Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

Aplicación de materiales didácticos demostrativos y aprendizaje de la matemática en estudiantes - carrera profesional de Educación Primaria - UNASAM - Huaraz, 2017

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster en Educación con mención en Docencia Universitaria

AUTOR

Marco Niels GONZALES ROMERO

ASESOR

Dr. Abelardo Rodolfo CAMPANA CONCHA

Lima, Perú

2021

Referencia bibliográfica

Gonzales, M. (2021). *Aplicación de materiales didácticos demostrativos y aprendizaje de la matemática en estudiantes - carrera profesional de Educación Primaria - UNASAM - Huaraz, 2017*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios

Datos de autor	
Nombres y apellidos	Marco Niels Gonzales Romero
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	44271706
URL de ORCID	No aplica
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	Abelardo Rodolfo Campana Concha
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	10372562
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0002-1098-9508
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	Hernando Díaz Andía
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	06045204
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Carlos Alberto Giles Abarca
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	09279470
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	Freddy Jesús Huamani Arredondo
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	09049353
Miembro del jurado 3	
Nombres y apellidos	César Daniel Escuza Mesías
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	40818404

Datos de investigación	
Línea de investigación	E.3.5.1. Investigación e innovación
Grupo de investigación	Currículo, Didáctica de la Matemática Universitaria - CDMU
Agencia de financiamiento	Sin financiamiento.
Ubicación geográfica de la investigación	Edificio: Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" UNASAM País: Perú Departamento: Ancash Provincia: Huaraz Distrito: Independencia Urbanización: Shancayan Manzana y lote: 10- 21 Calle: Universitaria Latitud: -9.517850990069768 Longitud: -77.52456056629887
Año o rango de años en que se realizó la investigación	Julio 2016 – diciembre 2016 2018 - 2020
URL de disciplinas OCDE	Educación general http://purl.org/pe-repo/ocde/ford#5.03.01 Matemáticas aplicadas http://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.01.02

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Educación
UNIDAD DE POSGRADO

ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL N° 81-DUPG-FE-2021-TR

En la ciudad de Lima, a los 15 días del mes de diciembre de 2021, siendo las 9:30 am., en acto público se instaló el Jurado Examinador para la Sustentación de la Tesis titulada: **APLICACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS DEMOSTRATIVOS Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES -CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA -UNASAM - HUARAZ, 2017,** para optar el **Grado Académico de Magíster en Educación con mención en Docencia Universitaria.**

Luego de la exposición y absueltas las preguntas del Jurado Examinador se procedió a la calificación individual y secreta, habiendo sido evaluado **BUENO**, con la calificación de **QUINCE (15).**

El Jurado recomienda que la Facultad acuerde el otorgamiento del **Grado Académico de Magíster en Educación con mención en Docencia Universitaria** al Bach. **MARCO NIELS GONZALES ROMERO.**

En señal de conformidad, siendo la 10:43 a.m. se suscribe la presente acta en cuatro ejemplares, dándose por concluido el acto.

Dr. HERNANDO DÍAZ ANDÍA
Presidente

Dr. ABELARDO RODOLFO CAMPANA CONCHA
Asesor

Mg. CARLOS ALBERTO GILES ABARCA
Jurado Informante

Dr. FREDDY JESÚS HUAMANI ARREDONDO
Jurado Informante

Dr. CÉSAR DANIEL ESCUZA MESÍAS
Miembro del Jurado

DEDICATORIA

A mi madre por su apoyo incondicional, y por su esfuerzo incansable para salir adelante.

A mi padre, por sus consejos y su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

A mi alma mater la universidad "Santiago Antúnez de Mayolo", al asesor Abelardo Rodolfo Campana Concha, al Decano de la Escuela profesional de Educación, al docente del curso de Matemática, a la muestra por su valioso apoyo para alcanzar los fines de la investigación.

Y todos los demás que apoyaron en la realización de la presente.

INDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

El objetivo del estudio fue: Demostrar los efectos que tiene el empleo de materiales demostrativos por parte del docente universitario y como esté influye en el aprendizaje de las propiedades geométricas (matemática) en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la Facultad de Ciencias sociales, Educación y de la comunicación (FCSEC) de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo” (UNASAM).

Los métodos de investigación empleados fueron: el método inductivo, deductivo y analítico. El diseño del presente trabajo de investigación es Cuasi-experimental con grupo de control y grupo experimental no idénticos; un grupo de control y el otro experimental. La prueba de hipótesis se realizó con la T-Student. El producto de la investigación fue que el uso adecuado de materiales didácticos demostrativos en las sesiones de clase mejoran el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la Facultad de Ciencias sociales, Educación y de la comunicación de la Universidad Nacional “Santiago Antúnez de Mayolo”. Con lo cual se concluye que la aplicación de Materiales didácticos demostrativos es importante en las sesiones de clase, por que mejoran significativamente los aprendizajes matemáticos en los estudiantes; además dichos materiales por su contenido demostrativo de las propiedades matemáticas, favorecen un aprendizaje más duradero y no memorístico.

Palabras clave: Didáctica, materiales didácticos, argumentación, razonamiento, demostraciones.

ABSTRACT

The objective of the study was: To demonstrate the effects that the use of demonstrative didactic materials has on the learning of mathematics in the students of the professional school of primary education of the Faculty of Social Sciences, Education and Communication (FCSEC) of the National University. "Santiago Antúnez de Mayolo"(UNASAM).

The research methods were: the inductive, deductive and analytical method. The design of the research is quasi-experimental with non-equivalent control groups; one control group and the other experimental. The hypothesis test was carried out with the T-Student. The results of the hypothesis test showed that the adequate use of demonstrative teaching materials in the class sessions improves the learning of mathematics in the students of the professional school of primary education of the Faculty of Social Sciences, Education and Communication of the National University "Santiago Antúnez de Mayolo". With which it is concluded that the application of demonstrative didactic materials is important in the class sessions, why it improves the mathematical learning in the students; in addition to the said materials for their demonstrative content of mathematical properties, favoring a more durable and non-rote learning.

Keywords: Didactic, didactic materials, argumentation, reasoning, demonstrations.

INTRODUCCION

El presente trabajo de investigación describe los objetivos, plan y el desarrollo de la estrategia del uso de materiales didácticos demostrativos, llevado a cabo por el académico de la escuela de pos grado de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Sr. Marco Niels Gonzales Romero; profesor de Matemática para la obtención del título de Magister en "Docencia Universitaria".

Esta tesis viene a ser una propuesta innovadora para el trabajo en el aula con materiales didácticos físicos y sencillos, y por ello manipulables, que están orientados específicamente a desarrollar la capacidad de razonamiento, demostración y argumentación frente a los objetos matemáticos y sus propiedades que se enseña al estudiante directamente para que lo memorice y lo aplique en los ejercicios sin someterlas a un análisis del porqué de sus afirmaciones en el nivel superior en general.

Este tema de la tesis nace por la idea de mejorar el aprendizaje de los estudiantes hacia la matemática, hacerlo más significativo, generar el interés para los alumnos hacia la matemática, no sólo resolviendo problemas haciendo uso de sus propiedades, sino además demostrando el porqué de las mismas, llevando así al estudiante al verdadero origen e importancia de las matemáticas.

Para poder alcanzar nuestros objetivos de la investigación, se ha usado la metodología basada Investigación Científica Explicativa a través de la relación causal de dos variables, la demostración con materiales didácticos como variable independiente, y el aprendizaje de la matemática como la variable dependiente. El diseño es el Cuasi Experimental con grupos no equivalentes.

A continuación se resume el contenido de los capítulos de la tesis:

El **capítulo I**, abarca el problema, su descripción, planteamiento y la formulación, así como los objetivos, la justificación, el marco teórico referencial, los antecedentes, las hipótesis, la metodología de la investigación, las técnicas e instrumentos de recolección de datos y la presentación del análisis e interpretación de datos.

En el **capítulo II,** Sustento teórico, teorías de la variable independiente y de la variable dependiente.

Y por último en el **Capítulo III,** los resultados, la comprobación y el análisis de las hipótesis, la descripción del trabajo de campo, su presentación y análisis de datos, así como la discusión de resultados y adopción de decisiones. En la parte final las conclusiones, recomendaciones y los anexos.

EL TESISTA.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1.1 FUNDAMENTACION DEL PROBLEMA

La educación superior que se brinda en el área de matemática a los estudiantes de segundo ciclo de la escuela académica "Primaria Educación Bilingüe Intercultural" de la FCSEC – UNASAM; se realiza aún de forma tradicional, no se involucra al estudiante en su propio aprendizaje, y también se observa que el docente universitario no usa materiales didácticos innovadores, creativos y que sean elaborados por el docente para que despierte el interés del estudiantado hacia el tema de estudio; los materiales ayudan a que el aprendizaje de las propiedades de la matemática sea más significativo y valioso para los que aprenden. En las aulas universitarias se sigue dando énfasis a la enseñanza memorística y pasiva de las propiedades matemáticas, mostrando a la matemática como una ciencia acabada que hay que aceptarla tal como está en los textos ya demostrada y con nada nuevo que aprender, por ello aburrida, cansada y poco entendible.

Todo ello, sumado a la falta de innovaciones didácticas para la mejora del servicio educativo en esta universidad, ha conllevado a que los alumnos tengan un bajo aprendizaje, a pesar de que los alumnos sean empeñosos y colaboradores en el proceso de aprendizaje. Esto se ha podido corroborar a través del registro de notas de la Facultad de Ciencias Sociales, Educación y Comunicación de la UNASAM.

Los estudiantes en su mayoría obtienen un aprendizaje superficial, con poco sentido hacia el contenido matemático que se enseña, trayendo como consecuencia un aprendizaje intrascendente y poco duradero, debido, además de los problemas antes mencionados, a que no se les enseña el verdadero sentido de las propiedades matemáticas, de dónde se originan, o porqué son ciertas, o como se podría demostrar tales propiedades.

Muchos docentes no valoran este importante aspecto. Mayormente el dictado de las clases se da en forma rutinaria, enseñando a la matemática como una ciencia ya formulada y terminada; que sólo debe aceptarse pasivamente y no discutirla, sin dar oportunidad a los estudiantes a que experimenten y participen en el descubrimiento autónomo y crítico de los fundamentos de la matemática, a través de medios como los materiales didácticos, que elaboren sus propios materiales de manera creativa y significativa, y así dichos materiales podrán ofrecer muchos beneficios educativos significativos.

Los materiales didácticos pueden optimizar la capacidad de Demostración de axiomas, propiedades matemáticas, puesto que en un material tangible bien elaborado nos ayudará a manipular, observar, interpretar y a argumentar un postulado matemático, que con ese fin fue elaborado. La demostración es el base de la misma matemática, tal como lo señala Hanna y Jahnke, "*la demostración es una característica más importantes de la matemática y como tal debería ser un componente clave de la educación matemática*".

En el tipo de educación que predomina en la escuela académica "Primaria Educación Bilingüe Intercultural" de la FCSEC – UNASAM se da poca o ninguna importancia a las demostraciones de las propiedades y teoremas matemáticos no se trata ni se discuten en clases además tengo que incidir que también hay poco uso de materiales didácticos planificados, novedosos y significativos en las sesiones de clase, como también la falta de innovación por parte de los docentes para ello, que estén orientados y dirigidos para las demostraciones. Todo esto no hace posible un aprendizaje valioso para los estudiantes de la matemática y su respectiva aplicación en la resolución de problemas.

De seguir este problema los estudiantes tendrán un aprendizaje deficiente, desmotivado, poco interesados a las cuestiones matemáticas y con un concepto equivocado de lo que es la matemática en sí.

Para solucionar este problema se debe dar mayor importancia a las demostraciones y argumentaciones en matemáticas para que éstas dejen de ser memorísticas y sin sentido para los estudiantes. Los medios para mejorar las mencionadas capacidades podrían ser los medios informáticos y digitales, pero también los materiales didácticos concretos, debido a que son más accesibles, manipulables, naturales y más económicos, acorde a la realidad de los estudiantes de la escuela académica “Primaria Educación Bilingüe Intercultural” de la FCSEC – UNASAM.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.2.1 PROBLEMA GENERAL

¿Qué efectos tiene el uso de los materiales didácticos demostrativos en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?

1.2.2 PROBLEMAS ESPECÍFICOS

1. ¿En qué medida la manipulación de materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables influye en la capacidad de matematizar situaciones en los alumnos de la escuela

profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?

2. ¿Cómo afecta la elaboración de materiales concretos demostrativos en la capacidad de razonar y argumentar, generando ideas matemáticas en los alumnos de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?

3. ¿Qué importancia tiene la demostración a través de materiales concretos en el desarrollo de la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en los alumnos de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?

1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 OBJETIVO GENERAL

Demostrar los efectos que tiene el uso de los materiales didácticos demostrativos en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la FCSEC UNASAM – 2017

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Explicar en qué medida la manipulación de materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables influye en la capacidad de matematizar situaciones en los alumnos de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017

2. Evaluar los efectos de la elaboración de materiales concretos demostrativos en la capacidad de razonar y argumentar, generando ideas matemáticas en los alumnos de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017

3. Verificar la importancia que tiene la demostración a través de materiales concretos en el desarrollo de la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas de los alumnos de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM – 2017

1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El siguiente trabajo de investigación busca que los estudiantes universitarios aprendan las matemáticas de forma significativa, coherente y crítica; mejorando sus capacidades matemáticas y el concepto que tienen ellos acerca de la matemática. Como también fortalecer las capacidades de las matemáticas que son el Razonamiento y Demostración mediante actividades planificadas con materiales didácticos. Este propósito se podrá alcanzar en la medida en que otras investigaciones se orienten en la misma capacidad mencionada, así como con el apoyo de las autoridades de las instituciones superiores, los docentes y los padres de familia. La demostración matemática es muy importante en la formación de los futuros profesionales en educación porque desarrolla en ellos la argumentación, la creatividad, la imaginación, el análisis crítico y profundo del razonamiento como se menciona en el marco teórico. Se busca que los estudiantes desarrollen esta capacidad a largo plazo y de forma efectiva en su vida.

1.5. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS:

1.5.1. HIPÓTESIS GENERAL:

Si se utiliza adecuadamente los materiales didácticos demostrativos en las sesiones de clase mejorará el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la FCSEC UNASAM - 2017

1.5.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS:

1. A través de la manipulación de materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables mejorará la capacidad de matematizar situaciones en los alumnos de la escuela profesional de Educación primaria de la FCSEC UNASAM - 2017

2. Si en las sesiones de clase se elaboran materiales concretos demostrativos entonces mejorará la capacidad de razonar y argumentar, generando ideas matemáticas en los alumnos de la escuela profesional de Educación primaria de la FCSEC UNASAM - 2017

3. La demostración a través de los materiales concretos, por ser más accesible, sencilla, motivadora y apropiada que la demostración formal, desarrolla la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas de los alumnos de la escuela profesional de Educación primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?

1.6. IDENTIFICACIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

1.6.1 VARIABLE INDEPENDIENTE:

Materiales Didácticos Demostrativos.

1.6.2 VARIBLE DEPENDIENTE:

Aprendizaje de la matemática.

1.6.3 VARIABLES INTERVINIENTES Y SU CONTROL:

- Docente
- Motivación
- Cansancio
- Subjetividad del Investigador

1.7. Metodología

1.7.1. Tipo de investigación

Revisando el aporte de Mejía (2013), el trabajo ha sido estandarizada como sigue:

- La investigación es científica, por sus conocimientos y sustentos teóricos antes de la investigación.
- Es Factual o empírica; por la naturaleza de su objeto de estudio ya que se basa en hechos reales del contexto donde está inmerso el estudiante.
- Es aplicada de diseño cuasi experimental causal, por la pregunta planteada que relaciona dos variables. Ya que tiene como objetivo dar al problema planteado y puntualizado los fundamentos conceptuales y teóricos.
- Con Diseño de grupo de control no equivalentes: para este diseño se requiere dos grupos, G_1 y G_2; a continuación se les

somete a una pre prueba O_1 y O_3, luego se aplica la variable: Materiales Demostrativos al grupo experimental, para posteriormente evaluar a los dos grupos con la pos prueba O_2 y O_4.

$$\frac{G_1 \quad O_1 \quad X \quad O_2}{G_2 \quad O_3 \qquad\quad O_4}$$

Siendo el grupo experimental representado por G_1, y el grupo de control por G_2. La aplicación de la variable representada con "x".

- La investigación es de causa-efecto cuasi experimental, por el método de contrastación de hipótesis, teniendo en cuenta que se presentará a los dos grupos de estudiantes de la carrera de Educación primaria, a una pre prueba de la variable dependiente, para luego implementar a uno de los grupos con la variable Materiales demostrativos y finalmente realizar una pos prueba para la obtención de datos de la variable dependiente y luego proceder a comparar los resultados del pretest y postest.
- Es cuantitativa, debido que los datos que se obtendrán, que son notas.
- Es bivariada puesto se relacionan dos variables.
- Es de campo.
- Es primaria, por la naturaleza de sus datos.
- Es pragmática, ya que contribuirá a dar solución un determinado problema.
- Por la profundidad con la que se aborda el contenido es previa.
- Es transversal por el tiempo de aplicación en los salones de clase de la variable.

1.7.2. Operacionalización de las variables

Las variables han sido organizadas y sistematizadas como se detalla en las siguientes tablas.

Tabla 1: Variable 01: Materiales didácticos demostrativos.

VARIABLE INDEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADORES	SESION N°	CRONOGRAMA	INSTRUMENTO
APLICACIÓN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS DEMOSTRATIVOS	**Materiales concretos: Bloques de tecnopor**	Vivencian las propiedades matemáticas en el material didáctico concreto.	01	SETIEMBRE	Programa Encuesta
		Representacion de la clasificación de ángulos por material concreto.	02		
		Representacion de ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante por material concreto.	03		
		Representacion de las propiedades de los triángulos mediante material concreto.	04		
		Representacion de las propiedades adicionales mediante material concreto.	05		
		Representacion de las propiedades fundamentales de los cuadriláteros mediante material concreto.	06		
		Representacion de las propiedades fundamentales de los polígonos mediante material concreto	07		
	Elaboración de materiales concretos.	Diseño del material didáctico.	08	OCTUBRE	
		Propiedades intrínsecas de las figuras planas.	09		
		Dimensiones y longitudes adecuadas del material concreto.	10		
		Diseño y elaboración del material concreto: Propiedades de los ángulos consecutivos.	11		
		Diseño y elaboración del material concreto: Propiedad del serrucho.	12		
		Diseño y elaboración del material concreto: Suma de los ángulos internos y externos del triángulo.	13		
		Diseño y elaboración del material concreto: Propiedad del Sombrerito y del Pescadito.	14		
		Diseño y elaboración del material concreto: Propiedades de los Cuadriláteros.	15		
		Diseño y elaboración del material concreto: Propiedades de los Polígonos.	16		
	Importancia de los Niveles de demostración.	Las Propiedades matemáticas a través de los materiales concretos.	17		
		Sistema deductivo de axiomas, conceptos y teoremas.	18	DICIEMBRE	
		Demostraciones simples.	19		
		Deducción formal e informal.	20		

Fuente: Gonzales M. (2017)

Tabla 2: Variable 02: Aprendizaje de la Matemática.

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	VALORACIÓN/ PUNTAJE	INSTRUMENTO
Aprendizaje de la Matemática.	Matematiza situaciones	Identificar los datos, las variables, las relaciones de una situación problémicas que le permitan darle solución.	1, 2	2 Puntos por pregunta con respuesta correcta 0 Puntos por pregunta con respuesta correcta Intervalo de la nota de la prueba: [0;20]	Pre y pos test
		Empleo de modelos obtenidos en nuevas situaciones.	1,7		
		Valorar, comparar y revisar la validez del modelo desarrollado.	2		
	Comunica y representa ideas matemáticas.	Comunicación de ideas matemáticas	1,3,7		
		Lenguaje matemático	3,4		
		Conexión de diversas representaciones	2		
		Representaciones pictóricas.	4		
		Representaciones con material concreto.	9,10		
		Representaciones simbólicas.	3.4		
	Elabora y usa estrategias.	Empleo de estrategias, procedimientos y recursos	5		
		Resolución de problemas.	6,7		
		Plan de resolución de problemas	7		
		Procedimientos y estrategias y recursos considerando los materiales concretos.	10		
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	Empleamiento de formas de razonamiento: inductivo, deductivo y abductivo	7		
		Verificación de supuestos, conjeturas, hipótesis usando material concreto	8, 10		
		Planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis basados en la inducción.	9		
		Elaboración de conclusiones a partir de la manipulación del material concreto.	10		

Fuente: Gonzales M. (2017)

1.8. Población y muestra.

Población: La población de esté estudio está compuesto por dos grupos de estudiantes que cursan sus estudios universitarios, en la Facultad de Educación de la universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo de Ancash (UNASAM), en el semestre 2017-II; a los cuales se les aplicará una estrategia de enseñanza aprendizaje con materiales didácticos hechos en tecnoport con el propósito de conseguir aprendizajes significativos en la geometría (matemática). La muestra del estudio estuvo conformado por 47 estudiantes divididos en dos aulas.

N= 47 estudiantes

GC= 24 estudiantes

GE= 23 estudiantes

1.9. Confiabilidad de los instrumentos.

a) **Pre y Post pruebas**.- Que serán aplicados a los estudiantes para evaluar, analizar y evidenciar el nivel del logro de aprendizajes antes y después de la aplicación de los materiales Demostrativos.

El pre y post test constan de 10 ítems cada uno, los ítems de la prueba fueron concebidas para responder y evaluar las dimensiones de la variable Aprendizaje de la matemática y están organizados de la siguiente forma: los ítems del 1 al 4 evalúan los conocimientos matemáticos y uso de estrategias; los ítems 5, 6 y 7 evalúan el desarrollo del pensamiento autónomo y estrategias para resolver problemas; los ítems 8,9 y 10 evalúan la comunicación matemática y resolución de problemas matemáticos.

Se ha recurrido a la prueba de Alfa de Cronbach para medir el nivel de confiabilidad del instrumento del pre y pos test de la variable dependiente,:

Tabla 3: Fiabilidad pre y pos test

		N°	%
Casos	Válidos	10	100.0
	Excluidos	0	.0
	Total	10	100.0

Tabla 4: Estadísticos fiabilidad pre y pos test

Alfa de Cronbach	N° de elementos
.838	2

Los resultados obtenidos se aprecia en la tabla 6 respecto a la confiabilidad de los instrumentos (tabla validación de los expertos) el alfa de Cronbach resultó de .838 que representa en 83.8%. Se corrobora, el instrumento aplicado es de tendencia alta, conforme a la respuesta de la muestra.

b). La encuesta.- Se realizarán encuestas con el propósito de recabar información sobre la eficiencia, utilidad y opinión acerca de la variable independiente: la Demostración Matemática.

La encuesta consta de 11 ítems. Los ítems de la encuesta fueron concebidas para responder y evaluar las dimensiones de la variable Materiales didácticos demostrativos y están organizados como sigue: el ítems 1 evalúa el uso de materiales didácticos; los ítems 2, 3 y 4 evalúan conocimientos acerca de demostración matemática; los ítems 5, 6, 8 y 9 evalúan conocimientos del material didáctico demostrativo y finalmente los ítems 10 y 11 evalúan la importancia de los materiales didácticos demostrativos.

La confiabilidad de la encuesta fue medida por el programa SPSS Statistics, por medio el análisis de fiabilidad Alfa de Cronbach obteniéndose 0,923 este resultado nos muestra que la encuesta es "PERFECTA".

Tabla 5: Análisis de fiabilidad de la encuesta.

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,923	2

Fuente Gonzales (2017)

La validez de la encuesta se dio por expertos (ver tabla 6) conocedores de la metodología de investigación.

c) Observaciones.- Se empleará la observación participante directa con la finalidad de apoyar a los demás instrumentos de recolección de información, y así comprobar las hipótesis de la forma más objetiva posible.

1.10. Validación de los instrumentos.

El cuestionario y las pruebas fueron elaborados con el propósito de recopilar datos que validaran la presente investigación, por tanto han sido sometidos a juicio de expertos.

Tabla 6: Validación instrumentos expertos

N°	NOMBRE DE LOS EXPERTOS	VALORACIÓN VARIABLE INDEPENDIENTE	VALORACIÓN VARIABLE DEPENDIENTE

1	Dr. Moisés Huerta Rosales	92.00%	90.25%
2	Dr. Dany Paredes Estrada	90.75%	91.00%
3	Dr. Franco Espinosa Pérez	92.25%	91.25%
TOTAL		**91.67%**	**90.83%**

1.11. GLOSARIO DE TÉRMINOS:

- ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA:

Para Duval (2000) la argumentación matemática es una forma de razonamiento natural que está presente en el ser humano, que no se describe ni evalúa según los razonamientos lógicos convencionales. Es un pensamiento que no se subordina a constructos de la lógica, sino a constructos de congruencia. Es una forma de abstracción que se encuentra ligado al uso de la lengua natural. Además Duval (2000) señala que la argumentación está firmemente muy ligada a la justificación de una tesis o afirmación; en la justificación de un enunciado se tiene que desunir firmemente a la producción de pensamientos o ideas del examen de aseveración de los argumentos ofrecidos; una demostración no es una argumentación.

- DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA:

Duval (2000) menciona que una demostración no es otra cosa más que una argumentación esmeradamente realizada dentro de la lógica, que es indefectiblemente contundente.

Recio (2001) la demostración viene a ser un ordenamiento de enunciados sistematizados según reglas ya establecidas; el objeto de demostración es una verdad y por lo tanto obedece a criterios de validez.

- PRUEBA MATEMÁTICA:

Manrique (2012) la prueba matemática es un objeto sobresaliente del conjunto de praxis argumentativas; aceptada en lo profundo de una sociedad, o por un individuo, justificar el carácter verdadero de una proposición o la eficacia de una acción eso es realizar una prueba.

- CONJETURA MATEMÁTICA

Sáenz (2001) la conjetura son las observaciones hechas por las personas, situación donde se activa su razonamiento plausible que es su razonamiento demostrativo.

Polya (1990) dice: Es una situación en particular donde el estudiante observa los hechos, los analiza, los compara, encuentra un patrón y hace una afirmación, para posteriormente encontrar argumentos que la sustente.

- RAZONAMIENTO:

PISA (2003) Esta competencia incluye plantearse cuestiones propias de las matemáticas; conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones planteadas; distinguir entre diferentes tipos de enunciados, entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

Balacheff (1998) dice que el razonamiento es la actividad intelectual que realiza un individuo, de manipulación de informaciones adquiridas o dadas, para obtener nuevos conocimientos u información.

- APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Para Salvador (2000) el aprendizaje significativo es cuando el estudiante es capaz de relacionar las nuevas ideas con algún aspecto esencial de su estructura cognitiva, lo aprendido con lo nuevo por aprender. Es la persistencia de lo que aprende y la utilización de la información, contenidos en otros contextos y situaciones.

- MATEMÁTICA

NTCM (2000) Las matemáticas son un campo de estudio integrado; en un currículo coherente, base de las ciencias. Las ideas matemáticas están relacionadas y se construyen unas sobre otras.

Ibrid (1997) menciona que la matemática esta conformada por disciplinas, las que estudian las propiedades y relaciones de las figuras, los que trabajan con entes abstractos y los que analizan, sistematizan datos; todas con un nivel de abstracción y siempre relacionándose unas con otras.

- APRENDIZAJE REPETITIVO O MECÁNICO

Para Huerta (2001) este tipo de aprendizaje ocurre cuando el estudiante no entiende ni mucho menos comprende el significado real de lo que aprende. Lo hace de manera pasiva, mecánica, el aprendizaje se hace aburrido, no hay una vinculación entre el previo y el nuevo conocimiento con ello el aprendizaje su retención en muy baja, siendo un aprendizaje superficial poco trascendente.

- EDUCACIÓN

Díaz (2002) dice que la educación es esencialmente un proceso moral en las sociedades. La educación consiste en la actuación de todas las influencias consistentes e inconsistentes que forman el carácter y dan la dirección a los efectos.

- PENSAMIENTO

Para Sherin (2001) el pensamiento matemático implica identificar los aspectos más importantes de un problema para la resolución detallada de esté.

