que los cosmógrafos cumplían diversas funciones dentro del manejo del sistema colonial. Pues podían dedicarse a actividades que a primera vista parecerían disímiles. Por ejemplo, la supervisión de los pilotos de las naves encargadas del comercio marítimo. O el planeamiento de las fortalezas militares y de protección civil. También realizaban funciones en base a sus conocimientos médicos. Además estaban encargados de la medición del movimiento de los astros, como de predicciones astrológicas con relación al manejo político. También poseían sólidos y actualizados conocimientos matemáticos, de cuya cátedra estaban encargados.

Dicha pluralidad de funciones y de gustos académicos es impresionante. Sin embargo las razones para dicha variedad pueden entenderse si tenemos en cuenta la tradición humanista de corte barroco que era sentido común entre los representantes de este movimiento. Dicho movimiento bebía de la asimilación teórica del paradigma hermético que privilegiaba la armonía de los saberes parciales en un saber total. Pero de esto hablaremos con precisión al tratar de los aportes de la corriente jesuita al movimiento barroco entre los cosmógrafos del virreinato peruano. [19]

Ahora bien, la historiografía consultada nos indica que posiblemente los primeros aportes de saber matemático y cosmográfico en general, pudieron provenir del virreinato de Nueva España, actual México, a través de la cátedra del padre mercedario Diego Rodríguez, quien hizo posible la difusión y exposición de las teorías de Copérnico, Tycho Brahe, Kepler, Galileo, Lansberg, Magín, Reinhold, Maestlin y Longomontano, así como las de Tartaglia, Cardano, Clavio y Neper. Todas ellas concernientes a la astronomía, física y por ende a las matemáticas. En el Perú colonial, fue un discípulo de éste quien logró también esa apertura y debate con la ciencia moderna. Nos referimos en este caso a Francisco Ruiz Lozano. En su cargo de cosmógrafo se dedicó a instruir en matemáticas, y náutica a los pilotos y navegantes. Escribe, al igual que su maestro, un libro sobre cometas, quizás el primer libro de debate científico publicado en el Perú. [20]

Con un rol no menos importante dentro de este ámbito de apertura a la ciencia, podemos mencionar también a Juan Ramón Conink, debido al papel que desempeñó como cosmógrafo, y su obra matemática *Cubus et sphaera...* Con ella podemos observar el nivel de conocimientos y avances matemáticos del autor y de la época. Al parecer fue este jesuita el que inició la publicación conocida como el *Conocimiento de los tiempos*. Sin embargo, hasta la actualidad no se ha hallado ninguno de los ejemplares que escribió. Así también es un notable cosmógrafo el conocido Doctor Océano, Pedro de Peralta Barnuevo, nacido en Lima en 1663. Entre sus actividades científicas publicó diversos pronósticos y almanaques calculados al meridiano de Lima.

[19] "Apoyándose en la indudable capacitación científica de los profesores de matemáticas, y en la influencia que la compañía había conseguido en los grupos dirigentes, los jesuitas habían podido controlar desde la segunda mitad del siglo XVII el puesto de cosmógrafo mayor y de Cosmógrafo del Consejo de Indias. Este cargo estuvo normalmente asociado desde entonces al titular de la Cátedra de matemáticas del Colegio [Imperial]..." Capel, Horacio, *Geografía y matemáticas en la España del siglo XVIII*, Barcelona, ediciones Oikos-tau, 1982, p. 122.

[20] Trabulse, Elías, op.cit, p. 78 y s.

El movimiento de renovación científica iniciado en México por el padre Diego Rodríguez hacia 1630, obedeció probablemente a los cambios de paradigmas en el siglo XVI. De igual forma logró extender hasta el virreinato peruano, y abrió a la Nueva España, los nuevos estudios matemáticos y astronómicos. Debido a las novedades en todo sentido que representaba América, en tanto fuente de observación inagotable. Por lo que era comprensible que adquirieran importancia los estudios de historia natural, y las descripciones sobre flora y fauna, movimiento intelectual que se amalgamó en la sabiduría de estos cosmógrafos.

Para señalar un caso específico del avance en los estudios de astronomía entre los cosmógrafos, mencionaremos al sucesor más brillante del padre Rodríguez, que fue Carlos de Sigüenza y Góngora. La obra del sucesor, tuvo dos propósitos: realizar cálculos precisos de eventos celestes, entiéndase eclipses, y desmitificar los cielos, es decir, desarraigar completamente la idea de que eclipses o cometas eran símbolos de calamidad para la humanidad. Él como científico chocó muchas veces con este tipo de ideas que obedecían a la superstición popular. Para realizar sus predicciones, poseía instrumentos de medición y observación tales como cuadrantes, relojes y telescopios. [21] Y sin embargo, eso no le impedía creer en la astrología, debido a sus conocidas filiaciones herméticas.

Para lograr un debido orden histórico, mencionamos que cinco fueron los cosmógrafos en el virreinato del Perú durante el siglo XVII, Lucas de Quirós (1618-1634), Pedro Fernández de Quirós, Diego de León, Francisco Ruiz Lozano (1662-1677) y del que nos ocuparemos en el presente trabajo, Juan Ramón Conink (1678-1708). A continuación una breve referencia sobre ellos. [22]

Lucas de Quirós llevó a cabo la urgencia de mejorar el único mapa del Perú hecho por el padre Diego Méndez, logrando con ello cierta fama de cartógrafo. También hace otro de la bahía y puerto del Callao, siendo el más exacto de la época.

Pedro Fernández de Quirós, tenía estudios de matemáticos, llegando a ser catedrático en la Universidad de Toledo. Escribió un tratado de navegación, conteniendo tablas de declinación solar, y un estudio teórico sobre artillería. Si bien no fueron publicados, no hay duda que sirvió de mucho a sus sucesores en el cargo de cosmógrafo mayor. Fue consultado también en la arquitectura militar, el objetivo era amurallar Lima debido a la amenaza de la presencia de una flota enemiga sitiando el Callao. También tuvo participación en obras de ingeniería civil, como es el caso del cauce del río Rímac.

Del cosmógrafo sucedáneo, Diego de León, sólo se sabe que falleció antes de 1661.

Ruiz de Lozano curso sus primeros años de estudio en Lima, luego en México en donde asistió a la cátedra de matemáticas que dictaba fray Diego Rodríguez en la Universidad de dicha ciudad. Aprendió hidrografía, Aritmética, el arte mayor del Álgebra y los seis primeros libros de la *Geometría* de Euclides, y de explicación de la Esfera

[21] Elías Trabulse, op.cit., Cap III, pp. 78-82.

[22] En adelante las referencias historiográficas respecto a los cosmógrafos, serán extraídas de: Ortiz Sotelo Jorge "Los cosmógrafos mayores del Perú en el siglo XVII" , en *Boletín del Instituto Rivagüero,* Lima, N° 24, 1997, pp. 371-384.

Elemental y Celeste. Aplicó sus conocimientos matemáticos a la astronomía. Se puede especular que sus trabajos se referían al cálculo astronómico de las estaciones, las fases de la luna, los eclipses y otros fenómenos de este tipo, como las observaciones en 1652 de un cometa en México. Para poner en práctica sus conocimientos matemáticos se hizo a la mar en 1640, navegando entre Chiloé y Acapulco durante varios años. Esto le permitió acumular información náutica, percatándose de muchos errores de las cartas disponibles que procuró corregir luego, lo cual fue de suma importancia para la elaboración de nuevos caminos o rutas marítimas.

De este modo las Matemáticas fueron adquiriendo mayor importancia. Se estudiaban en aquella época la Aritmética, Álgebra y los seis primeros libros de la *Geometría* de Euclides, así como la explicación sobre las medidas de la esfera elemental y celeste. Al punto de que surge la prioridad de que exista un maestro de éstas, debido a su importancia con respecto al comercio marítimo en auge entre España y sus colonias.

Por otro lado Ruiz Lozano observó un cometa durante treinta y nueve días. Como consecuencia publicó el *Tratado de Cometas...*. Esta obra constituye como dijimos antes, quizá la primera de índole científica impresa en Sudamérica, conteniendo rica información sobre el grado de modernidad con que ciertos miembros de la sociedad virreinal se movían durante el siglo XVII. La referencia bibliográfica científica que manejaba incluía obras de Kepler y Tycho Brahe.

El último cosmógrafo del siglo XVII fue Juan Ramón Conink, que publicó anualmente entre 1678 y 1708 diversos trabajos astronómicos “regulados conforme los cálculos modernos al Meridiano” de Lima, bajo el título de Lunarejo Pronóstico de Temporales y accidentes particulares de los Astros.

Por último debemos mencionar los *Almanaques anuales* (especie de revista científica), editados a partir del siglo XVII. Es durante los siglos XVI y XVII que la astrología aún era considerada la reina de las ciencias, y gozaba de mucha popularidad. Su influencia en la vida cotidiana era tal que cultos e ignorantes, ricos y pobres, siempre la consultaban antes de realizar cualquier acción. Así, eran los almanaques los que servían para pronósticos de todo tipo en base a cálculos astrológicos, cálculos e influencias que no se daban caprichosamente, sino que más bien guardaban o tenían de sostén a la teoría hermética en torno a la armonía del macrocosmos y microcosmos. [23] No es de extrañar entonces que los cosmógrafos peruanos mencionen y practiquen la astrología, en tanto que era un rubro o tema muy importante dentro del conjunto del saber hermético. Pero más precisiones daremos en el siguiente punto.

1.3.- Los jesuitas y las matemáticas.

Sabemos que los jesuitas tuvieron un rol fundamental para el desarrollo de las

[23] Para una mayor información historiográfica sobre los textos incluidos en los Almanaques, véase el clásico artículo de Schawb, Federico, “Los almanaques peruanos y guías de forasteros”, en *Boletín Bibliográfico de la Biblioteca Central de la Universidad nacional Mayor de San Marcos*, Lima, CIP, Año XXI, núm. 12.

matemáticas entre los cosmógrafos del virreinato peruano. El propósito en el presente punto de nuestro estudio es reseñar históricamente cómo es que se produjo tal influencia jesuítica en el ámbito del saber matemático, y cómo se recibió su influjo en el proyecto científico abierto por el movimiento intelectual de los cosmógrafos.

Sin lugar a dudas los jesuitas querían llevar a cabo un proyecto fundacional basado en la defensa y difusión del catolicismo romano; un proyecto para cuya realización fueron instrumentos indispensables y destacados la sólida formación científica de los miembros de la Compañía y la educación de la juventud, en especial la que por su posición social podía aspirar a puestos dirigentes. Este proyecto lo comenzaron a plasmar con la fundación en 1546 del Colegio de Gandia, convertido en Universidad desde 1548. A partir de ello, los jesuitas crearon un tipo de centro mixto dedicado a la formación de religiosos y laicos. [24]

Con la creación del colegio Mesina y el colegio Romano ubicado en Italia en 1551, se determinó el modelo definitivo de lo que luego sería la *Ratio Studiorum* jesuítica, lo que a su vez facilitó la creación de numerosos centros docentes, que poco a poco, se convirtieron en núcleos básicos de la pedagogía jesuítica. Estos centros de enseñanza no dejaban de lado los estudios básicos y superiores, que comprendían los primeros cinco años estudios de gramática y humanidades, que luego permitían acceder a los superiores, los filosóficos y científicos.

No podemos negar que el proyecto tan ambicioso de la Compañía, de prácticamente manejar y controlar la educación para mantener su vigencia y poderío en los países en que ya lo tenía, y defender contra todo al catolicismo de las reformas cristianas, se encontró con detractores, a los cuales hábilmente supieron torear con el apoyo de la nobleza . Este apoyo fue lo que hizo posible la creación en 1625 de los Reales Estudios del Colegio Imperial de Madrid, sin lugar a dudas el centro más importante fundado en España por los jesuitas a imitación del Colegio Romano.

Para muestra del apoyo que conseguían y con que contaban, mencionamos que en la fundación de dicho colegio, les brindó su total apoyo el Conde Duque de Olivares y la archiduquesa viuda María de Austria, de allí el uso del término imperial, logrando los jesuitas que en 1625 Felipe IV les concediera una renta de 10.000 ducados al año, para el mantenimiento de 23 catedráticos y 2 prefectos de estudios, así como la propiedad de las instalaciones y los medios de la Academia de Matemáticas de Felipe II.

En el Colegio Imperial, de acuerdo con el proyecto fundacional jesuítico, los estudios se dividieron de la siguiente manera: en menores con seis cátedras de gramática latina y griega; y mayores, con 17 cátedras, entre las que se contaban: tres de lengua (griego, hebreo y caldeo y siríaco); una de historia cronológica; tres de filosofía (Súmulas y Lógica, Filosofía Natural y Metafísica); dos de matemáticas; una de ética; dos de políticas y económicas, y *De Re Militari*; tres de Teología y Sagradas Escrituras; y una de historia natural, “para leer de las partes y de la Historia de los Animales, Plantas y aves, y de la naturaleza de las piedras y Minerales” de Aristóteles.

[24] En adelante las referencias históricas serán extraídas de Capel, Horacio, “La Geografía como ciencia matemática mixta. La aportación del círculo jesuita madrileño en el siglo XVII” en *Geocrítica*, Universidad de Barcelona, N° 30, noviembre 1980, p. 5 y s.

Vemos pues como en ellos se notaba la plena vigencia de conocimientos y ciencias, que como en el caso de las matemáticas, estaban en desarrollo y debate por aquel entonces. Y este desarrollo no se debió precisamente al azar u obedeciendo a un saber curioso, sino que sus condiciones se daban de acuerdo a como estaban en disputa y progreso los conocimientos y su aplicación para resolver necesidades prácticas, como el caso de la navegación (el famoso problema de la medición de la longitud en el mar), sin dejar de mencionar el incremento de las investigaciones astronómicas. Y naturalmente en todo ello se veía implicado el desarrollo y debate sobre el saber matemático, puesto que un avance o escollo en ella significaba un avance o escollo a su vez en los demás campos del saber. Lo cual tenía posiblemente relación con el proyecto de expansión del credo católico, que implicaba manejar conocimientos bien elaborados sobre Geografía y matemáticas:

"La insistencia de los jesuitas en los aspectos descriptivos de la geografía dentro de los estudios de humanidades obedecía, sobretodo, a razones pedagógicas, ya que ellos eran muy conscientes del carácter matemático de esta ciencia y de la importancia de sus aplicaciones prácticas. En este sentido, baste recordar las destacadas aportaciones que habían hecho a la geografía los jesuitas desde el siglo XVI [...] Se explica, por ello, que los jesuitas dedicaran gran atención a la enseñanza de las matemáticas en sus centros docentes más prestigiosos, entre los cuales destacan sin duda el Colegio Imperial y el Real seminario de Nobles de Madrid." [25]

Por otro lado la Compañía jesuita también tuvo problemas cuando otras órdenes religiosas y demás universidades se opusieron a su proyecto. Esto se debió a que dichas universidades europeas se alarmaron ante el control académico que pretendían. Como consecuencia se llevó a cabo una ofensiva contra la compañía, especialmente dirigida por la universidad de Lovaina, la cual envió hacia España a Jansenio en 1626-1627 para tratar de paralizar la iniciativa. Las universidades de Alcalá y Salamanca elevaron escritos en contra de esa acción en 1627.

En la respuesta oficial de los jesuitas, redactada por el padre Poza, se defiende la posibilidad de que los jesuitas puedan enseñar lícitamente las matemáticas y otras ciencias, y en particular se hace una defensa de la enseñanza de hidrografía o *Re Náutica*, en la que había de enseñar geografía e hidrografía y establecer relaciones con la astronomía. Esto corrobora la ambición del proyecto jesuítico, pues esta enseñanza ya la venían haciendo en Francia, y lo que buscaban era introducirse también en España en este campo científico-técnico esencial en la Europa del siglo XVII.

Las cátedras de matemáticas del Colegio Imperial de Madrid llegaron a ser fundamentales en la enseñanza de esta ciencia en la España del seiscientos. Según sus normas, en la primera de ellas un maestro debería leer por la mañana "la Esfera, Astrología, Astrolabio, Perspectiva y Pronósticos"; mientras que en la segunda, otro maestro diferente debería leer por la tarde "de Geometría, Geografía, Hydrografía y de Reloxes." No cualquiera ocupaba la cátedra, sino que tenían sumo cuidado en elegir al maestro idóneo que la enseñe. Es así que se trajo de Lovaina al matemático y

[25] Capel, Horacio, "La geografía en los exámenes públicos y el proceso de diferenciación entre geografía y matemáticas en la enseñanza durante el siglo XVIII." En *Áreas. Revista de Ciencias Sociales*, Murcia, v. I, 1981, p. 98.

cosmógrafo Padre Carlos de la Faille, siendo sucedido por el jesuita flamenco Andreas Tacquet, luego por el francés Claudio Ricardo y finalmente al parecer también por el Padre Poza. También fue profesor de matemáticas el escocés Hugo Sempilius.

En 1670 la cátedra fue ocupada por el renombrado P. José de Zaragoza, una de las figuras científicas fundamentales del siglo XVII, desempeñando este cargo hasta su muerte en el año 1679. Entre sus obras sobre astronomía, tenemos a la más importante: *Esphera en común, celeste y terráquea*, publicada en Madrid en 1675. Mediante esta obra muestra la estrecha relación entre la astronomía y la geografía, siendo por ello catalogada también como geográfica, y mostrando a la vez la profunda relación entre la geografía y las disciplinas matemáticas.

Sin lugar a dudas, la participación del P. Zaragoza dentro del grupo jesuítico fue de suma importancia, es así que se propuso redactar un *Cursus mathematicus* completo, en que trataría de forma sistemática todas las ramas que entonces constituían a las matemáticas. Naturalmente la Astronomía y geografía no quedaban de lado en este *Cursus*. También podemos agregar que el P. Zaragoza, mediante sus obras de geometría y trigonometría, pretendía resolver problemas astronómicos y estudiar la esfera celeste y terrestre. Su relación con los sabios extranjeros de su orden, y los extranjeros jesuitas que lo sustituyeron en la cátedra de matemáticas, no solo muestran la actualidad en los debates científicos que manejaban los del círculo jesuita, sino posiblemente su proyecto de estimular el paradigma ontológico implícito en la obra euclidiana:

“La Esphera del P. Zaragoza admite plenamente la comparación con las obras de geografía más modernas que se realizaban en la Europa de su tiempo, estando presentes en ella los temas fundamentales de la ciencia geográfica y astronómica de la época. La pertenencia del autor a la Compañía de Jesús le daba, sin duda alguna, acceso a las innovaciones más recientes que en estos campos se producían, incluidos los del campo protestante, que podían llegarle ya directamente, ya a través de los compendios matemáticos realizados por jesuitas franceses, italianos o alemanes, como Riccioli, Kircher o Dechales. Ello explica que junto a autores ya clásicos y bien conocidos en España, como Gemma Frisio, o Longmontano, aparezcan citados otros como Gassendi, Landsberge, Dúdelo, Herigonio y Kepler, entre otros muchos que la erudición del Padre Zaragoza esgrime. [...] Tras la muerte del padre Zaragoza, la cátedra de matemáticas fue ocupada por el jesuita austriaco Manuel Jacobo Kresa (1647-1715) autor de unos *Elementos de Matemáticas* (Madrid), pero éste debió estar poco tiempo en el Colegio, pues en 1689, al publicar en Bruselas unos *Elementos de Euclides* estaba [en Cádiz] ...” [26]

Como hemos mencionado antes, resolver los problemas de la navegación implicó también el desarrollo de las matemáticas. De esto se ocupó también el P. Zaragoza, pues planteó los problemas de la determinación de la latitud y longitud, considerando este último irresoluble, como “el punto célebre que Dios puso por término del ingenio humano para su humillación, como las arenas del mar.” Más adelante, veremos como Cosme Bueno, al tratar el problema de la Cuadratura del Círculo, señala su vinculación con el problema de la medición de la longitud en el mar, problema que vemos, ya los jesuitas

[26] Capel, Horacio, “La geografía...”, op.cit., pp. 12, 13, y 14.

consideraban irresoluble, y también lo considera así el célebre Cosme Bueno. [27]

De este modo fue inevitable que de alguna u otra manera los jesuitas promovieran el desarrollo de la ciencia entre los demás ingenios de la época que no pertenecían a la Compañía, pero que tuvieron su influencia pedagógica.

Por otro lado, dando una prueba más de su preocupación por la ciencia, se iba formando el denominado *círculo jesuita*, hombres de ciencia, de interés común, que de manera sistemática producían obras que sirvieron de estímulo para el esfuerzo por la modernización científica en Europa. Estas obras abarcaban básicamente los temas de astronomía, geografía y matemática, que como lo mencionamos antes, estaban relacionadas entre sí, además descansaban bajo los mismos supuestos ontológicos implícitos en la Compañía, los cuales trataban de mantener la tradición aristotélico-tomista. En cuanto a las matemáticas podemos corroborar su interés exegético por la obra euclidiana, como es el caso del padre Zaragoza, como sabemos, autor muy influyente entre los cosmógrafos de las colonias, y al cual veremos que Conink cita:

“Puede hablarse de un círculo científico jesuítico, con el cual se encuentran relacionadas, de una manera u de otra, toda una serie de obras realizadas por seglares en el último cuarto del siglo XVII. Entre las que se relacionan con las disciplinas matemáticas, una de las más significativas es el *Espejo Geográfico* de Pedro Hurtado de Mendoza, publicada en 1690. [El cual fue un] personaje de gran relieve político en la corte de Carlos II y, desde el punto de vista científico, íntimamente vinculado con el círculo jesuítico. El duque había sido discípulo del Padre Zaragoza en el Colegio Imperial de Madrid, y las relaciones con su maestro debieron ser estrechas, ya que a él le dedicó el jesuita su última gran obra matemática, *El Euclides nuevo antiguo*, publicado en 1678, un año antes de su muerte.” [28]

No es mera casualidad entonces que los jesuitas estuvieran persiguiendo el proyecto de reconstituir la tradición geométrica griega heredada a través de la ontología euclidiana. En Francia, los jesuitas eran francos defensores de la metodología euclidiana, contra las embestidas del método propugnado por los jansenistas, a través de la revisión del saber que realizaban en Port Royal. Fue en pleno siglo XVII, y hasta fines del XVIII, que ambas órdenes religiosas esgrimían sus diferencias que, en el plano filosófico, consistía en la oposición entre la nueva metodología y saber amparado en el *Cogito* cartesiano, y sus verdades claras y distintas, opuesta al viejo clasicismo barroco jesuita:

“...los jansenistas [...] combatían a los jesuitas no solo en el terreno teológico [...] sino también en el geométrico, porque los herederos del pensamiento ignaciano, que monopolizaban la enseñanza en Francia, seguían fielmente la trayectoria de Euclides, mientras que los correligionarios del teólogo holandés querían reformar los *Elementos* del geómetra alejandrino de acuerdo con las normas del nuevo arte de pensar fabricado por

[27] Mayor información sobre el texto de Cosme Bueno y su tratamiento del problema de la longitud en el mar, véase, Pisconte Quispe, Alan Martín, “Hallazgo reciente de inédito de Cosme Bueno (1711-1798): La Cuadratura del círculo y el problema de la navegación (1768)”, en *Logos Latinoamericano*, Año V, núm. 5, Lima, 2000, pp. 239-234.

[28] Capel, Horacio, “La geografía...” Op. Cit. pp. 15 y16.

los solitarios [...] Ya en esta época había hecho crisis el Renacimiento y la densa atmósfera de fanatismo e intolerancia engendraba las guerras entre las naciones y las luchas de unas sectas religiosas contra otras, haciendo proyectil de todo, incluso de la Geometría de Euclides [...] En resumen: euclidianos los jesuitas y antieuclidianos los jansenistas, si sus disputas teológicas fueron estériles, no así las geométricas porque, llevando la fina dialéctica religiosa de sus credos respectivos al campo de la Matemática, depuraron algunos conceptos que, sometidos a una revisión crítica tanto por los solitarios de Port Royal como por los apegados a la tradición griega, los despojaron de una buena parte de su ganga intuitiva.” [29]

A diferencia del historiador Vera, creemos que esas disputas religiosas no eran inútiles, sino que eran las inevitables cadenas de revisiones que se realizaban al interior de paradigmas disímiles, el aristotélico tomista (jesuitas) y el cartesianismo mecanicista de los jansenistas. Los jesuitas tuvieron pues, mucho interés en revitalizar la tradición organicista apelando a las posibles conexiones entre las teorías aristotélicas, con las neoplatónicas y herméticas aún en boga por el siglo XVII.

La analogía del universo como un organismo vivo tiene larga data (los pensadores presocráticos) y muy usado por el Platón del *Timeo*. Igualmente, fue muy explotado por los estoicos romanos, como Séneca. En cuanto a Aristóteles, la metáfora del universo como entidad viva fue menos usada. Pero en la Edad Media, sus exegetas buscaron justificar la astrología judiciaria, anexando la dicotomía *sublunar* y *supralunar* aristotélica, con la dicotomía *microcosmos* y *macrocosm*os. Así:

“La correspondencia microcosmos-macrocosmos que algunos durante la edad media creyeron encontrar en la tradición aristotélica, y que fue usada por la astrología judiciaria, tiene un sentido totalmente diferente ya que, en todo caso, se refiere a una vinculación entre el mundo sublunar y el superior, y además no es seguro que siempre haya sido correctamente interpretada.” [30]

Al parecer el camino de la influencia sobre la concepción de universo vivo tuvo su origen en la tradición platónica y neoplatónica, la cual fue asimilada por la tradición medieval, específicamente por la Escuela de Chartres. Es en el siglo XII de la época medieval, donde debe escudriñarse al respecto sobre la aparición de una versión detallada de la visión organicista. En dicha tradición, el científico privilegiado era el médico, el cual, para curar las dolencias del organismo, debía conocer los nexos con los astros y con los elementos inorgánicos del mundo alquimista. Entonces se “comprende así la coincidencia de la física platónica y de la astrología y alquimia árabes realizada en la edad media, y el desarrollo que tendría en el Renacimiento.” [31] Lo cual creaba un avance importante, en tanto que la remitencia causal a los astros y ya no directamente en Dios, posibilitó que las investigaciones científicas posteriores se plantearan al nivel

[29] Vera, Francisco, *Breve Historia de la Geometría,* B. Aires, editorial Losada, 1948, p. 88 y 89.

[30] Capel, Horacio, “Organicismo, fuego interior y terremotos en la ciencia española del siglo XVIII.” En *Geo-Crítica*, Universidad de Barcelona, núm. 27-28, mayo-Julio 1980, p. 8.

[31] Ibíd., p. 9.

natural y ya no en el teológico.