- METODOLOGÍA

Metodología para Rodriguez (2012) es un conjunto organizado de procedimientos, métodos, técnicas, etc. que se fundan en la psicología y son proponte a desarrollar la transmisión de conocimientos, de la manera más sencilla en función de los objetivos y competencias preestablecidas.

- DOCENTE

El docente para Freire (2003) es una persona preparada y capacitada con estudios superiores que ejerce, enseña y media una disciplina, asignatura o ciencia.

- ESTUDIANTE

Para Freire (2003) el estudiante es un individuo que recibe enseñanza sobre una materia, asignatura, ciencia o disciplina en particular en algún centro de enseñanza.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

El marco teórico de la investigación tiene como propósito encaminar y orientar a los problemas propuestos, relacionándolo con las definiciones y teorías actuales acerca de la Aplicación de Materiales Didácticos Demostrativos de las propiedades matemáticas en el logro de las competencias matemáticas de los futuros profesionales de educación Primaria de la Universidad pública Santiago Antúnez de Mayolo, el marco teórico se centra en 2 campos específicos: Currículo y Materiales Didácticos, aspectos que son base en el desarrollo de las competencias matemáticas de los nuestros estudiantes

Los antecedentes del presente trabajo se ha clasificado por su contexto en antecedentes internacionales y nacionales.

a) Antecedentes internacionales

Alvarado (2015), en su tesis doctoral, presentada a la Universidad de Salamanca (España), titulada: *“El estatus de la demostración matemática* *en el aula de una noción paramatemática al diseño de una ingeniería didáctica"*

Parte su investigación haciendo hincapié que en la curricula nacional no está considerada las demostraciones, en ninguno de los niveles de la educación: Inicial, primaria, secundaria y en la educación superior en poca medida; Alvarado desarrolla su investigación en base a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los primeros años de la educación universitaria; la demostración como concepto y proceso en el desarrollo de habilidades matemáticas, como parte esencial en el aprendizaje de matemática. El objetivo de su investigación es a través de una Ingeniería Didáctica enfocada en procedimientos lógicos, mejorar la comprensión de los contenidos matemáticos, apoyar en el análisis de los procesos mediante los cuales se construyen los conocimientos, se analiza el flujo de conocimiento que se dan dentro de un ambiente de clases, utiliza el trabajo colaborativo, provoca interacciones de los estudiantes y docente, compara situaciones en las que son apoyadas por el docentes con otras en las que no. Los estudiantes aprenden a realizar demostraciones sencillas, construyen su conocimiento argumentando y justificando afirmaciones, incorporan nuevas habilidades y aprenden a comunicar los resultados a los demás.

Alvarado obtuvo buenos resultados en su investigación aplicando las demostraciones como parte del currículo de la matemática para la reingeniería de la didáctica. Las demostraciones dentro del currículo es una propuesta para ver a la demostración como un objeto de estudio que nos permite apreciar y documentar el aprendizaje de la matemática, además nos ayuda a localizar dificultades, encontrar errores, a superar obstáculos y a aprender a argumentar las propiedades matemáticas.

Ángel Martínez Recio (2000) en su tesis doctoral presentada a la universidad de Córdova (Colombia), con el título *"Una aproximación epistemológica a la enseñanza y el aprendizaje de la demostración matemática".*

Concluye:

Los esquemas personales de los estudiantes acerca de demostración matemática parecen estar relacionados y vinculados a modos de argumentación informal, a conjeturas del modelo que trata de relacionar las dimensiones personales e institucionales de las matemáticas. Dándonos a conocer una relación entre significado y objeto, así los dos nos dan la argumentación explicativa, las pruebas empíricas-deductivas, las demostraciones deductivas.

En cuanto a las dificultades que tienen los estudiantes para la demostración, se evidencia como una dificultad los significados de la palabra demostración, la complejidad semiótica del proceso de demostrar axiomas matemáticos, de deficiencias, en cuanto a habilidades, presentes en los diferentes momentos del proceso de demostrar.

El conocimiento de estas cuestiones de sentido epistemológico no contribuye con soluciones rápidas al problema que tienen los estudiantes al momento de la demostración, pero si abre direcciones para investigar y poder encontrarlas.

Camargo Uribe L. (2011) en su investigación titulada *“El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría”*

Concluye:

En el área de la didáctica de la geometría actualmente, se asume la tarea de correlacionar los niveles de Van Hiele con la tipología de niveles de pensamiento de los estudiantes en diferentes niveles educativos y alertandonos sobre lo que ellos están en posibilidades de aprender. Las teorías de Piaget y de los esposos Van Hiele han servido de inicio para la observación, caracterización e identificación de los procesos matemáticos que se realizan en la actividad geométrica, tales como visualizar, representar, la conceptualizar y demostrar. Con respecto a la Demostración hay investigaciones que muestran que en la geometría se aplican los métodos experimentales y deductivos que enteractuan y que avanzan mutuamente. Las acciones matemáticas de lograr y verificar resultados mediante la experimentación y las acciones que llevan a la organizacion deductiva de dichos resultados.

Sánchez Freire (2014) en su tesis doctoral, presentado a la Universidad Nacional de Educación a distancia (España), titulado *"Iniciación a la demostración matemática en estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria y su incidencia en la resolución de problemas"*

La tesis doctoral tiene como problema la investigación de las didácticas de las Matemáticas en las que las demostraciones matemáticas tengan un papel relevante, puesto que favorecen a los estudiantes en los procedimientos para resolver problemas matemáticos. Se trata de una investigación cuasiexperimental, con grupo experimental y control, con el objetivo de averiguar si existían diferencias significativas y logros en la resolución de problemas matemáticos luego de la aplicación de la estrategia de iniciación en la demostración matemática y trabajo con las Tecnologías de la información y de la comunicación, por parte de los estudiantes del 3°secundaria. El autor hace hincapié en las demostraciones como una estrategia que mejorará las habilidades y destrezas de los estudiantes ya que dota de nuevas capacidades y formas de pensamiento y argumentación que son claves para la resolución de problemas matemáticos. La metodología fue de trabajar con dos grupos equivalentes, aplicando la variable Demostración en un grupo llamado Grupo experimental, luego comparo los resultados de este grupo con los resultados del otro grupo que no recibió las clases con la variable. Concluyendo que los resultados son notorios y satisfactorios en la aplicación de las demostraciones en clase para la mejora de las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Ángel Gutiérrez. (2002) en su investigación titulada *"Aprendizaje de la Demostración Matemática en Enseñanza Secundaria"*
Concluye:

Las habilidades en la comprensión y ejecución de demostraciones formales, son habilidades que la mayoría de estudiantes de secundaria no llegarán encontrar y necesitar para su vida, pero eso si, el docente debe conocer y enseñar las capacidades y habilidades necesarias y básicas que los estudiantes necesitan al momento de una demostración, porque sin esas habilidades el docente obtendría resultados contraproducentes, tales como el bloqueo de sus estudiantes, la fobia a las matemáticas. Entonces lo que es muy importante lograr en los estudiantes de secundaria es que entiendan la necesidad de demostrar en matemáticas, y el docente debe motivarlos a que realicen sencillas demostraciones de acuerdo a su destreza y habilidad matemática de sus estudiantes.

Sáenz Castro Cesar. (2001) "*Sobre conjeturas y demostraciones en la enseñanza de las matemáticas*" En este trabajo menciona que las refutaciones, conjeturas y pruebas constituyen el descubrimiento matemático escolar, en la enseñanza en el nivel secundario la energía no debe estar en enseñar una matemática ya finalizada, terminada o que son temas para los matemáticos profesionales esto es demostraciones y refutaciones, sino ellos deben aprender a realizar conjeturas y demostraciones sencillas, pruebas formales, métodos deductivos para la enseñanza de la matemática.

La investigación, surge del análisis y para comprender las dificultades conceptuales, didácticas y cognitivas del concepto de demostración y la observación de la practica escolar dentro de los salones acerca de las demostraciones.

Miyazaki M. (2000), en su trabajo de investigación "Levels of proof in lower secondary school mathematics". Educational Studies in Matematics" establece seis niveles entre las pruebas inductivas y las demostraciones algebraicas, en el ámbito de la lower secondary school en Japón (estudiantes entre 13-15 años). El autor considera que las pruebas inductivas y demostraciones comparten actores, objetos y objetivos. Siendo su investigación enfocada hacia la realización de demostraciones rigurosas, donde los enunciados son analizados de forma inductiva, para establecer relaciones algebraicas y posteriormente terminar en una formula.

b) Antecedentes nacionales

Calero (2011) en su trabajo titulado “El método didáctico de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de Matemática” presentada a la Universidad decana del Perú, relaciona la resolución de problemas y la matemática en la educación superior, su muestra los 80 estudiantes de un instituto superior. Una dificultad en la educación matemática de los estudiantes es la poca habilidad de resolver problemas, lo que muestra un bajo rendimiento académico. A partir del problema encontrado, Calero plantea una investigación cuasi experimental, con manipulación de la variable Método didáctico, desarrolla habilidades y capacidades para que sus estudiantes logren enfrentarse con éxito a los problemas propuestos. Los resultados que obtuvo fueron que el 83% obtuvieron las capacidades en la resolución de problemas, con lo que concluyo su investigación que el método didáctico de resolución de problemas si desarrolla las habilidades matemáticas.

Norabuena (2015) con su tesis titulada “La enseñanza problemática y su influencia en el logro de habilidades matemáticas en la resolución de problemas de álgebra” para optar el grado académico de Doctor en la UNASAM, Tuvo como propósito comprender en que medida la enseñanza problémico contribuye en e logro de habilidades en la solución de problemas de algebra en estudiantes del nivel secundario del colegio “NUESTRA SEÑORA DE LA ASUNCIÓN”, de la ciudad de Huaraz, esta estrategia tuvo el propósito de potenciar la habilidades matemáticas de los estudiantes utilizando como estrategia didáctica la enseñanza problémico. Donde la exposición problémico participativa, exposición de estrategias de resolución, uso del método cooperativo, uso de métodos heurísticos, la búsqueda parcial, favorecen e influyen en el desarrollo de la capacidad creadora y de su independencia cognoscitiva de los estudiantes.

Tumi (2008) con su tesis titulada “La educación matemática en las instituciones educativas de primaria rural” para optar el grado de Doctor en la UNMSM, Investiga en los colegios rurales del nivel primario de Puno, como se da la educación matemática, su eficacia en la resolución de problemas locales, en la comprensión por medio de la matemática de aspectos ligados a su cultura, los contenidos matemáticos y su enseñanza, el autor analiza las dos dimensiones de la educación matemática como son: la cognitiva y la epistemológica, los aborda con una metodología acción. Este estudio describe el rendimiento escolar en la prueba de matemática en niños de tercer y cuarto grado de instituciones educativas de primaria rural quechua con educación matemática intercultural bilingüe de Azángaro, tienen diferencias significativas comparando con otros estudiantes en las mismas condiciones y características de su contexto pero en colegios de una sola lengua, en español. Siendo muy significativas los aportes y resultados obtenidos en este estudio para reflexionar sobre las didácticas matemáticas para la enseñanza en el nivel primario.

Ortiz (2016), en su tesis titulada “Estilo de aprendizaje y rendimiento académico en el área de matemática en los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería de sistemas” trabaja con las variables estilos de aprendizaje y el rendimiento académico en matemática, su muestra lo constituyen estudiantes universitarios de la carrera de ingeniería de sistemas de la universidad de Andahuaylas. Es un estudio correlacional con diseño no experimental. El investigador inicia aplicando un cuestionario acerca de los estilos de aprendizaje, y para la variable dependiente utiliza una ficha de registro de calificaciones, llegando a la conclusión que existe una alta correlación entre sus dos variables; que depende mucho que los docentes se informen, conozcan y apliquen los estilos de aprendizaje de acuerdo con estudiantes y contenidos que están a su cargo.

Reyes (2016) con su tesis titulada “Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la especialidad de matemática” para optar el grado de magister en la UNMSM, Realiza un estudio correlacional entre las variables enculturación matemática y el rendimiento académico de estudiantes universitarios de la carrera profesional de matemática, con una población de 200 estudiantes y una muestra de 110. El investigador centra su investigación en los factores que favorecen a la poca cultura de la matemática y esté como afecta en el desenvolvimiento de los futuros profesionales de la matemática. Las conclusiones que llega Reyes son muy interesantes y abren caminos al análisis de como promover una enseñanza eficaz de las matemáticas en las aulas de educación superior.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. MATERIALES DIDÁCTICOS DEMOSTRATIVOS

Gonzales (2017) en la actualidad el aprendizaje de la geometría se viene implementando con el modelo de Van Hiele dentro de las aulas, bajo su pensamiento ordenado por la consecución de los niveles es posible el entendimiento y la comprensión de cómo se va adquiriendo las capacidades y habilidades necesarias en nivel y para pasar al siguiente nivel donde el estudiante va adquiriendo otras habilidades distintas que el nivel anterior; a continuación se desarrolla la teoría de Van Hiele.

2.2.1.1. TEORÍA DE LOS NIVELES DE VAN HIELE:

Fouz (2001) resume la Teoría de los Niveles de Van Hiele de manera fácil y coherente: Pasando por los niveles de pensamiento se desarrolla el aprendizaje de la geometría, estos niveles no están asociados a la edad del individuo, solo es alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente. El menor o mayor dominio de la geometría dependerá que un individuo frente a un nuevo tema geométrico a aprender pase de manera exitosa, pero al hacerlo el individuo ha tenido que pasar por todos los niveles anteriores. Además añade Fouz en los currículos abiertos cobra gran importancia la aplicación de los niveles de aprendizaje para una adecuada didáctica en la enseñanza de los contenidos geométricos, además por su secuencialidad ayudan en el diseño y planificación de las sesiones de clases.

Beltrametti, Esquivel, Ferrari (2003) La evolución del razonamiento geométrico viene hacer bien expuesta y detallada por el modelo de Van Hiele, además se expone la intervención del docente como agente mediador para ayudarlos a pasar de un nivel a otro de mayor complejidad. Es un modelo estratificado que comprende cinco niveles y dentro de cada nivel hay una secuencia de fases, que alcanzados permitirán el paso al siguiente nivel. Es secuencial ya que se parte de lo básico para llegar a un nivel más alto, es decir de un nivel "n-1" se pueden aprender ciertos contenidos de las figuras geométricas, en el nivel "n" ya se afirma que son conocidas los contenidos del nivel "n-1", además se observan y explican las relaciones implícitas del nivel anterior de esa manera aumenta el grado entendimiento del conocimiento.

Donosti (2001) señala que el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento y estos niveles son jerarquizados. Además señala Donosti en su libro "Structure and Insight" Van Hiele concluye que una persona es capaz, cuando ha logrado alcanzar un nivel superior de pensamiento, lo que significa que puede aplicar su conocimiento a nuevos objetos ya que posee un nuevo orden de pensamiento.

Para Sanchez (2013) los niveles de Van Hiele, el estudiante va alcanzando los niveles progresivamente, de un nivel inferior al superior, analizando la visualización en los estudiantes, se puede decir que es el observación de imágenes para obtener un concepto de ella; los estudiantes no tienen un concepto final de la imagen observada, no se orientan en el plano, poseen imágenes no apoyadas por las definiciones, su imagen es afectado por otros factores que no saben definir. Con una metodología de enseñanza adecuada y significativa estas cuestiones se pueden resolver.

Fouz (2001), Pierre M. y Dina Van Hiele exponen por primera vez en su tesis doctoral leída en 1957, un modelo que explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y cómo es posible ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento. En su tesis proponen y sustentan su modelo basado en cinco niveles y en cada uno de los niveles provistos de fases que permiten analizar el aprendizaje de la geometría (matemática) los niveles de razonamiento de Van Hiele se denominan: Nivel 0: Básico, reconocimiento o visualización. Nivel 1: Análisis, Nivel 2: Deducción informal. Nivel 3: Deducción. Nivel 4: Rigor. Propuestas para guiar al docente en el diseño de las actividades de aprendizaje. En cada nivel de razonamiento los esposos Van Hiele presentaron cinco fases de enseñanza adecuadas para el progreso del estudiante en su aprendizaje de la geometría: Fase 1: Discernimiento. Fase2: Orientación dirigida. Fase 3: Explicación. Fase 4: Orientación Libre. Fase 5: Integración. Van Hiele (1986) señala que no hay un método único para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante unas actividades y enseñanzas adecuadas se pueden predisponer a los estudiantes a su adquisición.

Antes de señalar los niveles concretos del trabajo de Van Hiele, es importante señalar algunas ideas previas al modelo y referidas a los estudiantes que basadas en la experiencia del trabajo con ellos y ellas Van Hiele, marcan el diseño de su modelo. En la base del aprendizaje de la matemática hay dos elementos importantes uno el lenguaje utilizado y el otro la significatividad de los contenidos. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición van bien unidos al dominio adecuado del lenguaje y lo segundo que solo van asimilar aquello que se les es presentado a nivel de su razonamiento; si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo.

2.2.1.1.1. DENOMINACIÓN Y DESCRIPCIÓN

Van Hiele (1986) considera que son cinco los niveles y suelen nombrarse con los números del 1 al 5,no obstante en los artículos y trabajos de investigación es más frecuente encontrarlos enumerados del 0 al 4. Estos niveles son los siguientes:

I. Visualización o reconocimiento: Nivel 0.

II. Análisis: Nivel 1.

III. Ordenación o Clasificación: Nivel 2.

IV. Deducción formal: Nivel 3.

V. Rigor: Nivel 4.

Muchos estudios realizados muestran que los estudiantes universitarios logran alcanzar los cuatro primeros niveles, a lo mucho, por ello se piensa que nivel 5 es inalcanzable para los estudiantes. Según el contenido a trabajar un estudiante podrá estar en un nivel de razonamiento.

A continuación Fouz (2001) describe cuáles son las características esenciales de cada nivel desde la perspectiva del aprendizaje de los estudiantes.

I. NIVEL 0: VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO

Las características esenciales de este nivel son:

1. Los estudiantes perciben los objetos como una unidad, sin identificar sus componentes y características.
2. Los objetos son descritos por su apariencia física, basándose en la observación, describen sus características, realizan semejanzas con objetos de su entorno (tiene forma de una pared, es como una rueda, etc.) no hay definiciones geométricas básicas para nombrar a las figuras por su nombre adecuado.
3. Los estudiantes no identifican de manera explícita elementos y propiedades determinantes de las figuras que son los motivos del trabajo. Pero si alcanzan a producir una copia de cada figura particular o reconocerla.

II. NIVEL1: ANÁLISIS

1. En este nivel ya se perciben los componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación directa con los objetos.
2. De una forma no formal los estudiantes describen las figuras por las propiedades que presentan, no pueden relacionarlas unas con otras, o clasificarlas mediante sus propiedades. Como en geometría muchas definiciones se elaboran en base de propiedades, los estudiantes todavía no pueden hacerlas.

3. Los estudiantes experimentan con objetos y figuras planas, y establecen nuevas propiedades y relaciones.
4. En este nivel el estudiante no puede clasificar figuras y objetos mediante sus propiedades.

III. NIVEL2: CLASIFICACIÓN O ORDENACIÓN

Antes de describir las particularidades del nivel III, es importante mencionar que en el nivel anterior los estudiantes empiezan a identificar propiedades, empiezan a observar estas propiedades en otros objetos, generalizan las propiedades, empieza el razonamiento geométrico, señalan que tipo de figuras cumplen con una propiedad, pero el estudiante es considera que las propiedades son independientes, sin establecer conexiones, relaciones entre las propiedades. El nivel III sus características son:

1. Los estudiantes mediante las propiedades describen las figuras de manera formal, señalan propiedades, condiciones que deben cumplir para ser incluidas en determinados grupos. En este nivel comprenden las definiciones, detallan las propiedades, saben que las relaciones que se dan entre las propiedades son importantes para el avance de la geometría.
2. Hacen clasificaciones ya que su razonamiento matemático ya está iniciado, clasificaciones lógicas formales. Reconocen y comprenden la derivación de las propiedades, realizan procesos heurísticos, comunican resultados, entienden la importancia del manejo de propiedades.
3. Los estudiantes observan la estructura de las demostraciones, pero no las entienden, su estructura argumentativa les resulta difícil de comprender, tienen la capacidad de seguir pasos de razonamientos organizados pero no logran asimilarlo en su

totalidad. Esta dificultad les impide entender los axiomas de la geometría.

IV. NIVEL3: DEDUCCIÓN FORMAL

Las características de la deducción formal son:

1. Se llevan a cabo demostraciones y deducciones formales y lógicas, pero con un nivel de dificultad baja, justifican proposiciones.
2. Se formaliza los sistemas axiomáticos, se manejan y comprenden las relaciones entre las propiedades; por consiguiente la naturaleza axiomática se entiende.
3. Describe cómo es posible llegar a resultados equivalentes partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se pueden realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado.
4. Finalizado este nivel el estudiante tendrá un alto nivel de razonamiento. Comprende los axiomas de la matemática. Pero todavía no reconoce el rigor de las demostraciones en la matemática.

V. NIVEL4: RIGOR

1. El estudiante en este nivel explora, analiza y compara diferentes sistemas axiomáticos y con ello estudia diferentes geometrías.
2. Los estudiantes en este nivel ya tienen las capacidades de analizar varios sistemas deductivos con cierto grado de rigor. Aprecian la independencia, consistencia y la complejidad de los axiomas.

3. El docente en este nivel puede enseñar la geometría a nivel axiomático, abstracto; sin dar ejemplos del entorno; alcanzando así el mayor nivel de rigor.

Fouz (2001) partiendo de su investigación detalla los niveles de Van Hiele.

Nivel 0: VISUALIZACION/RECONOCIMIENTO

Los estudiantes en este nivel son capaces de:

- Identificar triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. En un conjunto de figuras planas.
- Pueden señalar ángulos, cuadrados, triángulos, en distintas láminas, gráficos, fotos.
- Resalta los gráficos en las láminas (ángulos, líneas rectas, líneas curvas, quebradas, etc.).
- Dibuja objetos con instrumentos: líneas curvas, líneas quebradas, líneas paralelas, quebradas, rectángulos, etc.
- Señala como esquinas a los ángulos o los selecciona en las representaciones.
- Menciona que los rectángulos: “es un cuadrado más estrecho”, “un paralelogramo es un rectángulo inclinado”.
- Utiliza el método por ensayo-error, en rompecabezas y mosaicos.
- Ubica formas cuadradas en una porta objetos de forma rectangular para aproximar su área.
- Identifica cuadriláteros de forma espontánea, pero no entiende sus propiedades.
- Identifica los lados del cuadrado y da sus medidas, pero todavía no logra generalizar: “igual lados para todos los cuadrados”.

- No utiliza los cuantificadores como: la mitad, ninguno, pocos, alguno, muchos, todos, refiriéndose a clasificarlos de acuerdo a una propiedad geométrica.

Ninel1: ANÁLISIS:

Los estudiantes en este nivel son capaces de:

- Señalar que la figura es un cuadrado pero no especifica las propiedades que la definen.
- Comprobar que en un paralelogramo pero no señala la propiedad que hay entre sus lados.
- Expone las similitudes y diferencias entre las figuras de cuatro lados (cuadrado-rectángulo)
- Crea una regla para agrupar los cuadriláteros mediante los ángulos de 90°, lados paralelos, etc.
- Menciona objetos a partir de sus cualidades y las selecciona para hallar ángulos, lados en una figura.
- Valiéndose de un objeto de forma triangular puede demostrar la propiedad de los triángulos.
- Puede crear un procedimiento para intuir el área del triángulo del área del rectángulo.
- Mediante las adición de dos ángulos internos del triángulo él puede hallar la medida el Angulo exterior.
- Mencionan conjeturas sustentadas en propiedades matemáticas para dibujar las representaciones.
- Después de agrupar las representaciones de cuatro lados planas, describen las propiedades de los cuadriláteros.
- En el momento de resolver problemas lo realiza identificando y seleccionando representaciones que tienen una o más figuras en ella.
- Sabe las propiedades de los paralelogramos pero no conoce con exactitud las reglas fundamentales.

- Todavía no puede definir los cuadrados mediante la justificación de sus propiedades en un grupo de cuadriláteros.

Nivel 2: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN

Los estudiantes en este nivel son capaces de:

- Mediante la observación de dibujos y construcciones el estudiante es capaz de identificar sus propiedades.
- Por medio de ejemplos el estudiante expone una definición de las condiciones que deben cumplir los cuadriláteros.
- Utiliza pensamientos organizados al momento de sustentar sus ideas acerca que son los paralelogramos.
- Ya en este nivel sabe las diferencias entre cuadriláteros y cuadrados.
- Conoce e infiere mediante la división en dos triángulos al cuadrilátero que la suma de los ángulos internos del cuadrilátero es 360°.
- Propone una justificación para congruencia de las medidas de los ángulos internos y externos de un trapecio.
- Comprende el función de las explicaciones bien razonadas o argumentos con método deductivo basados en hechos observados.
- No comprende con sentido axiomático, el significado de la deducción no siente la necesidad de conocer los supuestos básicos y definiciones.
- Entre afirmación y su contraria no encuentra sus diferencias normalmente.
- Entre el conjunto de teoremas no establece todavía relaciones.

Nivel 3: DEDUCCION FORMAL

Los estudiantes en este nivel son capaces de:

- Identifica y selecciona en el paralelogramo las propiedades necesarias para definirlo.

- Comprueba de modo axiomático que la adición de los ángulos internos es 180° en todos los triángulos.
- A partir de la observación que las medidas de los lados y los ángulos son iguales en un triángulo, él puede decir que se trata de un triángulo isósceles.
- Prueba que en los paralelogramos las diagonales se bisecan, generando segmentos de igual medida; el estudiante ya puede demostrarlo gráficamente o analíticamente.
- Investiga y compara las diversas **demostraciones** referentes al teorema famoso de Pitágoras.
- Comprende las **demostraciones de las propiedades alusivas** a los ángulos generados por la intersección de dos rectas paralelas y una recta secante.
- En conjunto de axiomas matemáticos el estudiante no examina la validez, independencia, y las consecuencias que hay.

Nivel 4: RIGOR

- En las propiedades y teoremas el estudiante establece diferentes sistemas axiomáticos.
- El estudiante es capaz de trabajar y comparar sistemas axiomáticos dándose cuenta de sus diferencias entre ellas.
- Conoce la dependencia, la solidez de un conjunto organizado de axiomas, la congruencia y diferencia de un conjunto de axiomas y la independencia de un axioma.
- Mediante la resolución de diversos problemas el estudiante ya puede crea métodos generalizables de solución.

2.2.1.1.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS NIVELES

Guillen (2004) existe dos componentes que tiene el modelo de Van Hiele del razonamiento geométrico, el razonamiento intuitivo hasta llegar al formal (que tienen los niños) y el de más rigor el abstracto que poseen los estudiantes carreras de Matemática de las universidades; el segundo es una descripción de cómo puede un docente organizar las actividades en sus clases para que sus estudiantes puedan alcanzar el nivel de razonamiento más alto del que posean; básicamente estas cinco fases forman parte una estrategia para planificar la enseñanza de nuestros estudiantes. Según Guillen las características de los niveles de Van Hiele son:

- Percepción por parte de los estudiantes de los elementos en como unidades o en su universalidad.
- Información de los elementos por sus características físicas, encuentra disimilitudes y las clasifica mediante sus congruencias y diferencias que tienen.
- No se aclaran los elementos ni las propiedades característicos de los objetos de estudio.
- Se logra las demostraciones formales.
- Se realizan y se relacionan sistemas axiomáticos.

Para Sánchez (2012) las características de los niveles de Van Hiele son as siguientes:

- Nivel 0: Da la respuesta de acuerdo al uso del objeto, da características no importantes de funcionalidad, respuestas que no consideran los componentes que son importantes para identificar una manera de funcionar.
- Nivel 1: Dan respuestas en las que detallan una sola característica importante de funcionalidad.
- Nivel 2: Respuestas en las relacionan distintos componentes disjuntos del modo de funcionar, respuesta normalmente secuenciada.
- Nivel 3: Dan respuestas que evidencia la comprensión e internalización integral de las relaciones entre los distintos aspectos utilizados al razonar.

- Nivel 4: Dan respuestas donde se usan hechos, principios, procesos, estrategias abstractas; que describen la funcionalidad actual.

Para Fouz (2001) los niveles de Van Hiele tienen como característica esencial la "Secuenciación", cuyo término lo consideran claro y sin la necesidad de explicación. "Jerarquización" los niveles mantienen una secuencia inalterable, lo que nos hace referencia es que alcanzado un nivel, se podrá alcanzar el siguiente. Los niveles son "Recursivos" es importante esta idea y hace referencia "lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel".

Fouz (2001) presenta un esquema para aclarar la idea, prescindiendo del último nivel:

Tabla 7: Los niveles de Van Hiele.

	ELEMENTOS PRECISO	**ELEMENTOS ENCERRADOS**
Nivel 0	Representaciones y elementos	Partes y propiedades de las representaciones y elementos
Nivel 1	Partes y propiedades de las representaciones y elementos	Implicaciones entre propiedades de las representaciones y elementos
Nivel 2	Implicaciones entre propiedades de las representaciones y elementos	Teoremas, inducción y la deducción formal
Nivel 3	Teoremas, deducción formal, inductiva.	Correlación con los conjuntos de teoremas, sistemas axiomáticos

Fuente Fouz Fuente Fouz (2001).

Señala Fouz (2001) la característica específica para cada nivel es el "lenguaje", el desarrollo en cada uno y entre el paso del nivel, está muy entrelazada con la optimización del lenguaje simbólico imprescindible para el aprendizaje de la matemática. Mejorarlas y ampliar las habilidades sobre el lenguaje son necesarios para adquirir los conocimientos matemáticos, es decir, que debe ser más importante en los salones de clases justificar, argumentar los conceptos matemáticos que lo que escriben como respuesta a los problemas planteados en el trascurso de las horas de matemática.

Fouz (2001) señala que una de las ideas es como se genera el aprendizaje, de manera continua o discreta se va pasando de un nivel inferior a otro superior. Esta idea nos pone en un dilema, que si el paso de niveles es imprevisible o se realiza de formaprogresival. Para Fouz es menciona que se da de manera continua por medio de pequeños saltos que resultaran en el nivel superior. Lo que menciona Fouz en el párrafo anterior está de acuerdo a las teorías cognitivas sobre el aprendizaje, que mencionan como vamos creando nuestros esquemas cognitivos de pensamiento, mejorando cada vez más estos esquemas, reemplazándolos de uno de otro, siendo los últimos mejores puesto son más prácticos y sencillos. Para la construcción y mejora de los esquemas cobra mucha importancia la relación, interacción entre el estudiante y docente en las horas de matemática.

2.2.1.2. LOS ESQUEMAS DE DEMOSTRACIÓN

J. Ibañes y T. Ortega (2005) en su trabajo de investigación “Dimensiones de las demostraciones matemáticas en el bachillerato” detallan los esquemas de demostración de Harel y Sowder (1998) ”Proof Schemes” o también denominados esquemas de demostración, esquemas de argumentación, esquema de justificación o significados personales de la prueba.

En su estudio, estos autores lo definen como todo aquello que conforma el auto convencimiento y la persuasión para una persona, e identifican tres Esquemas de Demostración:

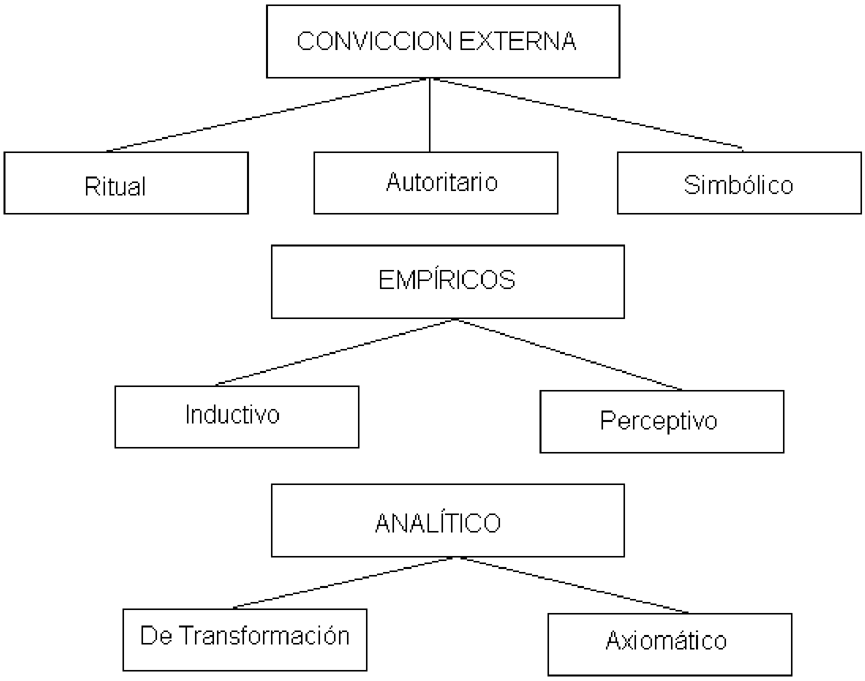
a. **Esquemas de Convicción Externa.-** Lo que poseen los estudiantes en sus esquemas y lo que utilizan para convencer, a otros desciende de lo exterior. De esas fuentes externas hay unas de autoridad, esquema autoritario; formas de argumentación de ideas, esquemas rituales; o la empleabilidad sin sentido de los símbolos, nombrado esquema simbólico; Una autoridad puede ser un texto de matemáticas, un docente o los padres de familia.

b. **Esquemas Empíricos.-** Los ejemplos, todos ellos se basan en justificaciones organizadas. Los individuos dependen, por lo general, de ejemplos para formar conceptos. Los estudiantes también valoran los ejemplos como un medio para entender, comprender o para comprobar su entendimiento de las ideas. Harel y Sowder mencionan dos tipos de esquemas mentales: la primera procesos de pruebas perceptuales llamadas Esquemas empíricos, y la otra basada en el desarrollo de ejemplos. La argumentación que realizan los estudiantes es a base de la observación y percepción de dibujos, ellos utilizan el esquema empírico-perceptual, y si utilizan distintos ejemplos para comprender una propiedad, utilizarían el esquema basado en ejemplos.

c. **Esquemas Analíticos.-** Los razonamientos que dan los estudiantes son totalitarias y comprometen el razonamiento matemático, y no proporcionan ejemplos. Existen dos subtipos: los esquemas de Transformación y los Axiomáticos. La característica más importante del primer esquema es que los estudiantes involucran el razonamiento orientado a determinado caso y convienen con aspectos generales de una situación. Harel y Sowder indican que un modelo particularmente trascendente es el uso cambiante de los símbolos: "las manipulaciones de símbolos son llevadas a cabo con el propósito de derivar información relevante que profundice la comprensión de uno. En dicha actividad el individuo no forma necesariamente imágenes específicas de algunos símbolos o de todas las expresiones algebraicas y relaciones sólo en etapas críticas en este proceso".

El antecedente indispensable para el esquema axiomático es el modelo de transformación, que puede planificar los campos de desarrollo de las matemáticas de modo que los recientes resultados sean productos lógicos de los que antecedentes; el conjunto de nuevos teoremas están basados en teoremas demostradas anteriormente o únicamente en un conjunto de axiomas.

Gráfico 1: Esquemas de demostración.



Fuente Ibañes (2005).

J. Ibañes y T. Ortega (2005) mencionan que entre las dimensiones las pruebas pragmáticas y las pruebas intelectuales como:

- Empirismo ingenuo: Es el primero que por medio de la realización de un número reducido de casos intenta concluir con la veracidad de las proposiciones.
- La experiencia es muy importante en el momento de proceder en la validación, un individuo plantea implícitamente el problema, y lo resuelve de acuerdo a planteamiento de un caso similar al que tiene que resolver.
- Un ejemplo es general cuando el estudiante explica las razones de validación de una proposición de acuerdo a un caso realizable pero representativo.
- En la experiencia mental el individuo imagina la realización concreta de las ideas, más no la experiencia.

2.2.1.3. CONCEPTO DE DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA:

El prototipo de prueba demostrativa en matemática es la demostración deductiva, el desarrollo de justificación que realizan los profesionales de la matemática, para encontrar, argumentar la validez de la proposiciones geométricas son las “Demostraciones matemáticas”.

De Villers (2001) una demostración es un razonamiento necesario para proporcionar validez a una afirmación, una argumentación que puede asumir formas diferentes, mientras sea convincente.

Para Duval (2001) el término demostración viene a darnos a conocer el empleo de las reglas determinadas en matemáticas en la secuencia ordenada de los enunciados en una demostración. Un enunciado en matemática se atribuye convencionalmente como verdadero o se extrae de las reglas de deducción definidas valido socialmente.

Según Miyazaki (2001) demostrar una propiedad matemática es elaborar un razonamiento que nos persuada que lo que se dice es verdadero. Y con ello obtener la generalización máxima, los matemáticos tienen que añadir obligatoriamente todos los casos particulares en su teorema.

El resultado de un razonamiento organizado es definida como la verdad, el resultado de una constatación experimental.

Para Ortega (2005) la prueba de demostrar es una prueba lógica y concluyente, que interpreta una serie de argumentos válidos y lógicos; reconocidos por los agentes matemáticos.

López (2012) la demostración es toda justificación meticulosamente producida por medio de reglas de lógicas, y que es indefectiblemente cierta.

Menciona Freire (2003) el rigor validativo de una demostración está sujeto al trabajo con axiomas: “no puede haber demostración rigurosa excepto en el contexto de una teoría axiomática". La definición veritativa de la prueba demostrativa está sumergido en aspectos simbólicos, lingüísticos y formales. Libera a los elementos matemáticos de significados intuitivos, las expresiones matemáticas son formas formalizadas y sintácticas bien elaboradas.

Las demostraciones son extraordinariamente complejas en torno a los esquemas formalistas. Un ejemplo menciona Sánchez (2012), La prueba en un sistema algebraico de la singularidad del elemento neutro, que mediante argumentación informal es comparada con la trivialidad del elemento neutro.

Como define Kunth (2000), que la matemática de nuestros tiempos está llena de "working proofs", pruebas informales, no postuladas. El profesional en matemáticas se centra en encontrar la solución de nuevos problemas y con eso logra el incremento del sistema de conocimientos, y en las demostraciones rigurosas que fundamenten el sistema total de las ciencias matemáticas. Añade Kunth, ya no se trata de pedir únicamente el nivel de máximo convencimiento; característica de los individuos involucrados en los fundamentos matemáticos.

Martinon (2009) señala que no sólo en las ciencias se fundamenta la verdad recurriendo a la razón usando argumentos. En Matemáticas es necesario que razonemos las verdades ¿por qué las son?, porque todo tienen que ser cuestionado para alcanzar la verdad y en matemáticas que es la ciencia básica se debe realizar. Las Matemáticas nos ayudan bastante el proceso hacia la verdad. Actualmente el sistema educativo de los países se encuentra que las matemáticas junto a las lenguas tienen mucha importancia, las matemáticas son útiles en la vida diaria, resultados cada día las operaciones matemáticas, con conocimientos de localización, de espacio, resulta necesario tener información de las figuras planas. Lo que el autor con esto afirma que la formación intelectual se desarrolla con las matemáticas.

Continúa Martinon; las matemáticas en su función de educador del intelecto, es necesario que en clases se razone sobre los axiomas, las reglas matemáticas, como surgieron, porque surgieron; y no se debe tratar la matemática como un conjunto de procedimientos algorítmico que se deben respetar en condición de obligatorio. El papel formativo no se alcanza usando reiteradamente las formulas en clase o los incansables procedimiento y calculo; sino es esencial que haya razonamiento y donde hay son en las demostraciones, razonamientos con diversos pasos, relacionadas cada una, y que terminan con una verdad. La demostración es el rigor del pensamiento que sustenta una verdad, es fundamental para las matemáticas, y también para la actividad humana.

2.2.1.4. IMPORTANCIA DE LAS DEMOSTRACIONES EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Con respecto a la demostración en el campo educativo, Martinon (2009) afirma que hay un grave problema que viene aconteciendo en los sistemas educativos, en los salones de clase, no hay demostraciones matemáticas, y si las hay son pocas. La función formadora de las demostraciones está en el razonamiento matemático, en el no convencimiento a una afirmación, sin cuestionarse ¿es o no verdad? Las demostraciones deberían ser parte de los currículos en las escuelas y universidades.

Sin embargo Martinon advierte que en la educación no todo debe ser demostrado, y también el docente debe tener mucho cuidado con llevar las demostraciones en aula, saber el nivel de estudiantes, para adaptar las demostraciones es importante. También es importante enseñar a justificar, con ejemplos pertinentes, con dibujos sugerentes, indicando que demostrar, argumentar, y comunicar un teorema en clases es hacer matemáticas. Ya que demostrar todo no es posible, el docente didácticamente debe elegir las demostraciones más sencillas, claras y que sean interesantes, atractivas al estudiante.

Godino (2001), con respecto a las Demostraciones en las clases de matemáticas, indica que para los currículos, textos escolares, docentes de matemática en los niveles de educación básica y universitaria, las propiedades matemáticas son verdaderos. Pero las justificaciones que hacen que sea verdad, son argumentos informales y no deductivos. Por ello es importante que el docente enseñe los métodos inductivo, analítico y deductivo, para obtener buenos resultados con las demostraciones en las aulas. La matemática que se ensenan en los salones, incluida los cursos universitarios; es un cuerpo de conocimientos cuya validez no se pone en cuestión. En ella están los diferentes teoremas aceptados por los distintos profesionales, teoremas que son fiables y exento de fallas, enseñar a los estudiantes la demostración de los teoremas es una de las formas de sumergirlos a un “matemática avanzada” lleno de asombro en las peculiaridades en las justificaciones que sustentan al teorema.

Para Jimenez (2006) la epistemología escolar y la educación superior es generalmente platonista; los temas, contenidos matemáticos, los criterios de validación de proposiciones, tienen su preexistencia a cualquier situación que sucediera en clases.

Crespo (2007) nos menciona que hay diferentes formas de realizar una clase de matemática, en una de ellas, una sesión donde el docente utiliza la demostración como estrategia de enseñanza, en el cual tiende a verificar el conocimiento geométrico mediante postulados; además como se da la interacción docente estudiante, el docente como emplea los recursos para dar entender los pasos de la prueba; Crespo identifico categorías didácticas empleadas: El ejemplo general, ejemplos aislados, los experimentos, la metáfora y la analogía, la ostensión, simetría, la prueba y el cálculo simbólico. En este contexto y también en los niveles superiores, el docente espera que sus estudiantes adquieran la habilidad de entender y de realizar pruebas a los teoremas matemáticos, que realicen los pasos con seguridad, con pleno convencimiento de lo que hacen, y que estén seguros que es una verdad. Se refiere que a una demostración idiosincrásico, que es distinto al que realiza un profesional matemático, ya el estudiante debe convencerse, tiene que argumentar su convencimiento al docente, de que la verdad es única y universal del teorema demostrado, cabe mencionar que el dominio de los procedimientos por parte de los estudiantes debe ser un dominio aceptable para se convenza a él, a sus compañeros, docentes y a los jurados que van a evaluar su demostración.

Como asevera Balacheff (1987), en el que hacer matemático una demostración verificadas dejan de ser veritativa hasta que se demuestre lo contrario, sin embargo en el contexto universitario esta posición es difícil de mantener por ciertas razones: en determinadas situaciones los estudiantes, en sus ansias de aprendizaje, desean saber si lo que están haciendo es válido y se sumergen en espacios temporales de duda, angustia, donde el apoyo del docente es fundamental como mediador debe proporcionar las estrategias adecuadas para apoyar al estudiante, y por otro lado también surgen posiciones contrarias en clase, que no pueden subsistir juntas; en estos casos el docente debe proporcionar los aspectos de la veracidad o falsedad de las proposiciones, la rectificación de los procedimientos de las pruebas y de las interpretaciones surgidas en sesión; las argumentaciones ofrecidas, según el estatuto de la veracidad y la demostración matemática.

Martínez (2000), el docente debe estar lleno de metodologías, actividades y estrategias para socorrer al estudiante cuando se encuentra “perdido” en su trabajo de demostración, además el autor indica que llevar las Demostraciones en las clases de matemáticas puede hacerse de distintas formas desde la educación básica hasta la educación superior, dándose distintos tipos de justificaciones, argumentaciones o formas de comunicar ideas, así podemos afirmar que en primaria se da una matemática informal que esta de acorde al estadio 0 y 1 de Van Hiele, con una matemática con situaciones de la vida diaria, de la realidad social y física, representaciones básicas y cálculos numéricos. En el nivel secundaria ya se van introduciendo algunas demostraciones, pero aún muy pocas, demostraciones que son sencillas pero con un nivel de razonamiento aceptable referentes al estadio 2 de Van Hiele, lo que da paso a que en el nivel superior si se den en mayor número las demostraciones en las aulas universitarias, donde los estudiantes ya tienen las habilidades entender, elaborar y definir argumentos válidos que expliquen las demostraciones de los teoremas, lo que les corresponde el estadio 3 y porque no a que lleguen al estadio 4 de Van Hiele.

El Congreso Nacional de Profesores de Matemática de los Estados Unidos (NCTM 1989), propone modelos curriculares y de apreciación de los saberes de la educación matemática, para la educación infantil y la primera mitad de educación primaria, que: "durante estos años los niños en su razonamiento matemático debe está presente el pensamiento informal, conjeturas y validaciones que le ayudan a los niños a darse cuenta de que las matemáticas tienen sentido". El docente tiene que promover que los estudiantes de estas edades procuren justificar sus soluciones, los pasos que hicieron, sus ideas, los pensamientos que tuvieron y sus conjeturas que tuvieron, y que lo hagan de distintas formas. El docente para relacionar los algoritmos y procedimientos con los elementos conceptuales se deberá apoyar en los modelos físicos y los modelos manipulativos que proporcionan herramientas en la hora de justificar o explicar las ideas, un ejemplo son los objetos concretos, materiales manipulables y elaborados para ese objetivo.

En la educación primaria (segunda mitad) y los 2 primeros grados de educación secundaria, los estándares mencionan como un fin de alcanzar el razonamiento sostenido en lo concreto, apoyándose con los métodos inductivos y métodos deductivos elementales. El estándar: “mientras la mayor parte de los estudiantes de 5° de primaria continúan ejerciendo un pensamiento concreto que depende de un contexto físico o específico para poder percibir regularidades, relaciones y propiedades, muchos alumnos de 2° año de secundaria son ya capaces de razonamiento más formal y de abstracción, incluso los estudiantes más avanzados de este periodo, pueden hacer uso de materiales concretos para apoyar su razonamiento” estando en niveles de razonamiento de acuerdo con los niveles 2 y 3 de Van Hiele, los estudiantes en esos años de estudio experimentan el pensamiento inductivo, razonar de lo particular hasta la generalización; la apreciación de resultados, la construcción de argumentos generales claros y simples en diferentes situaciones de resolución de problemas en las aulas. Para los grados 3°, 4° y 5° de educación secundaria que “a medida que los contenidos van siendo más profundos y complejos, debe mantenerse el énfasis en la relación que se da entre la el razonamiento inductivo y la formulación de hipótesis en el momento de la verificación deductiva es esencial”

En la educación la matemática, la matemática tiene la propiedad, que está presente en la realidad social, cultural y física; ya que es producto del estudio para entender nuestro entorno; por lo cual nos ayuda a comprenderla y entenderla y también es una ciencia que apoya y sirve de base a otras brindando la argumentación, las pruebas empíricas deductivos y las pruebas informales justificadas para la obtención de conocimientos válidos.

En el contexto universitario es más común encontrar en clases la demostración deductiva, con un nivel deductivo aceptable; los estudiantes universitarios deben aceptar que la argumentación deductiva es el método más confiable para la demostración de los teoremas matemáticos, la demostración en los estudios universitarios deberá ser fundamentalmente axiomática llegándose así al estadio 4 de van Hiele.

Concluye Martínez (2000), que en la realidad, la prueba matemática está llena por distintas formas de argumentar, matemática y no matemática, que el docente y sus estudiantes que hayan en diversas realidades: vida diaria, clases en los laboratorios, clases de ciencias, de filosofía, por los que la prueba matemática puede tomar distintos significados dependiendo del nivel educativo donde se trate, incluso en el nivel universitario se ira mencionando significados más objetivos. Ahorra en la obtención de las conjeturas se realiza llevando a cabo un razonamiento no formal, confirmado en las relaciones instintivas. Las conjeturas pasaran por las pruebas empírico deductivo para ser comprobadas, por medio de procedimiento deductivo informales. Por medio de este procedimiento adquieren verdadero rango de validez los teoremas, los teoremas son probadas por demostraciones deductivas comprobadas mediante rigurosos razonamientos lógicos.

Las formas de pensar y algunas ideas en los salones universitarios son condiciones a tener claras y bien entendidas al momento de demostrar teoremas en estos recintos, la matemática en la universidad se manifiesta casi siempre como una matemática con estilo platonista, se debemos descubrir conocimientos eternos, inalterables, que son el entendimiento de las “leyes naturales”, cuyo cuerpo de conocimientos no está puesto en duda, porque está demostrada por procedimientos rigurosos, y por eso algunos docentes y estudiantes la consideran ya terminada, ya sin nada de ofrecer, pero allí la equivocación más grande puesto que de ese cuerpo de teoremas ya demostrado podemos proponer otras formas de razonamiento, tal vez razonamientos informales que nos lleven a demostrarlas pero con diferentes maneras de argumentar, y con ello provocar en los estudiantes el desarrollo de las habilidades de justificación, análisis de demostraciones, al debate, al cuestionamiento de las informaciones, etc.

. Martinez (2000) en la misma línea, menciona que los aprendices utilizan sus propios mecanismos de verificación de teoremas, el docente y junto a ellos deben tener una actitud abierta, que las demostraciones toman diversas formas de pensamiento, grados de rigor, y que la prueba matemática empieza con sencillas argumentaciones, que pueden ser informales, con diferentes formas de razonamiento comprobable, para luego entrar a las conjeturas, que luego algunas serán consideradas teoremas, a consecuencia que van siendo justificadas por argumentos válidos y pasando al sistema axiomático de las matemáticas; lo mencionado se lleva a cabo su comprensión en los niveles universitarios; en donde ya se pueden hacer demostraciones matemáticas de alto nivel.

Añade Martinez (2000), la demostración con argumentos informales no son procedimientos incorrectos, sino más al contrario son procedimientos indispensables en proceso de la prueba matemática completa. Para demostrar de manera concluyente, en la labor del matemático profesional, se utilizan argumentaciones formales deductivas que se dan al inicio, en las fases de creación o de hallazgo de conjeturas; también se utilizan las argumentaciones no formales, cuyo valor didáctico es importante resaltar puesto que enriquece el desarrollo nato en la clase.

Pues hay que tener en cuenta que bien, en el trabajo matemático profesional, para demostrar de modo concluyente la veracidad de las conjeturas, se utilizan argumentaciones deductivas formales, que se dan inicialmente en las fases de creación y descubrimiento de conjeturas, además se utilizan también otros tipos de argumentaciones más informales, cuyo valor didáctico conviene destacar, favoreciendo su desarrollo natural en el aula.

2.2.1.5. FUNCIONES DE LAS DEMOSTRACIONES

De acuerdo con Bravo (2001), la matemática se desarrolla por medio de razonamientos, pero estos deben estar apoyados en los principios y reglas de la lógica. Un ejemplo en una de las ramas de la matemática que es la geometría, si tratáramos de descubrir solo por la intuición (los sentidos) las propiedades de las figuras planas podríamos caer en conclusiones erróneas. Sin embargo la intuición es una herramienta poderosa al momento del descubrimiento de una verdad, pero es demostrada por medio del razonamiento y la lógica.

El estudiante tiene la intuición, y en clases el maestro le da las herramientas para comprender el mundo físico, de ello resulta indispensable que ellos apliquen lo aprendido en la práctica diaria, además es posible demostrar los procesos y hechos de la realidad por medio de sus conocimientos, así vincular los conceptos matemáticos con la vida. Esto colabora al establecimiento de los conocimientos más perdurables, una educación basada en ideas, una educación de concepción científica por parte de los estudiantes. Para el establecimiento óptimo entre la práctica y la teoría el docente debe tener en cuenta los principios didácticos de una clase, buscando que el contenido sea entendido entrelazándolos con las aplicaciones en la vida o con hechos y sucesos que suceden en un contexto especifico.

Bravo (2000) al momento de emplear los conocimientos en la realidad hacemos uso de pensamientos elaborados con mayor o menor razonamiento; pero ¿qué procedimiento nos enseña a razonar mejor? Estudios comprueban que Demostrar proposiciones contribuye en el pensamiento lógico, pensamiento deductivo, en tener conocimientos heurísticos, en la formación lingüística, al desarrollo de habilidades, operaciones mentales y entre otros, entonces el reto está en enseñar lo más didácticamente las demostración, las formas de argumentar a los estudiantes.

Por tanto, se debe llevar a cabo las demostraciones en clase por sus destacados aportes; ¿Qué es lo que impide la realización de esto? Lo primero sería que no están incluidos en los currículos, le dan poca importancia al trabajo con demostraciones, los docentes desconocen los resultados que obtendrían si trabajaran con demostraciones en clases y por último que los estudiantes no muestran el interés hacia las demostraciones por falta de que poco conocen de ellas. Entonces debemos dar hincapié que por medio de las demostraciones se construyen los sistemas de conocimientos, a desarrollar habilidades, actitudes como la honradez, porque uno no puede engañar a otro sin que primero se haya engañado a el mismo; por todo ello es importante que el docente tenga en cuenta el desarrollo de demostraciones en las horas de clase.

Bravo y Arrieta (2000) nos da a conocer que las Demostraciones Matemáticas en la educación tienen una serie de funciones o aportes a la formación intelectual de las personas. Explican que cuando se habla de las funciones de la demostración en la educación, la primera es Verificación, la que todas las personas perciben, es comprobar la validez o no de un proposición, y de también de los teoremas; los docentes no debemos ser parte de este grupo, sino debemos cuestionarnos que aportes trae las demostraciones en la enseñanza y en el aprendizaje, en la didáctica, en mejorar los valores, de los estudiantes. Sin embargo no es la única función, con las recientes investigaciones se han encontrado partiendo de la verificación, como presenta Bell.

Ibañes (2001) cita a Bell, que considera otras funciones de las demostraciones: Iluminación refiere que una demostración arroja ideas claras de las razones por las que cierta, argumentos válidos. La función de formar sistemas: sistemas organizados deductivos de teorías: Teoremas demostrados, conceptos, definiciones, teoremas y axiomas.

Agrega De Villiers (2000), se molesta con aquellas personas que piensan que la demostración tiene la función de verificación, además tiene la sospecha que los docentes de matemática de las universidades, en su mayoría, mantiene una didáctica formalista, con poca inventiva e innovación, solo desarrollando procedimientos algorítmicos y sin ir más allá. Para el autor hay una función más; la de Explicación, algo similar a la función de iluminación de Bell; pues una demostración es solo de comprobar la validez, sino además de explicar, de justificar por qué es cierta la proposición, realizar una verdadera actividad significativa, con el interés y motivación acorde al trabajo, también el autor explica la función de sistematización propuesta por Bell, la integración de definiciones, teoremas, axiomas en un solo sistema, aclarando y definiendo en cada una su estructura axiomática que están íntimamente relacionados en las matemáticas, que ayudan a explicar acontecimientos que están dentro o fuera de esta ciencia. El autor, incluye además una función más, la de Descubrimiento, en el que hacer matemático de los matemáticos se inicia explorando, analizando y a menudo inventando nuevas formas de llegar a una verdad, a nuevos resultados, entonces en esa dirección siempre habrá nuevos descubrimientos y desafíos que responder. Agrega también la función de Comunicación, como una herramienta poderosa para comunicar los resultados ante las autoridades, colegas matemáticos o ante nuestros estudiantes; esta función es análisis crítico puro de verdades y falsedades, donde la estrategias es la adecuada y sostenida utilización de definiciones reglas y procedimientos matemáticos. Para completar las funciones de las demostraciones el matemático Ibañes (2001), menciona dos más: Comprobación y Convencimiento, funciones que debe cumplir necesariamente una prueba que debe ser comprobada y debe convencer a todos; Ibañes además nos revela un ejemplo de la función de Descubrimiento, los distintos teoremas descubiertos por la estrategia de Polya.