Así, la época moderna permitió que la tradición organicista y las tendencias herméticas alquimistas encontraran bastante afinidad. [32] Por tanto, "Una parte importante del pensamiento español del renacimiento y siglo de oro está impregnado por corrientes de pensamiento en las que se afirmaba la solidaridad entre microcosmos y macrocosmos..." [33]

No es de extrañar que los intelectuales de las órdenes religiosas estuvieran comprometidas estrechamente con nociones herméticas y organicistas. Fue el caso de los franciscanos y agustinos. Pero la orden jesuita también estuvo atenta a estas mezclas y discusiones teóricas. Es así que:

"En la edad moderna, la filosofía platónica debió ser seguida, además, por los jesuitas. Su oposición a los dominicos, por un lado, y el proyecto conciente que persiguieron de ensanchar las bases filosóficas superando las discusiones bajomedievales, por otro, les hicieron sensibles a ideas filosóficas de origen diverso, entre ellas sin duda también las neoplatónicas. La oposición a Aristóteles y la cita de Platón son una constante en las obras de numerosos jesuitas referentes a la naturaleza. Baste citar, como ejemplo español, al padre Acosta que en su Historia natural y moral de las Indias (1590) no tiene reparos en atacar a Aristóteles, y señala de pasada que los antiguos, salvo Platón, habían ignorado la existencia del cuarto continente." [34]

Así es como el proyecto jesuita de superar las aporías del saber aristotélico tomista, los hicieron sensibles a los nuevos aportes y teorías que se tejían en la época moderna. Muchos de los jesuitas mencionados por Conink en el texto de nuestro interés, seguramente se hallaban imbuidos en la misma pretensión. Entre ellos, el padre Atanasio Kircher, para el cual la tierra es "como una especie de vasto organismo." [35] Todo con el fin de usar estos elementos neoplatónicos con otros "propiamente aristotélicos en una ambiciosa concepción que trata de dar una visión de conjunto [...] Los cuatro elementos fundamentales –fuego, agua, aire y tierra- le facilitan el esquema de su obra..." [36]

El movimiento transnacional jesuita fue muy influido por Kircher, puesto que tuvo correspondencia con "dos jesuitas españoles que estaban en México, los padres Francisco Jiménez y Alejandro Fabiano, y en España con el padre Juan Eusebio Nieremberg y con el padre José Zaragoza. Este último, profesor de matemáticas en el Colegio Imperial de Madrid a partir de 1670, difundiría seguramente desde su cátedra las ideas de Kircher al tratar en sus cursos matemáticos de la estructura de la tierra." [37]

El padre Zaragoza sabemos que fue importante en relación a su recuperación y

[32] Ibíd.

[33] Ibíd. P. 10.

[34] Ibíd, p. 14.

[35] Ibíd.

[36] Ibíd., p.17

discusión de la obra euclidiana, y aun cuando tomaba con cierto escepticismo la teoría de Kircher, compartía sin embargo, en gran parte, este universo organicista y neoplatonizante de la orden jesuita. Su cátedra influyó en numerosos sabios de las colonias españolas americanas, hasta remitirnos a las especulaciones matemáticas, posiblemente de orden neoplatónico, que se hallan en el texto de Conink.

Arriesgamos pues, la hipótesis de que este círculo de la Compañía de Jesús, tenía como meta salvaguardar el dogma católico, tratando de resolver las aporías que pudiera presentar la teoría aristotélico tomista. Para lo cual buscaron repotenciar con añadidos de la tradición hermética, la ontología subyacente a las matemáticas euclidianas, que coincide en gran parte con dicho dogma católico. Que anotábamos, estaba directamente ligadas con la ontología aristotélico tomista. Cómo buscaron realizar esta tarea de salvaguarda ontológica, será detallada en el siguiente capítulo.

[37] Ibíd., p. 18 y 19.

CAPÍTULO II. LA FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS. LA NECESIDAD DE CUANTIFICAR EL ESPACIO AMERICANO Y LAS CONTRADICCIONES CON EL PARADIGMA CUALITATIVO ARISTOTÉLICO. REAPARICIÓN DE LA NOCIÓN DE INFINITO.

2.1 La necesidad de medir lo inconmensurable. Una mirada histórica a la noción de infinito en matemáticas.

En la actualidad, la noción de matemáticas más usual es de que nos sirven para hacer mediciones exactas, por lo cual su sola mención ya no nos causa gran impresión. Sin embargo la construcción de dicho sentido común no era evidente en los inicios de la aventura del saber matemático. Aunque se puede mencionar que las mediciones exactas ya estaban presentes, por ejemplo para la división de tierras, y para la construcción -por parte de los antiguos egipcios - de las pirámides. Y no cabe duda que esta utilidad no sólo se restringió a los egipcios, sino que se conoció hasta en los antiquísimos imperios de la China. Pero conocer los fundamentos teóricos de estos usos prácticos, y distanciarse paulatinamente de dicha visión práctica, aparentemente fue solo preocupación de los grandes pensadores griegos que, atendiendo a su gran intuición e inquietud teorética, nos muestran otra cara de las matemáticas.

Los saberes matemáticos comienzan poco a poco a considerarse entre los pensadores griegos, como el paradigma o ejemplo de que existe un *Logos* o saber armónico. Tal es el caso de la orden de los pitagóricos. En esta paulatina asimilación y abstracción de los entes matemáticos, se encontró muy pronto el dilema ineludible que se halla al interior de la supuesta armonía matemática del cosmos: las magnitudes infinitas, los números irracionales:

“Not only the idea of infinitely large collections, but also that of infinitely small arose in two questions of great concerní to the Greeks: the problem of finding the areas of figures bounded by curved lines, and the problem of understanding motion, in particular the motions of the heavenly bodies studied by the astronomers.” [38]

En particular dicho problema surgió cuando los pitagóricos asumieron que los cuerpos físicos y los geométricos formaban una unidad indisoluble. Pero al querer medir un segmento de recta por el número de puntos situados entre los puntos extremos, sucedió lo inesperado e irremediable. Hay infinitos puntos en un segmento de línea finita. De allí a las paradojas de Zenón de Elea acerca del número continuo hay un solo paso. [39]

Dice Zenón que si el segmento de línea tiene infinitos puntos, entonces una suma de infinitos puntos es nula, y si es nula, entonces la recta no tiene magnitud. Y si la recta no lo tiene, no lo tiene ningún cuerpo geométrico, y por tanto, ningún ente del cosmos. Pero por otro lado, esas magnitudes son muestra de alguna cantidad, pero cantidad irreductible, infinita, inconmensurable, por tanto el segmento será infinito. En consecuencia, el segmento tendrá y no tendrá a la vez medida. Lo que mostraría Zenón es que lo continuo o divisible al infinito no se puede definir como una suma de elementos indivisibles finitos. Es decir, lo discontinuo aritmético o atómico no puede comprender lo continuo o geométrico. Esto en el caso de las magnitudes espaciales. Pero Zenón también destruyó la posibilidad de entender el tiempo (infinito y continuo) como una suma

[38] Sondheimer, Richard; Rogerson, Alan, *Numbers and infinity. A historical account of mathematical concepts*, first published, Cambridge University Press, 1981, p. 86. (“No solo la idea de infinito tiene larga data, sino que también la división al infinito tiene antecedentes tempranos. La división al infinito surgió en dos cuestiones de gran preocupación para los griegos: el problema de hallar las áreas de las figuras trazadas por líneas curvas, y el problema de entender el movimiento, en especial el movimiento de los cuerpos celestes estudiados por los astrónomos.” [Traducción nuestra])

[39] Vera, Francisco, Op. Cit. p. 37.

de instantes discretos y lo mismo con el movimiento, como suma de pasajes de un punto a otro. Un espacio y un tiempo como suma de puntos y de instantes respectivamente, fue de hecho aniquilado por Zenón. [40]

A su vez, el problema de los números infinitos se evidenció cuando se quiso aplicar el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de catetos iguales a la unidad, con lo que se cayó en la cuenta de que el resultado era imposible. Pues les era inconcebible la noción de un número cuyo cuadrado sea 2. El terror al infinito entre los griegos, amantes de la armonía, se abría de una vez por siempre. Los matemáticos griegos posteriores a los eleatas, mediante distintos recursos, eliminaron o reprimieron el infinito en matemáticas. [41]

Pitágoras, utilizando el denominado *método de aplicación de áreas*, se encontró en el camino con unas líneas a las que decidió llamar *parábola*, *elipse* e *hipérbola*. Años después esta denominación o nomenclatura fue adoptada por Apolonio, estudioso de las secciones cónicas, donde se encontraba con dichas líneas. [42] Es de importancia la aparición de estas curvas, ya que son ellas las que hicieron notar que las líneas no son todas medibles con exactitud, sino que las hay inconmensurables, las que simplemente se dirigen hacia el infinito, y esas son precisamente las que no son rectas, sino más bien las líneas curvas en mención.

El problema que sugería la noción de infinito o irracional se recrudecía porque el uso de las parábolas o curvas tardó mucho en aplicarse a la geometría, creyendo así durante mucho tiempo que solo se podía trabajar en geometría con figuras, cuyas medidas eran conocidas por sus dos dimensiones (largo y ancho), reduciendo así a la geometría al plano bidimensional. Sin embargo se podía trabajar con parábolas inconmensurables, lo que abrió camino finalmente a que en geometría surja el interés y la posibilidad de desarrollar ecuaciones a partir de tercer grado en adelante (es decir, con más de dos dimensiones).

Pero este interés o desinterés por encarar el concepto de irracionalidad matemática entre los primeros matemáticos griegos tiene por supuesto una explicación ontológica. Antes debemos recalcar que, en los griegos, su concepción acerca de las entidades matemáticas no se debe confundir con la tendencia moderna, que busca describir relaciones de orden matemático entre los fenómenos de la naturaleza. Pues en la abstracción tal como la entendían los helenos, se considera el número matemático como una especie de entidad "natural", es decir, como una entidad *existente*, pero de *otra naturaleza* que la de los cuerpos sensibles. Para Aristóteles son la abstracción de la *forma* de los entes individuales. [43]

[40] Ibíd, p. 38.

[41] Ibíd, p. 35.

[42] Westren, Herbert. "Los grandes matemáticos", en *Sigma, el mundo de las matemáticas*, Barcelona, editorial Grijalbo 1976, Vol. I. pp. 15 y 16.

[43] Véase *Física* 193 b 20-25. En Aristóteles, *Física*, Madrid, editorial Gredos, 1995.

Es clara entonces la estrecha dependencia de las entidades matemáticas griegas con los cuerpos naturales, es decir, con la realidad tal cual aparece. Esto es lo que reduce las matemáticas griegas a una concepción geométrica delimitante, una matemática de "figuras", de cuerpos. Los problemas clásicos de la geometría: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo, y la trisección del ángulo van más allá de la ontología matemática delimitante de los antiguos griegos. Por tanto, es comprensible que la geometría euclidiana privilegie las figuras formadas de líneas y círculos, o como se decía en su jerga geométrica, figuras de "regla y compás":

"These problems [de la geometría] are important in the history of mathematics because they cannot be solved, except approximatly, by construcction of a finite number of straight lines and circles, i. e. solution is impossible by ruler-and-compass construcction." [44]

Ello es así porque dichas figuras permiten construir el resto de cuerpos geométricos garantizando su clara delimitación, salvando así el riesgo o peligro de la infinitud. Lo cual, a su vez, explica que su paradigma de universo sea el universo finito, cerrado y limitado en sí mismo, noción de cosmos propia del mundo platónico y del aristotélico, con sus respectivas variantes, por supuesto. Un universo de esta índole no da la posibilidad de asumir la noción de infinito. Los griegos buscaron reprimirlo en sus demostraciones matemáticas, pero no por simple capricho o falta de capacidad, dado que detrás había toda una concepción teórica ontológica bien fundamentada. Al parecer, su concepción matemática estaba en estrecha conexión con sus preferencias cosmológicas y ontológicas. [45]

Pero será recién en la época del Renacimiento que se verá de alguna manera alterada esta concepción matemática y el paradigma ontológico que lo sustenta, y es cuando se retoma el problema de la noción de infinito matemático. Es así que a partir de dicha época se busca solucionar viejos problemas geométricos asumiendo obviamente otros métodos que pudieran vislumbrarle alguna solución. Y para ello se requería un cambio paradigmático, cosa que sucedió como sabemos, entrada la época moderna. Precisamente este cambio de paradigmas, a pesar de ser ampliamente difundidos, no eran asumidos fácilmente, tal es el caso de Conink, hecho que explicaremos posteriormente, ya que él se ve cara a cara con las magnitudes infinitas en la búsqueda de una solución geométrica sobre un problema matemático clásico. En el siguiente punto explicaremos detalladamente el avance algebraico y geométrico en el Renacimiento.

2.2 El auge del método matemático dentro de la

[44] Sondheimer, Ernst, op.cit, p. 89 y 90. ("Esos problemas...son importantes en la historia de las matemáticas porque no pueden ser resueltos, salvo aproximadamente, por construcciones en base a un número limitado de líneas rectas y circunferencias, por tanto, es imposible una construcción en base a la regla y el compás." [T. N.])

[45] Vera, Francisco. *Breve Historia de la Geometría*...op.cit. p.41 y 42.

ciencia moderna.

El esquema teórico convencional con respecto a la ontología y cosmología auspiciada por la Iglesia, comenzó a disolverse en todo nivel debido a múltiples factores, entre ellos, los grandes viajes de exploración, cuya eclosión mayor fue el descubrimiento de América. La navegación, restringida al mediterráneo, no cuestionaba mayormente las posiciones geográficas, medidas por medio de las nociones geométricas euclidianas, que presuponían a la superficie terrestre como plana. Mas al surgir la idea de una tierra esférica, las viejas medidas geográficas mostraron sus falencias. Tener conocimiento matemático exacto de las longitudes y latitudes de las diferentes posiciones terrestres y marítimas, conllevó inevitablemente la revisión del paradigma matemático heredado y rescatado por los renacentistas.

"Si el problema de establecer la latitud estaba ya bien resuelto desde mediados del siglo XVI mediante la observación de la altura aparente de los astros en los diversos puntos del globo terrestre, no ocurría lo mismo con el de la longitud, puesto que el desplazamiento a lo largo de un paralelo no altera dicha altura. La importancia de este problema era tal que se convirtió durante tres siglos en objeto de permanente investigación de los marinos y en un verdadero reto para la ciencia de la época. Sólo a fines del siglo XVIII puede considerarse que la cuestión está en vías de solución [...] La resolución del problema de la longitud exigía precisas observaciones astronómicas, lo cual influyó desde el siglo XVII de manera decisiva en la erección de observatorios que, como el de Greenwich en 1775, se crearon 'para ayudar a la geografía y la navegación'. Astronomía y geografía aparecieron así naturalmente unidas..." [46]

También supuso reexaminar el universo celeste, en tanto la medida precisa de las posiciones de planetas y estrellas era inmemorialmente usado por los navegantes para establecer su posición geográfica. La astronomía por aquel entonces era más un quehacer matemático (en el sentido inmaculado que le otorgaban los griegos) que físico. Pero entrado el siglo XVI, nuevos cielos y nuevas tierras se abrían abismalmente a los ojos de los hombres de fines del siglo, lo que dio cabida al avance y desarrollo de la ciencia matemática moderna.

El universo, antes delimitado y con posiciones absolutas y fijas, ahora se abría en una amplitud que embriagó a algunos pensadores renacentistas. Pensemos en Nicolás de Cusa y su idea de Dios como una circunferencia con su punto central en todos lados y su diámetro en ninguno. O posteriormente, la posibilidad de infinitos mundos en el caso de Giordano Bruno. Al nivel antropológico, Pico de la Mirándola y su concepción proteica del ser humano. Además Tycho Brahe al explorar los límpidos cielos ptolemaicos, observó que las nebulosas y cometas resaltaban no solo que las dimensiones de los cielos eran mayores de lo que se pensaba. También presuponía la corruptibilidad del mundo cósmico. Intuiciones confirmadas por las observaciones al sol y otros planetas con el telescopio por el florentino Galileo Galilei. Lo que abría el campo a la recepción de una nueva física que posibilitara la comprensión uniforme de cielo y tierra.

Así, el saber heredado por la tradición clásica greco-cristiana fue puesta en cuestión

[46] Capel, Horacio, *Geografía y matemáticas en la España del siglo XVIII*, op.cit. pp. 219 y 220.

en esta gran época de exploraciones y observaciones siderales, geográficas y antropológicas. Por lo que en esos ámbitos, comenzaron a plantearse nuevas dudas y nuevos intentos de respuesta a cuestiones que la herencia escolástica ya no pudo paliar. Dado que matemáticas y astronomía estrechaban viejos lazos desde antiguo, los problemas y soluciones en una instancia repercutían en la otra.

El legado renacentista consistió en el rescate y revaloración de los textos euclidianos. Lo último significó potenciar aspectos que dicha geometría no tocó o no desarrolló debidamente. Así, Tartaglia, Vieta, Cardano, y otros autores de la época, destacaron por la búsqueda y resolución de las ecuaciones cúbicas y cuadráticas, en términos de una álgebra que de modo paulatino iba dejando atrás los usos retóricos (usados por Euclides y las matemáticas griegas en general) para volverse, con sus aportes, más simbólica. Así tenemos, por ejemplo que:

"...perfeccionó Vieta los métodos griegos para resolver las ecuaciones cuadráticas y aplica el Álgebra a la resolución de los problemas geométricos, mas tampoco encuentra la noción de función que no aparece hasta Descartes (1596-1650). [47]

Además, Cardano (1501-1576) era un conocido astrónomo y astrólogo, oficios no muy alejados entre sí en aquel entonces. En tanto que Tartaglia (Nicolás, 1500-1557) sabemos que experimentó con los problemas matemáticos implícitos en la balística, en el alcance máximo de un proyectil, es decir aplicó las matemáticas a problemas militares de artillería. Así también podemos agregar otros avances:

"...por esa época empiezan a aparecer entre las cuestiones propuestas a calculistas y algebristas italianos problemas que conducen a ecuaciones de tercer grado (cúbicas), figurando entre los proponentes un discípulo de Dal Ferro. En estas justas interviene uno de los matemáticos más importantes del siglo: Nicoló Tartaglia, quien, estimulado sin duda por esas cuestiones, encuentra por su cuenta la regla para resolver las ecuaciones cúbicas, logrando un decisivo triunfo..." [48]

La aplicación de las matemáticas a la física comienza a cuajar con algunos aportes, como los de Simón Stevin (1548-1620) Así, dio al paralelogramo de fuerzas su equivalente geométrico: algún tipo de triángulo. También planteó una teoría completa del equilibrio estático. Hizo aportes a la hidrostática, sobre la presión de los fluidos. [49] Desde la matemática, trató, en un folleto de 1585, de realizar una aritmética que posibilitara cálculos en cualquier ámbito, recurriendo solo a números enteros sin fracciones. Para él las fracciones decimales se manejaban con las mismas reglas que los números enteros. [50]

[47] Vera, Francisco. Op. Cit. p. 93.

[48] Babini, José. *Historia sucinta de la Matemática*, Madrid, editorial Espasa Calpe. p. 64.

[49] Con respecto a la aplicación de la geometría a la física, véase: Bell E. T. *Historia de las Matemáticas*. México, Fondo de Cultura Económica, 1996, p. 121.

[50] Con respecto al aporte aritmético véase: Vera, Francisco. *Breve Historia de la Geometría*, op. cit. p. 67

Estos aportes algebraicos fueron de a pocos liberando al álgebra de la aritmética, así como a la trigonometría de la astronomía. Vieta (1540-1603) por su parte, generalizó procedimientos de resolución de ecuaciones de tercer y cuarto grado. Además, desentrañó procedimientos interesantes en trigonometría, convirtiéndola en una disciplina independiente de la astronomía. Ello debido a su uso constante del álgebra en la trigonometría. El tope de estos aportes algebraicos renacentistas consistió en su recurrencia intuitiva a la geometría. Lo que impedía su generalización. Pues los métodos algebraicos recurrían aún a pruebas geométricas. Es decir, no se sabía qué hacer con las ecuaciones con exponente mayor a tres. Por ejemplo, la potencia a cuatro se denominaba *el cuadrado del cuadrado*. Tendría que esperarse hasta los aportes cartesianos -que unían el álgebra con la geometría- para poder desligar las potencias, de las figuras geométricas, tratándolas como números, con lo que se rompía definitivamente con la tradicional ontología matemática euclidiana. [51]

Por esta misma época surgirían los nuevos análisis matemáticos, en específico geométricos, aplicados a las artes, especialmente a la pintura y la escultura. Entre los más destacados tenemos al florentino Piero della Francesca (*h*. 1412-1492). Su tratado más representativo se titula *De prospectiva pingenti*. Redescubrió cinco de los sólidos atribuidos a Arquímedes. Después Kepler ilustraría trece, que son todos los sólidos de Arquímedes, los cuales son una extensión de los cinco sólidos platónicos de los que se habla en el *Timeo*.

Antes de Piero solo se los describía retóricamente, pero éste elabora un procedimiento de construcción y lo ilustra convenientemente. En su texto mencionado, si bien trata de perspectiva aplicada a la pintura, en su época se entendía la perspectiva dentro del ámbito de la óptica. Así, la pintura debía seguir las leyes matemáticas que regían la manera como el ojo capta el mundo. Sin embargo, este texto está escrito a la manera silogística de Euclides.

Es así que Piero en el siglo XVI era más recordado como matemático que como artista. Sus construcciones más complicadas fueron sin embargo dejadas de lado. Pero se abrió el interés por los instrumentos adecuados para la planificación de los objetos en perspectiva. Entre aquellos que escribieron tratados sobre dichos instrumentos tenemos al alemán Alberto Durero (1471-1528) y su *Tratado sobre la medida con regla y compás* (1525) que se centraba básicamente en la geometría plana y sólida, métodos de construcción y perspectiva. [52]

Esta investigación sobre perspectiva se centra en las leyes que rigen la *degradación* de un sólido visto desde la proyección del cono de luz que dirige la visión del ojo. Un objeto se puede proyectar en un sin fin de planos y permanecer inalterado para la visión del observador. Será el francés Girard Desargues (1591-1661) quien estudiará las leyes que rigen la permanencia de la figura correcta de los objetos tras las proyecciones. Lo que hizo fue uniformizar todas estas proyecciones bajo las leyes de transformación proyectiva del círculo a través del cono del ojo. Todo lo cual llevaba a una relación con las

[51] Mankiewickz, Richard, *Historia de las Matemáticas: del cálculo al caos,* Barcelona, Paidos, 2000. p. 82.

[52] Ibíd. p. 64

secciones cónicas. Pero este trabajo, de lectura difícil, aún carecía de la notación adecuada, que sólo surgiría con Descartes. Tanto la geometría proyectiva como la descriptiva de Durero se restablecieron recién en el siglo XIX:

"La labor sobre geometría proyectiva sintética y algebraica de la primera mitad del siglo XIX abrió un período brillante para las investigaciones geométricas de toda clase. Los geómetras sintéticos dominaron el período." [53]

Así, una nueva ontología matemática iba haciendo su aparición, lo cual explica los cambios paulatinos y complicados que originaron la ciencia matemática moderna. Por ende, los nuevos desarrollos en la matemática moderna son ininteligibles si a su vez no se comprenden las relaciones entre el desplazamiento paulatino de la cosmología clásica grecolatina y cristiana, y la aparición de nuevas propuestas ontológicas que buscaron responder a los nuevos intereses económicos, sociales y culturales que eclosionaron a partir de la época renacentista. La apertura inusitada de nuevas tierras, cielos y culturas requirió nuevas respuestas.

En el caso específico de las matemáticas, se retomaron viejas dudas que los griegos adormecieron en su afán de habitar un mundo claramente delimitado. Las nuevas exploraciones, el empuje colonizador de las potencias europeas, requirió a su vez una revisión exhaustiva de las matemáticas usadas hasta el momento para la medición geográfica y sideral. Era momento de revisar el viejo problema del infinito, a través del cálculo de las secciones cónicas y las curvas. Lo cual intentaron resolver los intelectuales renacentistas aplicando la nueva álgebra que paulatinamente se iba configurando.

2.3 Problemas de fundamento en las ciencias matemáticas. El debate matemático al interior del paradigma mecanicista.

Una vez terminada la época del Renacimiento, la especulación en torno a los fundamentos matemáticos continuó. Un acicate para este movimiento especulativo fueron los escritos acerca de las observaciones y movimientos astrales de Kepler, Galileo y Descartes, que buscaban desde distintos presupuestos teóricos, conformar una alternativa conceptual al organicismo tolemaico. Pese a ello, seguían arrastrando viejos prejuicios de la concepción clásica, como la del movimiento circular perfecto de los planetas:

Para entender la confusión que reinaba en aquel momento [el periodo moderno] hay que tener en cuenta que todavía existían dos ciencias mecánicas: la terrestre y la celeste. Para Kepler, los planetas se movían en órbitas elípticas, conducidas por una misteriosa fuerza magnética que emanaba del Sol, con la inercia de los planetas ralentizándolos con respecto a la velocidad de rotación del propio Sol. Para Galileo, los planetas se movían

[53] Kline, Morris, *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*, Madrid, Alianza editorial, 1992, 3 t., t3, p. 1135.

en círculos porque dicho movimiento es inherente y perfecto, y la inercia era lo que mantenía en movimiento a los planetas. La escena se hizo aún más confusa cuando Descartes anunció, siguiendo una elaboración del modelo de Kepler, que la inercia hacía que los cuerpos se desplazaran en línea recta, y la trayectoria de los planetas era curva debido a un sistema de vórtices en el sistema solar. [54]

Pero los sucesos de medición astronómica y los de navegación sugerían cambios paulatinos en la medición del curso de los astros. Se nota en la cita que Kepler introduce la noción de movimiento *elíptico* para comprender mejor las aporías acerca el movimiento perfecto que se venían arrastrando desde la antigüedad clásica, para cuya solución se utilizó círculos concéntricos, que describieran los movimientos planetarios sin menoscabo de la concepción circular de tal movimiento astral. Pero la introducción de la línea elíptica como solución llevaba inherente la noción de movimiento infinito, implícito en esas curvas no lineales.

Así, todos estos sucesos matemáticos preparaban el camino o fecundaban la idea de las curvas (infinitas) en geometría, pues ellas se erigían como posibles respuestas a esos nuevos sucesos y descubrimientos que se estaban llevando a cabo. En la navegación marítima por ejemplo, asumir la curvatura del mundo sugería la revisión paulatina y abría las sospechas acerca del verdadero tipo de circularidad que conformaba el aspecto geográfico del planeta. Es entonces cuando las necesidades prácticas en la navegación dan pie a que se desarrolle una matemática menos geometrizada y más heurística. Ya entrado el siglo XVII, los nombres más importantes que hasta la fecha son recordados por su contribución a este hecho son Descartes, Pascal y Newton. Sus investigaciones desde distintas tradiciones filosóficas, coinciden sin embargo en la importancia de la indagación del universo en clave matemática para desentrañar su lógica.

Por un lado Descartes fundó la geometría analítica, la cual la liberaba de restricciones metodológicas y ontológicas implícitas en la utilización de construcción de figuras geométricas solo con regla y compás. De esta manera:

“La obra de Descartes cambió la faz de las matemáticas; dio a la geometría una universalidad no alcanzada hasta entonces y consolidó una posición, que hizo del cálculo diferencial el descubrimiento inevitable de Newton y Leibniz. Pues, Descartes fundó la geometría analítica, y proporcionó así una ocupación a los matemáticos que duró doscientos años.” [55]

Esto significó que Descartes dio un gran paso al contribuir a algebrizar la geometría, ya que, como hemos mencionado, antes de él solo se consideraba para sus operaciones a intuiciones espaciales o “figuras”, que inevitablemente limitaban el alcance aritmético de sus soluciones. [56] Puesto que para concebir las nuevas resoluciones algebraicas, solo se podían tener como concebibles -dada la permanencia de los prejuicios ontológicos de la vieja geometría- las dos dimensiones de la geometría plana euclidiana: largo y ancho. Con ello se imposibilitaba concebir la resolución en ecuaciones de más de segundo grado:

[54] Mankiewickz, Richard, op.cit., pág. 95.

[55] Véase: Westren, Herbert. op. cit. pp. 5-94.