Los autores Bravo y Arrieta (2000), basándose en sus propias experiencias en los salones y en las múltiples capacitaciones a los docentes en el desarrollo de las capacidades de demostrar en la asignatura de Geometría; mencionan la función Formadora que tienen las demostraciones. El desarrollo de la función *Formativa*, es más integradora (están todas las funciones antes citadas por los autores antecedentes), como lo explican. Tiene mucho valor que los individuos sepan aplicar lo aprendido en las sesiones en las situaciones en donde se encuentren, y también tiene valor el poder de adquirirlos, allí el inmenso valor de utilizar las demostraciones para formar estudiantes íntegros.

Por otra parte, Bravo y Arrieta (2000) aconsejan que no se debe dar la idea que la Geometría es un sistema de conocimientos solo para recibirlos y no objetarlos, teorías terminadas y aburridas, conocimientos que solo se enuncian y no se comprueban y ni siquiera se toma un tiempo para analizarlas en clase, con todo ello hacen sentir a los estudiantes que todo se tiene que aceptar sin duda alguna provocando mentes obedientes y sumisas. Pero eso tiene que acabar los docentes tenemos que utilizar las demostraciones que son un cuerpo donde se puede aplicar los conocimientos obtenidos en clases y que son ciertos, ellos junto al docente proponer medios de comprobación, de argumentación de proposiciones que convenzan no solo al jurado que será evaluador de su trabajo sino también ellos mismos.

De acuerdo con Bravo (2000), las pruebas demostrativas desarrollan en el estudiantado formas de pensamientos organizados como argumentar, ayuda a la formación lingüística, a la abstracción, a la concretización, para analizar y sintetizar procedimientos, en organizar, comparar y clasificar datos; a particularizar y generalizar casos; entre otras capacidades como, interpretar, fundamentar, inferir, refutar, deducir y a valorar los procedimientos seguidos.

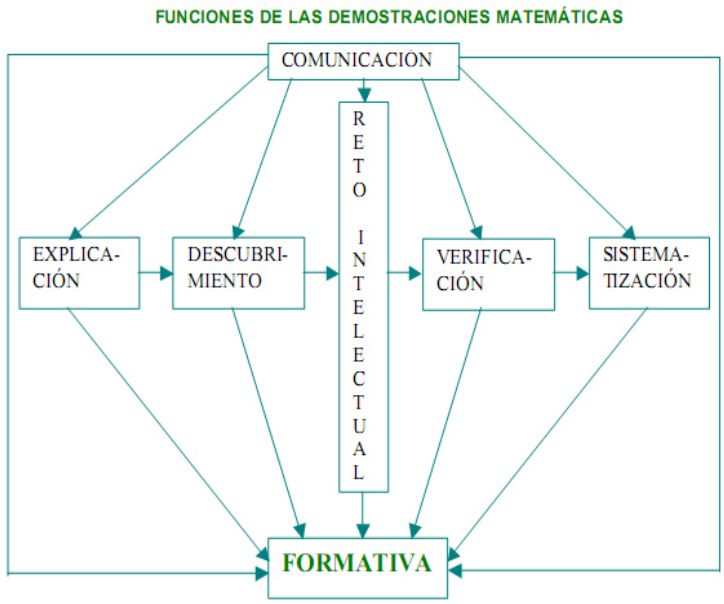
Por lo expuesto en el párrafo anterior, es sin duda alguna más valedero el procedimiento que el resultado, pues en el procedimiento se observan las formas, los métodos con que se llevó a cabo el trabajo nos deslumbra todo los que hizo para llegar a la respuesta; esto hace referencia que el propósito en matemática no siempre es llegar al resultado sino en el verdadera proceso que se hace para llegar a ello, y con ello el estudiante amplía sus conjunto de conocimientos, y además tendrá presente el método que usó; que puede ser utilizado como un modelo para las siguientes demostración que realizará.

Por lo tanto, al tratar las demostraciones los docentes del nivel superior deben tener claro el dominio real de los estudiantes en los procedimientos, en las estrategias heurísticas y en las formas de demostrar para adentrarse en el mundo de las demostraciones de manera segura, si se cumple con todo ello entonces habrá una aplicación segura que contribuirá en el desarrollo de las capacidades, en actuar de forma racional.

Finaliza Bravo y Arrieta (2000), en la literatura existente en el marco de las Demostraciones en la Educación universitaria, en el estudio de las matemáticas en superior es importante conocer y realizar demostraciones de proposiciones; por lo que el docente debe estar siempre atento a los intereses de ellos e incentivarlos, y formar su tenacidad, perseverancia, disciplina en el trabajo de realizar las pruebas demostrativas, en sobrellevar las dificultades que habrán, para así llegar a tener una independencia en realizar las demostraciones, se refiere en este párrafo que el docente tiene que ser un apoyo en todo momento como formador del estudiante superando conjuntamente los retos intelectuales, donde se generan nuevos deseos de aprendizaje, donde se afianzan los valores, el compañerismo, el trabajo cooperativo y el desarrollo del pensamiento complejo.

Villiers (2000) esquematiza las funciones de las demostraciones, y afirma que ellas siempre están en el desarrollo de la clase y en el aprendizaje de la materia, y que docente debe aprovechar al máximo lo que brindan las demostraciones en cuanto al desarrollo potencial de las capacidades de los estudiantes.

Gráfico 2: Funciones de las demostraciones matemáticas.



Fuente Villiers (2000).

2.2.1.6. DEMOSTRACIONES DE LAS PROPIEDADES MATEMÁTICAS

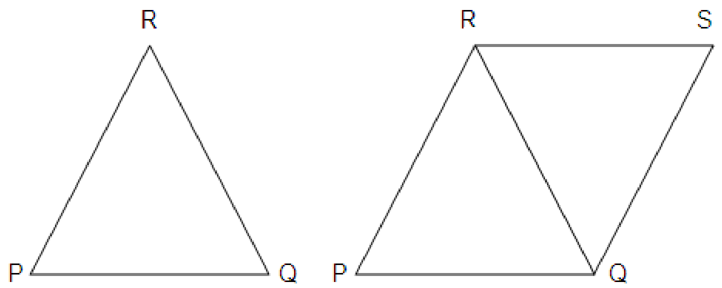
A) DEMOSTRACIÓN DEL ÁREA DEL TRIÁNGULO:

Martinon, A. (2009) representa la demostración para calcular el área del triángulo, justificando dicho teorema como el producto de los lados perpendiculares del rectángulo (base y altura) entre dos.

Partiendo que las medidas de los lados (base y altura) del rectángulo son “a” y “b”, luego su superficie es $A = a.b$.

Empezamos por la figura triangular PQR, se construye otra figura congruente a la primera con puntos de intersección SQR (ver gráfico 3), con lo cual obtenemos un cuadrilátero (paralelogramo) de vértices PQSR, lo expuesto se muestra a continuación:

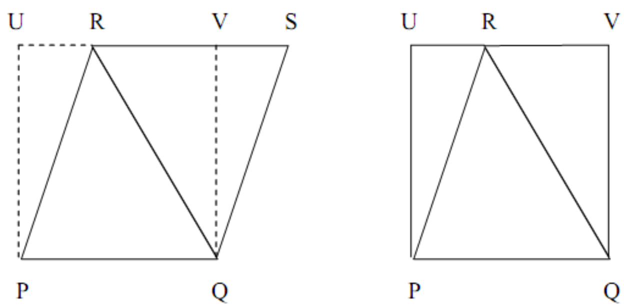
Grafico 3: Trazo auxiliar para calcular el área del triángulo.



Fuente Martinon (2009).

Se traza las perpendiculares PU (a la prolongación de RS) y QV (V en el lado RS) y resulta el cuadrilátero UVQP, que su superficie es numéricamente igual a la figura RSPQ; y con ello se demuestra que la superficie del cuadrilátero es el doble de la figura triangular PQR.

Grafico 4: Demostración del área del triángulo.



Fuente Martinon (2009).

Si denotamos por “a” a la medida de la arista PQ y por “b” a la medida del segmento QV correspondiente, se tiene entonces:

$$A_{PQVU} = a.b = 2A_{PQR}$$

Entonces concluimos que: $A_{PQR} = \frac{ab}{2}$

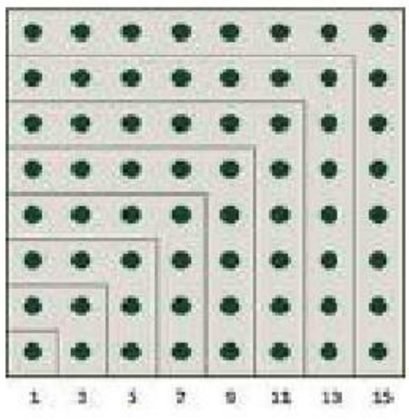
Se demuestra que la superficie del triángulo es igual al producto entre la base y la altura dividido entre dos.

B) DEMOSTRACION DE UNA SERIE NOTABLE

Para Nelsen citado por Sáenz (2001), demuestra la serie de “1 + 3 + 5 + 7 +...” “la suma de los n números impares” se puede realizar de la forma gráfica y con pasos sencillos. Para demostrar esta fórmula Nelsen ubica dentro de cuadrados a los números impares haciendo coincidir la suma de los números impares con el área del cuadrado como se observa en la figura.

Grafico 5: Demostración gráfica de la serie notable.

1 + 3 + 5 + 7 + ...+ (2n - 1)= n^2



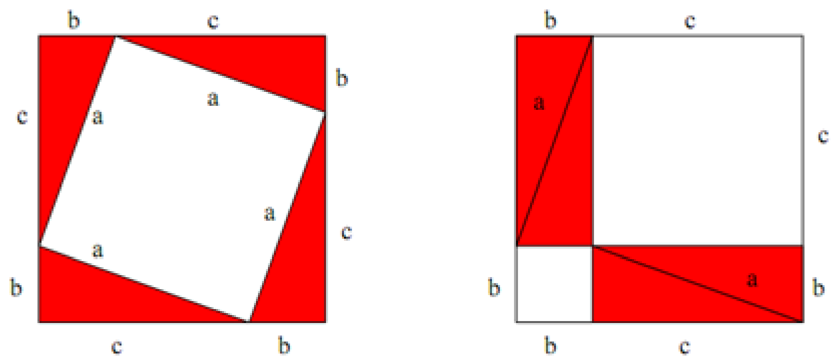
…

Fuente Sáenz (2001).

C) DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS:

Para la demostración del Teorema de Pitágoras, Martinon A. (2009), señala que el teorema famoso de Pitágoras debería darse y demostrase en los salones con carácter obligatorio, puesto que la demostración existen procedimientos y formas de justificar que necesitan los estudiantes entender en su completitud para que posteriormente entendido dichos procedimientos ellos se animen a demostrar o a investigar otras demostraciones y como consecuencia disfruten de las demostraciones. Martinon nos muestra la prueba que realiza de una manera clara y sencilla, valiéndose de un cuadrado donde toma puntos para obtener un cuadrado dentro de otro y luego con traslados va demostrar el Teorema de Pitágoras. Se observa que a (longitud del lado del cuadrado pequeño). Luego que a^2 (la hipotenusa elevado a la dos) es igual con $b^2 + c^2$ (la suma de los catetos elevados a la dos); lo viene a ser: $a^2 = b^2 + c^2$

Grafico 6: Demostración del teorema de Pitágoras



Martinon (2009).

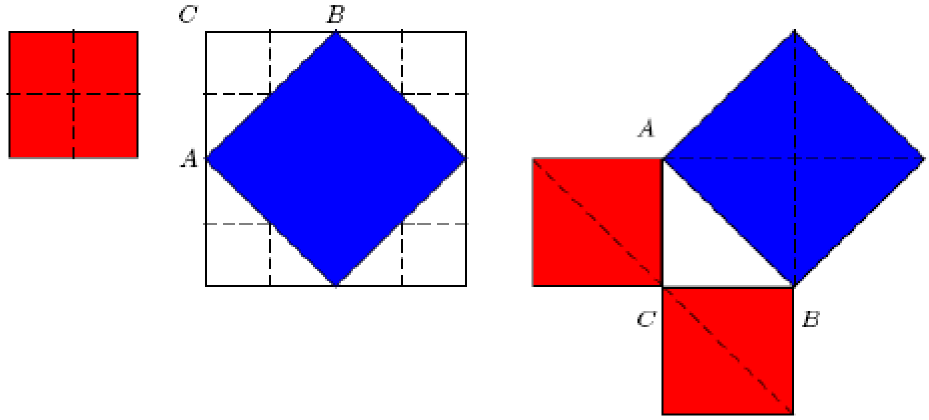
La demostración del teorema de Pitágoras por parte de Martinon es una demostración grafica basándose en las propiedades del cuadrado, a opinión mía es bien didáctica su demostración y además se podría trabajar con bloques desarmables de tecnoport haciéndola más vivencial en las aulas.

Por otro lado García (2002) nos muestra la demostración del teorema anterior realizado con figuras cuadradas con lados proporcionales; esta prueba matemática fue presentada en muchos conferencias académicas de matemática tantos nacionales e internacionales donde asistieron muchos estudiantes y docentes de la asignatura. Para la demostración García inició con la investigación en torno a las distintas demostraciones que hay de este teorema. En esta demostración se realizó utilizando cuadrados, el autor hace mención que utilizo este tipo de cuadrilátero porque desde la antigüedad es considerada como la figura perfecta (lados de igual medida y ángulos internos de igual a 90°) y que fue considerada desde los inicios como el único patrón de igualdad.

Veamos la demostración.

En la figura debajo se muestra el cuadrado rojo y el cuadrado azul que esta al interior de otro de mayor tamaño y con ellos va formar un triángulo rectángulo como se muestra.

Grafico 7: Demostración del teorema de Pitágoras por García.



García (2002).

García (2002); construye una figura inicial de $2u$ de longitud de lado (figura de color rojo) dando la superficie del cuadrado rojo $4u^2$. Luego traza elabora un nuevo cuadrado a partir de la diagonal "AB" del primer cuadrado (ver gráfico 7), la superficie del cuadrado azul es $8u^2$, que es dos veces la del cuadrado rojo. Con ello queda demostrado que el Teorema de Pitágoras de forma gráfica y sencilla (observar el grafico derecho; $AB^2 = AC^2 + Cb^2$).

Analicemos también la demostración que realiza Barreto (2009) del teorema de Pitágoras a través del trinomio cuadrado perfecto; un proceso con pensamiento deductivo de encontrar una manera de demostrar, apoyándose en procesos cognitivos que son propios en la resolución de situaciones problémicas.

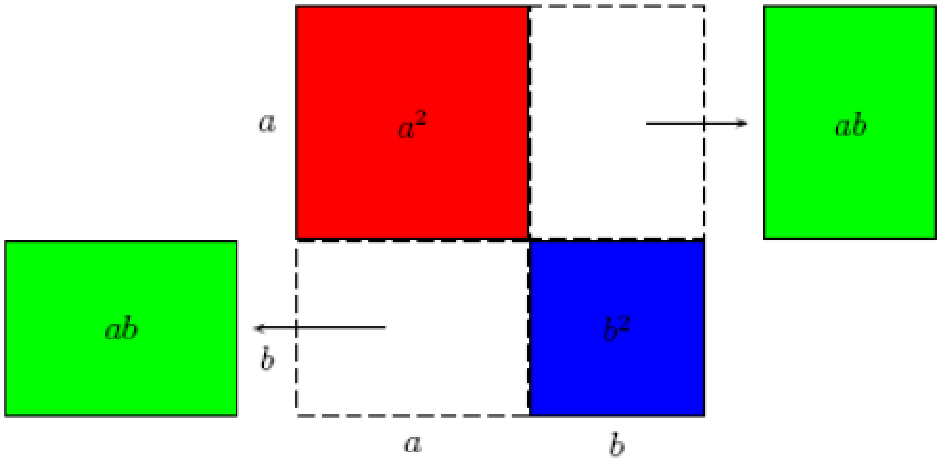
Inicia con la suma de dos cantidades elevada al cuadrado (producto notable):

Si: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ agrupando convenientemente se tiene:

$$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2 \qquad (1)$$

Observemos en la gráfica lo realizado anteriormente:

Grafico 8: suma de dos cantidades, elevada al cuadrado.

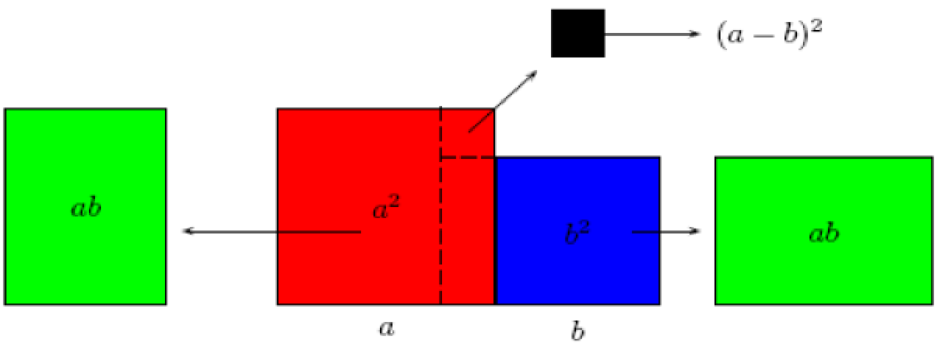


Fuente García (2002)

Se observa que $a^2 + b^2$ (donde a^2 y b^2 son áreas de los cuadrados anaranjado y azul respectivamente); se desprenden los cuadrados verdes de área $a.b$ para añadirle un cuadrado de color negro que representa a la diferencia de a con b $(a - b)$.

Luego acomodando convenientemente (veamos la figura 9) tenemos:

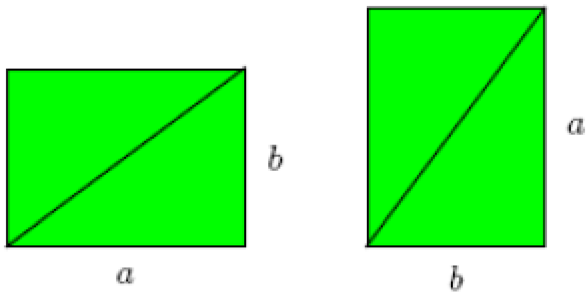
Grafico 9: Diferencia de dos cantidades, elevada al cuadrado.



Fuente García (2002)

Los dos rectángulos se pueden convertir mediante una aprehensión operativa de traslación figural en cuatro triángulos rectángulos de longitud en la base b y longitud de altura a, es decir veamos la figura.

Grafico 10: Rectángulos sobrantes del producto notable



Fuente García (2002)

Sí llamamos, $c^2 = (a+b)^2 - 2ab$.   (2)

Luego observaremos que efectivamente c^2 es un cuadrsdo que cumple la propiedad (producto notable), y se forma mediante la suma de dos superficies. Deducimos como obtenemos c^2 mediante el desarrollo algebraico.

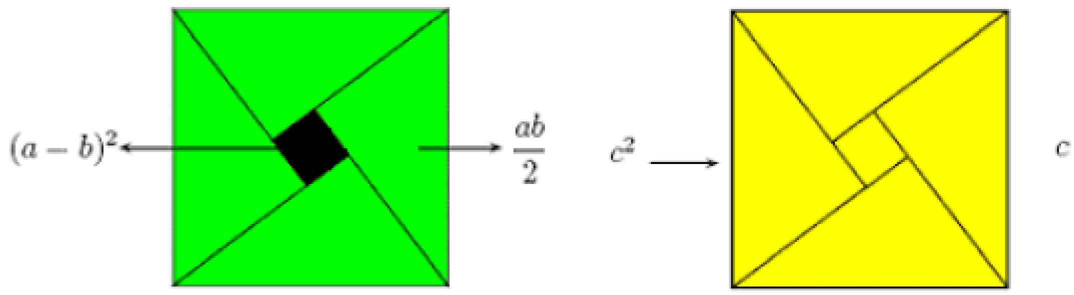
$c^2 = (a^2 + 2ab + b^2)^2 - 2ab$ (Desarrollando).

$c^2 = (a)^2 - 2ab + b^2 + 2ab$ (Asociando).

$c^2 = (a-b)^2 + 2ab$ (Producto Notable).

Hacemos, $2ab = 4\left(\frac{ab}{2}\right)$, lo que hace referencia que dos superficies rectangulares es equivalente a cuatro áreas de triángulos rectángulos, veamos el gráfico:

Grafico 11: Cuadrado de lado (a-b)



Fuente García (2002)

En la figura de color verde, se observa como obtenemos el cuadrado de color negro de lado c; ubicando convenientemente los triángulos de color verde

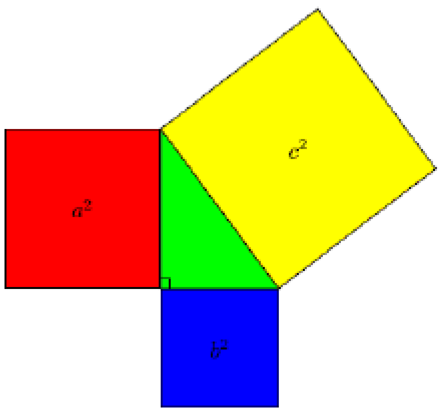
Es decir, de (1) y (2) tenemos:

$c^2 = a^2 + b^2$

Cumpliendo que: $c^2 = (a-b)^2 + 4\left(\frac{ab}{2}\right)$

Y este también es un cuadrado de lado c, mediante la construcción que se realizó; luego la hipotenusa de los triángulos rectángulos verdes es c.

Grafico 12: Teorema de Pitágoras para cualquier triángulo rectángulo.



Fuente García (2002)

Estas demostraciones del Teorema de Pitágoras citadas son demostraciones con un alto nivel de razonamiento y deducción, que puestas didácticamente dentro de los salones de clases y además con la ayuda de materiales didácticos bien planificados y elaborados potenciarían las capacidades de razonamiento y deducción de los estudiantes universitarios.

D) DEMOSTRACIÓN DE LAS IGUALDADES ALGEBRAICAS NOTABLES:

Según Martinon A. (2009), Las propiedades matemáticas que se comprueben su validez con procedimientos algebraicos y geométricos, son especialmente instructivas, llenos de procedimientos rigurosos que son propios de las matemáticas; pero eso no les quita su poder de desarrollar razonamientos que están de acuerdo a las exigencias de las universidades.

Como por ejemplo las demostración de las igualdades notables:

Tabla 8: Igualdades algebraicas Notables.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

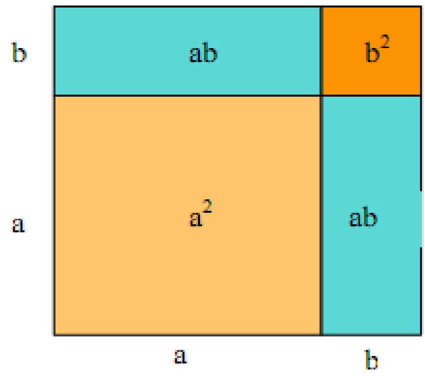
Fuente Martinon (2009).

Estos tres productos notables se pueden demostrar siguiendo pasos algebraicos, efectuando el término de la izquierda. Así de esta forma:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2.$$

Pero resulta más atractivo su desarrollo con procedimientos geométricos, veamos

Grafico 13: Igualdades algebraicas Notables.



Fuente Martinon (2009).

Partimos de un cuadrado de longitud de lado (a + b), luego trazamos las líneas perpendiculares que forman cuatro cuadriláteros (ver gráfico 13) de áreas a^2 , b^2 y ab. Por lo que si sumamos todas la áreas parciales obtenidas nos dará el área del cuadrado mayor $(a+b)^2$. Veamos:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Lo que queda demostrado el producto notable.

E) DEMOSTRACIÓN DEL NÚMERO IRRACIONAL $\sqrt{2}$

Martinon A. (2009), en este tipo de demostración el nivel de dificultad es mayor. Recordemos que la $\sqrt{2}$ es un número irracional y no racional; esta quiere decir que no hay un número racional elevado a la dos, su resultado sea igual a dos. El procedimiento que se realizará para demostrar este número es la reducción al absurdo; y es un procedimiento para demostrar otros postulados.

Empezamos con la suposición que el cociente $\frac{m}{n}$; con m, n pertenecientes al conjuntos de los números naturales; elevado a las dos es igual a dos; suponemos también que m y n son primos entre sí, es decir no tienen factores comunes. Representamos la ecuación

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

Trabajando en la ecuación tenemos: $m^2 = 2n^2$, de ello decimos que m^2 es par, por lo que "m" es también un múltiplo de dos y m^2 sería numero par y $\dot{4}$, entonces: $4p = m^2 = 2n^2$, en esta igualdad tendríamos que m, n son números pares, lo que contradice que son primos entre sí, que no tienen factores comunes. Y allí tenemos la contradicción.

Se ha probado las dos conjeturas que se había hecho; que $\frac{m}{n}$ elevado a la dos es 2 y que m y n son primos entre sí; son dos suposiciones imposibles a la vez. Como proceder a simplificar una fracción si no tienen factores y nos piden al máximo, por tal concluimos que no puede ser que el cuadrado de $\frac{m}{n}$ sea dos

Se puesto un grupo de demostraciones como ejemplos para que los docentes, recapacitasen en su labor formadora, en ir solo a las aulas a llenar el pizarrón con procedimientos algorítmicos y poco de razonamiento, además que sirvan estos ejemplos para tomar iniciativa y ser los docentes innovadores, creativos al momento de enseñar la matemática que nos apasiona; con lo cual se potenciarían las capacidades del razonamiento en nuestros estudiantes, y si utiliza materiales didácticos concretos en el proceso sería una forma novedosa y didáctica de enseñar a demostrar teoremas matemáticos.

2.2.1.7. LOS MATERIALES DIDÁCTICOS

Según Valerio (2000), el material didáctico es todo material apoye con sus características particulares, a los docentes a solucionar aspectos referidos a la didáctica y la enseñanza de una materia; los materiales pueden ser incluidos en los momentos de evaluación, ejecución o planificación de sesiones. Los materiales son medios e instrumentos que posibilitan a los docentes y estudiantes a lograr la interacción directa con su entorno y a tener experiencias educativas satisfactorias.

En término materiales didácticos involucra a todo medio, instrumento, recurso y equipo utilizados con fines educativos, y que brindan apoyo al docente en los procesos pedagógicos de una clase.

Cabero y Gisbet (2002), en los materiales didácticos se aborda la problemática de los elementos pedagógicos, estéticos y técnicos que se utilizan para su diseño, los materiales tienen objetivos que se desea que los estudiantes lo alcancen, profundizan los contenidos tratados en clase, los materiales al ser manipulables desarrollan ideas más significativas ya que ofrecen diferentes puntos de vista sobre una problemática.

Para Morales (2012) los materiales didácticos son utilizados para desarrollar las habilidades de los estudiantes, como también para integrar las actitudes con el conocimiento, por medio del lenguaje, la creatividad, el trabajo cooperativo, la socialización del conocimiento, sobre el conocimiento de lo que pueden hacer ellos y los demás, por lo expuesto el material educativo ha ido adquiriendo gran importancia en la educación, en todos los niveles. Además los materiales bien elaborados estimulan los sentidos y la creatividad, creando así el ambiente que posibilitara un aprendizaje significativo. Continua Morales, menciona para obtener un aprendizaje duradero y la comprensión de los que se enseña, es necesario promover el interés de los estudiantes, ellos con sus ganas de aprender tendrán su atención enfocada, se consentraran en el análisis de los contenidos, y con ello alcanzar el objetivo que se propone el docente.

2.2.1.7.1. ELEMENTOS DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS

Según Valerio (2000), todo material didáctico está conformado por tres aspectos propios y fundamentales:

a. LOS MEDIOS: Son vías por donde se van a comunicar los mensajes que se deseamos trasmitir. Valerio los describe como los recursos y equipos que son usados diariamente para la transmisión de la información entre los individuos de una sociedad. Y según Gimeno (1982), define a los medios, como todo material educativo de distintas clases o tipos, desde un lápiz de grafito hasta los equipos o recursos más sofisticados, como también las computadoras, multimedia que nos ayudan a comunicar contenidos o mensajes a los estudiantes.

Añade Ogalde y Bardavid, (2001) los medios emplean diversos lenguajes o maneras de expresión para llegar al receptor con el mensaje sin alteraciones, estos medios pueden ser:

1. Lenguaje verbal y el lenguaje auditivo: Ponencias, radio, audios instructivos, clases grabadas, clases virtuales.
2. Lenguaje visual: el empleo de la imagen en transparencia, fotografías o carteles, diagramas.
3. Lenguaje escrito: Empleado en la elaboración de libros, revistas, diarios, manuales, revistas.
4. Combinación de lenguajes: Audiovisuales, televisión, cine máster, multimedia.

A modo de conclusión, Sevillano (1990), dice menciona que un medio son los materiales y recursos que utilizan los docentes como apoyo y como instrumento en el proceso pedagógico, con ellos se realiza una clase interactiva entre estudiantes, los contenidos y el docente, y donde se aprende de manera amena y sin presiones.

b. EL CONTENIDO O MENSAJE:

Es el grupo de informaciones, sucesos y procedimientos que se desean trasmitir a los estudiantes, es el para qué fue elaborado un material, el docente lo usa para lograr aprendizajes significativos.

c. MATERIAL EDUCATIVO:

Su naturaleza es física y está constituido por el medio y el mensaje; todo material lleva un mensaje para ser entendido por quien lo usa, en los procesos de enseñanza aprendizaje actúa como mediador entre la actividad por aprender y los procesos mentales del estudiante.

2.2.1.7.2. CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS:

Para Valerio (2000), las mejores peculiaridades del material están basadas en las características que habrán de ser consideradas para su planificación, utilización, ejecución y producción:

1. No debe estar completamente cubriendo todo el desarrollo de una sesión de aprendizaje.
2. Los materiales deben ser apropiados al nivel de los estudiantes.
3. Deben ser limpios y no elaborados con materiales tóxicos.
4. El material de procurar no ser costoso, se debe utilizar materiales de bajo costo en su elaboración.
5. Su transporte deberá ser sencillo.
6. Porque serán manipulables deberán ser duraderos.
7. Deben ser elaborados de acuerdo al nivel y exigencia del estudiante y debe responder a sus intereses.
8. Llevan un buen propósito, que fue planificado antes de elaborarlo.
9. Comunican de manera clara y precisa las instrucciones de manejo del material.
10. Son medios de acumulamiento y divulgación de información.

11. Se puede utilizar el material en cualquier momento de una sesión de aprendizaje.

Contribuye en las características del material didáctico Roquet (2010):

- Programables: en su momento de elaboración deben estar presentes los objetivos, los contenidos que se pretende alcanzar. El docente deberá planificar el momento oportuno en donde los utilizará y en qué contexto de aprendizaje.
- Adecuados: deben estar hechos de acuerdo al contexto social, cultural donde se encuentra la institución, adecuado a la asignatura y a las particularidades de los estudiantes.
- Precisos deben ser claros y exactos en las orientaciones de los contenidos a desarrollar.
- Actuales: Ofrecer datos actuales, conocimientos actualizados de la asignatura.
- Integrales: Ofrecer las recomendaciones claras para el trabajo con el estudiante, el material debe desarrollar los contenidos por lo que fue elaborado para lograr los objetivos planificados y además deberán servir para la búsqueda de otras fuentes de información.
- Abiertos: Invitar al estudiante a que reflexione sobre otras formas de encontrar nuevas informaciones.
- Flexibles: que todo lo tratado es todo sino que hay más por buscar y estudiar.
- Coherentes: Entre los fines educativos, los contenidos y la evaluación deberá existir congruencia.
- Transferibles: materiales que proporcionan lo necesario para aplicar lo aprendido.
- Aplicables: que se puedan manipular y utilizar para comprender las actividades encomendadas.

- Interactivos: Deben mantener una comunicación con el estudiante y facilitarle la retroalimentación.
- Significativos: deben presentar los temas de manera atrayente, motivante para el estudiante.
- Válidos: Cuando los contenidos están de acuerdo a los objetivos que se quiere que aprendan los estudiantes.
- fiables: Los contenidos son confiables cuando son sólidos, consistentes y contrastables.
- Permiten la autoevaluación: Por medio de preguntas, actividades o problemas que nos ayuden a evaluar lo aprendido.

Morales (2012) menciona las características de un buen material didáctico para que refleje un buen aprendizaje, es necesario considerar lo siguiente en el momento de la elaboración:

- De acuerdo a los propósitos que se desea lograr en los estudiantes; la herramienta didáctica debe estar elaborado en la realización de dichos objetivos.
- Los temas y conocimientos deberán estar concordantes con la materia o asignatura.
- El diseñador del material educativo tiene características como: saberes precedentes, intereses, experiencia y conocimientos para el trabajo con materiales de este tipo.
- El contexto y sus características deben ser consideradas, la realidad donde se va laborar y las condiciones donde se empleara el material, además tener presente los recursos que se brindan en el lugar.

2.2.1.7.3. FUNCIONES DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS

Valerio (2000), por la gran variedad de materiales didácticos que hay hacen que una sesión de aprendizaje no este desprovisto de alguno de ellos, en cualquier de los momentos de proceso pedagógico están presentes, mediando los contenidos que se enseñan con los procesos cognitivos de los estudiantes, quizá este es la función principal de los materiales didácticos. Desde esta perspectiva, los materiales apoyan a los docentes a desarrollar lo que se propuso lograr con la planificación de actividades significativas, actividades que se planificaron partiendo de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

Las funciones de un buen material educativo son:

- **IMNOVADORA.-** Siempre creando nuevos materiales de acorde a las necesidades que surgen en el proceso pedagógico.
- **MOTIVADORA.-** atrayente captando el interés del estudiante y logrando su atención hacia el aprendizaje.
- **ESTRUCTURADORA.-** El material tiene una forma específica en presentar los contenidos; y de codificar el contexto donde se trabaja.
- **CONTROLADORA.**- temas, conocimientos, contenidos que se darán en clases
- **SOLICITADORA.**- La herramienta didáctica conduce las acciones instructivas y actúan estrategias didácticas pues facilitan y guían una sesión.
- **FORMATIVA.**- La función más resaltante de formar al estudiante en determinados conocimientos y valores, de acuerdo a las características del material y de acuerdo al uso didáctico de parte del docente que le dé.
- **PRODUCTO DE AQUISICION.**- Que se encuentra en los diversos centros de venta y compra.
- **AUXILIADORA.**- Como apoyo al docente en la ejecución de los procesos de aprendizaje y para los estudiantes que les ayuda en la comprensión de los nuevos conceptos.

Además en la misma línea Morales (2012) nos menciona otras funciones del material educativo:

- Un buen material educativo brinda información, función de ofrecer información de una o más disciplinas del saber (multidisciplinaria), la información que ofrece es de importancia para el aprendiz, que está inmersa en una realidad educativa; la razón de dar información, contenidos y saberes por medio de los materiales es porque este facilita la comprensión de los contenidos con mayor facilidad.

- El buen material educativo nos apoya a cumplir con los objetivos propuestos: Al inicio, antes de la elaboración de material, es importante tener presente los objetivos que queremos cumplir mediante el apoyo con el material; tenerlo claro y preciso para luego continuar con el diseño y elaboración del material y así cumplir satisfactoriamente al objetivo.
- Guiar el proceso de pedagógico: bien se ha aclarado la relevancia que tienen los objetivos que deberá cumplir el material educativo en el proceso educativo, entonces sirve de guia al docente para continuar en el sendero hacia el logro de los objetivos; y además sirve al estudiante brindándole los contenidos que necesita y sin confundirle con informaciones que no necesitasen.
- El material didáctico debe ser contextualizado; contiene objetos, imágenes que motive a las estudiantes a relacionarlo con los contenidos que se está impartiendo en clase, además se puede elaborar un material con situaciones novedosas para que el estudiante se sienta interesado a querer aprender, a descubrir maneras distintas de conocer una situación.
- Posibilita la comunicación entre los agentes educativos en el aula: Los materiales son elaborados de manera que cualquier estudiante pueda usarlo y comprenderlo, los materiales tienen la función de generar estímulos en las relaciones estudiantes y maestro en comparación a la educación vertical tradicionalista; además se puede mencionar que el docente tiene presente las características de sus estudiantes en el momento de elaborar el material educativo, y esto hace que estos últimos entiendan mejor al material al momento de trabajar con ellos.
- Percepción por los sentidos: Por la diversidad que existe de materiales educativos son percibidos por los diferentes sentidos

acercando la información a estos; esto conlleva a que los estudiantes relacionen en las ideas de una forma más personal, también las relacionan a experiencias previas lo que genera aprendizajes significativos.

- Función de motivación: Es una de las funciones más relevantes del material educativo; despierta en interés en todo individuo con tan solo presentarles el material; así de motivante es; enfoca la atención de los estudiantes en determinados puntos, desarrolla la imaginación, la curiosidad entre otras capacidades; por ello lo importante que el material esté presente en los salones de clases acompañando y haciendo más motivador en los momentos de enseñanza aprendizaje.

Para Graells (2011) las funciones de los materiales didácticos son los siguientes:

- Facilita el cumplimiento de los objetivos trazados.
- Presenta los conceptos de manera clara, pertinente y confiable.
- Centra la atención de los estudiantes, activando su concentración en el proceso de aprendizaje, y con ello se evita que aprenda memorizando los conceptos.
- Una de la funciones del material es correlacionar la información, problemas y circunstancias reales.
- Ayuda a la conexión entre los saberes nuevos con los previos.
- Favorece al aprendizaje autónomo.
- Actúa como guía de los aprendizajes.
- Crea entornos de creatividad y de diálogo.
- Desarrolla las habilidades del pensamiento.
- Proporciona situaciones reales y simuladas.
- Apoya en la evaluación por competencias.
- Genera interés y curiosidad por aprender.
- Posibilita el trabajo en equipos, desarrolla actitudes y valores.

Cada una de estas funciones mencionadas por los autores, nos dan a conocer la importancia que tienen los materiales didácticos en la educación, en el que hacer del docente, en el logro de objetivos, en el logro del aprendizaje significativo, en el desarrollo de actitudes y valores, en beneficio de los estudiantes.

Si tenemos en cuenta la educación actual, la experiencia del que hacer educativo, entonces encontraremos que los materiales más utilizados actualmente son los textos o libros. Tal es el caso que la UNESCO, acaba de afirmar que la mayor parte de los países lo utilizan como un material pedagógico, llegando a un porcentaje del 85% de utilización.

En las instituciones educativas, donde irán a laborar los egresados sigue la utilización de los manuales escolares, siendo el medio más utilizado en el ámbito educativo, así mismo este material tiene como soporte el papel, constituyendo un medio o recurso utilizado por la amplia mayoría del profesorado y estudiantado. Lo que se afirma no es subjetivo, sino es parte de la realidad peruana. Por lo tanto los profesionales en educación tienen la responsabilidad de cumplir ese rol frente a los materiales educativos y así equilibrar su uso en la práctica docente.

Si bien, es cierto que los materiales didácticos ofrecen diversas posibilidades como estrategia didáctica, entonces deben poseer relevantes peculiaridades.

Tabla 9: Los actores pedagógicos y sus peculiaridades.

CUALIDADES PEDAGÓGICAS	CUALIDADES PRÁCTICAS
- Simple - Claro - Verdadero - Exacto	- Fácil de manipular - Transportar - Clasificar - Reproducir

- Atractivo - Adaptable	- Fabricar - De costo razonable para los usuarios.

Fuente Díaz (2002)

2.2.1.7.4. IMPORTANCIA DEL MATERIAL DIDÁCTICO

Valerio (2000), el docente ha de tener presente a los materiales didácticos en los procesos de planificación, ejecución y evaluación de las sesiones de aprendizaje, porque son versátiles en su uso, y porque ofrecen múltiples opciones en el proceso pedagógico. Desde esta perspectiva de variabilidad pedagógica de los materiales educativos, son muchas veces menospreciados por los docentes, a pesar de que este menos precio no es coherente con la importancia y bondades que tienen. Escudero, citado por Parceriza (1999), menciona que la trascendencia del material educativo no está solo en posibilitar el acceso a los contenidos indicados sino que el verdadero valor está en condicionar el mensaje; en el trabajo específico para lo que fue creado.

Así pues, para poder comprender con mayor profundidad sobre el verdadero valor de los materiales educativos en la práctica docente, es necesario comprender que la elaboración del material debe estar estructurado sobre sus competencias, saberes educativos, áreas y ciclos, opciones de estrategias metodológicas y pautas de evaluación, solo así podemos mejorar la calidad de la educación, que es motivo de los profesionales en educación.

- Más palpable lo intangible.
- Más próximo lo remoto.
- Más presente lo pasado.
- Más personal lo impersonal y
- Más concreto lo abstracto.

Tabla 10: Materiales didácticos y los sentidos UNESCO.

UNESCO

Como aprenden por medio de los sentidos los estudiantes:	
Porcentaje %	Aprendizaje obtenido por el/los sentido(s):
03 %	Auditivo (lo que escucha)
40 %	Vista (lo que observa)
50 %	Audio-visual (lo que escucha y ve)
70 %	Audio-visual-tacto (lo que experimenta-en contacto con el objeto)

Fuente Díaz (2002)

Con este estudio realizado por la UNESCO se determinó que el 70% de las personas aprenden cuando están en experiencia directa con el objeto, cuando tienen a la mano el material para experimentar, constatar la teoría en la práctica, es decir que se logra mejores aprendizajes con el "aprender haciendo". Siguiendo esta línea Díaz (2002) nos presenta los resultados de su estudio:

Tabla 11: Materiales didácticos y los sentidos.

PORCENTAJE ALMACENAMIENTO Y RETENIMIENTO DE LOS SENTIDOS	
Porcentaje %	Sentido:
1 %	DEL GUSTO
1 %	DEL TACTO
4 %	DEL OLFATO
11 %	DEL OÍDO
83 %	DE LA VISTA

Fuente Díaz (2002)

De igual manera sucedió con el almacenamiento y retención de información por los órganos sensoriales, en este caso el sentido de la vista obtiene el mayor porcentaje y los otros sentidos ni siquiera se acercan; entonces podemos afirmar los contenidos debemos presentarlos de forma atrayente, utilizando y elaborando materiales innovadores que sean agradables a la vista de los estudiantes.

Se dio a conocer los resultados estos dos estudios para tenerlos presentes en el momento de planificar nuestras sesiones, y como dice un popular refrán chino:

"Lo que oigo, lo olvido,

Lo que veo lo recuerdo.

Lo que hago lo sé,

Y si lo descubro, lo realizo "

Aporta en esta línea Morales (2012), los materiales educativos estimulan a los sentidos del quien aprende, en la manipulación directa con el material, el estudiante utiliza todos sus sentidos, claro está en mayor medida los sentidos de la vista y del tacto que favorecen a un aprendizaje más profundo; que esta corroborado por los estudios antes señalados.

Por lo tanto, los materiales didácticos tienen que ser lo más diversificado posible, así como de ofrecer más posibilidades de uso, de ahí su importancia. Sin embargo, la identificación de algunas ventajas de la utilización de los materiales nos puede decir en qué medida son importantes en el proceso educativo. De acuerdo con Irene Mello Carvallo, mencionado por Morales (2012), enumera varias ventajas:

a) Estimulan a todos los sentidos en la experiencia educativa.
b) En el proceso de aprendizaje, favorecen en la adquisición y fijación de los contenidos.
c) Despiertan el interés de aprender, son motivadores.
d) Desarrollan la capacidad de imaginación y de abstracción.
e) Favorecen en la racionalización del tiempo, en las explicaciones.
f) Favorecen en la interacción del aprendizaje de los estudiantes.
g) Fomentan a un vocabulario amplio.

2.2.1.7.5. FINALIDADES DEL MATERIAL DIDÁCTICO

Las finalidades según Valerio (2000) son:

- Motivar la clase, haciendo que la actividad significativa sea un deleite para los estudiantes.
- Contribuyen con la ilustración que se expone verbalmente, siendo más significativa y completa dicha participación.
- En la comprensión por parte de los estudiantes de conceptos y casos, el material ayuda a economizar esfuerzos.
- Evidenciar lo que se está enseñando mediante la experiencia directa con el material, ofreciéndole una noción exacta de los hechos enseñados.
- Desarrolla actitudes y aptitudes, además el favorece a las habilidades especificas del manejo, diseño y construcción de materiales didácticos que los estudiantes propongan.

2.2.1.7.6. REQUISITOS FUNDAMENTALES DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS:

Los requisitos que debe cumplir todo Material Didáctico, de acuerdo con Valerio (2000) son:

a) **Conocerlos.-** El docente como profesional debe conocerlos a fondo, lo que posibilitará que actúe en distintas situaciones de aprendizaje. Además, cuanto más conozca un material didáctico, mejor se organizarán las actividades educativas.

b) **Programarlos.-** Los materiales didácticos se deben programar antes de ser utilizados, diseñarlos y elaborarlos, así mismo dependen de las actividades a realizarse.

c) **Adecuarlos.-** El punto de partida para adecuar y decidir la utilización de un material didáctico son las necesidades educativas de los estudiantes, es decir en su forma de realizarse, en la relación entre el docente y un grupo de estudiantes, y en el desarrollo de un contenido de aprendizaje.

d) **Variedad.-** Fomentar la variedad de los materiales didácticos es proporcionar nuevas experiencias diversas para aprender, es también romper la rutina al momento de planificar una actividad de aprendizaje, y obtener nuevos resultados de aprendizajes.

e) **Sencillez.-** Todo material didáctico debe ser asequible, austero, natural, simple y sobrio, tanto para el docente como para el estudiante, porque son ellos quienes lo elaboran y lo utilizan los materiales de su propia realidad social.

Tabla 12: Materiales didácticos.

RESUMEN
1. El docente debe tener conocimiento del material didáctico 2. Debe estar incluido en los instrumentos de gestión (programación anual, unidades, sesiones) 3. Se ajuste a las carencias y prioridades de aprendizajes de los estudiantes. 4. En conjunto deben ser variados. 5. Deben ser sencillos de utilizarlos.

Fuente Valerio (2000)

2.2.1.7.7. MATERIAL TECNOPOR

Para el presente trabajo de investigación los materiales didácticos elaborados y utilizados estarán hechos por este material, asa que surge necesario definir el material de tecnoport.

Según Martínez (2012), el tecnopor también denominado poliestireno expandido, técnicamente entendido como: "material plástico celular y rígido fabricado a partir del moldeo de perlas preexpandidas de poliestireno expandible o uno de sus copolímeros, que presenta una estructura celular cerrada y rellena de aire", es un producto plástico de color blanco, constituido por pequeños puntos esféricos, es de fácil uso y de costo módico, y en mercados se le encuentra de diversas formas (planchas de tecnopor 1,1m por 0,8m). Este material por las propiedades expuestas se convierte como una de las materias primas que se cuenta para la elaboración de los materiales educativos.

2.2.2. APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

2.2.2.1. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Según Rodríguez (2012), el aprendizaje significativo se da en la medida en que intentan vincular la información nueva con lo que ya sabe y por consiguiente darle sentido, están llevando a cabo su aprendizaje significativo (construcción coherente y comprensiva de contenido).

El aprendizaje significativo es retenido más duradero en el tiempo y también es mucho más eficiente porque unos cuantos principios generales pueden acomodar una gran cantidad de aplicaciones específicas. En consecuencia es importante para los docentes enfocarse en su instrucción en el contenido significativo (redes de ideas conectadas) y enseñar a sus estudiantes estrategias para realizar aprendizaje significativo (por ejemplo: resumir en sus propias palabras, examinarse a sí mismo para sí han cumplido con el objetivo de aprendizaje).

Romero (2009) analiza la teoría de Ausubel y Novak (1998) y puntualiza que lo esencial del aprendizaje significativo es la relación entre los aprendizajes previos y el aprendizaje nuevo, en la manera que las ideas expresadas con símbolos son relacionadas con aspectos existentes en la estructura cognitiva del estudiantes como las imágenes, símbolos significativos, conceptos o proposiciones, y adema se debe mencionar que esta relación no se realiza al pie de la letra, sino que suceden ciertos acomodos del conocimiento en la estructura cognitiva.

Para el aprendizaje significativo es muy importante que el estudiante manifieste una actitud hacia aprendizaje; que se encuentre motivado y concentrado al momento de aprender; que tenga una predisposición de entrelazar manera sustancial y para nada de forma arbitraria el nuevo contenido con su estructura cognoscitiva, como que el contenido que aprende es potencialmente significativo, para él, es decir relacionable con la estructura de su conocimiento sobre una base no arbitraria."

2.2.2.1.1 TIPOS DE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Según Barragán (2009) son:

Aprendizaje de representación:

Es básico del cual dependen los otros dos siguientes. Consiste en aprender la definición de los símbolos, la significatividad que poseen. La principal base del símbolo es la palabra, las palabras nuevas representan a un aprendizaje particular a elementos o pensamientos de correspondencia. Referidas a las palabras nuevas y los referentes ellas llegan a generar el mismo contenido cognoscitivo, por ello la gran importancia de que los estudiantes comprendan la definición de los símbolos.

Aprendizaje de conceptos:

Ciertamente, lo que se aprende son conceptos; sin embargo, se sabe que los conceptos se representan también con símbolos aislados del mismo modo que los referentes individuales o unitarios por lo que un tipo mayor de aprendizaje por representaciones son los conceptos. Además aprender el concepto mismo se refiere a aprender las cualidades y propiedades del concepto; aprender como el nuevo concepto se relacionan con la estructura cognoscitiva para producir un significado genérico nuevo pero unitario, es aprender el aprendizaje de proposición, como ésta se conecta a la estructura cognitiva y se logra un nuevo significado más complejo.

Aprendizaje de proposiciones:

Es un nivel más alto; se trata del entendimiento de las ideas expresadas mediante la comprensión de los significados de las palabras usadas o un entendimiento de forma proporcional. En este tipo de aprendizaje significativo la tarea no consiste en hacer que representen las palabras si no comprender los significados de las ideas manifestadas mediante oraciones. En el aprendizaje de los enunciados se adquieren los significados de las ideas compuestas, en tanto que se genera la proposición combinando palabras individuales, estas últimas representan un alusivo unitario.

Las palabras individuales se relacionan, se mezclan de manera que el conocimiento final, es el resultado de todos los significados de las palabras juntas. Evidentemente, antes que no pueda aprender los significados de las palabras componentes.

2.2.2.1.2 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO: REQUISITOS

Rodríguez (2004), cita a la teoría del psicólogo Ausubel, y menciona que para obtener el aprendizaje significativo es imperante cumplir con lo siguiente:

- **SIGNIFICATIVIDAD LÓGICA DEL MATERIAL:**
  Hace referencia a que cualquier material que va ser utilizado en una sesión esté debidamente planificada y organizada, que fomente la construcción de nuevos significados. Las actividades que el maestro presenta, deben tener una sucesión ordenada y lógica, en donde adquiere más importancia la manera en que se presenta el contenido y no solo el contenido.

- **SIGNIFICATIVIDAD PSICOLÓGICA DEL MATERIAL:**
  Se refiere el autor, que todo estudiante posee conocimientos previos, que en un momento dado se activaran por su estructura cognitiva, para comprender los conocimientos presentados, entonces los contenidos serán entendibles para ellos. Además los estudiantes pensamientos inclusores en su mente que le facilitan el rápido entendimiento de la información, si no es así, se perderá fácilmente la información.

- **ACTITUD FAVORABLE DEL APRENDIZ:**
  El interés que tiene el individuo por aprender un contenido no es suficiente para lograr el aprendizaje significativo, en este aprendizaje es relevante que el estudiante este predispuesto a hacerlo, es decir que sea capaz de construir significados, entender procedimientos lógicos y ordenados, además que tenga lo necesario para aprender en su estructura cognitiva (conocimientos previos e ideas inclusoras), es cuando se dará este aprendizaje duradero. Además querer aprender es una de las características favorables para el aprendizaje, son disposiciones actitudinales y emocionales, que mediante la motivación adecuada del docente son activadas.

2.2.2.1.3. CARACTERISTICAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Según Rodríguez (2011), basándose en la teoría de David Ausubel (1998), menciona las características del aprendizaje significativo:

a) Incorporación de los nuevos conocimientos en la estructura cognitiva de manera sustantiva

b) Gracias al esfuerzo que realiza el estudiante en relacionar los conocimientos sus previos con los nuevos se logra el aprendizaje.

c) Los resultados en el aprendizaje serán resultados de la predisposición del estudiante, de lo que considera provechoso aprender en clases.

En contraste al aprendizaje memorístico, pasivo lo más resaltante es:

a) Los nuevos conocimientos se fijan más fácilmente en las estructuras cognitivas de los estudiantes.

b) Para relacionar e incluir en su estructura mental los conocimientos nuevos con los previos el estudiante no realiza demasiado esfuerzo.

c) El aprendizaje significativo es un aprendizaje duradero porque considera el interés, las necesidades y el contexto de los estudiantes en el proceso pedagógico.

2.2.2.1.4. VENTAJAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Romero (2009), señala las siguientes las ventajas:

- Retención duradera de las definiciones, contenidos; en la estructura cognitiva del estudiante se modifica mediante reacomodos durante el aprendizaje.
- El estudiante con una estructura metal cada vez en constante cambio debido al aprendizaje, le resulta más sencillo relacionar los nuevos conocimientos.
- Los nuevos conocimientos adquiridos no se olvidan tan fácilmente, pues están bien relacionadas en la estructura cognitiva y fueron aprendidos por interés del individuo.

- El aprendizaje es activo, ya que se logra por las acciones y actividades realizadas por los estudiantes en el proceso de enseñanza.
- Es individual, ya que todo el proceso depende del estudiante, desde su predisposición hasta relacionar e integrar los conocimientos nuevos a su estructura cognitiva.

Ausubel (1998) citado por Rodríguez (2011); en las sesiones de matemática si se puede lograr aprendizajes significativos, no debemos imponer los contenidos ni hacer tediosa la clase forzando a los estudiantes a que aprendan, sino todo lo contrario, el punto de inicio debe ser las carencias y prioridades de aprendizaje de los estudiantes, sus experiencias, sus conocimientos previos; además tener presente las formas de razonamientos presentes, los conocimientos previos referido al tema a enseñar, todo ello asegurara un aprendizaje duradero.

Dávila (2000), señala que el aprendizaje del estudiantado, especialmente en los primeros cursos de la educación superior es básicamente memorístico, Dávila a menciona brevemente las ventajas del aprendizaje significativo. Estos son:

1. Facilita la adquisición de los nuevos conocimientos relacionándolos con los ya aprendidos significativamente. No olvidar que el aprendizaje significativo produce una modificación de la estructura cognitiva del estudiante mediante reajustes de la misma para integrar la nueva información a la estructura cognitiva.
2. En la memoria de largo plazo es depositada la nueva información que fue anteriormente relacionada con las informaciones precedentes existentes en la memoria; en consecuencia se produce la retención duradera de la información.

3. Es un aprendizaje eficiente en contraposición al memorístico, pues está constituida por actividades de aprendizaje planificadas para la asimilación de los conocimientos.
4. El significado que se da a los aprendizajes, los recursos mentales, los conocimientos previos y la forma como se relacionan los conocimientos en la estructura cognitiva, todo ello son procedimientos personales.

2.2.2.2. LA MATEMÁTICA

Ruiz (2002) sostiene que las ciencias matemáticas es un sistema de disciplinas referidas al estudio de los números, de las figuras bidimensionales y tridimensionales que utilizan un nivel extraordinario de abstracción, y que trabajan realizando relaciones entre entes abstractos. Ruiz menciona que matemática es saber trabajar con números, figuras planas y del espacio, realizar procedimientos regidos por las leyes y reglas matemáticas.

Prosigue Ruiz, es el arte, del manejo de “números y símbolos”, podría decirse de manera informal, puesto que no se requiere la rigurosidad de aplicar axiomas algebraicos en resolver una ecuación lineal; pero si un procedimiento basado en la lógica y la notación matemática. Se trabaja con cantidades, magnitudes, con relaciones, con métodos, donde se trabaja con datos conocidos para deducir la solución o dato faltante.

Rosental (1975), empieza con el vocablo griego ‘mathema’, que concierne al saber; para definir a la matemática como la ciencia sobre las estructuras matemáticas (conjuntos entre cuyo elemento existen y se han determinado ciertas relaciones).