"...Descartes introduce su notación algebraica, y en particular su notación exponencial para las potencias. Resalta a continuación el hecho de que las potencias tales como a^2, b^2, b^3, a^2b, etc., se interpretan geométricamente como segmentos simples y no, según los griegos, como cuadrados o cubos; en esto rompe con la tradición griega." [57]

Para este propósito, Descartes tiene que habérselas con la noción que detuvo a los griegos, las magnitudes infinitas en la geometría, y lo hizo mediante del estudio de las curvas, que precisamente no son delimitadas sino infinitas, y por ende no están atrapadas necesariamente en el esquema bidimensional geométrico del viejo Euclides. En pocas palabras, Descartes significó un cambio de paradigma en la geometría, el del euclidiano al de algebrización, al introducir una nueva notación inspirada en el álgebra que legó con éxito la tradición renacentista, que implicaba el uso de las variables *x* e *y*. Esto lo plasmó en su tratado *La Geometría*:

"...el cambio a una manera de investigación puramente geométrica llegó con la publicación de *La Geometría* de René Descartes (1596-1650). [...] lo que Descartes quería era plantear una filosofía de la ciencia que llevaría al conocimiento adecuado de un universo de materia y movimiento. Una correcta descripción del universo en el lenguaje de las matemáticas, por lo tanto, requería que ese lenguaje estuviera basado en fundamentos sólidos. A pesar de su nombre, *La Geometría* es esencialmente un matrimonio entre el álgebra y la geometría, lo que ahora conocemos como geometría analítica". [58]

Por otro lado Pascal, es otro gran matemático dentro de este siglo, tuvo la influencia de Roberval, Mersenne y otros matemáticos y científicos. Cuando era joven su familia vivió en Rouen, en esta etapa su padre estuvo muy influido por los jansenistas, una secta que negaba los dogmas de la doctrina católica. Para empezar a hablar de su importancia matemática, comenzaremos por mencionar el estudio que hizo acerca de la curva cicloide:

"El problema que se le presentó [a Pascal] se refería a una curva llamada cicloide, y en ocho días descubrió sus propiedades principales, por medio de una brillante

[56] "La transición total desde el álgebra retórica, a través de diversas síncopas individuales, hasta un álgebra simbólica estandarizada y no ambigua tardó poco más de cien años. Una de las principales preocupaciones era el papel de las potencias mayores que tres. Como los métodos algebraicos se basaban en pruebas geométricas y no existían dimensiones físicas más allá de tres, no parecía razonable que tuviera sentido una cuarta potencia o potencias aún mayores. El propio uso de los términos señalaba este problema: a la potencia cuatro habitualmente se la citaba como el "cuadrado del cuadrado." Mankiewickz, Richard. op. cit. pp. 82-83.

[57] Collette, Jean-Paul, *Historia de las matemáticas*, 2da edición, Madrid, Editorial Siglo XXI, 1986, 2 tomos, 2 t., p. 12.

[58] Ibíd. p. 82. "Las curvas geométricas como la recta, la circunferencia y las cónicas, son curvas algebraicas descritas exactamente, por oposición a las curvas mecánicas como la cuadratriz y la espiral logarítmica, que son más bien curvas trascendentes descritas inexactamente. La clasificación de Descartes permitió abrir el campo de las curvas admisibles, que era muy restringido entre los griegos, y preparar el camino de una clasificación de las curvas basada en parte en la existencia de ecuaciones algebraicas." Collette, op. cit., t. 2, p. 14.

argumentación geométrica. Esta curva puede ser descrita por la rotación de una rueda: si el eje se halla fijo, como el volante de una máquina, un punto de la llanta describe un círculo; pero si la rueda gira a lo largo de una línea, el punto de la llanta describe una cicloide. Galileo, Descartes y otros se interesaron por la cicloide, pero Pascal los superó a todos. Para ello hizo uso de un nuevo instrumento, el *método de los indivisibles*, recientemente inventado por el italiano *Cavalieri*. Aunque Pascal lanzó un desafío, nadie pudo competir con él; y su obra puede ser considerada como el segundo capítulo del cálculo integral, al cual Arquímedes había sido el primero en contribuir." [59]

De esta manera notamos como Pascal desde un principio enfrenta de una manera original un problema ya revisado por otros matemáticos antiguos y modernos. La cicloide ya era conocida desde antiguo como medio para solucionar los problemas clásicos de la geometría como la duplicación del cubo. Problema que interesó a Conink y que nos sugirió realizar esta tesis. Pascal parece sugerir el uso de un método inspirado en el de los *indivisibles* del jesuita Cavalieri, que fue al parecer un antecedente del cálculo infinitesimal. [60]

Por otro lado es de suma importancia mencionar el álgebra de Pascal. Surgió de un juego de azar, y fue motivo de discusión entre nuestro mencionado matemático y Fermat. Tal debate dio como resultado la noción de probabilidad matemática, la cual Pascal consideró como un problema de disposiciones o combinaciones de cosas dadas y de contar con estas combinaciones. Lo interesante fue que encaró la manera de estudiar el tema, a través del triángulo aritmético, que ya había sido utilizado por Napier. La importancia matemática de esto estriba en que Pascal simbolizó esas combinaciones que se hallaban en el triángulo mediante expresiones algebraicas. De esta manera hizo que la geometría se basara en la comprensión aritmética de las fórmulas algebraicas en juego y se alejara de la espacialidad implícita en la geometría clásica. Con esto creó el álgebra superior y preparó el camino para Bernoulli, Euler y Caley. [61]

Por otro lado la geometría analítica alentó el estudio de logaritmos (método de cálculo aritmético usado en la trigonometría y en las mediciones astrales) por el método de las coordenadas. Esto dio como resultado una relación entre el área de una hipérbola y su asíntota con el logaritmo. Fue hallado en 1647 por el jesuita Gregorio de Saint Vicent (citado por Conink) pero otros también llegaron a las mismas conclusiones, como Mercator (el matemático y no el geógrafo), Mersenne, Brouncker, Wallis, James Gregory, Newton y Leibniz.

Finalmente, mencionaremos a Newton. Como hombre de ciencia hizo fundamentalmente tres famosos descubrimientos, que se relacionaban entre sí: uno sobre la luz, uno en matemáticas, y otro en astronomía. [62] El primero lo llevó a cabo

[59] Westren, Herbert. op. cit. pp. 5-94.

[60] Ibíd. Pág. 63.

[61] Ibíd. Pág. 64.

[62] Ibíd. Pág. 68.

cuando descomponía un rayo de sol y hacía que los rayos separados llegaran a una pantalla formando una cinta de arco iris. Así se dio cuenta que la luz blanca estaba compuesta por luces de colores.

En matemáticas, su descubrimiento más famoso fue el cálculo diferencial e integral el cual también se le atribuye a Leibniz. Él lo denominaba el método de fluxiones. Y en astronomía, el descubrimiento en mención fue la elaboración de la teoría de la gravitación universal.

Casualmente, como lo mencionamos antes, estos tres descubrimientos no estaban aislados uno del otro, sino que guardaban relación. Y es que Newton, ya reflexionando sobre la gravitación universal, se vio en la necesidad de ampliar las matemáticas para poder manejar ecuaciones más complejas, lo cual lo llevó a descubrir el cálculo diferencial. En 1669 escribió el *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, y fue publicado en 1711. En ella trató series de potencias infinitas como finitas, y posteriormente amplió el teorema binomial a cualquier potencia racional. Si bien en su obra aparece un método parecido al de Fermat, éste resulta más potente por la utilización de series infinitas. Además fue la primera vez en la que el hallazgo de un área bajo una curva era presentado explícitamente como lo inverso a encontrar la tangente. En una de sus más renombradas obras: *Los Principios matemáticos de la Filosofía Natural* o brevemente los *Principia*, explicaba el complejo sistema del movimiento planetario, demostrando allí que su ley de la gravitación universal, si se aplica universalmente, se convierte en la clave de todos los movimientos celestes. En suma, el libro contiene las tres famosas leyes de Newton sobre el movimiento. Además parece prescindir del cálculo, pues muestra toda su física matemática en términos geométricos. [63]

Como lo mencionamos en líneas anteriores, Newton se hizo famoso por inventar el cálculo, pero las pruebas en su *Principia* eran geométricas, aunque los diagramas representen cambios infinitesimales respecto a la fuerza y el movimiento, mostrando que el movimiento resultante puede ser entendido como suave, más que una serie de cambios abruptos y entrecortados. Así, hay una sección titulada “El método de las primeras y las últimas proporciones de cantidades”, que proporciona demostraciones geométricas del cálculo diferencial e integral, y otra sección, donde enumera resultados de lo que él llama “el momento de cualquier *genitum*”, que podemos denominar el diferencial de un término. Ésta fue la primera expresión pública del nuevo cálculo; y sin embargo no causó gran revuelo en la comunidad científica. [64] Newton pues, fue desde las pruebas geométricas a los resultados generales sin pasar por las manipulaciones. Él mismo admite en el texto que dicha demostración tal vez sea más fácil de presentar, pero siguió opinando que el hecho de demostrar mediante indivisibles descansaba sobre unos fundamentos endebles, y por tanto hasta podría resultar inútil. Sin embargo, presenta una alternativa ontológica madura que paulatinamente dejaba de lado las especulaciones místicas de la hermética y los puntos de vista el organicismo, aunque el pensamiento completo del mismo Newton no estuviera exenta de ellos. [65]

[63] Ibíd. Pág. 72.

[64] Véase: Mankiewickz, Richard. op. cit p. 96.

El desarrollo del paradigma mecanicista se alimenta de los debates en torno a la filosofía racionalista y empirista, y se erige en un conjunto de leyes de carácter matemático. Conjunto que deja de lado paulatinamente la visión mística de los números para afianzar de a pocos, una visión pragmática del universo como medible y manipulable por el orden racional matemático a ella inherente según esta visión del mundo. Veremos en el siguiente capítulo en qué medida Conink se acerca y se diferencia de este paradigma considerado por antonomasia como moderno.

[65] Ibíd. Pág. 104.

CAPÍTULO III. JUAN RAMÓN CONINK Y EL DEBATE FILOSÓFICO-MATEMÁTICO IMPLÍCITO EN SU TEXTO *CUBUS ET SPHERA GEOMETRICE DUPLICATA*.

3.1 Referencias biográficas sobre Juan Ramón Conink.

Juan Ramón Conink fue asistente y compañero de Ruiz Lozano. Nació en 1623 en Malinas, pueblo Flandes situado entre Bruselas y Amberes, actual Bélgica, recibió educación en los colegios de la Compañía de Jesús. [66] Fue alumno de los padres jesuitas Gregorio de Saint Vicentio y Andrés Tacquet, llegando a graduarse como Doctor en Teología antes de arribar al Perú en 1647, para trabajar en las misiones de Juli y Santa Cruz. Conocedor del latín, hebreo y griego, dentro del campo de las letras fue conocido

[66] **En adelante, los datos historiográficos serán extraídos fundamentalmente de: Moreno, Gabriel, *Almanaque peruano y guía de forasteros, para el año de 1799* ....Lima, Imprenta Real, 1799. [Código, B. Nacional, S. de Inv. XP / 985.0059 / A]**

como un gran poeta latino. [67]

Entre 1653 y 1655 permaneció cumpliendo funciones pastorales entre Cuzco, Juli y Potosí. Es en esta primera ciudad, en diciembre de 1652, que ve en el cielo un cometa ya antes visto por el padre Diego Rodríguez y Francisco Ruiz Lozano en el cielo mexicano. Atraído desde siempre por las matemáticas, hizo observaciones al cometa, compartiéndolas mediante una carta con el padre Atanasio Kircher, autor de diversos trabajos científicos y catedrático en Roma, conocido en la historiografía sobre el mundo colonial, por su influencia sobre los pensadores del barroco latinoamericano.

Conink debió llegar a Lima en 1664, cuando el virrey Conde de Santiesteban lo nombró capellán de Palacio y tutor de su hijo, el joven Manuel de Benavides y de la Cueva, de quien también fue tutor Ruiz Lozano. Ayudaba también a éste a dictar la cátedra de matemáticas en el hospital de marineros cuando se ausentaba.

Sin duda, uno de los momentos más importantes en la vida de Conink, fue la fundación de la cátedra de Prima de Matemáticas, ya que el virrey Arzobispo Cisneros, atendiendo a sus reconocidos méritos y a la capacidad de nuestro autor, lo nombró en septiembre de 1678 *Cosmógrafo Mayor del Reyno*, y a su solicitud de que la cátedra de Matemáticas se extendiera a la Universidad de San Marcos, se le nombró también Catedrático de Matemáticas de la Real Universidad de San Marcos. Este decreto se le comunicó al Rector, Dr. Ignacio de la Daga y Vargas, el 14 de Diciembre del mismo año, luego fue convocado todo el claustro de doctores, y tomó posesión solemnemente el 29 de Diciembre de 1678. Allí se dispuso que las lecciones se dieran por la tarde en el denominado *general* o *salón de artes.* Asimismo también se dispuso que serían en latín y comentadas en castellano. Cabe hacer la aclaración que la pinacoteca de esta Vieja Casa de Estudios tiene el único retrato conocido de Francisco Ruiz Lozano, indicando erróneamente que fue él y no Conink el primer catedrático de matemáticas en dicha universidad. [68]

De sus lecciones sobre Matemáticas solo sabemos que se suscitaban extensos debates sobre la esencia del número, la metafísica de sus diferencias y propiedades, los delirios de Pitágoras y las profundas investigaciones de Arquímedes. Tenía conocimiento de autores antiguos y modernos que escribieron sobre la ciencia, y sabía la serie de sus inventos: desde la regla y el compás atribuidos a un Dédalo, hasta la escuadra y el nivel de Teodoro de Samos, desde las primeras propiedades del triángulo halladas por Tales y las del círculo y esfera por Arquímedes y otras curvas por Apolonio, hasta las reglas analíticas de Vieta para hallar los senos de los arcos múltiplo y submúltiplo, la división ingeniosa de Núñez o Vernier para los grados y minutos, la de Retico para las tangentes y secantes, la de Briggs para los logaritmos y pantómetra, cuyas tablas para senos conocía. Tales eran los profundos y modernos conocimientos de Conink sobre las matemáticas.

[67] Dargent Chamot, Eduardo, "Juan Ramón Conink: El cosmógrafo mayor", en *Actas del primer simposio de Historia Marítima y Naval Iberoamericana*, Lima, Fondo de Publicaciones de la dirección de intereses marítimos, Instituto de estudios históricos-marítimos del Perú, Ortiz Sotelo, Jorge (editor), 1993, pp. 39-49.

[68] Ortiz Sotelo, Jorge, "los Cosmógrafos Mayores del Perú en el siglo XVII" en *BIRA*, Lima, núm. 24, 1997, p. 379 y s.

En su desempeño como cosmógrafo, publicó anualmente entre 1678 y 1708 diversos trabajos astronómicos “regulados conforme a los cálculos modernos al Meridiano de Lima”, bajo el título de “Lunario Pronóstico de Temporales y Accidentes Particulares de los Astros”. Sólo se conocen dos de estos lunarios, correspondientes a los años 1696 y 1699, ambos incompletos, pero que se inician con una especie de diálogo entre el autor y las estaciones de año. En el de 1696 aparecen predicciones de seis eclipses. Así también podemos mencionar dentro de su ámbito matemático su proyecto de las murallas de Lima, que se llevó a cabo con algunas modificaciones.

Dentro de su actividad matemática, su obra más resaltante es*, Cubus et Sphaera geometrice duplicata*, publicada en 1696 en Lima por Joseph de Contreras y Alvarado. Sin embargo pese a su importancia, fue constantemente dejado de lado su estudio y análisis, debido a que está escrita en latín. Es precisamente en esta obra, dedicada a Carlos II, que manifiesta su saber. En la introducción indica la anécdota del origen de este problema por el oráculo de Delfos, que mandó duplicar el altar cúbico de Apolo. Observa que Eudoxio trató de resolverlo, que Hipócrates de Chios lo redujo al de buscar dos medias proporcionales, que Erastótenes inventó un instrumento, Nicomedes la concoide y Diocles la cisoide para conseguirlo; pero como Pappus de Alejandría en sus comentarios sobre Arquímedes, y Platón en sus reprensiones a Eudoxio en *El Banquete*, critican los métodos mecánicos que vician a la divina Geometría.

Conink se conforma con estos maestros, buscando dos medias proporcionales para doblar el cubo, usando los principios de la geometría lineal, a cuyo conocimiento debía el título de *Euclides del Perú*. De allí que nuestra tesis se haya centrado en la posible permanencia de Conink en el paradigma euclidiano, y en la apuesta ontológica implícita en ella.

Asimismo, dentro de su excelente labor como Cosmógrafo, tomando como antecedente a Juan Muller, llamado Regimontano (el cual había publicado unas efemérides astronómicas desde 1445 hasta 1550), y que la Academia de París había principiado su “Connaisance des temps” en 1679 por Picard, principió también Conink al año siguiente de 1680 un libro semejante, conocido con el nombre de *Conocimiento de Los Tiempos del Perú*, quepublicó anualmente. Federico Schawb, afirma que fue Conink quien publicó desde 1680 hasta 1708 las Efemérides de Lima, que luego continuó el Dr. Pedro Peralta hasta 1743 con el título: *Conocimiento de los tiempos*, durando la publicación de este importante libro cerca de 20 años. Así también, para poder llevar a cabo sus observaciones físico astronómicas, construyó muchos instrumentos de los que necesitaba y no se encontraban disponibles por aquella época. [69]

Nuestro autor también destacó como geógrafo y cartógrafo. Así, en 1680 el virrey Duque de la Palata, debido a ocupaciones de portugueses en la boca del Río de la Plata, le encomendó trazar un mapa de “las provincias de Buenos Aires, Paraguay y Tucumán parte de Brasil, Santa Cruz de la Sierra, Perú y Chile que abarca desde el Mar del Norte (Atlántico) a el Mar del Sur (Pacífico)”. Trazó otro de mayor escala, desde “la boca del Río de la Plata hasta las juntas del Paraná con el Río Uruguay y Río Negro”. También por

[69] Schawb, Federico. “Los almanaques peruanos y guías de forasteros” en *Boletín Bibliográfico de la Biblioteca de la UNMSM*, Lima, CIP, año XXI, número1-2, 1948. p. 80.

orden del Rey de España hizo un mapa del Perú y visitó muchos lugares del virreinato para determinar su latitud y longitud.

El padre Louis Feuillée, su amigo entrañable, señala que Conink tenía todo listo para imprimir un plano del Perú, habiéndolo grabado en una lámina de plata que se perdió poco después de su muerte, al igual que el material que había reunido para escribir una geografía del Perú. La muerte lo sorprendió aproximadamente a sus 86 años; víctima de una aplopejia que en dos días acabó con la vida de este ilustre personaje, ocurriendo este lamentable suceso el 19 de julio de 1709. Sus bienes fueron rematados y sus escritos destruidos para que nadie se enterase de sus secretos, notando así la importancia de ellos, pero en forma negativa.

3.2 Reseña histórica sobre el problema de la duplicación del cubo. La búsqueda de un sentido ontológico en los problemas de fundamento matemático en el texto *cubus et sphaera...*

Es necesario examinar breve e históricamente en qué consiste el legendario problema de la duplicación del cubo, antes de realizar el correspondiente análisis textual de la obra de nuestro autor. [70]

Es el caso que el problema del cubo - o "problema de Delos", referido el lugar de su probable origen legendario- consiste en determinar el lado de un cubo que sea de doble volumen, a partir del lado de otro cubo supuesto. Dicho origen legendario es tema de una carta de Eratóstenes, dirigida al rey Ptolomeo. Hace allí un recuento de las soluciones habidas hasta el momento en que escribe. Una de las leyendas asume que se buscaba duplicar los lados de la tumba del rey Glauco. Eratóstenes rectifica diciendo que si se duplican los lados, solo se cuadruplicarían los lados dados, pero que para conservar la forma cúbica, deben octuplicarse dichos lados. [71]

La otra leyenda, cuya fuente se halla en el historiador romano Plutarco, asegura que fueron los habitantes de Delos los que, a causa de una plaga, y haciendo oídos al oráculo, debían duplicar su altar. Y que por ello recurrieron a los sabios atenienses de la academia platónica. [72] Para entonces ya se conocía la manera de cómo duplicar un cuadrado, pues un cuadrado construido sobre la diagonal de otro, tiene doble área que

[70] **Coninkius, Juan Ramón , *Cubus et Sphera geometrice duplicata* , Lima, Tip. Regia, 1696. Folleto núm. 8 del V. 111 Colección Zegarra. [Código, B. Nacional, S. de Inv. XZ / v.111/ 8]. Estos datos corresponden a la obra original de nuestro autor. Pero como la presente tesis consiste en parte en la traducción del original que se encuentra escrito en latín, todas las citas que hagamos en adelante corresponderán a la numeración correspondiente al apéndice incluido en la presente tesis. Dicho apéndice consigna nuestra traducción al castellano de la mencionada obra de Conink.**

[71] Véase: Vera, Francisco. op. cit. p. 49.

aquel sobre cuya diagonal se encuentra construido. ¿Pero podía duplicarse así de fácil un cubo?. Queda así formulado el problema y la dificultad para resolverlo.

En primera instancia, parece ser que el problema se agudiza porque no se encuadra dentro del universo geométrico euclidiano, el cual privilegiaba las construcciones en base a las intersecciones de rectas y circunferencias. Es decir, en base a las figuras que se pueden construir con regla y compás, lo cual no sucedía con las figuras implicadas en el problema, a pesar de que Conink no lo consideraba así, sino más bien se aferraba teóricamente a que el problema se podía resolver a la manera euclidiana. Esto lo podemos observar cuando teóricamente recurre a él:

"¿Qué entendían los matemáticos por el término "cubo"? En sus *Elementos* (*Lib*. II, *Def*. 25, & c.) Euclides lo explica con claridad cuando define dicho cuerpo como un sólido con seis superficies cuadradas mutuamente equivalentes y unidas entre sí de manera compacta (*contentum*). Su perímetro contiene cuatro superficies laterales, más una superior y otra inferior, siendo las seis totalmente iguales." [73]

Esta preferencia por la regla y el compás obedecía a los límites que tenía la geometría griega de magnitudes, ya que tanto la línea recta y la circunferencia eran consideradas perfectas en razón de su fácil delimitación. Además de que en términos ontológicos, dichas magnitudes permiten intuir claramente los movimientos del mundo sublunar (recta) como los del mundo supralunar (círculo). En segunda instancia, a ello se sumó quizás que no se percataran que la posible solución consideraba la medición de un tipo de figuras no contempladas en la geometría euclidiana: las curvas. Curvas que implicaban para su medición "métodos mecánicos" que para Conink (siguiendo la perspectiva ontológica clásica) denigraban a la geometría pura. Esto lo podemos corroborar con la siguiente cita:

" Pero por más que todos estos genios trabajaron arduamente durante veinticinco generaciones para encontrar estas dos medias geométricas, todos los esfuerzos por aclarar estos problemas fueron vanos, hasta tal punto que su ingenio los llevó a consecuencias desesperantes en todos sus trabajos consagrados, incluyendo las líneas imperfectas, como las concoides inventadas por Nicomedes o, por otro lado, el punto pensado por Diocles, diferente a las líneas deducidas por medio de instrumentos de la mecánica práctica, por lo que no pudieron completar por esta vía las demostraciones geométricas deseadas. Éstas también fueron motivo de preocupación para Platón en el *Banquete*, según la versión de Plutarco (Lib. VIII, Cuest. 2), quien afirmó lo siguiente: 'Cuán engañado Platón refuta él mismo, al famoso Eudoxo Architam y a Menechmum por criticar las pruebas de la duplicación del cubo, conjeturada con trabajos mecánicos, intentando de este modo mediante dos líneas dadas encontrar las dos proporcionales, declarando que con este acuerdo habían destruido o arruinado la buena geometría'. " [74]

Se sabe que históricamente se intentaron diversas soluciones al problema

[72] Ibíd. La historia acerca del origen del problema de la duplicación del cubo tiene varias interpretaciones, pero es en específico ésta la que consigna Conink en el texto que motiva nuestra tesis. Véase Conink, op.cit. pp. 60.

[73] Conink, op.cit. p. 59. En la cita notamos como Conink recurre a nociones euclidianas para definir al cubo, observándose así sus filiaciones teóricas.

aplicándoles diferentes tipos de curvas: la *espiral* de Arquímedes, la *concoide* de Nicomedes y la *cisoide* de Diocles. La concoide y la cisoide se usaron para resolver tanto la trisección del triángulo (otro de los problemas clásicos de la geometría, junto con la cuadratura del círculo) como la inserción de dos medias proporcionales entre dos magnitudes de segmentos de recta dados (solución por *reducción* de la duplicación del cubo). Parece que ya los alejandrinos consideraban irresoluble el mencionado problema por medio de la regla y el compás, es decir, mediante la geometría clásica euclidiana. Pero no se sabe con certeza si llegaron a considerar como inútil dicho paradigma matemático. Lo más probable es que siguieran aplicándolo como horizonte resolutivo. [75]

"Plutarco nos menciona pues una separación entre los procedimientos mecánicos y las disciplinas teóricas, unidos solo por Arquímedes, presumiblemente para poner en práctica sus intuiciones en Geometría pura. Las raíces de esta división las asigna Plutarco, razonablemente, a las recomendaciones de la filosofía platónica. De hecho, en *la República* de Platón, Sócrates critica a los geómetras por no entender cabalmente la naturaleza de su investigación [...] Es este sentir platónico, esta convicción por la pureza de los objetos de estudio de la verdadera geometría, la que capta Plutarco en su anécdota sobre la duplicación del cubo." [76]

Para Platón pues, y en general entre los griegos, la ontología asumida les llevó a negar los procedimientos mecánicos en la resolución de los problemas de la duplicación del cubo y los otros. Pues la sacra teoría de las entidades geométricas les impedía usar procedimientos que fueran más allá de lo permitido por la metodología de la regla y el compás, única permitida por tal teoría. Uno de los últimos frutos de la matemática griega, el geómetra Papo (siglo III d. C) en su *Colección Matemática* realizó un compendio de todo el saber que le antecedió. Intentó medir de manera cinemática las curvas planas. De esta manera la espiral, la concoide y la cisoide ingresaron a la geometría. Sin embargo Papo, quizá encerrado en la rígida geometría euclidiana, clasifica estas curvas en el extraño casillero de los "lugares geométricos lineales". Es decir, los lugares que no son ni planos ni volúmenes. Estos últimos sabemos que sí son asumidos por la ontología matemática euclidiana, puesto que concibe entes geométricos surgidos de la intersección de líneas y círculos. Así tenemos que las circunferencias y líneas rectas son *lugares geométricos planos*, y las cónicas, *lugares geométricos espaciales*, por ser originadas de secciones del cono. [77]

Apolonio, gran geómetra griego contemporáneo de Euclides y Arquímedes (siglo II a. C aprox.) en su libro *Cónicas*, redujo sintéticamente todas las secciones cónicas a un solo cono de revolución, y ya no a partir de tres conos como hicieron sus predecesores [78] .

[74] Conink, op.cit. p. 63.

[75] Babini, José. *Historia Sucinta de la Matemática*, 3° Edic. , Madrid, Espasa Calpe, 1969, pp. 26- 28.

[76] Knorr, Wilbur Richard, *the ancient tradition of geometric problems*, New York, Dover Publications, 1986, p. 4. (En inglés el original, traducción nuestra).

[77] Westren, Herbert. op. cit. pp.38-41.

Papo, continuando este esfuerzo sintético, introdujo los peculiares *lugares lineales* a pesar de querer generar la curva denominada *cuadratriz* de un cono y un cilindro recto, es decir, desde figuras aceptadas por la imaginería euclidiana. Entonces, los últimos griegos, siguiendo aún la metodología sintética euclidiana, idearon dicha noción en la cual arrojaron estos extraños monstruos geométricos, los *irracionales*, implícitos en la medición de estas curvas. Y en los problemas clásicos ya mencionados.

Llegar a solucionar el problema parecía implicar cambios al nivel matemático y al nivel ontológico, y este hecho también lo había analizado Conink, y lo manifiesta en su texto de esta manera:

"El hecho es que, al encontrarse con las raíces [implicadas en la proposición] descubrieron las dificultades implícitas en los principios de la Geometría, advirtiendo la gran diferencia existente entre las proporciones dobles (duplicadas) y las triples (triplicadas), pues la proporción doble se construye a base de dos términos, uno de los cuales contiene al otro doblemente. Tal es el caso de los números 8 y 4. Pero la proporción duplicada tiene en cuenta la proporción geométrica o doble, entre la mayor y la menor, la cual nuevamente se repite con el tercer término. De este modo, 9 es a 6 como 6 es a 4, puesto que al separar de sí la tercera parte, la proporción 9 a 4 está en relación doble con la que hay de 9 a 6 en esta clase de términos." [79]

En el primer caso, se necesitaba desarrollar nuevas técnicas aritméticas que posibilitaran la conversión de las magnitudes en representaciones numéricas. Es decir, pasar de una geometría de magnitudes, a una geometría de cálculo, que permitiera que las diferentes figuras geométricas pudieran tener su equivalente numérico en una ecuación. Ello con el fin de hacer manejables las entidades matemáticas consideradas irracionales. Lo cual nos lleva a lo segundo: se debía inaugurar un modelo ontológico nuevo, que, aplicado a las matemáticas, permitiera el manejo fluido de estas cantidades, las cuales no podían ser concebidas en el cosmos finito de los griegos. Precisamente este modelo ontológico asoma en la modernidad, lo cual lo podemos corroborar con la siguiente cita:

"El trabajo [La Geometría] prueba las equivalencias entre las construcciones geométricas y las manipulaciones algebraicas, y las curvas son descritas mediante ecuaciones. Descartes también rompió con la tradición al tratar las potencias como números y no cono objetos geométricos: x^2 ya no era un área, sino un número elevado a la segunda potencia; su equivalente geométrico era la parábola, no el cuadrado. Esto liberaba al álgebra de la obligación de la homogeneidad dimensional, una restricción que requería que cada término de una ecuación tuviera la misma dimensión." [80]

Dicha posibilidad estuvo cerrada para los griegos antiguos. Debería esperarse hasta la época renacentista y moderna para que ambas posibilidades se llevaran a cabo, como ya lo hemos visto.

[78] Véase: Vera, Francisco. op. cit. pp. 70 y 71.

[79] Conink, op.cit p. 62.

[80] Mankiewickz, Richard, op. cit. pp. 83 y 84.

Ya la época moderna impuso nuevas circunstancias históricas que originaron a su vez nuevos planteamientos ontológicos que suplieran y respondieran a los nuevos problemas. En el plano matemático, los viejos problemas geométricos, junto al saber matemático griego, fueron reapropiados por los árabes, los cuales retomaron esos conocimientos y propusieron una nueva terminología de exploración matemática: los guarismos.

Pero, como lo hemos afirmado antes, no fue sino hasta la época renacentista que el proceso de resolución algebraica de las ecuaciones de tercer y más grados fue objeto de álgidas disputas, y esto él mismo Conink lo evidencia cuando hace una reseña intelectual acerca los que se han ocupado sobre el problema de la duplicación del cubo:

“De una generación a otra, ningún discípulo ha pasado sin haber puesto en cuestión la veracidad de lo dicho por estos geómetras consagrados[los antiguos matemáticos]. Ello se muestra también entre nuestros contemporáneos italianos, como Federico Comandinus, Jerónimo Cardano, Daniel Barbarus, Nicolas Tartaglia, y Mario Bettinus. También entre los galos Francisco Vieta Orontius (sinaeus), Carolus Bovillus, y otros considerados igualmente grandes en este tema. Entre los españoles, el doctísimo Jerónimo Prato, Juan Bautista Villalpando y por último, el venerable padre José de Zaragoza, así como el rey maestro Simon Stevinus de Holanda, Julio Scaligero en Alemania, el Superior Alberto Durero y los padres Cristóbal Clavio, Atanasio Kircher y Gaspar Schott de la Compañía de Jesús, todos ellos eminentes geómetras. No menos distinguidos maestros, son los padres Gregorio, S. Vicentio y Andreas Tacquet.” [81]

Este proceso encontró dificultades en dos circunstancias: en primer lugar, debido a la aparición de los números irracionales y negativos. Además, el proceso de demostración de las ecuaciones aún era deudora de la ontología euclidiana, en tanto se recurría a intuiciones espaciales para mostrar como válida una u otra resolución. Sin embargo, en este período pre-cartesiano, se dieron pasos importantes en relación a establecer una aritmética potente y efectiva basada en dichas resoluciones algebraicas, además de que se crearon los logaritmos, básica herramienta de medición en la astronomía. Pero se requerían nuevas herramientas para el cálculo de las nuevas operaciones algebraicas, y para tratar además con los números irracionales que aparecieron, a fin de que las operaciones geométricas fueran meramente de cálculo numérico y se desprendiesen de esa recurrencia a intuiciones geométricas euclidianas. Si bien en el período pre cartesiano se volcaron los matemáticos al estudio de nuevos métodos de resolución algebraica, sin embargo, su referente histórico inmediato seguía siendo Euclides:

“Acerca del período 1630-1660, lo mismo que pasa con todos los demás períodos, si se quiere realmente contrastar su matemática debe conocerse la matemática que la precedió. La matemática de este período estuvo fuertemente influida por la matemática griega clásica y también por la del período precedente [...] La matemática griega fue admirada especialmente por su alto grado de rigor, pero en cambio sus métodos no eran heurísticos: no se adaptaban bien a sugerir ideas sobre cómo atacar un problema nuevo, hecho que se verá ilustrado más adelante en conexión con las cuadraturas y cubaturas.” [82]

[81] Conink, op.cit pp. 64-66.

Por otro lado, los estudios geométricos que se venían realizando se centraron en el establecimiento de la perspectiva aplicada a las artes. Pero las construcciones geométricas que se realizaban aún dependían del lenguaje silogístico euclidiano. La falta de un lenguaje de cálculo algebraico impidió además poder generalizar procedimientos de construcción de volúmenes. Por ello, no se pudo encontrar fácilmente un procedimiento de generalización en la construcción de las figuras, que dependían de algunos principios de óptica, la que se basa en las proyecciones del círculo en el cono que proyecta el ojo. Lo que hubiera conectado estos problemas de perspectiva con la construcción de las cónicas. Por lo cual, antes de Descartes, la geometría prospectiva elaborada por Desargues no fue revivida sino hasta el siglo XIX. [83]

Básicamente éstas eran las búsquedas y las dificultades en el campo del álgebra y de la geometría antes de Descartes. La vigencia del paradigma euclidiano y por ende, de sus prejuicios en relación a los números irracionales, continuaban en esta época renacentista.

Es en este contexto que debemos examinar la obra de Conink. Su texto al parecer, desconoce las propuestas innovadoras de Descartes y Fermat en el campo de una nueva geometría, la analítica. Una hermenéutica apresurada sentenciaría que se debería a la condición de retraso inherente a una cultura de la imitación, que es la condición de la cultura de la época colonial. Pero no debemos olvidar que dichos aportes fueron al principio muy poco divulgados, especialmente en el caso de Fermat (1601-1665), pues sus manuscritos solo fueron del acceso de un circuito restringido de amistades, además que fueron publicados póstumamente recién en 1679:

“La idea fundamental de la geometría analítica de Descartes y Fermat consiste esencialmente en utilizar las ecuaciones algebraicas para estudiar y representar las curvas. Esta idea original marcaba la fusión del álgebra y la geometría, pero los matemáticos del siglo XVII no se apresuraron a asimilarla y utilizarla. Sin embargo, este desinterés más o menos marcado puede explicarse por múltiples razones. El *Ad locos* de Fermat , distribuido entre sus amigos, no fue publicado hasta 1679.” [84]

Parecido fue el caso de Descartes (1596-1650). Publicó en 1637 su famoso *Discurso del método*, el cual tenía anexado un apéndice titulado *Geometría*, el cual prácticamente revolucionó dicha disciplina como ya lo hemos mencionado antes. Pero su áspero estilo dificultó su rápida aceptación, la cual se realizó de manera concreta recién con la invención del cálculo infinitesimal. Antes de esto, el estudio de las curvas seguía haciéndose con el método euclidiano que Apolonio heredara. Aunque después de Descartes, no fue ya necesario buscar el equivalente geométrico (y espacial por tanto) de las ecuaciones. Eso condujo a que a la larga se pudiera trabajar con comodidad y sin mayores problemas ecuaciones superiores al tercer grado. Pero esto no fue comprendido sino paulatinamente. [85]

[82] Andersen, Kirsti, op.cit., p. 23 y 24.

[83] Véase Mankiewickz, Richard, op. cit. p. 66.

[84] Collette, op.cit., t. 2, p. 68.

El escrito de Conink está fechado en 1696, y parece que no toma en cuenta esas recientes herramientas de cálculo. Ello explicaría el que considere que sus contemporáneos italianos, franceses, y los matemáticos de la orden jesuita no han podido resolver con solvencia el problema de la duplicación del cubo. Que suponía dos tipos de solución, en un caso la inserción de dos medias proporcionales, es decir, reducir un problema de volumen (cubo) a un problema espacial (líneas) es decir, la solución griega clásica. Otra posibilidad consistía en recurrir a soluciones que no presuponían la recta y la circunferencia (regla y compás), es decir, el análisis de las curvas. Lo último sabemos presupone todos esos avances en cálculo algebraico y geométrico (proyectiva) que se estaban operando entrada la época del renacimiento hasta antes de la geometría analítica, que une esos desarrollos que iban prácticamente en paralelo.

Pero antes de Descartes estos avances eran seguramente actos fallidos que no lograban redondear una alternativa paradigmática que posibilitara desarraigar la metodología silogística euclidiana, y sus consecuentes prejuicios ontológicos. Por lo tanto, la tesis de considerar los avances de Conink simplemente como producidos desde el desconocimiento y, por tanto, desde el "atraso", no es concebible. Primero, por lo esbozado anteriormente: antes de Descartes, los desarrollos algebraicos están aún en ciernes y con innumerables aporías, al igual que la geometría proyectiva y descriptiva. En segundo lugar, en vista de que, por las citas de Conink, él no desconoce esos avances -a excepción de Fermat y Descartes, por las circunstancias históricas mencionadas. Es así que nuestro autor nos indica que:

"... ninguno de los fracasos de las sucesivas generaciones habidas desde Arquímedes hasta Eratóstenes y Euclides de Megara, que fueran continuados luego por Apolonio de Pérgamo- de los cuales no cabe dudar que son dignos de un gran nombre en Geometría- ha impedido que las investigaciones sobre la duplicación del cubo continúen, tal como lo mostraron después Heronem Philonem Bizanthium, Diocles, Philomenon y Nicomedes. ¡Cuanta inteligencia estupenda! pero cuánto ímpetu de investigación sobre el tema ha sido frustrado hasta hoy. De una generación a otra, ningún discípulo ha pasado sin haber puesto en cuestión la veracidad de lo dicho por estos geómetras consagrados. Ello se muestra también entre nuestros contemporáneos italianos, como Federico Comandinus, Jerónimo Cardano, Daniel Barbarus, Nicolas Tartaglia y Mario Bettinus..." [86]

El jesuita Conink pues, en este sucinto repaso histórico nos menciona que el problema de la duplicación del cubo sigue pendiente, y que los intentos tanto antiguos como los de sus contemporáneos italianos, franceses, y los de su orden (algunos de ellos españoles) y otros alemanes, han terminado en fracaso. Considera entonces necesario seguir trillando la misma senda: la clásica solución hipocrática de insertar dos medias proporcionales. Lo cual supone reducir o sintetizar un problema de tres dimensiones (volumen) a un problema bidimensional (rectas).

Conink pretende proseguir la tradición geométrica de la Grecia antigua ("...ningún

[85] Ibíd.

[86] Conink, op.cit pp. 63 y 64. En esta cita Conink descalifica una línea de continuidad histórica con respecto a los intentos de solucionar el problema de la duplicación del cubo.

discípulo ha pasado sin haber puesto en cuestión la veracidad de lo dicho por estos geómetras consagrados") en base a sus teoría de las magnitudes y su método de reducción. Intento que retoma *el método exhaustivo*, ya elaborado por la etapa matemática que giró en torno a los logros teóricos de la Academia platónica, y cuyos alcances mayores se deben según la historiografía, a Eudoxo. Esta escuela ateniense se dedicó a elaborar el método mencionado con el fin de dar cuenta de los números irracionales que fue el rompecabezas de la escuela antecesora, la pitagórica. El problema de la duplicación del cubo tuvo parte importante en el desarrollo de este método, al igual que los otros problemas: la cuadratura y la trisección de un ángulo.

La *exhaución* es el gran logro aritmético de la escuela matemática griega. Dicho método permitía un cómodo trato con las magnitudes inconmensurables, que es el equivalente geométrico de los irracionales (ἄλογον) aritméticos. Eudoxo, su creador, se preguntaba sobre la condición o condiciones para hallar una razón exacta entre dos números, sin que interesara si estos eran o no irracionales. Y supuso que dos cantidades enteras tenían una razón exacta entre sí siempre y cuando se encontrara la cantidad que multiplicada por uno de los números enteros dados, resultara mayor, menor o igual que el otro número. De esta manera se encontrarían sus razones en una escala doble cualquiera de números enteros, una vez que se multipliquen entre sí los números de ambas filas de dicha escala. Claro que muchas veces este método era solo aproximativo, y se podían construir tales escalas dobles de números enteros para cada irracional dado.

Lo importante de este método era en esencia, que se manejaba en base a números enteros, y que su demostración matemática dependía de su aplicación a cualquier figura geométrica. Es lo que harían posteriormente Arquímedes y Apolonio para la determinación aritmética de la parábola y las cónicas respectivamente, generalizando la aplicación de dicho método exhaustivo ya en la época de la escuela alejandrina.

Y es básicamente esta tradición alejandrina de la geometría la que continúa o retoma el escrito de Conink. Tradición que posiblemente le llegó desde el paradigma neoplatónico hermético que por aquel entonces cultivaba la Sociedad de Jesús. En un intento de sincretizarla con las teorías aristotélico tomista que ya manejaban, buscando posiblemente potenciarla en el campo matemático, donde mostraba serias carencias. Es en este paradigma que hemos denominado euclidiano, donde el método exhaustivo aritmético está en relación estrecha con su utilización en una geometría de magnitudes, estando el cálculo aritmético subordinado a las soluciones basadas en magnitudes geométricas. Por ejemplo, Saint Vincent (1584-1667), jesuita y matemático, citado por Conink como uno de los que no ha logrado resolver el problema de la duplicación, escribió un texto titulado *Opus geometricum quadrature circuli et sectionum coni*, (1647) donde intenta hibridar el método exhaustivo con las nuevas discusiones acerca de la división al infinito. Con ello quiere repotenciar las discusiones escolásticas acerca del continuo. Pero su solución a la cuadratura del círculo fue refutada, por lo que su intento de salvar el método clásico de exhaución también fracasó. [87]

Es decir, la aritmética era inconcebible sin su correlato geométrico. Era la geometría la rama matemática privilegiada por el paradigma euclidiano. Estrictamente hablando, era

[87] Collette, op.cit., t.2, p. 79.

la geometría plana. Y ello debido a su búsqueda de armonía matemática en el cosmos. Lo que nos remite como ya sabemos, a una ontología de líneas y circunferencias. Por ello, las magnitudes que son claves en la resolución de los problemas clásicos, son los construidos por medio de regla y compás, es decir, las líneas y círculos. Así, Conink, al definir el cubo hace uso implícito de esta teoría de magnitudes:

"Entre las figuras planas construidas con líneas rectas, la principal es el cuadrado. Igualmente, entre los volúmenes cuyas superficies son delimitadas por líneas rectas, el más célebre es el cubo. Pero mientras el cuadrado tiene sólo dos dimensiones, el cubo tiene tres, pues además de longitud y latitud, posee una tercera llamada profundidad o altitud. *No obstante, tanto el cuadrado como el cubo, construyen sus dimensiones por medio de una misma línea*. " (Subrayado nuestro). [88]

En la cita se recalca la reducción de la geometría espacial a la geometría plana, en tanto que en esta última se pueden usar los métodos aritméticos de la exhaución, y porque lleva a Conink seguir guareciéndose en la ontología euclidiana de las figuras trazadas bajo regla y compás. El uso de estos instrumentos para trazar las figuras estaba en oposición a las soluciones *mecánicas*, que consisten en el trazado de curvas no circulares, es decir, las curvas derivadas del cono, o cónicas, que a su vez, abrían el trato inevitable con la medición de los números irracionales implícitos en la medición de tales curvas, como ya mencionamos antes.

Por lo analizado, podemos concluir que la solución ya estrictamente de procedimiento matemático geométrico por parte de nuestro autor, supone que los nuevos derroteros seguidos por los contemporáneos renacentistas, no son válidos. Y ello porque se desvían de la "verdadera geometría" basada en los procedimientos en que se puede aplicar la clásica instrumentación en base a la regla y compás. La ansiada búsqueda de resolver las ecuaciones de más de dos grados entre los renacentistas, estaba ligada en gran medida con estos problemas clásicos de la geometría, para cuya solución se esgrimían las figuras alejadas del espectro matemático tolerable para los clásicos seguidores de Euclides (de allí el apodo con el que se conocía a Conink, como ya mencionamos).

Tales figuras, las curvas o líneas infinitas, portaban en sí mismas el elemento ontológico matemático desintegrante de la armonía cósmica deseada por la tradición tanto hermética como organicista. Las soluciones a las ecuaciones con más de dos grados suponían alejarse de la elemental intuición del mundo formada por tres dimensiones (largo, ancho y profundidad). Puesto que la resolución aritmética y algebraica de tales ecuaciones tenía que probarse aún remitiendo a una figura geométrica que permitiera intuirla. Aún dominaba la noción espacial matemática debida a Euclides.

Como mencionábamos antes, será recién con Descartes que las ecuaciones de más de dos grados dejarán paulatinamente de remitir a una figura geométrica admitida por la ontología euclidiana. Y más aún, será Descartes quien dejará establecido programáticamente el camino para que los matemáticos posteriores reduzcan cualquier

[88] Conink, op.cit p. 59.

figura de la geometría al álgebra. Es el proyecto pues, de la algebrización de la matemática, que culminará con el desarrollo del cálculo infinitesimal. Pero esto será posible solo si se varía de actitud ontológica, pasando de una matemática que privilegia la geometría de cuerpos, a una matemática meramente procedimental y de cálculo. Pasar de una matemática pitagorizante y mística, a una matemática como instrumento. Lo que solo se pudo dar paulatinamente con el paradigma mecanicista.

En esta pugna por resolver la posibilidad de una cosmovisión basada en una manipulación matemática, resultaron a la postre más efectivas las propuestas pragmáticas de la tradición mecanicista, la cual de manera paulatina fue desmitificando el concepto de número, reduciéndolo a la capacidad racional de la conciencia individual. Pero esa es una historia que nuestro autor decidió no mirar.

3.3 El hermetismo y el pitagorismo de Juan Ramón Conink a través de su texto matemático.

En un punto anterior mencionamos el posible influjo de las tesis herméticas entre los cultivadores del denominado círculo jesuita. En este punto del capítulo deseamos dar algunas mejores precisiones sobre tal aserto nuestro, en tanto pueden generar mayor luz sobre el intento teórico del jesuita Conink.

El hermetismo de los cosmógrafos posiblemente les fue transmitido por intermedio de los debates acerca del proceso moderno matemático que debatían en interno los miembros de la orden jesuita. La cual perseguía armonizar todos los saberes existentes con el saber de la doctrina católica, específicamente con la doctrina aristotélico-tomista. Por tanto la obra de Conink, nos parece que enfrenta en primer lugar, el problema del número continuo, el cual se venía debatiendo desde la antigüedad y que la modernidad resucitó:

"El hecho es que, [los primeros matemáticos] al encontrarse con las raíces [implicadas en la proposición] descubrieron las dificultades implícitas en los principios de la Geometría, advirtiendo la gran diferencia existente entre las proporciones dobles (duplicadas) y las triples (triplicadas).." [89]

Este debate sobre el continuo matemático es visto no desde los parámetros de las matemáticas modernas cartesianas, sino desde las matemáticas neoplatónicas que asumió la hermética. Conink sostiene que el problema del continuo matemático heredado de los griegos, en realidad se originó con la pérdida de un saber original perfecto. Por lo que la historia posterior de las matemáticas es en realidad un intento de reencontrarse con ese saber original perfecto matemático:

"El oráculo manifestó a los habitantes, que la calamidad se debía a su propia pereza, al haber adorado a otros dioses aparte de Apolo. Ellos, no lograron entender lo que quiso decir el dios, esto es, que al crear nuevos altares para otros dioses, habían abandonado

[89] Conink, op.cit p. 62.

las medidas originales del altar de Apolo, explorando nuevas medidas. Al profanar las medidas originales del cubo, se atrevieron a desarrollar otras medidas carentes del rigor original. No obstante, los más fervientes seguidores de las órdenes de Apolo, con mucho esfuerzo intuyeron -a pesar de su ignorancia- nuevas longitudes para el cubo sobre la base de las líneas originales dadas por el dios, por lo cual estas nuevas líneas para el cubo buscaron deducirse de las primeras.” [90]

La labor de los sabios posteriores a los griegos de la academia platónica consistió -según esta lectura neoplatonizante de Conink- en recuperar la armonía matemática. Que por supuesto, suponía reelaborar el correcto sentido matemático, que como cita Conink, para Platón consistía en la ‘buena Geometría’, la que suponía los métodos clásicos de la regla y el compás. Todo ello en detrimento de las soluciones ‘mecánicas’, que ya los mismos matemáticos de la academia platónica intentaron usar, entre ellos Eudoxo. Pero solo será en la época renacentista y moderna, que los métodos de la inarmónica geometría mecánica, tendrán equivalente algebraico, y por consiguiente, nuevo estatus ontológico. Así para Conink la metodología mecánica (que supone las curvas) no habría tenido éxito:

“Pero por más que todos estos genios trabajaron arduamente durante veinticinco generaciones para encontrar estas dos medias geométricas, todos los esfuerzos por aclarar estos problemas fueron vanos, hasta tal punto que su ingenio los llevó a consecuencias desesperantes en todos sus trabajos consagrados, *incluyendo las líneas imperfectas*, como las concoides inventadas por Nicomedes o, por otro lado, el punto pensado por Diocles, diferente a las líneas deducidas por medio de *instrumentos de la mecánica práctica*, por lo que no pudieron completar por esta vía las demostraciones geométricas deseadas. Estas también fueron motivo de preocupación para Platón en

el *Banquete*, según la versión de Plutarco (Lib. VIII, Cuest. 2), quien afirmó lo siguiente: ‘Cuán engañado Platón refuta él mismo, al famoso Eudoxo Architam y a Menechmum por criticar las pruebas de la duplicación del cubo, conjeturada con trabajos mecánicos, intentando de este modo mediante dos líneas dadas encontrar las dos proporcionales, declarando que con este acuerdo han arruinado a la *buena geometría’*. ” [91] (cursivas nuestras).

Consideramos plausible que la pretensión hermética jesuítica era impedir un posible sentido desacralizador al interior de su propuesta ontológica que podía provenir a su vez, de la ontología cuantitativa implícita en el mecanicismo. Para ello apeló a la noción de número de corte místico de la tradición rival, la hermética, adecuándola a los dogmas de la ontología católica aristotélico-tomista, eminentemente jerárquica y cualitativa.

El texto nos señala que la ontología escogida por dicha orden no asumiría las posturas del mecanicismo cartesiano o del cálculo infinitesimal de Leibniz o Newton. Pues más bien se encontraría inmersa aún en la geometría clásica heredada de los griegos. La cual es retomada por medio de la variante neoplatónica y hermética, como señalábamos en líneas anteriores. [92] Así, este escrito cita no sólo a los más reconocidos matemáticos

[90] Conink, op.cit p. 60.

[91] Conink, op.cit p. 63.

clásicos y modernos, sino a los matemáticos de la orden jesuita:

"Iniciaremos este tratado con la dificultad de esta cuestión [de la duplicación del cubo] y luego procederemos a su elucidación, siguiendo lo recomendado por Nicomedes y por Cristóbal Clavio en su *Geometría* (Lib. VI)...." [93]

El padre Clavio es un reconocido matemático jesuita de tendencia hermética, el cual escribe un manual de geometría citado por Conink. Así, si bien éste cita a autores modernos, su guía interpretativa gira alrededor de la exégesis matemática propiciada por dicha orden.

Por lo tanto, creemos que, en un primer acercamiento al texto, Conink intenta salvar el edificio cualitativo aristotélico, buscando armonizarlo con las teorías herméticas y modernas acerca de las matemáticas. Lo cual será un reto difícil también para los cosmógrafos posteriores. Sin embargo, para hacer mucho más sólida esta interpretación sería necesario ahondar aún más en los problemas estrictamente técnicos con relación a su solución sobre el problema de la duplicación del cubo.

3.4 Las matemáticas y sus problemas en los cosmógrafos posteriores. Visión panorámica.

Durante el siglo XVII, los cosmógrafos representaron un grupo al que podríamos denominar hombres de ciencia en el sentido ampliado y discutido en el capítulo 1 de la presente tesis. Pues no sólo conocían y manejaban información actualizada sobre matemáticas, sino que junto a su labor de instrucción con respecto a la navegación marítima, fueron acercándose a la astronomía, además de incursionar en la arquitectura civil y militar (fortificaciones), como en la realización de mapas. Este cargo desapareció en 1872, debido una falta de presupuesto que se vio reflejada en la paulatina disminución del sueldo de éstos.

Un estudio detallado sobre sus aportes nos abriría las puertas a lo que podríamos llamar, la comunidad científica de la época colonial y su recepción, asimilación y debate sobre la ciencia moderna en ciernes en Europa, aseveración que hacemos guiados en estas primeras incursiones exegéticas en los textos de los cosmógrafos.

Dentro de este grupo de cosmógrafos de la época colonial, tenemos no solo a Juan Ramón Conink, sino también a su sucedáneo, el Doctor Cosme Bueno. Este último es objeto de nuestro interés en este punto de la tesis debido a que se encuentra inserto

[92] Para mayores detalles sobre la teoría hermética, véase Villoro, Luis, *El Pensamiento Moderno. Filosofía del Renacimiento*, México, FCE, 1992, pp. 62 y s. Véase además el ya clásico texto de Foucault, Michael, *las Palabras y las Cosas*, México, Siglo XXI, 1968, pp. 26 y s., donde analiza la lógica epistémica del pensamiento renacentista. Véase también sobre el tema Gonzáles Blanco, Antonino; Scandelari, Simonetta, "El hermetismo en la España de los siglos XV-XVIII." *El renacimiento italiano. Actas del II Congreso Nacional de italianistas, Murcia, 1984*, Salamanca, Universidad de Salamanca, 1986.

[93] Conink, op.cit p. 70.

dentro del debate acerca de la recepción y asimilación de las matemáticas en el virreinato peruano. Si bien hay una distinción temporal entre ambos (s. XVII y XVIII respectivamente), hay algo en común que era preocupación de los dos, que los llevó a la realización de escritos sobre el tema. Este elemento común en ambos, era la preocupación por los problemas geométricos: la duplicación del cubo (Conink) y la cuadratura del círculo (Bueno).