Según definiciones de los autores anteriores, se puede decir que la matemática tiene por objeto las formas especiales y las relaciones cuantitativas del mundo real; en las primeras etapas de su desarrollo, la matemática surgió en la antigüedad, por las necesidades que tenía el hombre por presentar; contabilizar, para posteriormente representar con un sistema de símbolos y así ampliar su estructura cognitiva con las formas más simples de los números que representaban a las cantidades y de las representaciones geométricas que graficaban la naturaleza, en la actualidad la matemática ha adquirido un importante significado siendo la ciencia base de las otras, y como herramienta para entender y comprender todo el mundo que nos rodea.

En la actualidad en la educación peruana en matemática, se viene trabajando a base de competencias matemáticas para lograr un aprendizaje de la matemática, lo que paso a detallar.

2.2.2.2.1. Las competencias Matemáticas:

González (2003), el concepto de competencia hace referencia a lo que una persona es capaz de hacer, su capacidad de dar respuesta en las situaciones en las que se encuentra involucrado. Continúa González diciendo, que el concepto de competencia matemática está íntimamente relacionado con el punto de vista funcional de las matemáticas, que tiene que ver con:

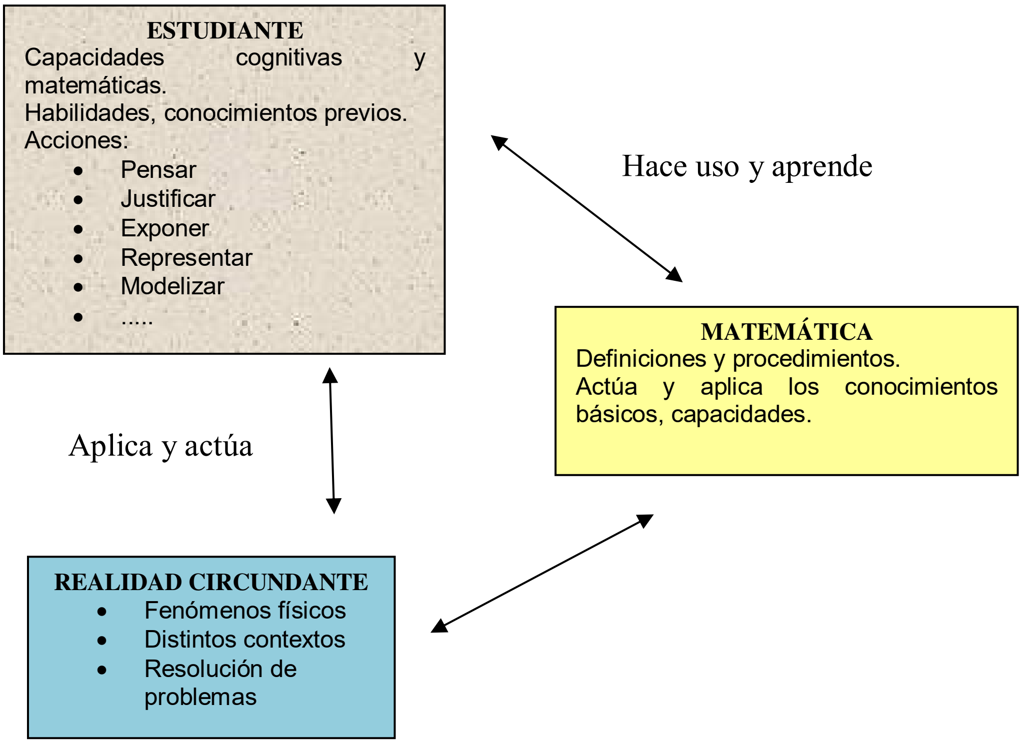
- La matemática identificada como un “modo de hacer”
- El uso de herramientas matemáticas símbolos, relaciones, propiedades, teoremas, etc.
- Los conocimientos matemáticos puestos en la realidad, en contexto, en la solución de determinados problemas.

Donde están presentes los elementos:

- Asignaciones acorde al contexto del estudiante.
- Conceptos y procedimentales claramente definidos.
- Estudiante considerado sujeto cognitivo.

Gonzales representa mediante un gráfico las relaciones entre los elementos.

Gráfico 14: Relaciones sujeto, matemática y Realidad.



Fuente González (2003)

El Ministerio de Educación (MINEDU) mediante el texto rutas del aprendizaje (2015), propone para la educación peruana, y la educación matemática en el país, el enfoque por competencias; una competencia involucra contenidos, capacidades y actitudes; el MINEDU define a la competencia como la facultad que tiene todo individuo para actuar lucidamente en su realidad, sea para solucionar problemas o de cumplir objetivos propuestos, las personas seleccionan información, capacidades, herramientas o recursos para aplicarlo a determinadas situaciones que se encuentre. Para el aprendizaje de la matemática en este enfoque, se desarrollara por cuatro competencias que se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversos contextos y situaciones. Las competencias matemáticas sostienen la afirmación que dice que la matemática es un medio para estudiar y comprender los fenómenos sociales y naturales, por lo que posee procedimientos y definiciones matemáticas propias a determinada situación. Con ello las competencias son evidencias o formas de actuar y pensar en las clases de matemática de acuerdo a situaciones de forma, movimiento y localización; de cantidad; de gestión de datos e incertidumbre y de regularidad y cambio.

a. **Competencia 1:** Formas de actuar y pensar matemáticamente en situaciones de cantidad.

- Matematiza situaciones: es la capacidad de usar símbolos matemáticos, variables, modelos generales; aplicar los modelos de solución a otras situaciones similares, interpretar los datos, condiciones relaciones de los problemas; y evaluar los modelos matemáticos que darán la solución a los problemas de cantidad en los diferentes entornos.
- Comunica y simboliza ideas matemáticas: es la habilidad, de comprender ideas y la función que desempeña en determinadas situaciones; de elaborar representaciones, y relacionarlas; de identificar y usar diferentes representaciones; y expresar con un lenguaje matemático apropiado la solución de los problemas de cantidad.
- Elabora y usa estrategias: es la capacidad de pensar y elaborar planes de solución, emplear procedimientos, recursos tecnológicos y valorar estrategias, modelos de matemáticos de solución; todo ello en la búsqueda de la solución de problemas de cantidad.

- Razona y justifica ideas matemáticas: es la habilidad de aplicar las formas del razonamiento; proponer hipótesis, supuestos, conjeturas de los hechos observados; validar y verificar las conjeturas hechas mediante argumentos lógicos, obteniendo conclusiones inferidas o deducidas que amplíen el cuerpo de conocimientos de la matemática; que puedan dar solución a los problemas de cantidad en los diferentes entornos.

b. **Competencia 2:** Formas de actuar y pensar matemáticamente en situaciones equivalencia, regularidad y cambio.

- Matematiza situaciones: es la capacidad de usar símbolos matemáticos, variables, modelos generales; aplicar los modelos de solución a otras situaciones similares, interpretar los datos, condiciones relaciones de los problemas; y evaluar los modelos matemáticos que darán la solución a los problemas de equivalencia y cambio.
- Comunica y simboliza ideas matemáticas: es la capacidad, de comprender ideas y la función que desempeña en determinadas situaciones; de elaborar representaciones, y relacionarlas; de identificar y usar diferentes representaciones; y expresar con un lenguaje matemático apropiado la solución de los problemas de regularidad y cambio
- Elabora y utiliza estrategias: es la habilidad de pensar y elaborar planes de solución, emplear procedimientos, recursos tecnológicos y valorar estrategias, modelos de matemáticos de solución; todo ello en la búsqueda de la solución de problemas de regularidad y equivalencia.
- Razona y justifica ideas matemáticas: es la habilidad de aplicar las formas del razonamiento; proponer hipótesis,

supuestos, conjeturas de los hechos observados; validar y verificar las conjeturas hechas mediante argumentos lógicos, obteniendo conclusiones inferidas o deducidas que amplíen el cuerpo de conocimientos de la matemática; que puedan dar solución a los problemas de regularidad equivalecia en los diferentes entornos.

c. **Competencia 3:** Formas de actuar y pensar matemáticamente en situaciones movimiento, forma y localización.

- Matematiza situaciones: es la capacidad de usar símbolos matemáticos, variables, modelos generales; aplicar los modelos de solución a otras situaciones similares, interpretar los datos, condiciones relaciones de los problemas; y evaluar los modelos matemáticos que darán la solución a los problemas geométricos en los diferentes entornos.
- Comunica y simboliza ideas matemáticas: es la habilidad, de comprender ideas y la función que desempeña en determinadas situaciones; de elaborar representaciones, y relacionarlas; de identificar y usar diferentes representaciones; y expresar con un lenguaje matemático apropiado la solución de los problemas de movimiento y localización.
- Elabora y usa estrategias: es la habilidad de pensar y elaborar planes de solución, emplear procedimientos, recursos tecnológicos y valorar estrategias, modelos de matemáticos de solución; todo ello en la búsqueda de la solución de problemas de forma y movimiento.
- Razona y argumenta ideas matemáticas: es la habilidad de aplicar las formas del razonamiento; proponer hipótesis, supuestos, conjeturas de los hechos observados; validar y verificar las conjeturas hechas mediante argumentos lógicos,

obteniendo conclusiones inferidas o deducidas que amplíen el cuerpo de conocimientos de la matemática; que puedan dar solución a los problemas de geométricos en los diferentes entornos.

d. **Competencia 4:** Formas de actuar y pensar matemáticamente en situaciones gestión de datos e incertidumbre.

- Matematiza situaciones: es la capacidad de usar símbolos matemáticos, variables, modelos generales; aplicar los modelos de solución a otras situaciones similares, interpretar los datos, condiciones relaciones de los problemas; y evaluar los modelos matemáticos que darán la solución a los problemas de gestión de datos en los diferentes entornos.
- Comunica y simboliza ideas matemáticas: es la habilidad, de comprender ideas y la función que desempeña en determinadas situaciones; de elaborar representaciones, y relacionarlas; de identificar y usar diferentes representaciones; y expresar con un lenguaje matemático apropiado la solución de los problemas de gestión de datos.
- Elabora y utiliza estrategias: es la habilidad de pensar y elaborar planes de solución, emplear procedimientos, recursos tecnológicos y valorar estrategias, modelos de matemáticos de solución; todo ello en la búsqueda de la solución de problemas de gestión de datos en contextos diferentes.
- Razona y justifica ideas matemáticas: es la habilidad de aplicar las formas del razonamiento; proponer hipótesis, supuestos, conjeturas de los hechos observados; validar y verificar las conjeturas hechas mediante argumentos lógicos, obteniendo conclusiones inferidas o deducidas que amplíen el cuerpo de conocimientos de la matemática; que puedan dar

solución a los problemas de gestión e incertidumbre en los diferentes entornos.

2.2.2.2.2. Competencias matemáticas en PISA 2003.

En los pruebas PISA que se dan en los diferentes niveles de educación para medir los niveles de aprendizaje referente a la matemática; están elaboradas mediante competencias matemáticas que tienen el propósito de evaluar y comparar:

- Las formas de razonamiento y pensamiento.
- Justificar, argumentar; uso de métodos heurísticos, comunicación y representacion matemática.
- Manejo y comprensión de expresiones matemáticas.
- Interpretación de modelos, seleccionar modelos, trabajar con modelos matemáticos.
- Planteamiento y búsqueda de la solución de problemas
- Codificación, decodificación e interpretación de representaciones.
- Uso de diferentes lenguajes (oral, escrito, simbólico).

CAPÍTULO III

ESTUDIO EMPÍRICO

3.1. PRESENTACIÓN:

El presente trabajo de investigación se tipifica de la siguiente manera:

Tabla 13: Tipificación de la investigación.

1. Método de contrastación de la Hipótesis	CAUSAL EXPLICATIVA: Se manipulará la variable independiente para obtener los resultados propuestos
2. Medición de las variables	Tipo Cuantitativo: Los resultados de la investigación estarán representados numéricamente.
3. El número de variable	BIVARIABLE: Variable independiente y la variable dependiente
4. El ambiente en que se realiza	CAMPO: Se realizará en la Facultad de Educación de la UNASAM
5. Fuente de datos	NIVEL SUPERIOR: Universidad Nacional "Santiago Antúnez de Mayolo" - UNASAM
6. Tiempo de aplicación de la variable	TRANSVERSAL

Fuente Gonzales M. (2017)

3.1.1 DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO

Luego de la aprobación del proyecto de investigación, se procedió a la aplicación del mismo en la Universidad pública "Santiago Antúnez de

Mayolo" que se encuentra en la ciudad de Huaraz, con la autorización del decano de la Facultad de Educación.

Se inició las coordinaciones respectivas con el docente Cesar Brito Mallqui, que tenía a su cargo las aulas donde se realizaría el proyecto de investigación.

Se seleccionó al azar al grupo control (estudiantes de la escuela de comunicación) y al grupo experimental (estudiantes de la escuela de primaria), ambos salones tenían casi las mismas características en común. En la escuela de comunicación eran 24 estudiantes y 23 estudiantes en la escuela de primaria. Se reconoció la programación curricular para el área de matemática y en base a ello se adaptó las sesiones de clase y los instrumentos de recojo de datos.

La aplicación del proyecto tuvo una duración aproximada de cuatro meses, llevada a cabo por mi persona como docente de aula para ambas salones; con el objetivo de controlar la variable interviniente docente, y sólo contrastar con la variable independiente. Se tuvo en cuenta las características generales de los estudiantes, información que nos dio el docente de aula.

La primera sesión en ambos grupos consistió en la presentación, explicación de los objetivos de la investigación y la aplicación del pre test a través de un examen de entrada con respecto al tema de ángulos y propiedades de los triángulos, cuadriláteros y polígonos; con lo que se iba a trabajar durante las siguientes sesiones. El examen fue el mismo para ambos grupos.

Las siguientes sesiones de clase que se trabajó con el grupo de control con clases con didáctica habitual, esto es clases de manera expositiva, sin el uso de materiales para los tema de ángulos, teoremas de los triángulos, polígonos y cuadriláteros. Mientras que con el grupo experimental se trabajó los mismos temas, pero aplicando la variable independiente: la Demostración a través de los Materiales Didácticos hechos de tecnopor. Los materiales que se usaron fueron bloques desarmables de tecnopor que representaron figuras geométricas diversas mediante las cuales se podían demostrar sencillamente las propiedades geométricas por simple observación y manipulación de los mismos. Con ello, los alumnos no sólo tenían que memorizar las fórmulas matemáticas de forma pasiva, sino que además le daban sentido y coherencia al demostrar el porqué de su afirmación, además de hacer más concreto lo abstracto.

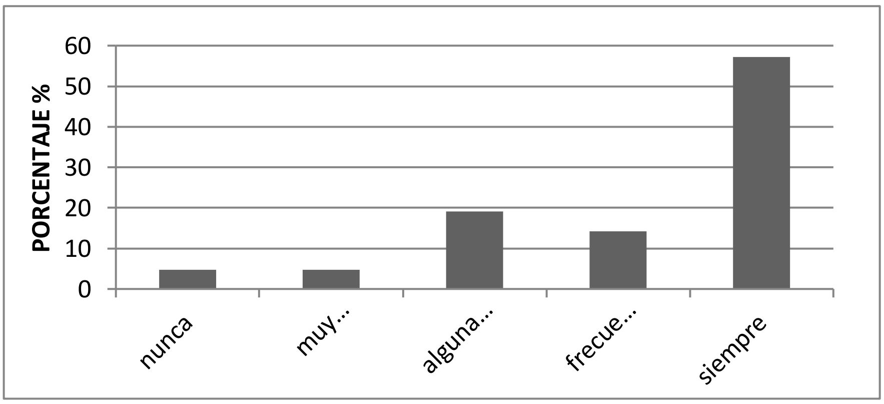
Se tuvo en cuenta que ambos grupos tuvieran las mismas condiciones de trabajo, es decir, controlar las variables intervinientes como: la misma motivación, el mismo docente, la misma teoría y los mismos ejercicios y problemas, el ambiente de trabajo similar, el mismo tiempo de clases, etc.

Al finalizar las sesiones programadas de la variable independiente se realizó la post prueba mediante el desarrollo de un examen de salida único para ambos grupos. Para reforzar los resultados obtenidos nos apoyamos en fichas de observación, la revisión de los cuadernos de trabajo, elaboración de trabajos y exposiciones de los estudiantes de algunos materiales elaborados por ellos, dichas exposiciones fueron captadas en fotos y en videos.

3.2. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

3.2.1. LA ENCUESTA: RESULTADOS

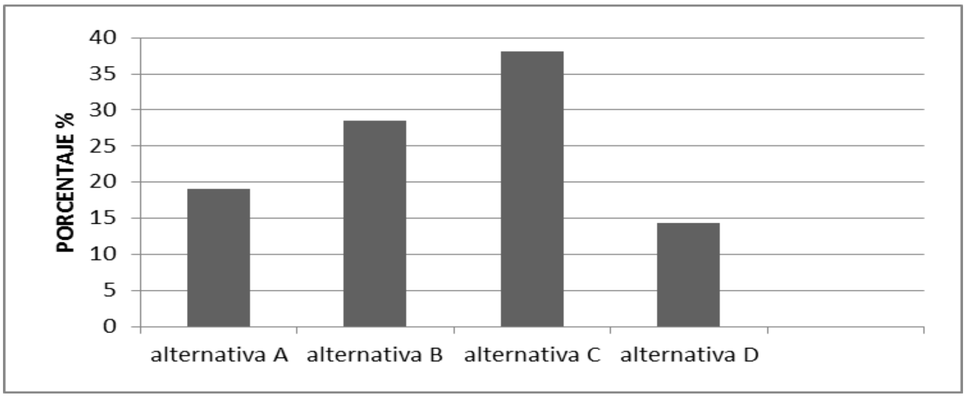
Grafico 15: Uso de materiales por el docente.



Fuente Gonzales M. (2017)

Se puede observar en la figura 15, que el 56% de los estudiantes encuestados afirman que siempre el docente universitario de matemáticas emplea materiales didácticos en las sesiones de clase y solo un 5% afirma que el docente universitario nunca usa materiales didácticos.

Grafico 16: Lo que entienden los estudiantes por demostración matemática.

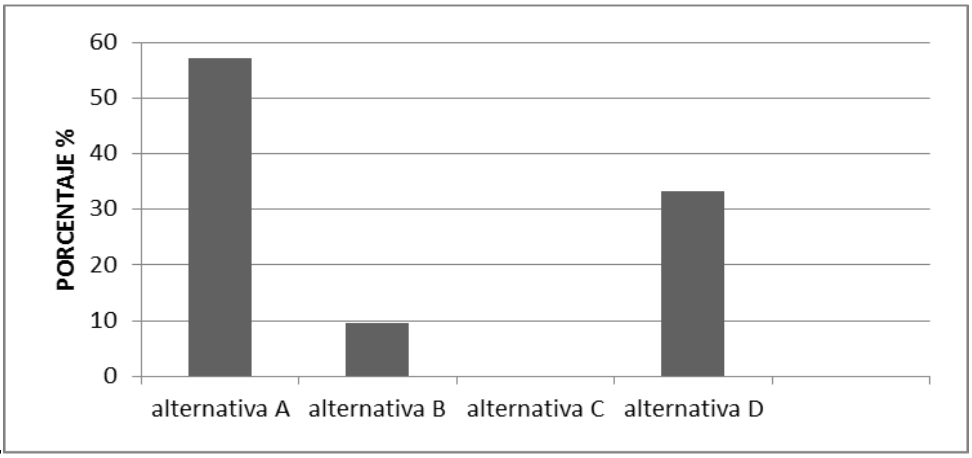


Fuente Gonzales M. (2017)

Se observa en la figura 16 que el 86% de estudiantes encuestados no saben al menos cual es la idea de Demostración matemática y solo un 14% de los encuestados marco la alternativa “D” que dice que es un procedimiento que justifica las propiedades matemáticas.

Grafico 17: Como sabes que las fórmulas que te enseñan son correctas.

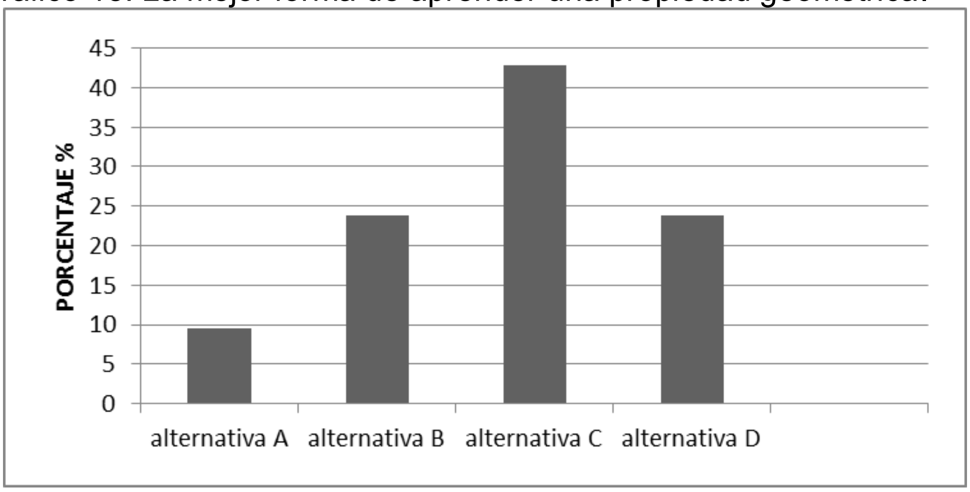
.



Fuente Gonzales M. (2017)

En la gráfico de barras (gráfico 17), nos da a conocer que el 57% de los estudiantes que respondieron la encueta, afirman que las fórmulas matemáticas se comprenden y aprenden mejor usando ejemplos, un 10% a través de hechos reales y un 33% aprenden las fórmulas matemáticas usando materiales didácticos.

Grafico 18: La mejor forma de aprender una propiedad geométrica.

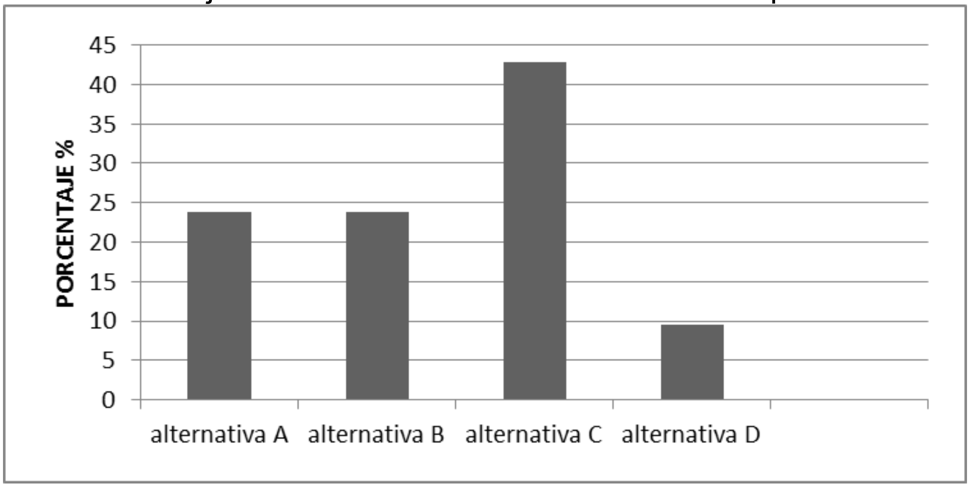


Fuente Gonzales M. (2017)

En la figura 18 se observa que el 9% de los estudiantes encuestados responden que la mejor forma de aprender una propiedad matemática es realizando experimentos, un 24% usando ejemplos hasta memorizarlos; una mayoría de estudiantes que son el 43%

encuestados lo harían con el material didáctico y un 24% de estudiantes conociendo su importancia y utilidad de la propiedad.

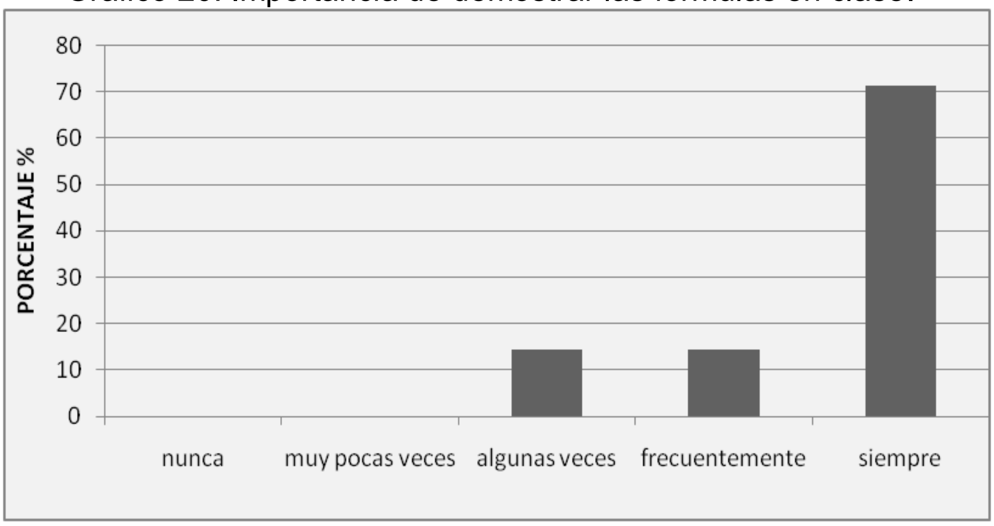
Grafico 19: Objetivos del uso de materiales didácticos por el docente.



Fuente Gonzales M. (2017)

En el gráfico anterior se observa que un 24% de la muestra responde que el objetivo con que usa los materiales didácticos el docente es para que recuerden formulas, un 25% afirman que lo hace para mostrar ejemplos, una mayoría de estudiantes que es el 42% lo usa para demostrar fórmulas matemáticas y un 9% no sabe con qué fin los usa.

Grafico 20: Importancia de demostrar las fórmulas en clase.

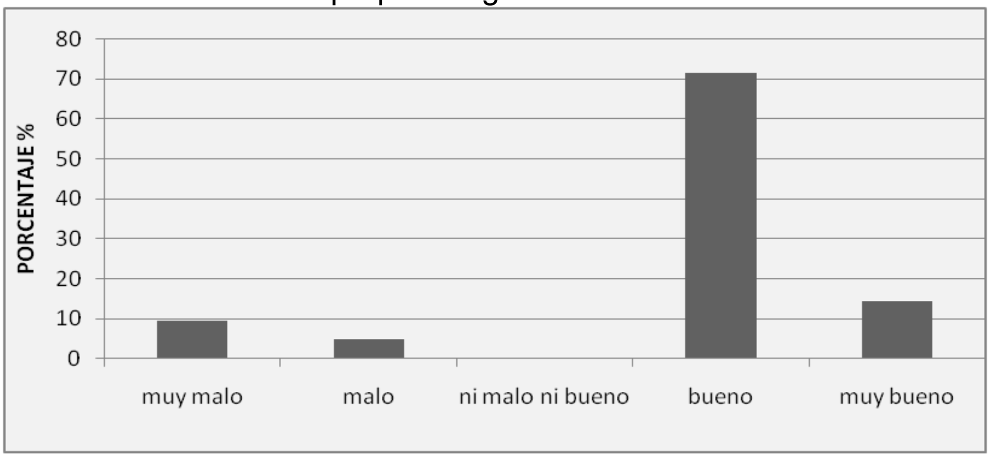


Fuente Gonzales M. (2017)

En la figura 20 muestran las barras de las respuestas a la pregunta si es necesario demostrar las formulas en clase, un14% respondieron algunas veces, un 14”% opinan que se debe hacer frecuentemente y una mayoría de encuestados que son el 72% responden que siempre se debe demostrar las fórmulas matemáticas en clase.

Los estudiantes afirman que es importante demostrar las fórmulas que se aprenden en las sesiones de clase.

Grafico 21: Opinión de los estudiantes de la demostración de una propiedad geométrica.