Estos problemas geométricos fueron los que más preocuparon a los griegos de la Grecia antigua, y que sin embargo no supieron resolver desde el interior de su ontología. Conink, ocupándose en específico de la duplicación del cubo, intenta resolver también desde el interior de la ontología euclidiana tal problema, retomando sus herramientas metodológicas geométricas.

Siguiendo con este *revival* de los viejos problemas geométricos griegos, Cosme Bueno se ocupa en específico del problema de la *cuadratura del círculo*. Este problema también implica (al igual que el mencionado anteriormente); o dicho de otra manera, depende para su resolución de los números irracionales y magnitudes infinitas.

Pero qué significa la cuadratura del círculo, es decir, en qué consiste dicho método, para ello utilizamos lo que él mismo Buenos nos dice:

"Por cuadratura en general entienden los geómetras la reducción de una superficie o área a un cuadrado igual a ella. Y cuadrar el círculo no es otra cosa que hacer un cuadrado de la superficie que en sí encierra, esto es: un cuadrado igual a la superficie del círculo [...] Como toda superficie es producto de dos cantidades multiplicadas una por otra, creyeron los antiguos geómetras que un espacio circular debía ser igual al producto de la circunferencia multiplicada por la cuarta parte del diámetro. Esta verdad se deducía fácilmente de la medida exacta de las figuras rectilíneas inscritas en el círculo, de cualquier números de lados que fuesen. Porque si se inscribe un cuadrado en un círculo, se hallará fácilmente el área del cuadrado; pero se constatará con la sola inspección de la figura, que esta área es menor que la del círculo en que se contiene. [94]

Este hecho nos parece relevante, puesto que se creía en la perfección de las matemáticas, y lo único que podía traer abajo a esta concepción era el descubrimiento de los números irracionales. Hecho que tuvieron que enfrentar nuestros autores aquí mencionados, pero de distinto modo. Mientras Conink se aferraba aún a la idea de la resolución de la duplicación del cubo mediante la regla y el compás (geometría lineal euclidiana), Cosme Bueno no hace sino apelar a que la razón humana tiene límites naturales, por lo que no es capaz de resolver los grandes misterios de la naturaleza. Entre ellos, el problema matemático que tiene que ver con magnitudes inconmensurables, en este caso la cuadratura del círculo:

"El problema fundamental es la razón que tiene en el círculo el diámetro con la

[94] Esta carta de Cosme Bueno se encuentra ubicada en un volumen denominado *Documentos Varios,* (T.66178), y está clasificada como "Documento Nº 25", en la Sala de Investigaciones de la Biblioteca Nacional del Perú. Véase para más información al respecto, Pisconte Quispe, Alan Martín, "Hallazgo reciente de inédito de Cosme Bueno (1711-1798): La cuadratura del círculo y el problema de la navegación (1768)". *Logos latinoamericano*, Lima, Año V, núm. 5, 2000, p. 229-234. Las citas de Bueno aquí en adelante las extraemos del mencionado documento.

circunferencia, que por lo que de él resulta, es lo mismo que la Cuadratura del Circulo. Problema que pertenece a la geometría, y sobre el que se ha trabajado en todos los siglos sin conseguir su solución. Ha sucedido con él, lo mismo que con otros pertenecientes a otras facultades: el secreto para prolongar la vida, a la medicina, la Piedra Filosofal a la Alquimia, el Movimiento Perpetuo a la Mecánica”. [95]

Como mencionamos anteriormente, Cosme Bueno no cree en la infalibilidad de la razón, es decir, ella no es capaz de comprenderlo todo, fijando así los límites de la naturaleza humana, y especulamos nosotros que guarda cierta concepción de que las matemáticas poseen carácter sagrado. Dicha sacralidad le vendría en tanto que es manifestación de los insondables designios de la Divina Providencia, que el hombre es incapaz de despejar por más esfuerzos racionales que haga. Así, en palabras de Bueno, tratar de resolver un problema semejante solo golpea el orgullo de la razón ilustrada: “Que entre los famosos problemas que -para humillar el orgullo y vanidad de los hombres - se han propuesto, uno es el [de la cuadratura del círculo]”

De este modo, para nuestro autor, que piensa que es muy aventurado lanzarse a la resolución de problemas de este tipo ya que hacerlo es perseguir una quimera, deduce que tendría que ser la ambición de riqueza y gloria del sujeto moderno lo que lo incentiva constantemente a buscar resolver tales problemas:

“Son problemas para cuya resolución no se han perdonado gastos ni fatigas; pero al paso que ha quedado burlado el esfuerzo, se ha manifestado también que no hay quimera a quien el deseo de gloria o el atractivo del interés no haya hecho objeto de la atención de los hombres.” [96]

Por último, mencionaremos que, mientras Conink creía aún que el paradigma euclidiano podía resolver desde su interior el viejo problema de la duplicación, y por tanto, salvar la ontología aristotélico tomista que le acompañaba, Bueno se muestra mucho más escéptico con cualquier tipo de resolución basado en la mera razón humana. Pero en lo que coincidirían sería en su rechazo explícito al paradigma matemático mecanicista, que consideran peligroso. En Conink en tanto dicho paradigma tergiversa la pureza de la correcta ontología euclidiana. En Bueno, porque representa un esfuerzo desmesurado, monstruoso, por descubrir (y manipular) todas las leyes naturales de carácter sagrado y providencial. Por tanto, un esfuerzo inconcebible de igualarse con Dios. Ni siquiera la Biblia sería una voz fundamental para resolver tales aspectos negados a la ciencia humana.

Para Bueno, la Biblia no sería infalible en su dimensión científica, lo que en cierta manera lo emparienta con el escepticismo que portaba la tradición matemática moderna con relación al saber religioso. De esta manera dice que “En el punto de física y matemática, la letra de la Sagrada Escritura es susceptible de interpretación.” Pero Bueno desea establecer que por revelación no se ha dado el modo exacto de medir la cuadratura del círculo. Y si Dios no ha revelado ese secreto, entonces los hombres menos aún lo podrían descubrir: “Supuesto que la cuadratura de la que vamos a hablar

[95] Ibíd.

[96] Ibíd.

no consta por revelación, veamos ahora lo que ha hecho la industria de los hombres para hallarla." Y su examen histórico revela que los hombres no han podido resolver este escollo que la divina providencia ha colocado al saber humano. Esto es más claro en otro texto de nuestro autor, pues en su *Disertación sobre el arte de volar*, señala que la naturaleza posee leyes que el creador ha colocado y que el hombre no puede violentar, pues volar es una imposibilidad racional como el hecho de querer resolver la cuadratura del círculo. Así:

"El deseo de volar debe ser tan antiguo como lo es el de imitar a la naturaleza [...] Todas las artes en la actualidad han adelantado mucho. Pero esta [del volar] aun no ha empezado su tirocinio. Esto viene de que todas imitan la naturaleza sin pretender superar sus leyes. Esta por el contrario, quiere suponerlas, o pareciéndoles insuficientes para contentar la ambición, pretende establecer otras nuevas. Pero desengáñense los hombres, y entiendan que su Supremo Autor, cuando las estableció, tuvo unas miradas más altas que las que ellos se proponen y desean." [97]

Es una necesidad ineludible para los investigadores futuros, detenerse en el modo como los cosmógrafos asumieron el reto de pensar por sí mismos la aparición increíble de paradigmas alternativos al clásico euclidiano y aristotélico. Por lo investigado, hemos mostrado como Conink intenta restablecer la armonía del paradigma euclidiano resolviendo o buscando resolver el antiguo problema de la duplicación del cubo. Para ello tuvo que dar la espalda a los nuevos desarrollos renacentistas en matemáticas. En específico, rechazar tanto la búsqueda algebraica implícita en la medición de curvas, como la geometría perspectivista.

En el caso de Cosme Bueno, considera al parecer que cualquier esfuerzo que apele a la mera razón del sujeto, está condenado al fracaso, en tanto que asume que puede romper las barreras sacras establecidas por el creador. Bueno no cree que se deba apelar a los esfuerzos individuales y sugiere aceptar la propia ignorancia ante la sabiduría divina.

El examen atento del texto de Bueno y el realizado con el de Conink, nos muestra sus altos grados de información y comprensión de los problemas matemáticos resucitados con la aparición del proyecto moderno. Por lo que el que ambos rechacen los desarrollos modernos en matemática no parte del atraso cultural, sino posiblemente a que dichos desarrollos no eran concebibles desde sus propias apuestas ontológicas. Apuestas que aún están por desentrañar en sus diversos aspectos con el fin de comenzar a entender este todavía incomprensible mundo virreinal. Sea este un trabajo que permita comenzar tal comprensión.

[97] Bueno, Cosme, "Disertación sobre el arte de volar", en Odriozola, Manuel (comp.), *Colección de Documentos Literarios del Perú*, Lima, 1863, t. 3, volumen 1, p. 276 y 277.

CONCLUSIONES

- No hay una interpretación global de la obra escrita que existe sobre los cosmógrafos. Además la teoría de la imitación intelectual muestra serias imperfecciones al buscar comprender la obra de los cosmógrafos. El paradigma científico de éstos es aún desconocido en sus rasgos globales.

- Desentrañamos las funciones teóricas y prácticas a cargo de los cosmógrafos, con el fin de comenzar a entender la ontología subyacente a dicha actividad.

- Concluíamos sobre la influencia de la orden jesuita sobre el texto de Conink. Resaltamos el papel de renovación e integración teórica de la orden jesuita a comienzos del siglo XVII.

- La orden jesuita buscó revivificar el paradigma aristotélico tomista mediante el influjo de la hermética. También asumió la ontología euclidiana. La cual influyó decisivamente en el texto de Conink.

- Conink desconocía o rechazaba los aportes de la matemática analítica de Fermat y Descartes, los cuales por la época tuvieron poca divulgación. Por tanto Conink no era un mecanicista moderno. Pero conocía los aportes renacentistas modernos de la época.

- Conink rechaza las nuevas propuestas matemáticas vigentes en su época, y que ya eran generalmente conocidas y divulgadas, a saber: tanto el álgebra renacentista como la geometría perspectivista. Defiende la ontología euclidiana que era básica a la hora de sustentar la física aristotélica basada en cuerpos medibles por la regla y el compás.

Conink recibe alientos teóricos de los aportes matemáticos del hermetismo pitagorizante de la orden jesuita a la que pertenecía.

- Cosme Bueno (al igual que Conink) también rechaza los aportes matemáticos de la ontología mecanicista, al analizar el problema de la Cuadratura del Círculo. Además no trata de resolver el problema de la cuadratura del círculo (a diferencia de Conink con respecto a su propio problema geométrico) en tanto que este problema sería un límite natural de la razón humana. Límite que mostraría el poder de la providencia divina y que el hombre no puede traspasar.

BIBLIOGRAFÍA

ANDERSEN, Kirsti, “ Las técnicas del cálculo, 1630-1660.” Grattan-Guinness (comp.), *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica*, Madrid, Alianza Editorial, 1984.

ARISTÓTELES, *Física*, Madrid, editorial Gredos, 1995.

BABINI, José. *Historia Sucinta de la Matemática*, 3° Edic. , Madrid, Espasa Calpe, 1969.

BALLÓN VARGAS, José Carlos, “El tópico naturalista y los orígenes clásicos del discurso filosófico peruano.” Teodoro Hampe Martínez (compilador), *La Tradición Clásica en el Perú Virreinal*, Lima, Fondo Editorial de San Marcos, 1999.

BALLÓN VARGAS, José Carlos, “José de Acosta: Naturalismo, Historia y Lenguaje.” *Logos Latinoamericano*, Lima, Año V, N° 5, 2000.

BELL E. T. *Historia de las Matemáticas*. México, Fondo de Cultura Económica, 1996.

BERMUDO, José María, “La expansión del paradigma mecanicista y el desarrollo desigual y combinado de las ciencias.” *Geo-Crítica*, Universidad de Barcelona, núm. 15, mayo 1978.

BRADING, David. Orbe Indiano. De la monarquía católica a la República criolla (1492-1867) México, FCE, 1991.

BUENO, Cosme, “Disertación físico-experimental del aire y sus propiedades.” Odriozola, Manuel de; *Colección de documentos literarios del Perú*, Lima, Aurelio

Alfaro, 1863; Paredes, Gregorio; *Almanaque Peruano y Guía de Forasteros*, *para el año de 1821...*Lima, En la casa de Niños Expósitos, 1821. [Código, B. Nacional XP / 985.0059 / A].

BUENO, Cosme, “Disertación sobre el arte de volar.” Odriozola, Manuel (comp.), *Colección de Documentos Literarios del Perú*, Lima, 1863, t. 3, volumen 1.

BUENO, Cosme, “Disertación sobre los antojos de las mujeres preñadas.” El conocimiento de los tiempos. Ephemeride del año de 1794. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales....Lima, Imprenta real calle de Concha, 1794. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7].

CAPEL, Horacio, “La geografía en los exámenes públicos y el proceso de diferenciación entre geografía y matemáticas en la enseñanza durante el siglo XVIII.” *Áreas. Revista de Ciencias Sociales*, Murcia, v. I, 1981.

CAPEL, Horacio, “Organicismo, fuego interior y terremotos en la ciencia española del siglo XVIII.” *Geo-Crítica*, Universidad de Barcelona, núm. 27-28, mayo-Julio 1980.

CAPEL, Horacio, “Los jesuitas y la enseñanza de las matemáticas: el Colegio Imperial de Madrid.” *Geocrítica*, Universidad de Barcelona, N° 30, noviembre 1980.

CAPEL, Horacio, *Geografía y matemáticas en la España del siglo XVIII*, Barcelona, ediciones Oikos-tau, 1982.

CONINKIUS, Juan Ramón*, Cubus et Sphera geometrice duplicata*, Lima, Tip. Regia, 1696. Folleto núm. 8 del V. 111 Colección Zegarra. [Código, B. Nacional, S. de Inv. XZ / v.111/ 8].

COLLETTE, Jean-Paul, *Historia de las Matemáticas*, 2da edición, Madrid, editorial Siglo XXI, 1986, 2 tomos.

DARGENT, Eduardo, “El observatorio astronómico de Lima.” *Derroteros de la Mar del Sur*, Lima, Año 5, N° 3, 1995.

DARGENT, Eduardo. “Juan Ramón Conink: El Cosmógrafo Mayor.” Sotelo, Jorge Ortiz (editor), *Actas del Primer Simposio de Historia Marítima y Naval Iberoamericana*, Lima, Fondo de Publicaciones de la Dirección de Intereses Marítimos, 1993.

DOMÍNGUEZ, Joaquín Mª; O’ NELLY, Charles E. (Directores), Diccionario histórico de la Compañía de Jesús, Madrid, Pontificia Comillas 28049, 2001. 4 Vol.

EGUIGUREN, Luis Antonio, Diccionario Histórico de la Real y Pontificia Universidad de San Marcos, Lima, UNMSM, 1940.

FOUCAULT, Michael, *las Palabras y las Cosas*, México, Siglo XXI, 1968.

GONZÁLES Blanco, Antonino, SCANDELARI, Simonetta, “El hermetismo en la España de los siglos XV-XVIII.” *El renacimiento italiano. Actas del II Congreso Nacional de italianistas, Murcia, 1984*, Salamanca, Universidad de Salamanca, 1986.

KEARNEY, Hugh, *Orígenes de la ciencia moderna, 1500-1700*, Madrid, ediciones Guadarrama, 1970.

KLINE, Morris, *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestras días*, Madrid, alianza editorial, 1992, 3 tomos.

KNORR, Wilbur Richard, *the ancient tradition of geometric problems*, New York, Dover Publications, 1986.

KUHN, Thomas S., la estructura de las revoluciones científicas, México, FCE, 1992.

LLANO Y ZAPATA, Joseph Eusebio, *obras varias* 81743- 1748). Código B. Nacional: X985.21/LL990.

MANKIEWICKZ, Richard, Historia de las Matemáticas: del cálculo al caos, Barcelona, Paidos, 2000.

MORENO, Gabriel, *Almanaque peruano y guía de forasteros, para el año de 1799*....Lima, Imprenta Real, 1799. [Código, B. Nacional, S. de Inv. XP / 985.0059 / A]

ORTIZ, Jorge, "Los Cosmógrafos Mayores del Perú en el siglo XVII." *Boletín del Instituto Rivagüero*, Lima, N° 24, 1997.

ORTIZ, Jorge, Historia de la Educación Naval en el Perú, Lima, ENP, 1980.

PERALTA BARNUEVO Y ROCHA BENAVIDES, Pedro : El Conocimiento de los Tiempos. Ephemeride del año de 1733. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales....Lima, Imprenta de la Calle de San Marcelo, 1733. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7].

PISCONTE QUISPE, Alan Martín, "Hallazgo reciente de inédito de Cosme Bueno (1711-1798): La Cuadratura del círculo y el problema de la navegación (1768)." *Logos Latinoamericano*, Año V, núm. 5, Lima, 2000.

PISCONTE QUISPE, Alan, y KATAYAMA OMURA, Roberto, "Orígenes de la ciencia moderna en el Perú, tres cosmógrafos coloniales: Juan Rher, Cosme Bueno y Gregorio Paredes." *Escritura y Pensamiento*, Lima, Año IV, N° 8, 2001.

RHER, Juan; El Conocimiento de los Tiempos. Ephemeride del año de 1753. Prognostico y lunario, en que van puestos los signos, y aspectos de los planetas con ella, y entre sí, calculando con las ephemerides de Eustachio Manfredi y del Marques Antonio Ghisleri, suputadas en Bolonia, según las tablas de Cassini, Hyrey strechio. Al meridiano de esta muy noble y leal ciudad de Lima, capital y emporio de esta América austral. Con calendario de las fiestas, y santos en que van anotadas las de asistencia pública, y las de guarda de tribunales....Lima, Calle de la Barranca, 1753. [Código, B. Nacional XR /985.0059 / c 7].

RIVILLA BONET Y PUEYO, José de, Desvíos de la Naturaleza, o tratado de el origen de los monstruos. A que va añadido un compendio de curaciones chyrurgicas en monstruosos accidentes... Lima, Joseph de Contreras, 1695. [Sin portada. Datos tomados de Medina, la Imprenta de Lima, t. II, núm. 675. [Código, B. Nacional, S. de Inv. X610.985 / R62 / c].

RUIZ LOZANO, Francisco, Tratado de cometas, observación y ivivio del que se vio en esta ciudad de los Reyes, y generalmente en todo el Mundo, por los fines del año de

1664. Y principios de este de 1665. Compuesto por el capitán Francisco Ruiz Lozano Cosmografo mayor de este Reyno, y Catedrático de Prima de Matemáticas en esta ciudad...Lima, 1665. [Código, B. Nacional XZ / v. 120 / 1].

SCHAWB, Federico. “Los almanaques peruanos y guías de forasteros.” *Boletín Bibliográfico de la Biblioteca de la UNMSM*, Lima, CIP, año XXI, número1-2, 1948.

SONDHEIMER, Ernst; ROGERSON, Alan, *Numbers and infinity. A historical account of mathematical concepts*, first published, Cambridge University Press, 1981.

TRABULSE, Elías. *Ciencia y Tecnología en el Nuevo Mundo,* México D. F, Fondo de Cultura Económica,1994.

VARGAS MACHUCA, Francisco de, Médicos Discursos y práctica de curar el Sarampión , y el fatal morbo que sobrevino en estado de convalecencia a los que lo padecieron el año pasado de 93, y Método fácil de remediar algunas enfermedades que pueden acaecer en la sierra, con la explicación de la esencia y causas de las Verrugas regionales y patrias, y modo de curarlas, Lima, Homenaje a la Facultad de Medicina de la UNMSM de lima, con motivo del 195 aniversario de su fundación, 2003. (Estudio, notas y trascripción de Miguel Rabí Ch.).

VERA, Francisco. *Breve Historia de la Geometría*, Buenos Aires, Editorial Losada, 1948.

VILLARREAL, Federico. *La Gaceta Científica*, Lima, tomo III, publicación mensual de la sociedad Amantes de la Ciencia, 1987.

VILLORO, Luis, El pensamiento moderno. Filosofía del Renacimiento, 1ra edición, México, FCE, 1992.

WESTREN, Herbert. “Los grandes matemáticos.” *Sigma, el mundo de las matemáticas*, Barcelona, editorial Grijalbo 1976, Vol. 1.

APÉNDICE

Juan Ramón Connink S.J

CUBUS ET SPHAERA GEOMETRICE DUPLICATA

(DUPLICACIÓN GEOMÉTRICA DEL CUBO Y LA ESFERA)

INTRODUCCIÓN

Este estudio asemeja a una pelea en la arena de lucha contra un poderoso enemigo, pelea que no eludiremos, pues el ardor [combativo es de] buena estirpe. Pero si un pequeño lucha contra un Gigante de fuerzas superiores, cualquier acción precipitada, sin duda alguna será señal de temeridad. Sin embargo, mientras más alta se eleva la corona de la victoria, más arduo y grande será el hecho a culminar. De allí que la figura de David se forjó famosa debido a la fuerza de sus movimientos, pues a pesar de ser tan joven y débil, atacó él solo al gigante con apenas un cayado y armado de una honda, embelleciendo con esta acción la gloria de todo Israel, tal como si hubiera triunfado sobre un ejército (*Reyes,* 1, C. 18).

Saúl venció a mil y David a diez mil. Pero el monstruoso filisteo encaró a todo el ejército hebreo por cuarenta días, pero antes desafió al combate a cada uno. De manera análoga a lo que sucede hoy día en el campo matemático, a lo largo de un período de dos mil años se ha evocado el valor de David en el campo de batalla ante el gran gigante Goliat. Pues con su ejemplo, se resalta el carácter ingenioso de los héroes, por el cual una elevada razón no es propia de los luchadores sino de los líderes. Con dicha razón superan largamente cualquier armadura -por muy resistente que ella sea- con la que sus proyectiles derrotaron al filisteo.

De manera que, a través de generaciones el ingenio ha luchado constantemente, siendo imposible avanzar o vencer sin él. Por el contrario, evitando las falsedades, ese rebelde plebeyo desprecia la vanidad que podría desatar la victoria ¿Quién podría entonces juzgar este tratado como audaz, temerario o inútil, indicando además que es un esfuerzo precipitado y que me jacto de una victoria de antemano? Por ejemplo el rey Saúl y David, no estuvieron en condiciones de luchar con ventaja contra el filisteo, sin embargo, no eludieron la lucha contra él.

El miedo que embargó a David fue a la vez un estímulo para su lucha, pues él menospreció dicho miedo y el de sus hermanos, mostrando majestad al enfrentarse con sólo una piedra, despreciando así la fuerza incomparable del gigante, desnudó el orgullo de su enemigo venciéndolo a pesar de su corpulencia y mutilando finalmente su cabeza. Israel alabó con cánticos de triunfo dichas hazañas.

Yo, a pesar de mi ignorancia en el manejo del bastón, la honda y los elementos matemáticos, felizmente detecte la debilidad en la frente del gigante. Así, Dios mediante, en los propios términos divinos intentaré atar tal dificultad, hasta tenerla bien sujeta por medio de demostraciones, para de este modo obtener una fácil victoria. Pero podemos evitar toda comparación con los hechos heroicos del rey David si abordamos con cautela el estudio de este asunto.

UNA CUESTIÓN PREVIA

¿Qué entendían los matemáticos por el término "cubo"? En sus *Elementos* (*Lib*. II, *Def*. 25, & c.) [98] Euclides lo explica con claridad cuando define dicho cuerpo como un sólido con seis superficies cuadradas mutuamente equivalentes y unidas entre sí de manera compacta (*contentum*). Su perímetro contiene cuatro superficies laterales, más una superior y otra inferior, siendo las seis totalmente iguales.

Entre las figuras planas construidas con líneas rectas, la principal es el cuadrado. Igualmente, entre los volúmenes cuyas superficies son delimitadas por líneas rectas, el más célebre es el cubo. Pero mientras el cuadrado tiene sólo dos dimensiones, el cubo tiene tres, pues además de longitud y latitud, posee una tercera llamada profundidad o altitud. No obstante, tanto el cuadrado como el cubo, construyen sus dimensiones por medio de una misma línea.

Por ejemplo, si tomamos una línea de 3 varas y reconstruimos la superficie del cuadrado, entonces debemos multiplicar la longitud de 3 varas del cuadrado, por una latitud de 3 varas también, cuyo resultado será un área de 9 varas. Pero si existen dudas sobre la verdad de lo que indicamos acerca de la construcción de estas figuras

[98] Los *Elementos,* compendio de todo el saber geométrico griego, obra atribuida a Euclides,está dividido en trece libros, los cuatro primeros de los cuales, y el VI, se refieren exclusivamente a la Geometría plana, y este último, en particular, a las magnitudes inconmensurables. El V trata de las proporciones; los VII-IX están dedicados a la Aritmética de los números racionales; el X a la de los irracionales y los tres últimos a la Geometría del espacio. En total son cuatrocientas sesenta y cinco proposiciones entre problemas y teoremas. Algunos editores agregan a estos trece libros dos o más que se ocupan de los polígonos y poliedros regulares; pero hoy sabemos que son apócrifos. Empiezan los *Elementos* con las definiciones de punto, línea en general, línea recta, plano, ángulos, figura, círculo, triángulos, cuadriláteros y rectas paralelas.

geométricas, tomemos entonces el área del cuadrado formado anteriormente -cuya medida era de 9 varas-, multipliquémoslo esta vez por sus tres dimensiones y el resultado será de 27 varas, es decir, el volumen del cubo, el cual como vemos, también tuvo origen en esta línea de 3 varas.

ETIMOLOGÍA

Conviene saber de dónde proviene la palabra “cubo” -si es acaso del griego o del latín- dado que es dudoso que provenga directamente del griego *kubus*, pues la palabra latina *cubus* remite más a la estabilidad y firmeza que sustenta la forma corporal del cuadrado que la origina, de la cual se deduce su etimología. Por ello concuerdo más con la definición con la que Piero [99] encabeza el *Lib.* XXXIX sobre el cuadrado y el cubo.

Ésta es también la causa de que los egipcios en sus jeroglíficos la significaran como epígrafe de la voluntad suprema de alguna inmutable naturaleza divina. La misma costumbre fue transferida de Egipto a Grecia,cual diosa de la fortuna que posee brillantez propia, perfección y en torno a la cual impusieron una veneración masiva, como expresión de la sapiencia de Mercurio, colocando el cuadrado del cubo sobre la propia divinidad de Júpiter. Posición juzgada como inquebrantable, del mismo modo como siempre se determinó la forma cuadrada de la recta.

Desde entonces prevaleció entre los griegos el uso de estas figuras para erigir los altares de los ídolos que estos paganos adoraban, deslumbrados por su ignorancia, construyéndolos de forma cúbica o cuadrada.

ORIGEN DEL PROBLEMA

Desde el teatro de Laurentis

Se cuenta, que cuando la terrible peste de la época de Platón se extendió por todos lados, produciendo un gran desconcierto, los habitantes recurrieron al célebre altar del oráculo de Apolo, situado en la isla de Delos, y se alojaron en su templo para rendirle grandes sacrificios con el fin de apaciguar el miedo que tenían por los enfermos de la peste.

El oráculo manifestó a los habitantes, que la calamidad se debía a su propia pereza, al haber adorado a otros dioses aparte de Apolo. Ellos, no lograron entender lo que quiso decir el dios, esto es, que al crear nuevos altares para otros dioses, habían abandonado las medidas originales del altar de Apolo, explorando nuevas medidas. Al profanar las medidas originales del cubo, se atrevieron a desarrollar otras medidas carentes del rigor original.