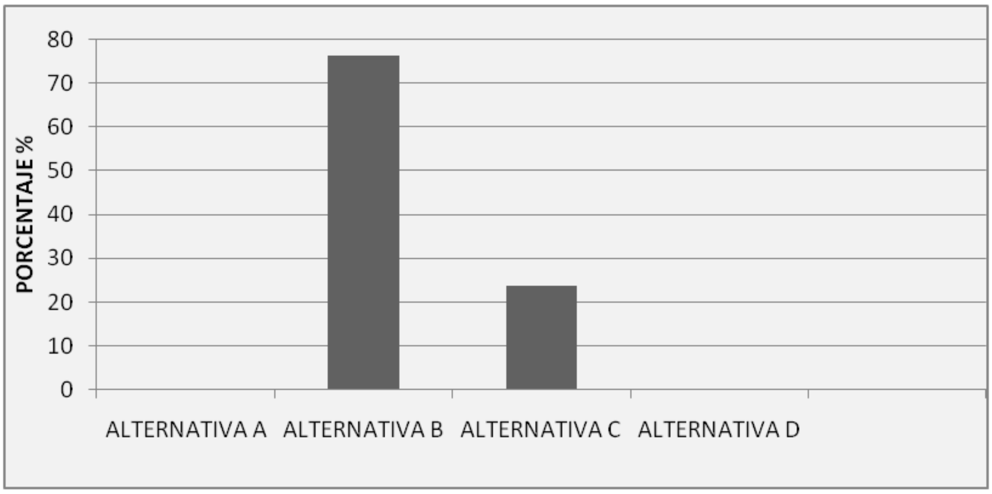
Fuente Gonzales M. (2017)

En el grafico 21 se muestra los resultados de la pregunta ¿Cuál es tu opinión si tu docente demuestra propiedades con materiales didácticos?

Un10% cree que es muy malo, un 4% malo, a un 71% responden que sería bueno la demostración de propiedades con materiales didácticos y un 15 dice que sería muy bueno.

La mayoría de estudiantes afirma que es bueno que el docente demuestre una propiedad de la matemática en clases.

Grafico 22: Formas de enseñar una fórmula matemática.

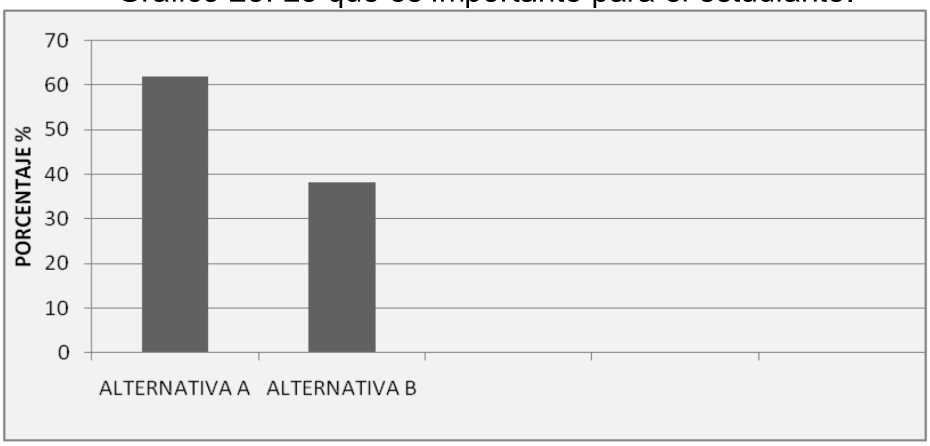


Fuente Gonzales M. (2017)

En la gráfico 22 se observa que el 76% de los estudiantes responden que el docente universitario explica siempre el por qué y la razón de una propiedad matemática, y un 24% de los encuestados respondió que el docente explica las propiedades matemáticas usando diferentes ejemplos aplicativos.

La mayoría de los estudiantes afirman que el docente enseña una fórmula matemática a través de ejemplos y señalando su razón.

Grafico 23: Lo que es importante para el estudiante.

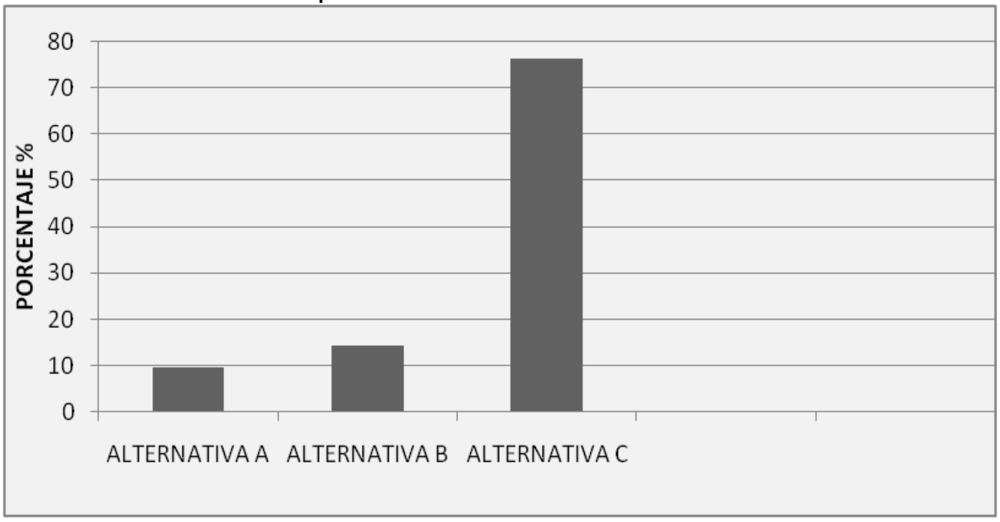


Fuente Gonzales M. (2017)

En la figura 23 se muestran los resultados a la pregunta ¿Cuál es más importante para usted?

Un 62% de los estudiantes encuestados respondieron que es más importante la demostración de fórmulas matemáticas y un 38% respondió que es más importante la resolución de problemas.
Para la mayoría de estudiantes es más importante la demostración de las fórmulas matemáticas que la resolución de problemas.

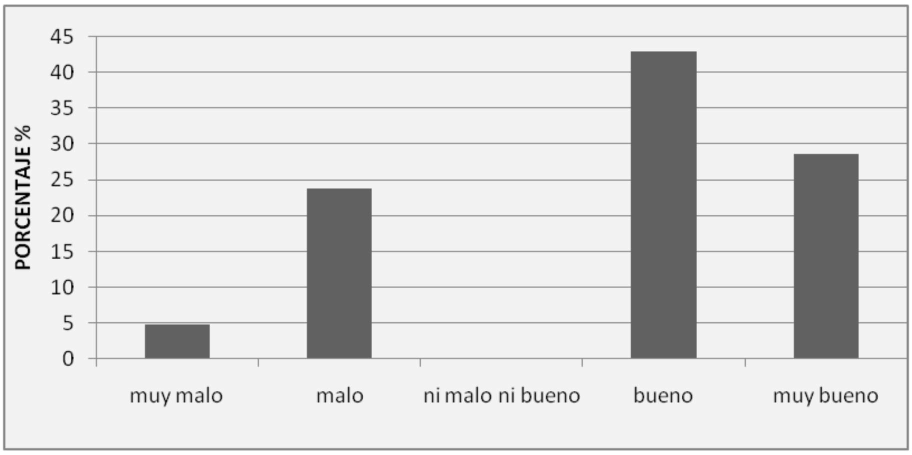
Grafico 24: Manipulación de los materiales educativos



. Fuente Gonzales M. (2017)

En la figura 24 se observa que un 9% de los estudiantes encuestados afirma que los materiales didácticos solo debe usarlo el docente, un 13% que solo deben usarlo los estudiantes y la mayoría de estudiantes que son el 78% afirma que debe ser usado por docentes y estudiantes. Los estudiantes en su mayoría afirman que los materiales didácticos deben ser manipulados no solo por el docente, sino también por los propios estudiantes.

Grafico 25: Opinión acerca de los materiales didácticos demostrativos.



Fuente Gonzales M. (2017)

En la figura 25 muestra los resultados de la pregunta ¿Qué opinión tienes acerca de los materiales didácticos demostrativos?

Un 5% cree que son muy malos, un 24% son malos, un 43% son buenos y un 28% los materiales demostrativos son muy buenos.

La mayoría de estudiantes opinan que es buena la enseñanza de las propiedades matemáticas con los materiales didácticos demostrativos.

3.2.2. RESULTADOS DE LOS TEST

A) RESULTADOS PRE PRUEBA GRUPO CONTROL

Resultados del Pre test a través de un examen de entrada al GRUPO CONTROL (Estudiantes de la escuela de Comunicación) de 24 alumnos.

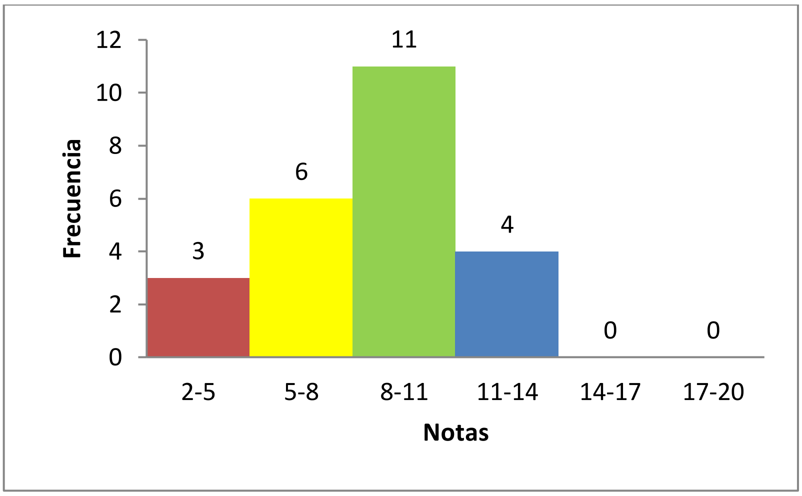
Tabla 14: Pre test grupo Control

X_i - X_{i-1}	Pm	f	hi%
2-5	3.5	3	12.5
5-8	6.5	6	25
8-11	9.5	11	45.83
11-14	12.5	4	16.67
14-17	15.5	0	0

17-20	18.5	0	0
Totales		24	100

Fuente Gonzales M. (2017)

Grafico 26: Pre test Grupo Control



Fuente Gonzales M. (2017)

La figura 26 muestra los resultados de la pre prueba realizado al grupo de control; se observa que el 83% de estudiantes tienen notas desaprobatorias, que muestra un bajo nivel de aprendizaje de la matemática.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL:

Tabla 15: Medidas: Grupo control

$\bar{x} = 09$
$M_o = 09$
$M_e = 08$

Fuente Gonzales M. (2017)

B) RESULTADOS: PRE PRUEBA GRUPO EXPERIMENTAL

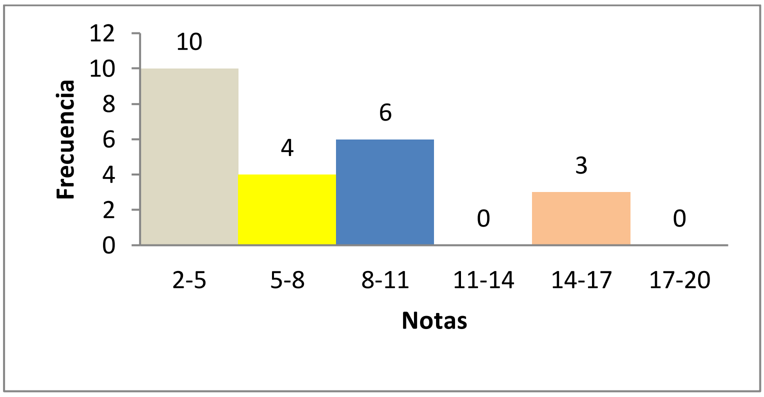
Resultados de la pre prueba se recogieron a través de un examen de entrada al GRUPO EXPERIMENTAL (Estudiantes de la escuela Educación Primaria) de 23 alumnos.

Tabla 16: Pre test Grupo Experimental

$X_i - X_{i-1}$	Pm	f	hi%
2-5	3.5	10	43.48
5-8	6.5	4	17.39
8-11	9.5	6	26.09
11-14	12.5	0	0
14-17	15.5	3	13.04
17-20	18.5	0	0
Totales		23	100

Fuente Gonzales M. (2017)

Grafico 27: Pre test Grupo experimental.



Fuente Gonzales M. (2017)

La figura 27muestra los resultados del pre test del grupo experimental; se observa que el 87% de estudiantes tienen notas desaprobatorias, que muestra un bajo nivel de aprendizaje de la matemática.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL:

Tabla 17: Medidas: Grupo experimental

$\bar{x} = 07$
$M_o = 04$

M_e = 06

Fuente Gonzales M. (2017)

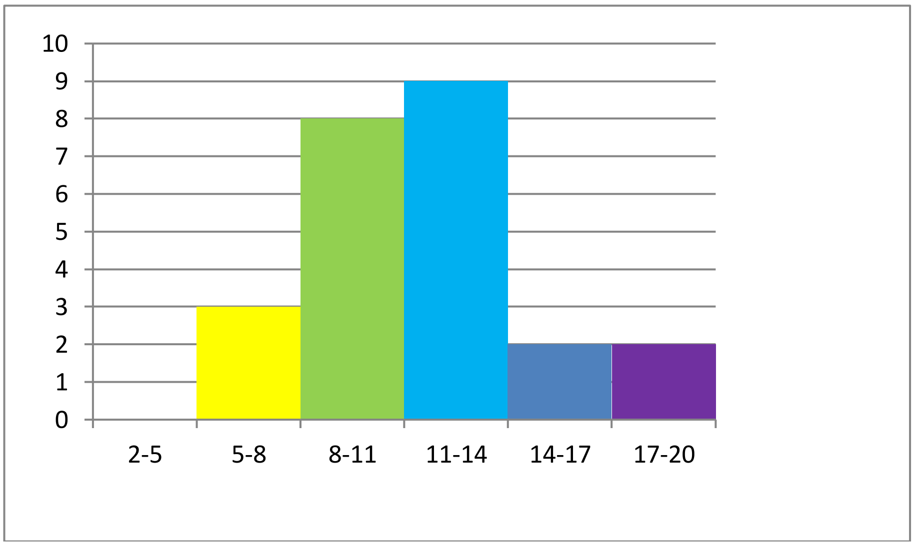
C) RESULTADOS POST TEST GRUPO CONTROL

Tabla 18: Post prueba Grupo Control

X_i - X_{i-1}	Pm	f	hi%
2-5	3.5	0	0
5-8	6.5	3	12.5
8-11	9.5	8	33.33
11-14	12.5	9	37.5
14-17	15.5	2	8.333
17-20	18.5	2	8.333
Totales		24	100

Fuente Gonzales M. (2017)

Grafico 28: Post Test Grupo Control.



Fuente Gonzales M. (2017)

La representación 28 muestra los resultados de la post prueba realizada por el grupo control; se observa que el 54% de estudiantes tienen notas aprobatorias, lo que muestra que las clases con materiales didácticos tuvieron un efecto positivo en el aprendizaje de la matemática.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL:

Tabla 19: Medidas post prueba control

$\bar{x} = 12$
$M_o = 11$
$M_e = 12$

Fuente Gonzales M. (2017)

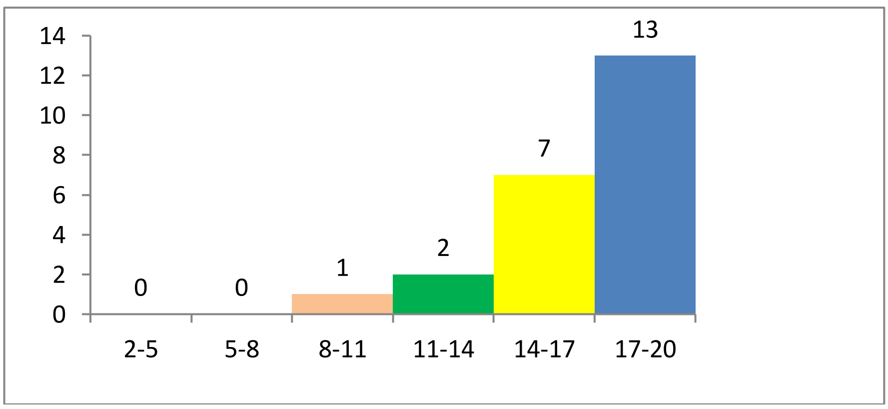
D) RESULTADOS POST TEST GRUPO EXPERIMENTAL

Tabla 20: Post prueba Grupo Experimental

$X_i - X_{i-1}$	Pm	f	hi%
2-5	3.5	0	0
5-8	6.5	0	0
8-11	9.5	1	4.348
11-14	12.5	2	8.696
14-17	15.5	7	30.43
17-20	18.5	13	56.52
Totales		23	100

Fuente Gonzales M. (2017)

Grafico 29: Post Test Grupo Experimental.



Fuente Gonzales M. (2017)

La figura 29 muestra los resultados de la post prueba realizada al grupo experimental; donde se evidencia que el 96% de los estudiantes tienen notas aprobatorias, que muestra que el uso de los materiales didácticos demostrativos en las sesiones de clase se obtiene mejores aprendizajes matemáticos.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL:

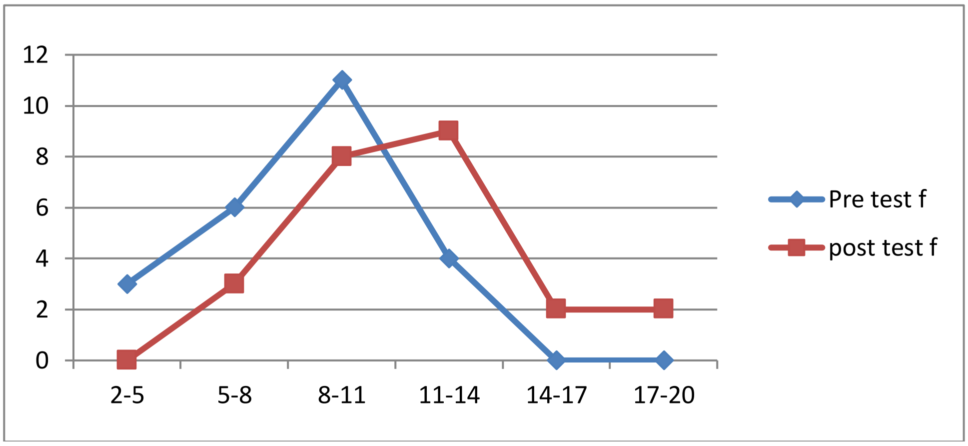
Tabla 21: Medidas post prueba experimental

$\bar{x} = 17$
$M_o = 17$
$M_e = 17$

Fuente Gonzales M. (2017)

E) RESULTADOS COMPARATIVOS GRUPO CONTROL

Grafico 30: Resultados Comparativos Pre y Post prueba control.



Fuente Gonzales M. (2017)

Tabla 22: Cuadro comparativo pre y post test.

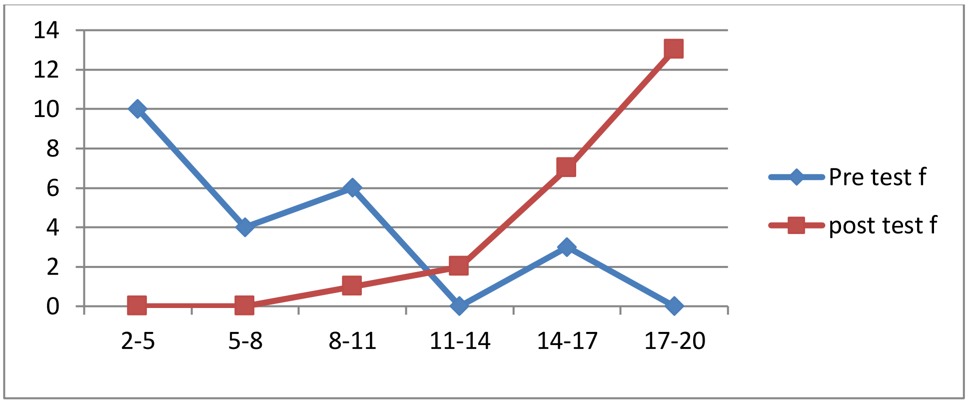
PRE TEST	POST TEST
Media Aritmética: $\bar{x} = 09$ Moda: $M_o = 09$ Mediana: $M_e = 09$	Media Aritmética: $\bar{x} = 12$ Moda: $M_0 = 11$ Mediana: $M_e = 12$

Fuente Gonzales M. (2017)

El gráfico n° 30 muestra los resultados de las dos pruebas realizadas al grupo control. Los resultados obtenidos del pre test (línea roja) y los resultados obtenidos del post test (línea azul); en la pre prueba los resultados fueron un 83% de notas desaprobatorias y un 17% de notas aprobatorias, mientras en el post test las notas desaprobatorias representa el 54% y un 46% las notas aprobatorias, lo que muestra que si se trabaja en las clases de forma habitual y expositiva se logran aprendizajes, pero mínimos.

F) RESULTADOS COMPARATIVOS GRUPOS EXPERIMENTAL

Grafico 31: Resultados Comparativos Pre y Post prueba Experimental.



Fuente Gonzales M. (2017)

Tabla 23: Cuadro comparativo pre y post test.

PRE TEST	POST TEST
Media Aritmética: $\bar{x} = 07$ Moda: $M_o = 04$ Mediana: $M_e = 06$	Media Aritmética: $\bar{x} = 17$ Moda: $M_0 = 17$ Mediana: $M_e = 17$

Fuente Gonzales M. (2017)

El gráfico n° 31 nos da a conocer los resultados de las dos pruebas realizadas al grupo experimental. Los resultados obtenidos del pre test (línea roja) y los resultados obtenidos del post test (línea azul). En la pre prueba los resultados son un 87% de notas desaprobatorias y un 13% de notas aprobatorias, mientras en la post prueba las notas desaprobatorias representa el 4% y un 96% las notas aprobatorias, lo que muestra que si se trabaja en las clases utilizando materiales didácticos demostrativos se logran mejores aprendizajes de la matemática.

3.3. PRUEBA DE HIPOTESIS

Para la probar las Hipótesis se aplicó la T-Student, porque son muestras independientes.

3.3.1. PRUEBA DE LA HIPÓTESIS GENERAL

3.3.1.1. HIPÓTESIS ESPECÍFICA 01

H_1. A través de la manipulación de los materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables se mejorara la capacidad de matematizar situaciones en los estudiantes.

1. Se plantean las hipótesis**:**

   a. **Hipótesis Nula**

   Ho: A través de la manipulación de los materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables no mejorará la capacidad de matematizar situaciones en los estudiantes.

   b. **Hipótesis alterna**

   Ha: A través de la manipulación de los materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables se mejorara la capacidad de matematizar situaciones en los estudiantes.

$$H_0 : O_1 = O_3$$

$$H_a : O_1 < O_3$$

2. **Determinación del nivel de significancia**

   El nivel de significancia es:

   $\propto = 0{,}05 \sim 95\%$

3. **Elección del estadístico de contraste**

   La t de Student para muestras independientes.

4. **Región critica o valores críticos**

   Límite inferior: -4,048

   Límite superior: -3,119

5. Procedimiento del estadístico de contraste

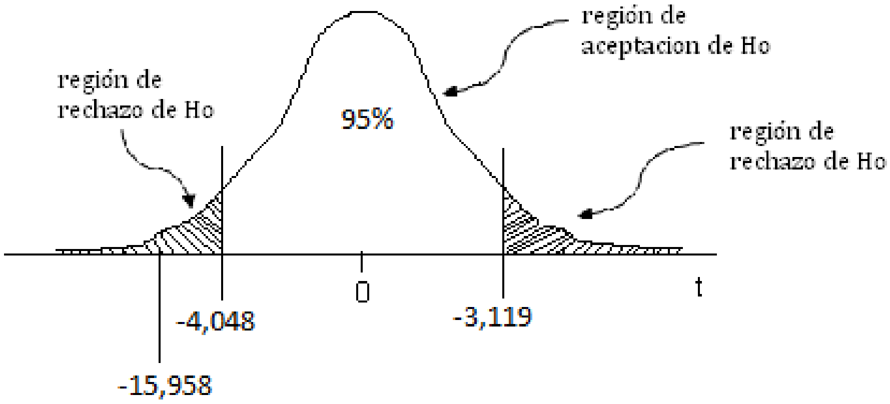
Tabla 24: Hipótesis 01

Prueba de muestras emparejadas

		Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia: Inferior	95% de intervalo de confianza de la diferencia: Superior			
Par 1	Pretest - Postest	-3,583	1,100	,225	-4,048	-3,119	-15,958	23	**,000**

Fuente Gonzales M. (2017)

Grafico 32: Resultado estadístico: t= -15,958



Fuente: Gonzales M. (2017)

6. Conclusión: Para $\propto = 0{,}05$ se ha obtenido $t = -15{,}958 < \propto_{z/2} = -4{,}048$ con lo cual se demuestra $\propto = 0{,}05 > p_{valor} = 0{,}000$ por lo que se adopta la decisión de rechazar la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna que afirma: “A través de la manipulación de los materiales concretos como los bloques de tecnopor desarmables se mejorara la capacidad de matematizar situaciones en los estudiantes.”. Con lo cual la primera hipótesis especifica queda demostrada.

3.3.1.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICA 02

H_2. Si en las sesiones de clase se elaboran materiales concretos demostrativos entonces mejorará la capacidad de razonar y argumentar generando ideas matemáticas en los estudiantes.

1. **Se plantean las hipótesis:**
   a. **Hipótesis Nula**

   Ho: Si en las sesiones de clase se elaboran materiales concretos demostrativos entonces no mejorará la capacidad de razonar y argumentar, generando ideas matemáticas en los estudiantes.

   b. **Hipótesis alterna**:

   Ha: Si en las sesiones de clase se elaboran materiales concretos demostrativos entonces mejorará la capacidad de razonar y argumentar generando ideas matemáticas en los estudiantes.

$$H_{O2} : O_3 = O_4$$

$$H_{a\,2} : O_3 > O_4$$

2. **Determinación del nivel de significancia**

   El nivel de significancia es:

$$\propto = 0{,}05 \sim 95\%$$

3. **Elección del estadístico de contraste**

   La t de Student para muestras relacionadas

4. **Región critica o valores críticos**

   Límite inferior: -10,743

   Límite superior: -7,779

5. **Procedimiento del estadístico de contraste**

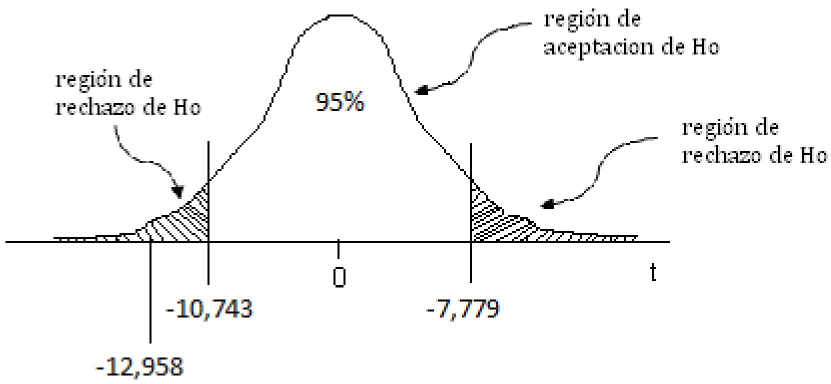
Tabla 25: Hipótesis 02

Prueba de muestras emparejadas

	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior	Superior			
Par 1 Pretest - Postest	-9,261	3,427	,715	-10,743	-7,779	-12,958	22	,000

Fuente Gonzales M. (2017)

Gráfico 33: Resultado estadístico. t =-12,958



Fuente: Gonzales M. (2017)

6. **Conclusión**: Para $\propto = 0{,}05$ se ha obtenido $t = -12{,}958 < \propto z_{/2} = -10{,}743$ con lo cual se demuestra $\propto = 0{,}05 > p_{valor} = 0{,}000$ por lo que se adopta la decisión de rechazar la hipótesis nula y se acepta la

hipótesis alterna que afirma: “Si en las sesiones de clase se elaboran materiales concretos demostrativos entonces mejorará la capacidad de razonar, argumentar generándose pensamientos matemáticas en los estudiantes”. Con lo cual la segunda hipótesis especifica queda demostrada.

3.3.1.3. HIPÓTESIS ESPECÍFICA 03

H_3. La demostración a través de materiales concretos, por ser más accesible, sencilla, motivadora y apropiada que la demostración formal, desarrolla la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en los estudiantes.