No obstante, los más fervientes seguidores de las órdenes de Apolo, con mucho esfuerzo intuyeron -a pesar de su ignorancia- nuevas longitudes para el cubo sobre la base de las líneas originales dadas por el dios, por lo cual estas nuevas líneas para el

[99] Posiblemente se refiere a Piero della Francesca (1412-1492) Pintor renacentista. Se le conocía más en el siglo XVI como matemático que como artista. Su tratado más conocido, *De prospectiva pingenti*, es valioso por sus aportes al estudio de la perspectiva aplicada a las artes como la pintura. Suponía el estudio de las leyes matemáticas que rigen la proyección *degradada* de los sólidos en diversos planos, tal como se presentan al cono de observación del ojo. Presenta así la construcción adecuada y degradada de varios sólidos en base a prismas. Esta escrito al modo silogístico euclidiano.

cubo buscaron deducirse de las primeras.

Para construir estas nuevas líneas, los griegos consultaron a los sabios que en aquel entonces eran los mayores expertos en geometría, tales como Platón [100], Eudoxo [101], *Menechmum* [102], Aristóteles, Arquintas (*Architam*) [103], *Tarentinum* Hipócrates (de Quíos) [104] y Euclides el viejo [105], los cuales, no sólo dieron gran ímpetu a esta cuestión sino que también se esforzaron en demostrarla. Ellos consideraron, por decirlo así, que dado que toda progresión en las figuras planas se da en razón a la duplicación de sus líneas, de manera análoga, el cubo y todos los otros sólidos necesariamente incrementarán sus líneas en proporción triple.

[100] Platón (430-349 A.C) discípulo de Sócrates y fundador de la Academia. A la muerte de Sócrates emprendió un viaje a Italia meridional donde estudió la Matemática que con tanto celo cultivaban los pitagóricos. En la Academia había numerosos altares consagrados a varias divinidades. En el centro estaba el dedicado a Eros, y en la puerta estaba la inscripción: " Nadie entre que no sepa de Geometría", lo que indica de alguna manera el objetivo de la escuela platónica: la realización espontánea del ascenso erótico y el estudio de la Ciencia sobre la base del conocimiento geométrico. En el libro VII de la *República* asigna a la Geometría una posición central entre las cosas sensibles y las ideas, y cuya cosmología asignaba a las formas geométricas el papel de paradigmas de las cosas sensibles. Esto lo condujo a creer que los conceptos de la Geometría tienen una existencia independiente del pensamiento humano y, en general, de toda actividad, con leyes propias y de orden superior a las que obedecen los cuerpos físicos. Así creyó que los juicios geométricos son eternos, y en el *Timeo* sostiene que: "cuando Dios sacó las cosas del caos en que estaban, les dio la mayor perfección posible, componiendo sus elementos-fuego, tierra, aire y agua- por medio de los cuerpos geométricos más perfectos, es decir les dio forma de: tetraedro, octaedro, icosaedro y cubo. Pensando cómo han nacido estos bellos cuerpos, cómo difieren entre sí y cómo, disolviéndose, pueden engendrase recíprocamente, se les considera los cuerpos más perfectos, cada uno de los cuales pertenece a un género distinto. Por tanto, es preciso poner todos los cuidados en construir armoniosamente estos cuatro géneros de cuerpos excelentes en belleza". En cuanto al problema de la *Duplicación del cubo*, se le atribuye una solución empleando una escuadra de albañil y otra ordinaria que resbala sobre la primera. Dado el carácter mecánico de este procedimiento y la repugnancia de Platón por los trabajos manuales, parece que dicha solución es apócrifa.

[101] Eudoxio de Gnido (390-337 ó 408-355 A.C). Discípulo de Platón en un comienzo. Tiempo después marchó a Cizico, donde fundó una Escuela en la que realizó una crítica constructiva del pitagorismo y del platonismo que le condujo a encontrar las fallas de las paradojas de Zenón, permitiendo acercarle a una noción interesante del número irracional. Operó con cantidades menores que un número arbitrariamente prefijado, lo que le permitió establecer la base de los métodos infinitesimales y demostrar los teoremas enunciados por Demócrito (460-370) sobre el volumen de la pirámide y del cono, y encontrar que las áreas de los círculos son proporcionales a los cuadrados de sus diámetros. Debido a Eudoxio tenemos la primera noticia de la curva llamada *bipopeda,* hoy lemniscata que él definió por la intersección de una esfera y un cilindro. Por último, inventó el método de exhaución cuando dijo: "Si de una magnitud se quita su mitad o más de su mitad y se repite esta operación un número suficiente de veces, se puede conseguir una magnitud menor que cualquiera otra dada de la misma especie". Este enunciado hoy se conoce con el nombre de *axioma de Arquímedes* por haber sido él quien lo utilizó: "Dadas dos magnitudes desiguales, se puede alcanzar y superar la mayor repitiendo la menor un número suficiente de veces". Con relación al problema de la duplicación del cubo, intentó su solución mediante la aplicación de ciertas curvas. Con él termina la primera época de la Geometría griega que duró hasta el año 300 antes de J. C.

[102] Menashmos, Menaechmo o Menecmo (375?-325? A. C.). Sucesor de Eudoxio en la dirección de la escuela de Cizico. Inauguró la geometría de las secciones cónicas. Dibujó mecánicamente la elipse, la hipérbole y la parábola. En cuanto al problema de la duplicación del cubo, demostró que la inserción de las dos medias hipocráticas se reduce a determinar la intersección de una parábola y de una hipérbola o de dos parábolas.

El hecho es que, al encontrarse con las raíces [implicadas en la proposición] descubrieron las dificultades implícitas en los principios de la Geometría, advirtiendo la gran diferencia existente entre las proporciones dobles (duplicadas) y las triples (triplicadas), pues la proporción doble se construye a base de dos términos, uno de los cuales contiene al otro doblemente. Tal es el caso de los números 8 y 4. Pero la proporción duplicada tiene en cuenta la proporción geométrica o doble, entre la mayor y la menor, la cual nuevamente se repite con el tercer término. De este modo, 9 es a 6 como 6 es a 4, puesto que al separar de sí la tercera parte, la proporción 9 a 4 está en relación doble con la que hay de 9 a 6 en esta clase de términos.

Dado un cuadrado cuya línea es de diez varas y el área de éste es igual a cien varas cuadradas; si con esta misma línea se busca el doble del área del cuadrado, naturalmente se obtiene 200 varas sí y sólo sí, entre la línea de 10 varas y la de 20 varas hay una media proporcional. Según la obra de Euclides, por la prop. 9 del Lib. 6, esta (línea) sería de 14 4/26 y este cuadrado debería contener 200 varas planas.En la prop. 19 del Lib. 6, se muestra que dicha media proporcional se establece para la línea cuyo cuadrado sea exacto, con lo cual aquellas tendrán medidas completas cuyas cantidades no pueden ser divididas a menos que sean continuas.

Lo mismo han demostrado estas grandes luminarias de la geometría con relación a los cuerpos sólidos (de los que el principal es el Cubo) en los cuales se ha observado que sus líneas aumentan en razón triple, aumento que tiene como base esta triple proporción.

[103] Arquitas de Tarento (428-355). Filósofo pitagórico y matemático griego. Subrayó, en el mejor espíritu pitagórico, la reducción de las realidades a números. Número y magnitud son, según Arquitas, los principios de la realidad. Según Diógenes Laercio, fue el primero que aplicó las matemáticas a las cosas mecánicas, y el primero también que aplicó el cubo en geometría. Con respecto al problema de la duplicación del cubo, intentó solucionarlo siguiendo el método de Hipócrates, insertando dos medias proporcionales entre dos segmentos, una el doble que la otra. Así, obtiene las dos medias proporcionales AB y AC entre los segmentos AD y AE por la intersección B de un cilindro recto cuya base es el círculo de diámetro AD, el cono, también recto, de eje AD y generatriz AE, y la superficie que resulta haciendo girar dicho círculo alrededor de la tangente en A, que se llama *toro*, el cual resulta similar a una cámara hinchada de automóvil.

[104] Hipócrates de Chios (470-? A.C.). Fundó en Atenas una escuela de Geometría. Allí creó el método de *reducción*, que consiste en reducir un problema a otro ya resuelto. Inició el uso de las letras para nombrar las figuras geométricas. Demostró la fuerza del método indirecto (*reductio ad absurdum*, reducción a un absurdo, o deducción de una contradicción partiendo de una hipótesis supuesta que se quiere refutar). La validez universal de este método permaneció inalterable hasta el siglo XX, cuando se hicieron objeciones a usarlo sin discernir al razonar sobre clases infinitas. Aplicando el método de reducción, fue el primero en insertar dos medias proporcionales para dos segmentos de recta una el doble que la otra para resolver el problema de la duplicación del cubo. Con ello mostró la posibilidad de reducir un problema de geometría espacial a uno de geometría plana, aun cuando no pudo describir el resultado con el viejo procedimiento mecánico de la regla y el compás.

[105] Euclides. (330?-275?), Personaje que inevitablemente va unido a la historia de la Geometría, pues esta ciencia se nutrió hasta le época renacentista de su más excelsa obra: *Elementos*. Asimismo su obra fue el punto de partida de todas las investigaciones hasta el siglo XVII. Ya en este siglo la creación de la Geometría analítica, desvió la atención de los geómetras hasta principios del siglo XIX, cuando la especulación desinteresada del espacio, sin los estímulos de la Física, hizo volver los ojos a los estudios de Geometría pura y se descubrieron los defectos de la euclidiana, la cual ha resistido la crítica de veintidós centurias, y sin embargo se han hecho más de mil quinientas ediciones, siendo después de la Biblia, la obra de más difusión en el mundo.

Y así como la razón doble exige tres términos, la triple requiere cuatro y ambas en proporción geométrica continua. De ahí que la duplicación de la superficie del cuadrado, al reconocer ambos términos duplica de manera natural la línea del cuadrado, y a esta duplicación resta encontrar una media entre uno y otro término. Pero en la razón triple -que consta de cuatro términos- sólo se conocen dos términos, puesto que la línea dada del cubo es doble. De allí que [*alij*] la media proporcional continua será hallada una vez que sea conocido cualquiera de los otros [*insuper*] dos términos, tal como intentaremos demostrar.

Sea en efecto A, la línea del altar de Apolo que mide 4 varas y sea la línea D el doble de aquella, es decir 8 varas. Sean también las líneas B y C respectivamente, medias entre A y D. Y sea la línea A a la línea B como la B es a la C y sea B a C como C es a D. Con estas líneas se forma un cubo sobre la línea B, que será el doble del cubo que se forma sobre la línea A en razón de la proporción triple que existe entre el cubo A y el cubo B, dado que la línea A contiene a la línea B, pero la línea A es a la línea B como la línea B es a C y así como la línea B es a C, la línea C es a D. Entonces, la proporción que hay entre la línea A y la línea D, está contenida en razón triple a la que hay entre las líneas A y B. Pero si la línea D reemplaza a la línea A por estar en doble proporción a ella, entonces también el cubo formado sobre la línea B es el doble del cubo formado sobre la línea A, tal como Euclides lo demostró en prop. 33 del lib. XI de *Los Elementos*.

Pero por más que todos estos genios trabajaron arduamente durante veinticinco generaciones para encontrar estas dos medias geométricas, todos los esfuerzos por aclarar estos problemas fueron vanos, hasta tal punto que su ingenio los llevó a consecuencias desesperantes en todos sus trabajos consagrados, incluyendo las líneas imperfectas, como las concoides inventadas por Nicomedes o, por otro lado, el punto pensado por Diocles [106] , diferente a las líneas deducidas por medio de instrumentos de la mecánica práctica, por lo que no pudieron completar por esta vía las demostraciones geométricas deseadas. Estas también fueron motivo de preocupación para Platón en el *Banquete*, según la versión de Plutarco (Lib. VIII, Cuest. 2), quien afirmó lo siguiente: “Cuán engañado Platón refuta él mismo, al famoso Eudoxo Architam y a Menechmum por criticar las pruebas de la duplicación del cubo, conjeturada con trabajos mecánicos, intentando de este modo mediante dos líneas dadas encontrar las dos proporcionales, declarando que con este acuerdo habían destruido o arruinado la buena geometría”.

Pero ninguno de los fracasos de las sucesivas generaciones habidas desde Arquímedes [107] hasta Eratóstenes [108] y Euclides de Megara, que fueran continuados luego por Apolonio de Pérgamo [109] -de de los cuales no cabe dudar que son dignos de un

[106] Diocles. (siglo II A. C). Inventor de la cisoide, aproximadamente entre los años 250 y 100 a. de J. C. , la cual se define de la siguiente manera: Dada una circunferencia, un punto *O* en ella y la tangente en el punto *A* diametralmente opuesto al *O*, se traza por éste una transversal cualquiera hasta su intersección en *M* con la circunferencia y en *N* con la tangente, y se lleva el segmento *OP* igual y del mismo sentido que *MN*.La cisoide queda engendrada por las distintas posiciones del punto *P* cuando la transversal gira alrededor de *O*. Ésta se inventó para el clásico problema griego de insertar dos medias geométricas entre dos “magnitudes” dadas, representadas por segmentos de recta. Esta invención da cuenta de la preocupación de los geómetras alejandrinos por resolver problemas clásicos. Sin embargo cabe mencionar que siendo ésta una curva algebraica, la encajan dentro de la geometría lineal.

gran nombre en Geometría- ha impedido que las investigaciones sobre la duplicación del cubo continúen, tal como lo mostraron después Heronem Philonem Bizanthium [110], Diocles, Philomenon y Nicomedes [111]. ¡Cuánta inteligencia estupenda! pero cuánto ímpetu de investigación sobre el tema ha sido frustrado hasta hoy.

De una generación a otra, ningún discípulo ha pasado sin haber puesto en cuestión la veracidad de lo dicho por estos geómetras consagrados. Ello se muestra también entre nuestros contemporáneos italianos, como Federico Comandinus [112], Jerónimo Cardano

[107] Arquímedes (287-212 a. de J. C) . El tercer gran matemático alejandrino junto con Apolonio y Euclides. Sigue el procedimiento riguroso del axiomatismo euclidiano, el que sin embargo, flexibiliza bastante. Su escrito *de la esfera y el cilindro*, completan la obra de Euclides, en tanto los *Elementos* no contemplan dichas figuras. Considera que hay relación entre los volúmenes de la esfera y el cilindro circunscrito. En su trabajo *De los conoides y de los esferoides*, estudia las propiedades de algunos cuerpos redondos. En su resolución utiliza elementos que implican nociones del hoy denominado *cálculo infinitesimal*. En geometría plana, su escrito *De las espirales*, estudia la curva conocida como “espiral de Arquímedes”. En *Cuadratura de la parábola* considera equivalentes una figura mixtilínea y una poligonal, demostrando la equivalencia a su vez entre un segmento de parábola y un triángulo. En cuanto a los problemas clásicos de la geometría griega, en *De la medida del círculo* demuestra la equivalencia entre el problema de la cuadratura del círculo con el de la rectificación de la circunferencia. Da una solución aproximada de ellas con notables consideraciones aritméticas. En su escrito *método* (así conocida una carta a Eratóstenes) expone un procedimiento mecánico y geométrico, mediante el cual llega a descubrir propiedades (áreas, volúmenes, centros de gravedad) pero que sin embargo demostraba rigurosamente según el método euclidiano. En cuestiones aritméticas, su texto *el arenario*, concibe un sistema de numeración especial con el fin de calcular números muy grandes. Hace allí alusión a un universo de grandes dimensiones, el de Aristarco de Samos, conocido heliocentrista. Tiene además escritos de estática: *del equilibrio de los planos*, y *de los cuerpos flotantes*, donde hace alusión a la ley de del equilibrio de la palanca, y al equilibrio de los cuerpos sumergidos (que lleva su nombre) respectivamente.

[108] Eratóstenes (276-192 A. C). Geómetra, matemático, filólogo. Inventó un procedimiento para cribar los números primos de la serie de números enteros. Dio una resolución del problema de la duplicación del cubo, y una historia del problema y los intentos anteriores a él (posiblemente en carta al rey Ptolomeo). Dicha solución fue el *mesolabio*, aparato consistente en tres paralelogramos iguales. El central se mantenía fijo y movibles los laterales. De esta manera pretendía hacer intuíble el problema en términos espaciales.

[109] Apolonio de Pérgamo (260?-200? A. C.) sucesor de Arquímedes, el último gran matemático de la antigüedad clásica. Orientó sus esfuerzos en una única dirección, dedicándose exclusivamente al estudio de las cónicas. Ejes, centros, diámetros y asíntonas son temas tratados por el geómetra de Pérgamo con maestría no superada, e incluso se adelantó a algunas teorías modernas como la de la polaridad y la generación de las cónicas por dos haces proyectivos, que había de establecer Steiner rigurosamente veinte siglos después. Sintetizó todas las cónicas conocidas hasta entonces (la parábola, la hipérbola y la elipse) en un solo cono oblicuo de base circular. Las investigaciones de Apolonio contribuyeron al desarrollo de la Mecánica celeste durante el siglo XVII.

[110] Herón (de Alejandría, tal vez no griego, 200 A. C.) Géometra que postuló el área del triángulo en función de sus lados, a lo cual se le conoce como la “fórmula de Herón”. Se ocupó también de cuestiones de mecánica y geometría práctica.

[111] Nicomedes (siglo II A. C.) Geómetra quien le debemos el tipo de curva denominada *concoide*. Además inventó un aparato que permite dibujar de una manera continua tal concoide, que empleó para trisecar el ángulo y duplicar el cubo.

[112] Federico Comandino (1509-1575). Matemático renacentista. Renueva el interés por el quinto postulado de Euclides acerca de las paralelas, sin embargo no la encuentra problemática.

[113] , Daniel Barbarus, Nicolás Tartaglia [114] y Mario Bettinus [115] . También entre los galos Francisco Vieta Orontius (sinaeus) [116] , Carolus Bovillus [117] y otros considerados igualmente grandes en este tema. Entre los españoles, el doctísimo Jerónimo Prato [118] , Juan Bautista Villalpando [119] y por último, el venerable padre José de Zaragoza [120] , así como el rey maestro Simon Stevinus [121] de Holanda, Julio Scaligero en Alemania, el Superior Alberto Durero [122] y los padres Cristóbal Clavio [123] , Atanasio Kircher [124] y Gaspar Schott [125] de la Compañía de Jesús, todos ellos eminentes geómetras. No menos

[113] Jerónimo Cardano (1501-1576). Publicó en 1545 su *Ars magna*, lo que era en aquella época la suma de los conocimientos en álgebra. Además de Matemático tuvo fama también como médico, astrólogo y alquimista. Conocida la solución de Tartaglia sobre ecuaciones cúbicas, intentó su perfeccionamiento con su discípulo Ludovico Ferrari.

[114] Nicolás Tartaglia (1500-1557). Matemático italiano. Contribuyó a la solución de la ecuación cúbica y la cuaártica (aunque esta última se le atribuye también a Ludovico Ferrari). Inició trabajos de balística exterior (1537) a fin de medir el alcance de un proyectil, determinado su máximo cuando el ángulo de tiro es de 45°.

[115] Mario Bettini. Conocido como matemático y dramaturgo. Nació el 6 de febrero de 1582 en Bolonia, Italia, y murió el 7 de noviembre en Bolonia. E n 1614 escribió su primera obra dramática: Rubenus. Ocho años después publica *Ludovico* dedicada a Luis XIII. Sin embargo su obra más importante y leída fue su *Apriaria universae philosophiae, mathematicae*. Esta obra fue aparentemente pensada como una enciclopedia de matemáticas, ya que era una colección desigual de ensayos sobre las teorías y aplicaciones de las matemáticas, en especial en el área de la geometría. Contenía además una serie de exposiciones de temas de mecánica, incluyendo medidas gnomónicas, armónicas y esféricas. El *Apriaria* revela el conocimiento comprensivo que Bettini poseía de las matemáticas y sus ramificaciones, pero el material está tomado de tratados de épocas anteriores, sin referencias a las matemáticas y ciencia de su propia época, y presentada de una manera desorganizada y confusa. A pesar de esto, la obra gozó de popularidad.

[116] Francisco Vieta (francés, 1540-1603 ó 31). Matemático francés. Inició el proceso de generalización de las reglas del álgebra. Generalizó el uso de letras para reemplazar números conocidos o desconocidos con lo que inicia la separación del álgebra de la geometría. Hizo posible la solución de ecuaciones cúbicas por trigonometría. Aplicó el álgebra y la trigonometría en la solución de problemas geométricos, aun cuando no encuentra la noción de función. Con él quedó prácticamente delimitada la trigonometría elemental. Se basó en el tratado de Apolonio sobre las tangentes y transformó los triángulos esféricos en otros cuyos lados y ángulos se corresponden con los del primitivo. Dio una medida aproximada de la cuadratura del círculo.

[117] Carlos de Bouvelles. Matemático que a principios del siglo XVI utilizó la cicloide, la cual tiene su origen en un punto de una circunferencia que gira sin resbalar a lo largo de una recta, pero Bouvelles pensó que se trataba de un arco de círculo.

[118] Probablemente Jerónimo de Prado. Nació en 1547 en Barga (Jaén), España, y murió el 13 de enero de 1595 en Roma, Italia. Enseñaba en 1570 escritura en la Universidad de Baeza y continuó allí su labor de docente después de su ingreso a la Compañía de Jesús. Preparó sus comentarios a Ezequiel en la casa profesa de Sevilla en 1591, y al año siguiente fue a Roma con J. B Villalpando en busca de grabadores para las ilustraciones de su obra. La dejó inconclusa y Villalpando la terminó.

[119] Juan Bautista Villalpando (1552-1608) Jesuita conocido como Arquitecto y escriturista. Estudió matemáticas, arquitectura y teología. Se asoció con El Padre Jerónimo Prado en la preparación del comentario a la profecía de Ezequiel sobre el templo de Jerusalén. En 1597, le presentó a Felipe II un modelo en yeso dorado y barnizado de la ciudad y templo de Jerusalén fabricado por él mismo en Roma, junto con las pruebas de los grabados para su obra. Ésta recibió el elogio de los mejores arquitectos del siglo XVII, como Fischer von Erlach, Christopher Wren y Claude Perrault.

contribuyó de forma esencial a la introducción de los temas científicos en las tertulias o "academias" valencianas que, como la del conde de Alcudia o la del marqués de Villatorcas, fueron el núcleo de donde surgió un movimiento novador. Publica en 1674 su obra *Geometría Magna in Minimis,* en la cual crea un nuevo método de investigación geométrica. Se cree, según Vernet, que admitió secretamente el heliocentrismo de Copérnico, mientras que aceptaba públicamente el geocentrismo de Tolomeo o la cosmología de Tycho Brahe, aunque esto es tema de discusión, nos muestra el estado a nivel científico de aquella época. ~~Construyó con ayuda de sus compañeros jesuitas: el padre Andosilla y el padre Bartolomé Alcázar, 14 instrumentos científicos, que~~ hoy se encuentran en la Biblioteca Nacional de Madrid.

[121] Simón Stevinus (1548-1620, de Brujas). A este personaje los físicos lo consideran como la figura más sobresaliente de la época comprendida entre Arquímedes y Galileo. El aporte más importante que dio fue en el año 1586, al darle al paralelogramo de fuerzas la forma triangular equivalente, y enunció una teoría completa del equilibrio estático. Se suele decir que la estática moderna tiene su origen en Stevinus.

[122] Alberto Durero (1471-1525). Compone en pleno Renacimiento unas *Instituciones geométricas* para enseñar a construir y representar los poliedros regulares y semirregulares y su desarrollo en un plano, así como la hélice y otras curvas alabeadas.

[123] Cristóbal Clavio. Matemático, astrónomo y escritor. Nació en el año 1537 ó 1538, en la ciudad de Bamberg (Baviera), Alemania. Estudió en Coímbra bajo el cosmógrafo portugués Pedro Nuñes. Siendo todavía estudiante de Teología, fue llamado en 1563 al colegio Romano para suceder a Baltasar Torres, donde ayudó a establecer la preeminencia del colegio en el campo científico. En 1574, junto con el célebre matemático Francisco Maurolyco, enseño y ayudó a publicar tratados matemáticos y ópticos. Nombrado por Gregorio XIII para la comisión de reforma del calendario, usó la obra de Aloisius. Sus cinco amplias explicaciones y defensa del calendario gregoriano de 1582 contra los ataques de Francisco Viete, J.J Scaliger, y Maesthin lograron la aceptación del mundo occidental. Tuvo gran influencia en obras tempranas de Galileo Galiei, muestra de ello es el uso directo que hace de los apuntes de Clavio y otros maestros del colegio Romano. En 1611 procuró un Forum Romano para las ideas copernicanas de Galileo y sus descubrimientos telescópicos. Aunque seguidor de la astronomía de Ptolomeo, aceptó que era necesario una revisión de sus teorías. Se ocupó de las obras de Euclides, Teodosio y Sacrobosco, y del estudio de problemas importantes. De este modo trabajó en una prueba del postulado paralelo de Euclides, un proceso geométrico de la cuadratura del círculo, una prueba del teorema isoperimétrico, y la naturaleza de los ángulos del cuerno (en una controversia con Viete y Jacques Peletier). Además entró en un debate filosófico sobre la naturaleza y certeza de las matemáticas, iniciado por Alessandro Piccolomini y los averroístas de la universidad de Padua. Sus textos meticulosos y más asequibles fueron reimpresos con frecuencia, ayudando así a formar generaciones de expertos en ciencias matemáticas en toda Europa. Es así que tanto Descartes como Leibniz conocieron sus libros. Como era de costumbre en su época, mantenía contacto a través de cartas con Johann Kepler, F. Commandino, Bernardino Baldi, Giacomo Barezzi y Tycho Brahe, así como otros dignatarios eclesiásticos y reales.

[124] Athanasius Kircher. Erudito, polígrafo, orientalista. Nació el 2 de mayo de 1601 en Geisa (Hesse), Alemania, y murió el 27 de noviembre de 1680 en Roma, Italia. Fue representante de la cultura barroca y escritor fecundo políglota y además pionero de las doctrinas geológicas debido a su obra *Mundus Subterraneus* (Amsterdam, 1664-1665), que aunque con graves límites, fue el primer tratado completo de física terrestre. Escribió también sobre la luz (óptica) puesta en relación dialéctica con la sombra, dando como resultado su *Ars Magna Lucis et Umbrae.*. La peste en Nápoles le impulsó a escribir sobre un tema médico, del todo insólito en Kircher, llamado *Scrutinium physico medicum contagiosae eius, quae pestis dicitur* (Roma 1657), en la cual con razones poco profundas, pero interesantes, señaló como organismos microscópicos vivientes como los agentes de la peste. En su único escrito sobre matemáticas, *Arithmologia* (1665), su atención va a los sentidos simbólicos de los números y a la construcción de cuadrados mágicos. Se movió en varios niveles, como el hermético, surgido del grupo de escritos helenísticos procedentes de Hermes Trismegisto, un autor que en la fábula histórica-filológica de Kircher, sería contemporáneo de los patriarcas después del Diluvio. Hacía improvisaciones eruditas, por ello no se le considera como un científico de su época, pero que se dedicaba a actividades científicas no hay duda, aunque permaneciendo extraño a las investigaciones y resultado de sus contemporáneos.

[125] Gaspar Schott. Científico nacido en 1607, en la ciudad de Könighofen (Baviera) Alemania, y murió el 22 de mayo de 1666, en la ciudad de Würzburgo (Baviera). Editó varias obras de Kircher. Sus escritos fueron estudios de fenómenos relativos a la magia, y llevó a cabo muchos experimentos por sí mismo que ayudaron a acelerar la investigación científica de Alemania. La primera relación publicada de los experimentos de Magdeburgo de Otto Von Guericke se encuentra en su obra *Mechanica Hydráulico-pneumatica* (1657), un libro que más tarde influyó en el físico Boyle. Evidenció la estrecha relación entre ciencia y brujería del siglo XVII.

distinguidos maestros, son los padres Gregorio, S. Vicentio [126] y Andreas Tacquet [127] .

Tampoco hay que omitir al distinguidísimo cardenal Nicolás de Cusa [128] y su libro *La Docta Ignorancia,* al igual que al ilustrísimo Obispo Juan Caramuel [129] en su tomo de matemáticas. Dentro de los más recientes autores que tratan el problema, tenemos al padre Zaragoza, que aborda la Geometría en sus últimos capítulos.

Hasta aquí, no nos hemos librado de cuatro problemas claramente planteados que nos dejaron nuestros antecesores. *En primer lugar deberá encontrarse las dos medias proporcionales entre dos líneas dadas. De ello (vi ait) depende toda progresión de los cuerpos sólidos y otros innumerables problemas. De modo que la solución incompleta ha propiciado el enriquecimiento de las investigaciones geométricas dilatando notablemente sus límites. Aquel que sea capaz de encontrar una solución geométrica, será digno de nombre inmortal*.

El que estos problemas geométricos sean tan reconocidos, no se debe sólo a su gran brillo sino al hecho de que conducen a buen puerto a la república universal, siempre que, en efecto, el capitán posea en su rumbo naves veloces, de forma compacta y elegante, permitiéndonos construir con su ejemplo otras naves que sean capaces de soportar el doble de carga. Con esta nueva demostración, las medidas de las naves serán proporcionales, de manera que las líneas de sus partes serán determinadas con

[126] Gregorio de Saint Vicent (1584-1667). Geómetra renacentista, descubre que la cuadratura de la parábola depende de los logaritmos. De este modo publica una obra en la que pretende demostrar la cuadratura del círculo, en ella aparece la suma de la serie geométrica convergente, antes utilizada por Fermat, y en la que muestra también otras nociones infinitesimales interesantes.

[127] André Tacquet. Matemático nacido el 23 de junio de 1612 en Amberes, Bélgica, y murió el 22 de diciembre de 1660 en la misma ciudad. Un siglo antes de Newton y Leibniz, ayudó en la articulación de los conceptos preliminares referentes a la naturaleza inversa de la cuadratura y la tangente. En su trabajo más importante *Cylindricorum et Annularium* (cuatro volúmenes en 1651, y un quinto en 1659) describió como un punto movedizo podía generar una curva y trató de los conceptos de área y volumen, aplicando rigurosamente el método de las exhausiones o indivisibles de Gregorio de Saint Vicent. Este trabajo influyó mas tarde en Pascal sobre el tema de las cicloides. La colección de sus manuscritos fue publicada en ocho volúmenes con el título de *Ophera Mathemaica* (1669-1707). Son evidentes sus cualidades de pedagogo en textos sobre matemáticas elementales, como en *Geometría* (1654) y *Arithmética* (1656), en las cuales no pretendió originalidad, sino la claridad de un texto escolar.

[128] Nicolás de Cusa (1401- 1464). Se le debe un elegante método para rectificar un arco de circunferencia. A mediados del siglo XV se ocupa de la cuadratura del círculo, utilizando para ello la cicloide.

[129] Juan Caramuel de Lobkowitz (1606-1682). Madrileño que entró en el Cister, fue ordenado como sacerdote y alcanzó gran fama por sus sermones. Contribuyó a la defensa de Praga frente a los suecos en la Guerra de los Treinta Años, y fue nombrado obispo de Vigevano. Como sacerdote y teólogo, escribió una *Teología moralis* y fue el primero en poner de manifiesto los errores de Jansenio. Felipe IV premio sus servicios y méritos con la abadía y condado de Melrose, en el Brabante español (Bélgica), y la Orden del Cister lo nombró vicario general en los reinos de Inglaterra, Escocia e Irlanda. Fue uno de los mejores y más completos científicos de aquel tiempo en España y Europa. En su *Mathesis bíceps: vetus et nova*, de 1670, expone el fundamento de los sistemas de numeración de base *n*, e ideó un sistema de logaritmos perfectos, que en realidad eran complemento de los logaritmos vulgares de Briggs. De acuerdo a Vernet, admitió en secreto la teoría heliocentrista de Copérnico, mientras que públicamente aceptaba y profesaba el geocentrismo de Tolomeo y la cosmología de Tycho Brahe, aunque esto abre abiertamente al debate. Además intenta realizar observaciones meteorológicas sistemáticas y racionalizadas.

precisión. En efecto, las naves y buques podrán transportar una mayor carga que enriquezca a la república y darán mayor protección a las costas del reino durante la guerra, apartando de ellas a los enemigos. Y como podemos duplicar la masa del globo, también podemos dominar las tormentas más belicosas, puesto que el diámetro del globo se puede aplicar con precisión al semicírculo cóncavo que dibuja la tormenta.

Asimismo, cada año la ciudad reserva granos de trigo y los guarda para su consumo mensual, con este método duplicaremos la cantidad de modios que acumulan los almacenes. De la misma manera, las cisternas podrán duplicar la cantidad de agua acumulada para el suministro de la ciudad, lo que sería de gran utilidad tanto en las largas temporadas de sitio a la ciudad como en los meses de infecundidad y sequía, recuperando de esta manera la fecundidad de años anteriores.

Este problema de las líneas, muestra que es posible medir capacidades cúbicas con certeza, tanto en modios para la cosecha anual como en ánforas para duplicar la cantidad de agua. De manera que, tanto a los granos como al líquido elemento, se les puede medir también meticulosa y rigurosamente cuando las medidas acordadas se duplican entre sí. Más aún, su aplicación sería también deseable en los calabozos donde se alojan los esclavos y en otros lugares donde sea necesario ampliar [*occupent*] un espacio.

Si con estos estudios contribuyo al bien común, mi nombre alcanzará fama en la tierra e inmortalidad en el cielo, e independientemente de ello, seré más feliz aún, si logro despertar la curiosidad intelectual de aquellos talentos de nuestra generación, evitando que duden pusilánimemente de su propia capacidad y se juzguen a sí mismos como intelectualmente inferiores, pues si bien los grandes talentos matemáticos han reducido el campo de avance de esta ciencia, no lo han agotado. Podemos contribuir entonces a edificar nuevos altares a la sabiduría y ampliar las vías de acceso a ella, por las cuales caminaremos a buen recaudo, aunque no todos lleguen a la meta, ya que finalmente solo algunos de nosotros alcanzaremos la corona de la victoria.

Como dice el párrafo final del Lib. II, *Epist.* 35: *Se nos ha enseñado de nuestro Dios, que es nuestro guía. Y esta verdad aunque es evidente para todos, no todos la captan. Y recién con el paso de los años aprendemos más sobre ella*, hasta que finalmente es considerada en su gloriosa novedad. Y si bien estos famosos inventos remontan hasta las generaciones actuales, pueden ser obtenidos finalmente por ellas. Pero ellos no nos serán concedidos si nos dejamos guiar por el azar.

La cuarta generación emergida luego del nacimiento de Cristo abrió el camino de la imprenta con Harlemi Batavorum [130] y con ello aumentó el número de bibliotecas y manuscritos que promovieron grandes investigaciones. La quinta generación descubrió el camino y con ella se inició el descubrimiento del nuevo mundo a los antiguos y la

[130] Harlemius (de Backer, Pistorius, Willemsz), Jan. Filólogo nacido en 1540 en Haarlem (Holanda Norte) Holanda, y murió el 1 de octubre de 1578 en Lovaina, (Bravante), Bélgica. Llamado Harlemius por su ciudad natal, su nombre de familia era Willemsz. Era versado en la lenguas orientales, por ello se le nombró en 1568, aun antes de su ordenación, profesor de Hebreo y Sagrada Escritura de la Universidad de Lovaina. Al aceptar Felipe II el proyecto de Christoffell Plantin para imprimir una "Biblia Regina" (1569-1572), fue uno de los expertos llamados a colaborar. Compuso en Amberes e 1571 un Index biblicus. Murió víctima de la caridad al asistir a los enfermos de la peste.

conquistade los indios. La sexta generación observó con el telescopio la geografía de la luna y el resto de planetas, poniendo ante nuestros ojos los innumerables aspectos que conforman los cuerpos celestes, hablando del movimiento de la tierra con respecto al cielo o del cielo con respecto a la tierra. Al final de esta sexta generación, el Sumo Pontífice Gregorio XIII [131] anunció el fin de su mandato y lo restituyó bajo el equinoccio de sus días.

El arduo trabajo involucrado en la resolución de nuestro problema al intentar la duplicación del cubo fue de alguna manera vislumbrado por la séptima generación. Ellos alcanzaron a mostrar las dos medias proporcionales, a partir de lo cual, hicieron un balance de lo realizado por las excelentes e insignes veinticinco generaciones anteriores. Lo investigaron todo, logrando dar a conocer todas las raíces [*herbam porrigo*] y no dudaron que con mayor ímpetu se lograría alcanzar la victoria, pero aun así, no alcanzaron a comprender cabalmente el problema.

Sísifo, tu que después de muchos siglos de ardua labor, en vano deseaste con mucha fatiga, mover la roca, ante el fracaso de tu ingenio no te has dado por vencido y toda tu heroica lucha ha sido vana a pesar de todo tu ímpetu, pero en el mismo grado en que se acaba el valor, en ese mismo grado se acaba la voluntad. Sin embargo, los hijos del sol no temen seguir el camino que los llevará a la gloria y para poder vencer siguieron las grandes huellas pisadas por los que grandes. Su valentía tuvo mucha fortuna y dejaron de lado la pereza y con ánimo constante eludieron la tentación.

Y a paso firme intentaré hacer rodar la roca. Me distinguiré más, mientras más alto sea el monte y mayor el triunfo. Con esta piedra alcanzaré la cima del monte o bien servirá de adorno en mi tumba.

CAPÍTULO I. Introducción al Problema DE LA Determinación de la Línea para la Duplicación del Cubo

Iniciaremos este tratado abordando la dificultad de este problema y luego procederemos a su elucidación, siguiendo lo recomendado por Nicomedes y por Cristóbal Clavio en su *Geometría*, bajo los términos expuestos en la Proposición 15 del Lib. VI.

CONSTRUCCIÓN

(Ver Fig. 1)

Dado un cubo a cuya línea AD se le agrega la línea AB, la cual es el doble que AD, obtenemos como resultado el rectángulo ABCD, el cual dividimos en dos partes, tanto el

[131] Gregorio XIII. Ugo Bocompagni. Nació el 1 de Enero de 1502 en Bolonia, Italia, o el 13 de mayo de 1502 en Roma, Italia, y murió el 10 de Abril de 1585. Nacido en una familia de mercaderes, estudió leyes en la Universidad de Bolonia y enseñó allí durante 8 años. Fue ordenado en 1542, asistió al concilio de Trento como experto en derecho canónico (1546, 1561-1563), y fue ordenado cardenal presbítero por Pío IV después del Concilio (1565). La nota dominante de su pontificado fue el propósito de continuar la reforma, según el espíritu de Trento, y su entrega a la restauración de la fe católica. Activo en el campo de la Reforma Católica, tuvo éxito en Polonia y la mayor parte de Alemania, pero fueron vanos sus esfuerzos por ayudar a la Liga Católica en Francia, su plan para invadir Inglaterra, y sus negociaciones para lograr la unión de Rusia y Suecia con Roma. Se apoyó en la compañía de Jesús para intentar la unión con la Iglesia de los cristianos separados, y para la evangelización de los pueblos de Asia y América. Para estructurar el calendario que promulgó en 1582 y que llevó su nombre, se apoyó en un grupo de científicos, entre los cuales tuvo un papel relevante Cristóbal Clavio.

lado CD en E, como el lado AD en F. Prolongamos ambas divisiones cuanto sea necesario por el lado AD, desde el punto B por E se prolonga hacia la recta BE hasta alcanzar la línea prolongada AD en el punto G. Sobre la línea AD, dibujamos desde el punto F una perpendicular a la línea FH, cuadrándola [*normaliter*] sobre AD desde el punto central A con una distancia CE que prolonga el círculo DH. En la línea secante FH dibujamos un ángulo recto [*normalem*] en el punto H que se prolonga tanto hacia la línea AH como hacia GH y luego desde el punto A se prolonga hacia la línea AI que es paralela con GH.

Este método [*viam*] ha sido utilizado por Nicomedes y el P. Clavio, pero sobre dicho método es necesario manifestar que: para prolongar una línea recta desde el punto H hasta la prolongación de la línea GA, tal como las partes de aquella intersección entre las paralelas AI y AK, sólo es posible, si IK es categóricamente igual tanto a la línea AH como a CE. En tratar de resolver este dilema se han entrampado los esfuerzos de generaciones, haciendo inútiles todos los intentos desplegados por estos ingenios. Los resultados obtenidos hasta el momento por la vía geométrica han llevado en este punto a la desesperación. Ya sea retomando las líneas concoides, tal como hicieron Nicomedes y Clavio, o con el punto disgregado [*disgregata puncta*] como Diocles, o con un instrumental mecánico como Arquintas, o también acercándose desde la práctica como Eratóstenes. Pero usando uno u otro método geométrico, ninguno pudo determinarlo.

Sin embargo, inspirado por Dios se me ha permitido usar mi ingenio de la misma manera que ellos, pues ¿no es acaso mi tenacidad tan igual como la de ellos, para esforzarme en resolver tan arduo problema geométrico? He llegado a tener la certeza de mis demostraciones, no por ser viejo ni por insensato, sino por considerar los cuerpos sólidos mediante transformaciones cónicas, y todo ello se ha logrado por la vía de la geometría plana usada en los *Elementos* de Euclides y por el uso de la mediana [*mediocriter*] que se despliega en mis demostraciones. Y ni de día ni de noche descansaré hasta obtener y mostrar la ansiada línea que duplica el cubo. Por todo esto –e independientemente de que se conozcan los antecedentes de este problema- tal demostración es la que voy a exponer a continuación.

CONSTRUCCIÓN

Volvamos al inicio de la figura y ulteriormente a la línea prolongada GH desde el centro H del intervalo GH, para que sea construido el círculo GOY que la línea CD corta en O, prolongando la recta GO.

Describo a la línea recta GO, para que sea el lado del cubo que contiene doblemente al cubo de lado DA o HA o CE. Todo esto lo probaré igualmente en esta conclusión, demostrando la verdad de mis afirmaciones al proceder en este orden.

El segundo capítulo tratará previamente de los argumentos de esta figura, hasta mostrar lo más íntimo de su deducción. El tercer capítulo contiene dos secciones que muestran hasta qué punto me he esforzado por resolver el problema. Para prolongar de manera natural la línea que llega hasta la recta GA desde el punto H, la prolongo en K, de manera que la parte IK se intersecta entre las paralelas AI y AK, para que sea categóricamente igual a las líneas HA o CE. El cuarto capítulo, continúa con el tema dado de las dos medias proporcionales, de las cuales obtengo las dos líneas dadas en proporción doble. El quinto capítulo trata del cubo dado y del doble cubo dado. En el mismo capítulo concluyo con la línea recta GO, a la cual le asigno ser el lado del cubo dado y que contiene dos veces al cubo DA o CB, los cuales nos son dados por analogía.

CAPÍTULO II. desde la figura propuesta, Diversos argumentos que junto a la duplicación del cubo serán obtenidos previa demostración

LEMA I

(ver Fig. 1)

De acuerdo a su construcción, la línea AH es igual a la línea CE o ED y es también igual que la línea AD. A ello accedemos porque se supone que CD es el doble del lado AD, de lo cual se sigue que CE es igual a la mitad y AH igual a CE, según su construcción.

LEMA II

(Fig.1)

Trazada la línea DH, describo un triángulo equilátero DHA. *Demostración:* como está dicho, prolongo la línea recta (*normali*) HF. Los triángulos DFH y AFH tienen el lado FD igual al lado FA según su construcción y el lado FH es común a cada triángulo y los lados de cada triángulo tensan por ambas partes, un ángulo recto[*angulum contentum rectum*]. Entonces, por la Prop. 4 del Lib. I de Euclides, la base DH es igual a la base AH. Y como AH es igual a DA, entonces por el LEMA I, DH será igual a DA.

LEMA III

(Fig. 1)

Como en el triángulo DHA los lados son iguales, también son iguales sus ángulos. Y como por la Prop. 32 del Lib. I de Euclides los tres ángulos son equivalentes a dos rectos, se afirma que la suma de los ángulos es de 180 grados y cualquiera de ellos es de 60 grados.

LEMA IV

(Fig. 1)

En la figura expuesta describo la línea GD para que sea equivalente a la línea DH. *Demostración:* Como los triángulos CEB y DEG tienen ángulos que se originan del vértice E, entonces por la Prop. 15 del Lib. I, resultan equivalentes. Y entre las paralelas BC y AG, hay una equivalencia con los ángulos alternos CBE y EGD, siendo rectos en D y C. Por último, de acuerdo a su construcción, el lado CE es igual al lado ED. Así pues, por la Prop. 26 del Lib. I de Euclides, el lado CB es igual al lado DG, puestos también con ángulos iguales. Pero como CB es igual al lado opuesto AD, AD lo es al mismo DH por el LEMA II. Así pues, DG es igual a la línea DH y éstas son iguales a DA, AH y CE.

LEMA V

(Fig. 1)

Los ángulos que describo, DHG y DGH, son de 30 grados. *Demostración:* ADH y GDH son simultáneamente puestos sobre la recta AG en el punto D y valen dos rectos , esto es, 180 grados (Prop. 13, Lib. I). Por el LEMA III, sólo el ángulo ADH vale 60 grados, luego el ángulo restante GDH mide 120 grados. Y de la misma manera que los tres ángulos del triángulo valen dos rectos, DHG y DGH valen igualmente 60 grados cada uno, y en tanto que los lados DG y DH se estima que son iguales por el LEMA IV, también el ángulo DGH y DHG, por la Prop. 5 del Lib. I de Euclides, serán iguales a 30 grados cada uno.

LEMA VI

Si se prolonga la línea DM haciendo un ángulo recto [*normali*] con GH, describo cuatro triángulos: AFH, DFH, DMH y DMG, que son equivalentes y congruentes entre sí. *Demostración:* Tanto el triángulo AFH como el triángulo DFH tienen en común el lado FH, y por el LEMA III, el ángulo FAH es igual al ángulo FDH, además de una recta en F, por la Prop. 26 del Lib. I. Estos dos triángulos son iguales en ángulos y lados. Y por el LEMA III, el ángulo DHA será de 60 grados y el DHF 30 grados, es decir, la mitad. Es evidente que los ángulos HFD y HMD tienen el lado común HD y también el ángulo DHM, tal como manifiesta el LEMA V, el cual indica que es de 30 grados al igual que el ángulo DHF. Además, cada uno tiene un ángulo recto en M y F, que por la misma Prop. 26, son equivalentes y congruentes entre sí. Finalmente, los triángulos DMG y DMH tienen en común el lado DM y un ángulo recto en M y por el LEMA V el ángulo DGM es de 30 grados, al igual que el ángulo DHM. Luego los triángulos DMG y DMH son en todo iguales, tanto en líneas como en ángulos. Asimismo, GMD y HFA son iguales tanto en líneas como en los ángulos del triángulo, tal como indica un buen razonamiento. En efecto, la línea GM es equivalente tanto a la línea HF como a la MD. La línea FA se puede inferir después de la demostración de lo anterior.

LEMA VII

(Fig. 1)

En la figura de esta proporción, describo la línea AH como perpendicular a la línea GH. *Demostración:* En efecto, el ángulo AHD es por el LEMA III de 60 grados y el ángulo DHG es por el LEMA V de 30 grados. Juntos, suman 90 grados, pues el ángulo GHA es recto y la línea HA forma un ángulo recto [*normalis*] con la GH.

LEMA VIII

(Fig. 2)

En todo triángulo, equilátero o isósceles, con ángulos o lados iguales, si se les prolonga una línea perpendicular desde la base se divide en dos partes iguales. Sea dado el triángulo ABC cuyos lados BA y BC son iguales y sea prolongada desde el punto B una perpendicular BD desde la base BC, describo DA y CD para que sean iguales. *Demostración:* Los triángulos BDA y BDC son rectángulos en D por la definición de las perpendiculares. Y por la Prop. 47 del Lib. I, los cuadrados BD y DA son iguales al cuadrado BA. De manera análoga los cuadrados BD y DC son iguales al cuadrado BC. Pero el cuadrado BA es igual al cuadrado BC porque las líneas BA y BC son ya supuestas como iguales. Así también son iguales los dos cuadrados de las líneas DB y DA con los dos cuadrados BD y DC. Y para que se obtenga cada cuadrado BD, el cuadrado DA permanecerá igual al cuadrado DC y como los cuadrados son iguales, serán iguales las líneas DA y DC.

LEMA IX

(Fig. 3)

Cualquier triángulo equilátero o isósceles, sobre el cual se trace una perpendicular hacia algún punto de la base dividiéndolo en dos partes iguales, tienen una línea en común trazada de arriba a abajo que pasa por el vértice del ángulo que divide a éste en dos partes. En el triángulo isósceles ABC, se traza una perpendicular DZ de abajo a arriba, desde el medio de la base en el punto D. Describo aquella que atraviesa por el vértice B.

Demostración: En efecto, si atraviesa por un punto cualquiera, fuera de B, éste será el punto lateral E; y si por el LEMA VII se prolonga la perpendicular desde el punto B hacia la base, hasta alcanzar el punto D, el ángulo BDA será recto, sólo en el medio de la base AC, pero no sería recto el ángulo EDA, aunque la suma de ambas partes fuera igual al ángulo total. Entonces, por fuerza no puede ser EDA un ángulo recto, ni puede trazarse unalínea recta desde D a no ser que pase por el vértice del punto B, tal como queda demostrado.

LEMA X

(Fig. 4)

Todas las líneas que tengan el mismo ángulo en común o que tengan trazadas las mismas líneas paralelas, podrán ser igualmente interceptadas.

Dadas las líneas paralelas AP y BH y que entre ellas sean trazadas dos líneas rectas (que en algún caso pueden ser tres líneas) y un ángulo con la misma inclinación. Entonces: o bien estas dos líneas prolongadas son paralelas y el ángulo de una línea es exterior a uno de los dos ángulos, tal como la líneas AB y DC, siendo iguales porque forman el paralelogramo ABCD según la Prop. 34 del Lib. I; o bien están inclinadas hacia la parte contraria como las líneas DC y FE y entonces la inclinación es desde C y E, formando las líneas rectas CI y EK convenientemente iguales.

En efecto, tomemos los dos triángulos DCI y FEK que supuestamente tienen el ángulo IDC igual al ángulo KFE, siendo rectos ambos ángulos por los dos lados (y si son tres ángulos serán tres tercios) según la Prop. 32 del Lib. I. Y como el lado IC es igual a KE, puede trazarse una línea recta de la cual la paralela se halla a igual distancia. Luego, por la Prop. 26 del del Lib. I, EF es igual a la línea DC con ángulos opuestos iguales.

En tercer lugar, el caso es que allí previamente se dice que las líneas se interceptan mutuamente. Tal es el caso de GH y PO en el punto N, en el cual todavía no está claramente determinado que sean iguales. En efecto, supongamos que el ángulo NGP es igual al ángulo NPG, pues por la Prop. 6 del Lib. I de Euclides, el lado GN es igual a PN porque los dos ángulos superiores NOH y NHO son alternos de los ángulos inferiores que son iguales entre sí, por la Prop. 29 del Lib. I. Como consecuencia, también serán iguales sus lados entre sí. Por lo tanto, por el axioma 2, si a esta igualdad se le añade una cantidad igual, entonces GNH es igual a PNO.

Si verdaderamente el ángulo dado es obtuso en una de sus líneas, entonces, cuando se le añade un ángulo sucesivo y adyacente que equivale al obtuso, ese ángulo es agudo, según la Prop. 13 del Lib. I, tal como lo hemos demostrado.

CAPÍTULO III

(SECCIÓN I)

(Figura 5)

Supongamos que los argumentos y demostraciones mencionadas en los capítulos anteriores resultan evidentes; volvamos ahora a la figura que dejamos de lado en el primer capítulo y procedamos a describirla.

CONSTRUCCIÓN

Dada la línea GO descrita en el capÍtulo I. En la misma línea GO tomamos GN como igual a la línea AH o CE, que por construcción se han hecho iguales. Y desde el punto N se prolonga la línea NV paralela con OD, o que la misma forme una línea recta (*normalis*) con GD. Además, prolongamos GO hasta que OQ sea igual con GN y en la línea GD tomemos DP como igual a la misma GV y unida a UP. Describo a los tres triángulos GNV, GOD y GQP de modo que sean similares entre sí o tengan los mismos ángulos y los lados de los ángulos iguales sean puestos así para ser proporcionales.

Demostración: De acuerdo a su construcción, los dos triángulos GOD y GNV constan de la línea NV prolongada hasta ser paralela con OD. Luego el ángulo GNV es igual al ángulo GOD y el ángulo GVN es igual al ángulo GDO externo e interno respectivamente, pues según la Prop. 28 del Lib. I, uno de ellos es común y por la 26 sus lados son cortados proporcionalmente. De ello se sigue que OG es a NG como DG es a VG, así como OG es a NG, como OG es a OQ, de acuerdo a la construcción de GN y OQ. De manera similar se deduce que DP y VG son iguales, tal como GD es a DP y a VG. De todo lo cual resulta que la línea QP es paralela con la línea OD, según la segunda parte de la Prop. 2 del Lib. VI. Efectivamente, según la Prop. 29 del Lib. I, el ángulo GPO es recto, tal como el ángulo GDO externo e interno respectivamente; y como el ángulo QGP es común a toda esta clase de triángulos y cada uno tiene ángulo recto; por la Prop. 32 del Lib. I, la tercera parte será igual a este triángulo y de igual modo por la Prop. 4 de. Lib. VI, los lados serán proporcionales.

Colocada la figura en esta posición, sólo queda prolongar la perpendicular desde el punto Q hasta la línea GH. Pero demostrar como llega [la mediatriz] del punto M al medio de la base GH, atravesando el punto D, me tomará mucho esfuerzo hacerlo en esta primera sección del Capítulo. De todos modos, construiré con los dos triángulos equiláteros y con los dos paralelogramos el resultado de los triángulos formados. En fin, esto es lo que se concluye de los triángulos isósceles.

CONSTRUCCIÓN

De acuerdo a las reglas dadas, la figura permanece en posición prolongada hacia la línea HF, hasta llegar a la circunferencia en cualquier punto 2 del círculo GO. Y como de acuerdo a su construcción el ángulo GFH es recto, por el argumento 5, HGF es de 30 grados al igual que el ángulo GHF es de 60 grados. Por la Prop. 32 del Lib. I, el complemento se prolonga naturalmente hasta unir los dos rectos. Como también la línea G2 es opuesta al ángulo 2 y el ángulo HG es de 60 grados, por la Prop. 6 del Lib. IV con la línea G2 será igual al semidiámetro GH.

Describo el triángulo G2H como equilátero y que tiene los mismos semidiámetros del *círculo dado.*

CONSTRUCCIÓN

Paso a formar la línea QP hasta llegar a algún punto R de la línea GH. Ya que el ángulo GFH es recto y también lo es GPR (por la Prop. 13 del Lib. I,) al igual que GPQ lo es externa e internamente con relación a las líneas 2H y QR que son paralelas (por la Prop. 28 del Lib. I). Por lo tanto, el ángulo QRG es igual al ángulo 2HG de 60 grados y la línea G2 puede ser prolongada hasta llegar a la línea QR en el punto 3. El punto 3 se prolonga indefinidamente hasta la línea 3-4 que es paralela a GH y en unión con ésta, se prolonga desde el punto Q hasta la línea recta Q-9. El punto 9, queda claramente ubicado en la línea 9-4 al igual que los puntos de la línea 3-9 que son paralelos. Se prolonga así Q4 hasta llegar a la línea HG prolongada desde algún punto S y esta prolongación H2 continúa hasta 4.

Describo en segundo lugar el triángulo RQS como equilátero.

Demostración: El ángulo QRS es considerado de 60 grados a causa de su construcción y las líneas 4-3 y GH son paralelas. El ángulo externo Q3-9 es igual al interno QRG de 60 grados y como de acuerdo a su construcción el ángulo Q9-3 es recto, entonces el ángulo 3Q9 es de 30 grados (por la Prop. 32 del Lib. I), porque el lado 9-4 es asumido como igual al 9-3 y 9Q es totalmente común al triángulo y el ángulo tensado (*contentus*) es recto por ambos lados (por la Prop. 4 del Lib. I), tanto por la base Q4 que es igual a la línea Q3 como por el ángulo Q4-9 que es igual al ángulo Q3-9, que como ya sabemos es de 60 grados. Queda el 4Q9 que es de 30 grados, como lo es también el otro, el 3Q9. Este triángulo Q4-3, que además es equiángulo, también es equilátero. Como la línea 4-3 y SR son paralelas y el ángulo externo Q4-3 es de 60 grados, también lo es QSR, que tendrá el mismo grado, excepto que el ángulo R sea de 60 grados, al igual que el ángulo RQS en la forma como ya ha sido aceptado. También el tercer S tiene otros tantos grados (por la Prop. 32 del Lib. I). Agregamos también que el triángulo SQR es equiángulo y consecuentemente equilátero.

Describo en tercer lugar las líneas HR y GS como iguales. *Demostración:* Las líneas H4 y R3 son paralelas a la líneas H3 y S4 porque el ángulo externo 3GH es igual al interno 4SH, en tanto que cualquiera de los dos es de 60 grados. De ahí deducimos que 4-3 es paralela -de acuerdo a su construcción- tanto a la línea SG como a HR de lo cual se obtienen dos paralelogramos. Naturalmente S43G y R34H son deducidos por la Prop. 34 del Lib. I, puesto que los lados opuestos son iguales; el lado 4-3 será igual al lado SG y de igual manera el mismo lado 4-3 en uno de los dos paralelogramos será igual al lado opuesto HR. Puesto que SG Y HR son iguales con uno de los tres 4-3 de cada uno, también serán iguales entre sí por el Axioma I.

CONSTRUCCIÓN

Dividimos la base GH en dos partes iguales en el punto M extendiéndose hasta el punto M igualmente, para estar en el medio de la base SR del triángulo mayor SQR con equivalencia a MG y MH son añadidas las igualdades SG y HR, permaneciendo pues, todas las igualdades MS y MR del mismo modo que se afirmó en los argumentos 9 y 8, en los cuales: o la línea recta [*normalis*] es inclinada hacia abajo, desde el punto Q hasta la línea SR, la cual caerá en el punto M. O ésta será levantada desde el punto M hacia arriba, la cual ha de atravesar por el vértice Q al igual que por el punto D, a causa de que son iguales los lados GD Y HD, por el mismo argumento 8 y 4, en donde son demostradas estas igualdades.

Confirmada esta conclusión, naturalmente la línea recta [*normalem*] inclinada hacia abajo desde el punto Q caerá en M, el cual es punto medio de la base GH en esta misma figura si es prolongada QH, pues estos dos triángulos SQG y RQH tienen el lado RQ igual al lado SQ por ser equiláteros. Y SG es igual a RH por lo dicho anteriormente. Y el ángulo tensado [*contentum*] es de 60 grados por ambos lados.

Así pues la base QR es igual a la base QG por la Prop. 4 del Lib. I de Euclides, pues el triángulo GQH es isósceles y con las perpendiculares inclinadas hacia abajo desde Q cae en el punto medio M de la base GH o elevado desde M atraviesa por los puntos D2Q por los vértices de los triángulos isósceles y equiláteros de uno de los dos como es demostrado en el LEMA 9.

Pasaremos entonces en la segunda parte a estudiar el triángulo rectángulo GQM porque es indudablemente de gran valor resolver este problema de todas la generaciones anteriores.

(SECCIÓN II)

NUEVO PROBLEMA.

En la proposición dada, desde el punto H se prolonga una línea recta hasta llegar a la línea GA en algún punto K, que es igual a aquel punto y así puede interceptarse con las líneas paralelas AI y AK, de manera que IK es categóricamente igual a la línea dada HA o CE.

Esta dificultad ha constituido el nudo gordiano de las generaciones anteriores, verdadera traba para los gigantes de la Geometría. Tengo ante a mi un problema hasta tal punto difícil, que siento inmensos deseos de tomarlo en mis propias manos y concluir con él. Y esto es lo que para mí representa el triángulo GQM de la PRIMERA PARTE de la construcción.

CONSTRUCCIÓN

Pues bien, en la línea mayor GA, tenemos a FK que es igual al lado QM y desde H se prolonga la línea recta HK.

Describo la línea obtenida HK y la parte IK de aquella, que es la que se intercepta entre la línea GK y la paralela AI para que sea igual a AH o CE.

Demostración: de estos dos triángulos GMQ y HFK, tenemos que el lado GM es igual al lado HF (por el Argumento 6) y el lado FK (por su construcción) es tomado como igual al lado MQ. Del ángulo tensado [*contenti*] con estos lados, tenemos que tanto GMQ como HFK (por su construcción) son rectos por ambas partes. Luego (por la Prop. 4 del Lib. I de Euclides), la base GQ es igual a la base HK y el ángulo FHK es igual al ángulo MGQ, al igual que el tercer ángulo FKH es tres veces el ángulo MQG.

Y puesto que el triángulo GDM es igual en todos los ángulos y lados con el triángulo HAF (como consta en el LEMA 6) unimos los dos por el ángulo recto de cada triángulo y el ángulo DGM sirve de base al ángulo QGM y si de manera similar substraemos el ángulo AHF del ángulo KHF, el ángulo KHA permanecerá igual al ángulo QGD y se obtiene el ángulo MDG con dos rectos, que tiene la línea MQ en el punto D. Del mismo modo FAH, si se substrae también los dos rectos que tiene la línea FK en el punto A, el ángulo GDQ permanece igual al ángulo HAK, puesto que las líneas GD y HA (por el LEMA 4) son iguales.

Así pues, por la Prop. 26 del Lib. I, los dos triángulos GDQ y HAK son iguales en tanto sus líneas y ángulos son semejantes. Y puesto que en principio el tercer ángulo DQG se comprueba como igual al ángulo AKH, por lo menos consideraremos a los dos triángulos GDO y HAI, cuyos lados GD y HA son iguales (por el LEMA 4 y de acuerdo a su construcción), al igual que al ángulo DGO que es el mismo que DGQ que son iguales al ángulo AHÍ o AHK y al otro ángulo GDO que por su construcción es recto, así como también al otro HAI por causa de sus paralelas HG y AI. Es en el LEMA 7 donde se prueba que AH es una línea recta [*normalis*] y lo mismo se hace en el LEMA 29 del Lib. I. Por consiguiente, cuando se tiene dos ángulos iguales a uno tercero también el tercero es igual (por las props. 32 y 26. del Lib. I). Por tanto, también son iguales los lados de cada uno de los otros con sus lados. Naturalmente el lado AI es al lado DO como de manera precisa el lado HI es al lado GO. Después, cuando todo el lado HK se demuestra como igual al lado GQ, a cada uno son igualmente restados GO y HI, los cuales permanecen iguales a IK y a CQ o OQ. Y de acuerdo a su construcción, GN es igual con HA o CE pues IK es igual a la línea HA o CE. Por consiguiente, se prolonga la línea HK desde el punto H llegando hasta la línea GA prolongada en el punto K, de tal forma que la parte IK se intercepta entre la paralela AI y la línea prolongada GA, para que sea categóricamente igual a la línea AH o CE, problema este que es preocupación de todas las generaciones.

Todo esto se confirma por los triángulos AIK y DOQ en los que sustraídos por los ángulos iguales GDQ y HAK, cada ángulo recto GDO y HAI permanece igual que los restantes ángulos QDO y KAI y también evidencian que OQD es igual al ángulo IKA. Y puesto que las líneas iguales de acuerdo a su construcción son iguales a MD y FA, DQ y AK permanecen iguales a causa de la Prop 26 del Lib. I. Estos triángulos tienen cada lado igual con los ángulos opuestos iguales entre sí. Y puesto que el lado OQ es opuesto al ángulo QDO, e IK se opone al ángulo KAI, se comprueba su igualdad. Sigue siendo el lado IK igual al lado OQ, esto es, con NG o HA o CE. Ahora me ocuparé de la línea HK, que es la propuesta.

CAPÍTULO IV

Habiendo encontrado en el capítulo anterior el punto K, a través de la línea HK, es posible encontrar las dos líneas medias proporcionales continuas, entre las que me agradaría hallar las dos líneas doblemente prolongadas en proporción geométrica.

Dada la línea CB o DA del cubo propuesto cuyo doble es AB, y el punto K encontrado desde el primer capítulo, conviene ahora encontrar las dos medias proporcionales entre la línea CB o DA y su doble AB.

CONSTRUCCIÓN

Encontrado el punto K en la línea prolongada GA, desde el punto K prolongamos hacia el punto B la línea recta KB que prosigue ulteriormente hasta llegar a la línea DC prolongada en el punto L.

Describo las líneas CL y AK, como líneas medias proporcionales continuas entre CB o DA y AB dadas en proporción geométricamente doble, hasta tal punto que CB, CL, AK y AB son proporcionalmente la misma continuación.

En la demostración hago hincapié en que las líneas CB y DK son paralelas en el triángulo DLK y la línea LC es a la línea CD como la línea LB es a la línea BK, también paralela por la Prop. 2 del Lib VI. Y por la misma, son paralelas BA y LD y también LB es a BK, lo mismo que DA es a AK, como lo es igualmente toda la línea CD en relación a su mitad ED, al igual que lo es toda la línea GA en relación a su mitad DA. Luego a causa de que la proporción es confusa en la Def. del Lib. V y lo es también en la misma proposición 23, del mismo modo lo será LC con CE, así como de GA con AK expuestas en la secuencia de los seis términos de la fórmula.

La relación de todas estas líneas con su mitad es convenientemente introducida por Euclides de manera natural; la primera es LC con la tercera CE, tal como la cuarta GA es con la sexta AK, de la misma forma que GA es a AK y también HI es a IK, porque en el triángulo GKH, AI y GH, son de acuerdo a su construcción, paralelas por la Prop. 2 del Lib. VI. Luego, así como HI es a IK, LC lo es con CE. Así también, de acuerdo a su construcción, CE es igual a IK y LC será igual con HI por la Def. 14 del Lib. V. De manera que, cada parte de cada uno es proporcionalmente igual a la parte de los demás. Así, toda la línea LE será igual a toda la línea HK, puesto que la línea DA es dividida en dos partes iguales en el punto F y por la Prop. 6 del Lib. II tiene añadida la línea AK. Entonces, el rectángulo que describe toda la línea DK y la añadida AK, es semejante a la unión del cuadrado AF y el cuadrado FK, que son iguales. FH será rectángulo sobre DK y KA semejante con el cuadrado AF y el añadido cuadrado FH, y de estos temas, únicamente el cuadrado AH con aquellos dos que son iguales -por la Prop. 47 del Lib. I- o con el cuadrado CE, que es igual para este. Este cuadrado rectángulo que es igual a los dos cuadrados KF y FH, es la base del cuadrado HK por la Prop. 47 del Lib. I o por la base del cuadrado LE que es igual al cuadrado HK, tal como ha sido probado. Pero también el rectángulo DL y LC es semejante al cuadrado CE (por la Prop. 6 del Lib. II), que es equivalente al cuadrado LE. Este cuadrado HK es entonces formado sobre DK y AK al mismo tiempo que el cuadrado CE, y además, es igual al rectángulo DL y LC, así como al mismo cuadrado CE, del que se obtiene el cuadrado común CE y además el rectángulo DL y LC permanece igual al rectángulo DK y AK por la Prop. 16 del Lib. VI, siendo la línea DL a DK como AB es a AK por la Prop. 4 del Lib. VI, al igual como AK es a LC y por lo mismo, como AB es a AK igualmente LC es a CB, luego AB será a AK como AK a LC y como LC a CB. Por esta razón AK y LC son medias proporcionales continuas entre AB y BC dadas.

CAPÍTULO V.

SECCIÓN I

ENCONTRADAS DOS LÍNEAS MEDIAS ENTRE DOS LÍNEAS DADAS, EN DOBLE PROPORCIÓN CONTINUA DUPLICARÉ EL CUBO DADO

(Figura 5)

Halladas las dos medias entre las dos líneas dadas, en doble proporción continua, se podrá duplicar el cubo dado. Sea la línea del cubo dado CB, cuyo doble es BA. Y por el CAPÍTULO IV sean encontradas las dos medias proporcionales LC y AK así como BC, LC, AK y BA, sean proporciones continuas o que lo contenga doblemente. Describo el cubo sobre la línea LC y el doble del cubo sobre la línea CB.

Demostración. En la Prop. 33 del Lib. XI, Euclides demuestra lo siguiente: los cuerpos sólidos de los cubos se hallan en triple proporción con relación a las líneas sobre las que se ha formado, porque la línea CB junto a la línea AB están en razón triple a las líneas CB y CL, tal como consta en el Capítulo IV.

El cubo sobre la línea CL es al cubo sobre la línea CB, como la línea AB es a la línea CB. Pero como la línea AB es puesta para ser el doble de la línea CB entonces el cubo sobre CL será el doble del cubo sobre la línea CB, con lo cual ha sido demostrado.

Sección II

Primera Proposición del Capítulo I

Demostración. La línea GO es naturalmente el lado del cubo que categóricamente contienen a los dos, el lado DA y el lado CB del cubo dado.

Por la segunda parte del CAPÍTULO III, consta que la línea GQ es igual a la línea HK y por la misma razón lo son cada una de sus partes entre sí, HI es igual a GO, así como IK es lo mismo que OQ. Por lo tanto, GN y HA o si se quiere CE, de acuerdo con su construcción y por los argumentos 1, 2 y 4, son todas iguales. Pero por la demostración del CAPÍTULO IV, también LC es Igual a HI por la Def.14 del Lib. V, tal como allí mismo se prueba. Luego también LC es igual a GO por el Axioma I. Por consiguiente, en la SECCIÓN I del CAPÍTULO V se demuestra que el cubo sobre la línea LC es el doble del cubo sobre la línea prolongada CB o CE o AD, las cuales son iguales con aquella. Luego también el cubo sobre GO, puesto que es igual a LC, será el doble del cubo formado sobre CB o bien CE o AD, lo cual queda demostrado.

DUPLICACIÓN DE LA ESFERA

Pido atender al modo como se duplicó anteriormente el cubo, pues del mismo modo se duplicará cualquier esfera si entre el diámetro de las esferas dadas y el doble de ellas, son halladas las dos medias proporcionales. En efecto, las esferas son interceptadas en razón triple de sus líneas y del cubo, tal como se demuestra en la Prop. 18 del Lib 12 de Euclides.

También en los paralelepípedos (*parallelepipesis*) y entre los restantes cuerpos sucede lo mismo cuando se duplican. Del mismo modo se da entre cualquier lado homólogo y su doble. Si pones atención, cada dos medias tendrás lados homólogos de los cuerpos duplicados y por los lados dados del cuerpo los lados restantes estarán en relación proporcional al lado encontrado.

CAPÍTULO VI

COROLARIO DE TODO LO QUE HASTA AQUÍ HA SIDO DEDUCIDO Y DEMOSTRADO CLARAMENTE

COROLARIO I

(figura 6)

Hallado el punto O se prolonga la línea OA. Describo el cubo sobre OA para ser el doble del cubo sobre DA o CB.

Demostración. En el ARGUMENTO IV del CAPÍTULO II, consta que GD y DA son iguales, luego los triángulos GDO y ADO tienen el lado GD igual la lado DA y el lado DO común por ambos lados, y además tenso el ángulo recto (*contentum*) GDO que lo es de acuerdo a su construcción como también lo es ADO, entonces por la Prop. 4 del Lib. I, la base GO es igual a la base AO y puesto que el cubo sobre GO es el doble del cubo sobre DA, tal como es probado en el CAPÍTULO V, SECCIÓN II. Luego también el cubo sobre AO será el doble del cubo sobre DA.

COROLARIO II

(Figura 6)

En efecto, la línea recta GA y el círculo GO2 son prolongadas hasta que coincidan en el punto Y.

Describo AY como igual a GD o DA hasta tal punto que toda la línea GY es dividida en tres partes iguales: GD, DA, AY.

Demostración. Puesto que la línea HF se prolonga desde el centro H mediante una línea recta (*normaliter*) hasta la línea GY, de acuerdo a su construcción la prolonga hacia la circunferencia en el punto 2, y tanto la línea recta GY en el punto F como el arco GO2Y en el punto 2, son divididas en dos partes, de acuerdo a la Prop. 3 del libro III de Euclides. Y la línea GF resulta igual a la línea FY; y como de acuerdo a su construcción DF es igual a FA, entonces de las igualdades GF y FY se obtienen las igualdades DF y FA de la restantes GD y AY que permanecen iguales por el Axioma 2. Y puesto que por el ARGUMENTO IV del CAPÍTULO II, DA es igual a GD y GD es lo mismo que AY, luego toda la línea GY es dividida en tres partes iguales en los puntos D y A.

COROLARIO III

(Figura 6)

Describo todo el arco GO2Y, el cual es el tercio del círculo, es decir, de 120 grados. Y la línea recta GY es el lado del triángulo regular inscrito en el círculo cuyo semidiámetro es HG o H2.

Demostración. Por el corolario anterior consta que la línea recta H2, para ser dividida en dos partes iguales en el punto 2, el arco GO2Y y el arco G2 deben ser iguales al arco 2Y. Y como el arco G2 es opuesto al ángulo del centro GH2 del triángulo equilátero, tal como es probado en la PARTE I del CAPÍTULO III y hasta que se prolongue HY también el ángulo 2HY será igual al ángulo GH2, puesto que el arco G2 y 2Y son iguales por la Prop. 26 del Lib. III y 33 del Lib. VI. Y también serán iguales los ángulos junto al centro H. Y puesto que el primero en el triángulo equilátero es de 60 grados, el otro será igualmente de 60 grados, de modo que todo el arco GO2Y es de 120 grados, el cual es la tercera parte del círculo, y la recta GY es el lado del triángulo regular cuyo semidiámetro es HG o H2.

En efecto, para quienes ya han comprobado lo que he dicho, claramente resulta deducido el nuevo, y por qué no decirlo, incógnito Teorema.

PROPOSICIÓN TEOREMÁTICA

(Figura 6)

En cualquier círculo, prolongado un lado del triángulo regular descrito se une la tercera parte de sus lados al arco del círculo, de manera que los arcos restantes serán construidos prolongando ambas bases y cortando sus lados en dos partes iguales. De acuerdo a su construcción, el cubo formado sobre esta base, es el doble del cubo formado sobre la tercera parte del lado del triángulo regular descrito.

Demostración. La línea prolongada OT, se muestra igual y paralela con DA en la secuencia dada.

A través del punto central H, se prolonga una línea cualquiera como SHR, paralela con GY, la cual se prolonga de manera continua hacia la línea OD en cualquier punto S. De manera similar se prolonga la línea TA, hasta construir la línea SH en el punto R. Y porque las líneas OS y TR, de acuerdo a su construcción son paralelas, similarmente las líneas AD y SR, también de acuerdo a su construcción, son paralelas. La figura ADSR es el paralelogramo y sus lados opuestos son naturalmente iguales a AR con DS e igualmente AD con SR, por la Prop. 34 del Lib. I. Y porque los ángulos ODA y TAD de acuerdo a su construcción son rectos, también los ángulos DSR y ARS serán rectos. En efecto, los ángulos interno y externo son iguales por la Prop. 29 del Lib. I. Igualmente son rectos los ángulos SDA y RAD, por la Prop. 13 del Lib. I, puesto que el ángulo adyacente es recto.

Finalmente, puesto que de acuerdo a su construcción los ángulos junto a F, son rectos, también la línea FH es paralela con DS, por la Prop. 29 del Lib. I, y DFHS y AFHR son paralelogramos rectángulos y FD será igual a HS y AF igual a RH , por la Prop. 34 del Lib. I, sobre los lados opuestos. Además, porque AF de acuerdo a su construcción es igual a FD, también SH será igual a la línea HR, de la cual se obtiene íntegramente el círculo GOTY. Y las líneas OS y TR serán prolongadas hasta que las periferias sean construidas en la parte opuesta del círculo. Y puesto que la distancia con el centro H es igual, porque las líneas rectas (*normales*) HR y HS son iguales, ambas líneas serán iguales entre sí por la Prop. 13 del Lib. III (*tertij*) y porque ambas son construidas en S y R en línea recta, (*normaliter*) por la Prop. 3 del Lib. III, la otra es dividida en partes iguales. Y como todas son iguales, la mitad de éstas, SO y RT, también serán iguales. Así son sustraídas cada igualdad SD y AR, permaneciendo iguales a las restantes DO y AT. Y como son iguales y paralelas, a éstas se les añade AD y TO, que serán también iguales y paralelas debido a la Prop. 33 del Lib I. Además TO será igual a la tercera parte del lado del triángulo descrito y será siempre igual al arco que divide, de acuerdo a la Prop. 27 del Lib. III. De otra parte, los dos triángulos ODG y TAY tienen -como ya ha sido probado- el lado OD igual al lado TA y el lado DG igual al lado AY, por el COROLARIO II, siendo el ángulo tensado (*contentus*) recto por ambas partes. Luego por la Prop. 4 del Lib. I, la base GO es igual a la base YT, como innegablemente lo es el arco GO al arco YT, así como todo el arco YTOG es extraído por su base, del mismo círculo en que ha sido colocado. El cubo será el sustento de uno de los dos: GO o YT y el doble del cubo será la tercera parte del lado del triángulo descrito. Lo que queda demostrado.

Conviene colocar esto mismo en los títulos de las proposiciones acerca de cada tercera parte de los lados del triángulo descrito y el otro arco de la periferia dividida sea unida para formar el cubo, así como sobre los dos sustentos mayores sean construidos cada uno de estos dos cubos y así serán iguales a los cuatro cubos restantes. Por lo tanto, es evidente que cada cubo mayor es igualado con los dos menores, como queda demostrado.

ÚLTIMO PROBLEMA

(Fig. 7)

DADO EL CUBO, FÁCILMENTE PODREMOS HALLAR SU LÍNEA DUPLICADA

Si además de la línea DA del cubo dado, exhibimos aquella línea que es el doble de la del cubo, con ello únicamente se irá trazando un círculo cuya consecuencia se evidencia por la Prop. I de Euclides.

Construcción. Desde el centro A, con la distancia AD de la línea dada, se prolonga el círculo HD2. Del mismo modo, se forma un círculo con el ya hallado centro D prolongando a través de A otro círculo HA2, prolongándolo hasta la línea H2 a través de H. Y la intersección de los 2 círculos, cortará en F la línea DA. Y por lo mismo, prolongada la línea AD, DG es igual a AD. Y como el centro F no varía al trazar el círculo descubierto, se prolonga el círculo ZE en la línea secante AD en Z. Y por el mismo descubierto centro Z se prolonga el círculo FE; así como E en el punto de intersección de estos círculos se prolonga hasta la línea DE, con todos los cuales se trazará únicamente un círculo erigido con intervalos desde el centro H, cuya distancia H2 prolonga el círculo 2O, el cual corta la línea DE en O y prolonga la línea OA.

Describo la línea OA, que es igual al lado del cubo, la cual es el doble del cubo dado sobre de la línea DA.

La demostración se muestra fácil, pero para elucidarla claramente, prolongo la línea HG y HA y la línea DA del cubo dado, que se divide en dos partes iguales en el punto F, tal como se muestra en el Lib. I de Euclides. Y como AH es igual a AD (por la CONSTRUCCIÓN de la Fig. 1 de este Tratado), obviamente la línea DE, es una línea recta (*normalis*) como ZF (por la Prop. 11 del Lib. I). De acuerdo con esto, D es el punto medio de la base inclinada hacia arriba ZF, por lo que evidentemente es igual al lado del rectángulo inclinado hacia arriba, así como DG es igual a DA y HG (los mismos que en la Fig. 1 también lo eran); y puesto que H2 consta que es igual a HG (como ya ha sido probado en el Cap. 3, SECCIÓN I) para que el triángulo HG2 sea equilátero, la dirijo desde el mismo centro H para que forme un círculo sobre la línea H2 y sobre HG y la dirijo al mismo punto O para cortar el lado mayor DE. Finalmente, por el COROLARIO PRIMERO del CAPÍTULO VI, consta que las líneas GO y OA son iguales. Por lo tanto, sobre cualquiera de estas formaciones, también el cubo será el doble del cubo sobre DA. Lo cual queda demostrado.

EPÍLOGO

Finalmente amigo lector, paso a sintetizar este tratado. En él, sólo se ha mostrado el modo como duplicamos geométricamente el cubo y las dos medias proporcionales que he encontrado entre las dos líneas que siempre han sido dadas en doble proporción. Con mi reflexión aspiro a alcanzar la gloria de estar cerca al Padre de la luz, superior a todos y amo perfecto de todo (*Jac. Vers. 7)*, inmenso océano de ciencia desde el cual se derrama este don sobre mi relato. Así, volveré por el mismo camino recorrido desde el lugar donde existo. Y por más que algunos obtengan demostraciones en alguna otra proporción, esta pequeña obra quiere animar en primer lugar –no por la fuerza sino por mi edad ya madura- a los más viejos a fortalecer sus ánimos frente a los obstáculos puestos y con ello evitar caer en la incertidumbre de la vida. En consecuencia, esta pequeña obra servirá principalmente a los amantes de las matemáticas, como una actitud crítica a la manera como ha sido tratada la dificultad, recorriendo los mismos caminos ya aplicados, estimulando con este nuevo ímpetu el ánimo para que se esfuercen con mayor esmero en el amplio campo de la multiplicación de los sólidos. Tan rústico era dicho camino desde los tiempos de Platón, que el ingreso no estaba abierto ni a las águilas de los genios. Por eso, para que haya acceso, como otrora los silbos de Eneas en los campos elisios, ofrezco a todos este *Ramo* frondoso –si no dorado- de mi rústica encina:

Tal era la apariencia de oro frondoso en la tupida encina...

Y ciertamente era tan tupida, que nadie pudo descubrirla a lo largo de todos los siglos. Pero aquella que la musa de Marón llamó tupida, Ovidio en su *Metamorfosis* la llama *Ramosa*:

Ramosa miró desde la encina **...**

Así pues, recibe este *Ramito* ofrecido benévolamente por *Ramón,* de forma que abra un camino para cultivar esta selva. Cualquiera que alcanzare este lauro en otra forma análoga, lo llevará por corona y triunfará conmigo, entregándole con nuevo aplauso el follaje de este ramo en lugar de hierba. Con el oráculo de Arado.

Júpiter entregó el saber al hombre, pero muchas cosas quedan y permanecen aún ocultas, las que, cuando Júpiter quiera, él mismo enseñará.

FIN

A Dios, la alabanza, desde siempre y para siempre.