1. **Se plantean las hipótesis:**
   a. **Hipótesis Nula**

   Ho: La demostración a través de materiales concretos, por ser más accesible, sencilla, motivadora y apropiada que la demostración formal, no desarrolla la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en los estudiantes.

   b. Hipótesis alterna:

   Ha: La demostración a través de materiales concretos, por ser más accesible, sencilla, motivadora y apropiada que la demostración formal, desarrolla la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en los estudiantes.

$$H_{O3} : O_2 \neq O_4$$

$$H_{O2} : O_2 = O_4$$

2. **Determinación del nivel de significancia**

   El nivel de significancia es:

$$\propto = 0{,}05 \sim 95\%$$

3. **Elección del estadístico de contraste**

   La t de Student para muestras relacionadas

4. **Región critica o valores críticos**

   Límite inferior: -3,606

   Límite superior: -1,440

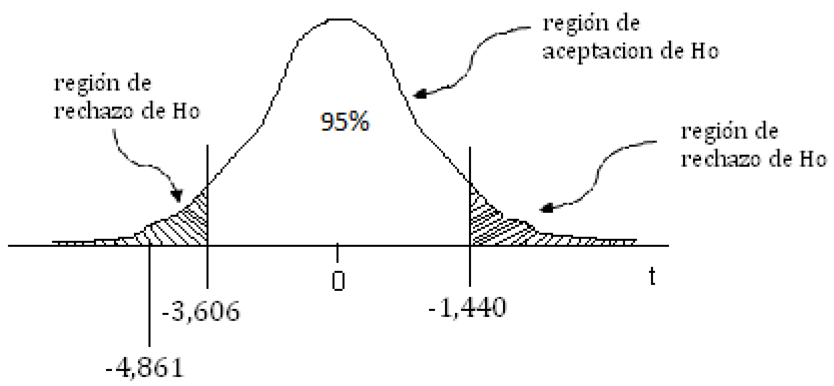
5. **Procedimiento del estadístico de contraste**

Tabla 26: Hipótesis 03

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 3	PRETCONTROL - POSTCONTROL	-2,523	2,379	,519	-3,606	-1,440	-4,861	20	,00

Fuente: Gonzales M. (2017)

Gráfico 34: Resultado estadístico: t = -4,861



Fuente: Gonzales M. (2017)

6. **Conclusión**: Para $\propto = 0{,}05$ se ha obtenido $t = -4{,}861 < \propto_{z/2} = -3{,}606$ con lo cual se demuestra $\propto = 0{,}05 > p_{valor} = 0{,}000$ por lo que se adopta la decisión de rechazar la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna

que afirma: "La demostración a través de materiales concretos, por ser más accesible, sencilla, motivadora y apropiada que la demostración formal, desarrolla la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas en los estudiantes". Con lo cual la tercera hipótesis especifica queda demostrada.

3.4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

El uso de materiales didácticos demostrativos en las aulas universitarias, es una estrategia para mejorar el aprendizaje en sus diversos como lo mencionamos en el marco teórico, ya que está fundamentada en la teoría de Van Hiele (1986), quien establece los respectivos niveles evolutivos de razonamiento para cada contenido matemático inmerso dentro de un cierto grado de dificultad. Es por ello que el uso de materiales didácticos para el nivel superior (estudiantes de la universidad) es conveniente, ya que este está ubicado en el tránsito del segundo al tercer nivel de razonamiento de acuerdo a Van Hiele (1986).

Por otro lado para Fouz (2001), el tema de la Demostración Matemática se fundamenta en su importancia para reforzar un aprendizaje significativo. La demostración es una capacidad fundamental de la matemática en la educación superior y a su vez, es la base de las propiedades matemáticas.

En cuanto al aprendizaje de las propiedades matemáticas de los estudiantes, González (2003) dice que es el objetivo de todo proceso educativo; es la tarea fundamental que persigue el docente.

De acuerdo al DCN (2016), el aprendizaje de los contenidos matemáticos se desarrollan a través de competencias y capacidades. Un óptimo aprendizaje se logra cuando cumple una serie de requisitos como: ser más duradero, que se construya a partir del propio aprendiz y de lo que él ya conoce, que parta del interés y necesidades del mismo, que tenga sentido el contenido para ser aplicado en su contexto próximo o lejano, entre otros.

Para Ausubel (1998), mientras más real sea lo que se aprende, más significativo será el aprendizaje. Es por ello que el uso de materiales didácticos es fundamental para lograrlo, en la ciencia matemática cuya característica esencial es justamente la abstracción.

Con respecto al grupo control y sus resultados de la pre prueba se muestran en el figura 26, que un porcentaje mayoritario de estudiantes tienen notas que se encuentran en el intervalo de 08 a 11, siendo la media aritmética de este grupo de notas es 09, su moda 09 y su mediana 09. El producto de la post prueba del grupo de control se muestra en el gráfico 28 se observa que la mayoría de estudiantes está en el intervalo de 11 a 14, siendo la media aritmética de este grupo de notas 12, la moda 11 y la mediana igual a 12. Se analizaron estos resultados y se compararon (ver gráfico 30) para concluir que realizando clases expositivas y con poco uso de materiales didácticos los aprendizajes matemáticos en los estudiantes fueron mínimos en el grupo de control. Además en el grupo de control, el logro de los objetivos de aprendizaje fueron menores que el grupo experimental. Los alumnos de este grupo tuvieron diversas dificultades en aprender las propiedades programadas. Se observó en el post test y en las entrevistas, que los estudiantes de este grupo no recordaron claramente las propiedades de los triángulos, cuadriláteros y de polígonos; dieron una argumentación errónea de ellas y sus procedimientos de resolución de los problemas fueron bastante confusos.

Los resultados de la pre prueba del grupo experimental se muestran en el gráfico 27, se observa que la mayoría de estudiantes tienen notas que se encuentran en el intervalo de 02 a 05, siendo la media aritmética de este grupo de notas 07, su moda 04 y su mediana 06. Mientras que el producto que arrojaron la post prueba del grupo experimental se muestra en el grafico 29 se observa que la mayoría de estudiantes está en el intervalo de 17 a 20, siendo la media aritmética de este grupo de notas 17, la moda 15 y la mediana igual a 15. Se analizaron estos resultados y

se compararon (ver gráfico 31) para concluir que el uso de los materiales didácticos demostrativos en las aulas dieron buenos resultados en los aprendizajes matemáticos en los estudiantes del grupo experimental.
Además en el Post Test y en las entrevistas se observó que los estudiantes de este grupo reforzaron los contenidos matemáticos que se trabajaron, puesto que pudieron experimentar las propiedades abstractas de una forma más natural y lógica, ya que las propiedades tuvieron más sentido y significancia al manipular ellos mismos las propiedades de los triángulos y al demostrarse visualmente. Por consiguiente el aprendizaje fue más significativo. La argumentación que dieron de las propiedades de los triángulos, de los cuadriláteros y de los polígonos fue más coherente, las recordaron más claramente y seleccionaron mejor al aplicarlos en la resolución de problemas.
Comparando los gráficos 28 (resultados de la post prueba Control) y 29 (resultados de la post prueba Experimental) se evidencia que los aprendizajes matemáticos del grupo experimental fueron más significativos en comparación al aprendizaje del grupo control.
Además podría mencionar que los resultados obtenidos son suficientemente satisfactorios por cuanto al logro de los objetivos de investigación, se utilizó la T-Student para la verificación de las hipótesis, estadístico que se aplica cuando comparamos muestras independientes. Con los datos se realizó la prueba de normalidad tanto a las notas del pre como de la prueba post de los grupos de control y experimental, luego se realizó la prueba T, siendo en cada caso se adoptó la hipótesis alterna (Ha) puesto que en la región de rechazo se ubicó el valor de la t, con ello se rechazó la hipótesis nula (H_0).

Por lo consiguiente queda demostrada la Hipótesis General que dice:

“Si se utiliza adecuadamente los materiales didácticos demostrativos en las sesiones de clase mejorará el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la FCSEC UNASAM – 2017”

CONCLUSIONES

1) El uso pertinente de los materiales educativos demostrativos contribuyeron eficazmente en la obtención de aprendizajes de las propiedades matemáticas en los futuros profesionales de la escuela profesional de Educación primaria de la UNASAM.

2) Los efectos que tiene los materiales didácticos demostrativos son la obtención de mejores aprendizajes en las matemáticas, así como en las capacidades de argumentación, retención de los conocimientos, interpretación y en la aplicación de las propiedades en la resolución de problemas como se demuestra en la prueba de la hipótesis general.

3) La interacción de los materiales didácticos demostrativos hechos con tecnoport se mejoró la capacidad de matematizar: identificando, interpretando y evaluando situaciones problemáticas por parte de los estudiantes de la escuela profesional de Educación primaria de la UNASAM.

4) La manipulación de los bloques de tecnopor que representan a las figuras geométricas, influye favorablemente en la capacidad de matematizar situaciones, usando las propiedades geométricas y en la aplicación en los problemas, como se demuestra en la prueba de la primera hipótesis específica.

5) La elaboración de materiales didácticos demostrativos influye favorablemente en la habilidad de razonar y argumentar generando pensamientos matemáticos en los estudiantes, como se demuestra en la prueba de la segunda hipótesis específica.

6) La demostración a través de los bloques de tecnopor desarrollan la capacidad de dar a conocer y de simbolizar ideas matemáticas en los aprendices, como se demuestra en la prueba de la tercera hipótesis específica.

7) La teoría de Van Hiele ayuda a conocer mejor la naturaleza del razonamiento matemático del estudiante en sus diferentes etapas naturales, que está sustentada en su libro “Structure and insight”

8) El docente que conoce los niveles de Van Hiele tiene mejores posibilidades de obtener aprendizajes significativos en sus estudiantes, puesto que los niveles con sus características y fases, orientan indirectamente las estrategias a trabajar en las sesiones de clase, como demuestran los resultados obtenidos en este trabajo de investigación.

9) El uso de materiales demostrativos diseñados para la justificación y demostración de las propiedades matemáticas es una opción novedosa para desarrollar las capacidades matemáticas, y principalmente para desarrollar el Razonamiento y Demostración. Como lo demuestran los resultados en esta investigación.

10) La investigación cuasiexperimental con grupos de control no equivalentes es una forma práctica y sencilla para aplicar una investigación causal.

11) El uso del programa informático PASW Statistics 18, ratifica la rapidez y comodidad en los cálculos estadísticos que tiene la investigación.

12) A pesar de que los estudiantes afirman que los docentes emplean a menudo materiales didácticos para la demostración de las propiedades matemáticas, estos no conocen de forma clara la idea de lo que es una demostración matemática. Sin embargo, el uso de materiales demostrativos en las clases experimentales dio buenos frutos, ya que se lograron mayores aprendizajes.

RECOMENDACIONES

1. Se recomienda que en las sesiones de clases en el área de matemáticas, se incluyan en mayor medida al uso de materiales

didácticos demostrativos, no sólo con el objetivo de hacer más atractiva la clase, sino también con el objetivo de darle sentido a las propiedades matemáticas que se desarrollan, resaltando así la habilidad del pensamiento y arguemntación en los estudiantes.

2. Buscar que los estudiantes desarrollen la capacidad de matematizar situaciones usando las propiedades geométricas, no limitándose sólo a la recepción de contenidos, y así lograr mejores aprendizajes.

3. Hacer partícipe a los estudiantes en la preparación y manipulación de los materiales demostrativos en el área de la matemática; para fomentar su interés y motivación utilicemos materiales educativos durante el desarrollo de las clases.

4. Tratar de que los contenidos, temas matemáticos, cuya naturaleza es abstracta, sean lo más concreto posible, ya sea con materiales didácticos o con otros medios que tengan ese mismo objetivo.

5. Todos los docentes de matemática deberían conocer La teoría de Van Hiele, por lo menos en sus ideas básicas, para conocer la naturaleza del razonamiento del estudiante en matemáticas, y así desempeñar mejor su labor como productor de aprendizajes.

6. Se debe dar a conocer al alumno con un mayor compromiso y de forma gradual de acuerdo a su desarrollo cognitivo, la idea de la demostración matemática y su importancia en el aprendizaje de la matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

FUENTES IMPRESAS:

Ausubel, D.; Novak, J.; Henesian, H. (1998). **”Psicología educativa”.** 2° Edición. México: Editorial Trillas.

Balacheff, N. (1987). “**Processus de preuve et situation de validations**”. Estudios educacionales de matematica. Grenoble: Editorial Universite Joseph Fourier.

Caballero, A. (2004). “**Guías metodológicas para los planes y tesis de maestría y doctorado**”. Perú: Editorial UGRAPH S.A.C.

Cabello, A. Sánchez, A y López, R. (2012). **Elaboración de un cuestionario de medición del rendimiento de los alumnos de 1º de ESO en Geometría**. Editorial:. Martín, M. Rubio & J. Urquiza. *Actas de las III. Jornadas de Innovación y TIC Educativas JITICE* (pp. 163-166). Madrid.

Carrasco, J. 2004, **“Estrategias de aprendizaje. Para aprender más y mejor.”** Madrid: Editorial Rialp, S. A. ED.

Díaz, F. y Hernández, G. (1999). **“Constructivismo y aprendizaje significativo”.** En **“Estrategias docentes para un aprendizaje significativo”**. Editorial Mc Graw Hill.

Godino J. y Martínez R. (1997). “L**a Demostración significados institucionales. Implicaciones Para La Educación Matemática***”. U. de Granada y U. de Córdoba. Proceedings of the 21th International Conference of PME. Lahti, Finland (vol.2, pp. 313-321).

Godino J. D. (1999). “**Análisis epistemiológico, semiótico y didáctico de procesos de instrucción matemática**”. Valladolid, España. (Trabajo presentado en el grupo de trabajo “La didáctica de la matemática como disciplina científica”. III simposio de la SEIEM).

Godino, J. D. y Recio, Ángel M. (2001). **Significados Institucionales de la Demostración.** Implicaciones Para La Educación Matemática.

Departamento de Didáctica de la Matemática. Editorial: Campus de Cartuja 18071 Granada. España.

Hanna, G. y Janhke, H. (1996). **Pruebas y prueba**. En A. J. Bishop et al. (Eds.): Manual internacional de matemáticas (pág.887), Estados Unidos: Editorial Proof

Harel, G. y Sowder, L. (1996). "**Classifying processes of proving**". Valencia, España. En L. Puig y A. Gutierrez: Procedimientos de la 20ava conferencia internacional de la PME (vol.3, pp. 59-65).

Harel, G. y Sowder L. (1998), "**Esquemas de las pruebas de los estudiantes: Resultados exploratorios**", en A.H. Schoenfeld, J.J. Kaput y E. Dubinsky (eds.), Research in Collegiate Mathematics Education, vol. 3, Providence, RI, American Mathematical Society, pp. 234-283.

Herbst, P. (1998). "**What works as proof in the mathematics class?**"Atenas (EEUU): Universidad de Georgia.

Hernández, H. y otros (2001**.** "**Cuestiones de Didáctica de la Matemática**"**.** 2da edición. Argentina: Editorial Homo Sapiens.

Hernández Sampieri R. y otros (2001**.** "**Metodología de la Investigación**"**.** 2da edición. Mexico: Editorial: Colina dibujada.

Huerta, M. (2001**. "Enseñar a aprender significativamente"**. Lima: Editorial San Marcos.

Ibañes M. (2001). "**Aspectos Cognitivos del Aprendizaje de la Demostración Matemática en los Alumnos de Primer Curso de Bachillerato**". España.

Ibañes, M. *(2001). "***Un ejemplo de Demostración en Geometría como medio de descubrimiento**"*. Suma. Revista de matemáticas (pág. 95-98)*

Lakatos, I. (1976). "**Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático**". Editorial: Alianza. España

Martínez, Á. (2000). "**Una Aproximación Epistemológica a la Enseñanza y el Aprendizaje de la Demostración Matemática**". Universidad de Córdoba. Tesis. Colombia

MINEDU (2015), **Rutas del Aprendizaje**, versión 2015; ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes? Impreso en Amauta impresiones Comerciales S.A.C. Lima. Perú.

Polya, G. (1953). "**Matemáticas y razonamiento plausible**". Editorial: Tecnos. España

Valerio, F. (2000), "**Nuevas Estrategias Didácticas Activas en las Ciencias Sociales**". Perú: Editorial Killa.

Van Hiele, P. (1986) "**Structure and insight**". Editorial: Prensa académica.

Villers, M. D. (1993). "**El papel y la función de la demostración en matemáticas**". Editorial Épsilon 26.

FUENTES DIGITALES:

Alvarado Monroy A. (2015). "La demostración matemática en el aula, una noción para matemática al diseño de una ingeniería didáctica" Tesis doctoral. Universidad de Salamanca. España (Citado el 4 de marzo 2016). Extraído de:

https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=73879

Álvarez Alfonso I. (2013). Actividades Matemáticas Conjeturar y Argumentar. Números; revista de didáctica de las Matemáticas. (Citado el 12 de abril 2016) (ISSN: 1887-1984). Extraído de:

http://funes.uniandes.edu.co/3681/2/A%CC%81lvarez2014ActividadesNumeros85.pdf

Beltrametti M. (2003). Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura. Argentina (Citado el 4 de marzo de 2016). Extraído de: macribel@exa.unne.edu.ar.

Barragán J. (2009). **Aprendizaje significativo**. Vol. 12. Pp. 24-45. (Citado el 4 de octubre 2014) Extraído de: http://jackeline-lasluisa87.blogspot.pe/2009/07/tipos-de-aprendizaje-significativo.html

Barreto García J. (2009). **Demostración del Teorema de Pitágoras.** Revistas de Didácticas específicas (Citado el 14 de marzo 2016). . Extraído de:

http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017.pdf#page=33

Bravo, M. y otros (2001) "**El Valor Formativo de las Demostraciones**". Revista digital de didáctica. Núm.3. pp. 20-23. (Citado el 24 de enero 2016). Extraído de: "http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a0302.pdf"

Bravo M. y otros (2001) "**El Valor Formativo de las Demostraciones**". Revistas digitales. (Citado el 4 de marzo 2016). Extraído de: "http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a0302.pdf"

Bravo M. y Arrieta Gallastegui J. (2005) "**Reflexiones de las Funciones de las Demostraciones Matemáticas**". Didáctica de las ciencias y de la matemática Revista Iberoamericana de Educación. (Citado el 14 de noviembre 2016). Extraído de:

"http://www.rieoei.org/did_mat27.htm"

Cabello A, López R. y Sánchez (2010). "El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría en primero de ESO". IX Jornades d'Educació Matemàtica. Comunitat Al-Khwarizmi. Matematiques: Una Altra Mirada. España. (Citado el 12 de marzo 2017). Extraído de:

"http://www.semcv.org/index.php?option=com_content&view=article&id=95:comunicacion13&catid=28:comunicacions&Itemid=47"

Cabero J. y Gisbert M. (2002): **Materiales formativos multimedia en la red**. Guía práctica para su diseño, Sevilla, SAV de la Universidad de Sevilla. (Citado el 12 de julio 2017). Extraído de: https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/23262/PIXEL-BIT.N%DAMERO-22-La-red.pdf?sequence=1

Calero Cerna J. (2011) "El método didáctico de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de matemática" Universidad Mayor de San Marcos. Perú (Citado el 13 de julio 2017). Extraído de: http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/1664

Camargo Uribe L. (2001). **El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría**. Revista Colombiana de Educación, núm. 60, pp. 41-60. Bogotá, Colombia. (Citado el 18 de julio 2017). Extraído de: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413635253003

Crespo C. (2007). **Argumentaciones Matemáticas desde la Visión de la Socio epistemología.** Tesis. (Citado el 24 de julio 2018). Extraído de: http://repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/11188/1/crespo_2007.pdf

Díaz Barriga Arceo F. (2002). **Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.** Editores Mc Graw Hill. (Citado el 7 de julio 2018). Extraído de: http://mapas.eafit.edu.co/rid=1K28441NZ-1W3H2N9-19H/Estrategias%20docentes%20para-un-aprendizaje-significativo.pdf

Duval R. (2000). **Educación Matemátuca.** Serie Pitágora Editricc Bologna. México, D.F. 2000. (Citado el 12 de junio 2018). Extraído de: http://www.revista-educacionmatematica.org.mx/descargas/vol122/16valiente.pdf

Flores A. (2005) "**¿Cómo saben los alumnos que lo que aprenden en matemáticas es cierto?",** Educación Matemática. (Citado el 12 de agosto 2018). . Extraído de: "http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517302.pdf"

Fouz F. (2004) "**Modelo de Van Hiele para la Didáctica de la Geometría"**. Berritzegune de Donosti. Ataritzar Bidea, 16 20013 DONOSTIA (Citado el 12 de octubre 2018). . Extraído de:

http://divulgamat.ehu.es/weborriak/testuakonline/04-05/pg-04-05-fouz.pdf

Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). **Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. *Un paseo por la geometría***. (Citado el 17 de noviembre 2017). Extraído de: http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf

Fouz, F. (2006). **Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele.** *Sigma Revista de Matemáticas. pp.* 33-58. (Citado el 23 de abril 2018). Extraído de: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_28/5_test_geometrico.pdf

Freire, P. (2003). ***Pedagogia da autonomia***. 27. Madrid. España. ed. São Paulo: Paz e Terra. (Citado el 24 de octubre 2017). Extraído de: http://www.redalyc.org/pdf/771/77100606.pdf

García D. (2002). **El teorema de Pitágoras como paradigma de la enseñanza de la geometría plana: simplificar no siempre simplifica.** Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, (Citado el 15 de diciembre 2017). Extraído de: http://www.redalyc.org/pdf/335/33505302.pdf

Graells, P. (2011). **Materiales didácticos**. Revista electrónica. (Citado el 15 de diciembre 2018). Extraído de: http://www.peremarques.net/medios.htm#funciones

González J. (2003), ***Didáctica de la matemática.*** *Universidad de Málaga.* (Citado el 12 de julio 2018). *Extraído de:* gmari@uma.es

Guillén Soler G. (2004). **Educación de la matemática**. Santillana. Educación Matemática (ISSN: 1665-5826). (Citado el 19 de julio 2018). Extraído de: revedumat@yahoo.com.mx

Gutiérrez A. (2006) "**Aprendizaje de la Demostración matemática en enseñanza secundaria**", UNION; pp.574-593. (Citado el 25 de mayo 2018). Extraído de:

http://www.uv.es/gutierre/marcotex.html

Jiménez G., Ortiz A. Francy N. (2006). **Demostración componente Vivo en la Didáctica de la Matemática.** Scientia Et Technica, vol. XII, núm. 31, pp. 237-240 Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia. (Citado el 11 de marzo 2018). Extraído de: http://www.redalyc.org/pdf/849/84911639041.pdf

López Sánchez J. (2008). “**El método Van Hiele aplicado en el área de Matemáticas**.” (Citado el 12 de marzo 2017). Extraído: www.omerique.net/twiki/.../Taller**Matematicas**/Mtodo**VanHiele**.pdf

Knuth, E. (2000). “**Renacimiento de las pruebas matemáticas en las escuelas”**. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof.* (Citado el 17 de junio 2018). *Extraído de: http://www-cabri.imag.fr/Preuve*

Marcelino J. Ibañes y Tomás Ortega (2005). **Dimensiones de la demostración matemática en bachillerato**. (Citado el 18 de julio 2018). Extraído de: http://funes.uniandes.edu.co/3431/1/del2005DimensionesNumeros61.pdf

Martinon, A. (2009) “¡**Vivan las Demostraciones**!”. Revista electrónicas. Junio de 2009. Número 18. pp. 6-14. (Citado el 7 de julio 2018). Extraído de: “http://www.fisem.org/descargas/18/Union_018_005.pdf”

Martínez Martínez N. (2012). C**onstrucciones con paneles estructurales de poliestireno expandido**. (Citado el 26 de noviembre 2017). Extraído de: http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/3076/tfg62.pdf;jsessionid=E3379579B76CE0EBBF2801D5B9B5FF56?sequence=1

Miyazaki, M. (2000). **“Niveles de prueba en matemáticas en secundaria”.** Educational Studies in mathematics, (Citado el 18 de setiembre 2017). . Extraído de: http://funes.uniandes.edu.co/3431/1/del2005DimensionesNumeros61.pdf

Morales Muñoz P. (2012), **Elaboración de Material Didáctico**. Red de tercer Milenio. (Citado el 12 de julio 2017). . México. Extraído de: http://www.aliat.org

Norabuena Montes M. (2015) “La enseñanza problemática y el logro de habilidades matemáticas de resolución de problemas” Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Perú. (Citado el 18 de julio 2018). Extraído de: http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/4515

Ortiz Guizado A. (2016) “Estilo de aprendizaje y rendimiento académico en el área de matemática” Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.

(Citado el 19 de julio 2018). Extraído de: http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/5923

Recio A. (2001). **Significados de las demostraciones, implicaciones para la educación matemática**. Facultad de educación. Granada. (Citado el 13 de agosto 2018). Extraído de: http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/21763/21597

Reyes Cabrera N. (2016) "Enculturación matemática y rendimiento académico en los futuros profesores de la especialidad de matemática" Universidad Mayor de San Marcos. Perú. (Citado el 15 de enero 2018). Extraído de:

http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/5343

Rizzolo S. (2003). "**Diseño de actividades geométricas interactivas en el marco conceptual del modelo de van hiele**". (Citado el 20 de abril 2018). Extraído de:

"http://www.coopvgg.com.ar/sergiorizzolo/trabajo/trabajo_final.htm"

Recio, T. y Rico. L. (2005). **El Informe PISA y las matemáticas Suplemento de Educación**. (Citado el 12 de julio 2018). *. Extraído de:* http://funes.uniandes.edu.co/529/1/RicoL07-2777.PDF

Rodríguez Gómez D. (2012) **Metodología de la investigación**. Universidad Abierta de Cataluña. (Citado el 1 de julio 2018). Extraído de: http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat_cast-nodef/PID_00148556-1.pdf

*Rodríguez L. (2004), **La teoría del aprendizaje significativo,** Pamplona. España.* (Citado el 12 de enero 2018). *Extraído de:* http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf

*Rodríguez L. (2004). **La Teoría del Aprendizaje Significativo.** Centro de educación a distancia. España.* (Citado el 2 de mayo 2018). *Extraído de:* http://eprint.ihmc.us/79/1/cmc2004-290.pdf

*Rodríguez L. (2011). **Investigación innovación, la teoría del aprendizaje significativo**. Revista electrónica de investigación e innovación educativa* *y socioeducativa.* (Citado el 12 de julio 2018). *Extraído de: http://www.dialnet.com*

Roquet G. y Gil M.C (2010). **Los medios, materiales didácticos en la educacion po ordenador**. (Citado el 12 de julio 2017). Extraído de: http://www.cuaed.unam.mex/boletin/boletinesanteriores/boletinsuayed21/medios.php

Romero F. (2009). **Aprendizaje significativo y Constructivismo**. Andalucia, España. (Citado el 12 de marzo 2018). Extraído de: https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4981.pdf

Ruiz Á. y Alfaro C. (2002). **Aprendizaje de las matemáticas**. UNA. (Citado el 12 de julio 2018). Extraído de: http://www.centroedumatematica.com/wordpress

Sáenz C. (2001) "**Sobre Conjeturas y Demostraciones en la Enseñanza de las Matemáticas**". Quinto simposio de la sociedad española de la investigación en educación matemática. (Citado el 9 de agosto 2018). Extraído de: dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo

Sanchez Freire E. (2014) "La demostración en la educación secundaria obligatoria y su incidencia en la resolución de problemas" Universidad Nacional de Educación a Distancia. España. (Citado el 12 de agosto 2018). Extraído de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=44892

Sherin, M.G. (2001). **Developing a professional vision of classroom events**. (Citado el 12 de julio 2018). Extraído de: http://funes.uniandes.edu.co/1820/1/391_Fernandez2011Eldesarrollo_SEIEM13.pdf

Soler Álvarez, M. y Manrique, V. (2012). ***Proceso de descubrimiento matemático en clases de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo***. Documento de circulación interna. Bogotá. (Citado el 12 de junio 2018). Extraído de:

http://funes.uniandes.edu.co/3681/2/A%CC%81lvarez2014ActividadesNumeros85.pdf

Tumi Quispe J. (2008) “La educación matemática y las instituciones educativas de primaria rural” Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú. (Citado el 26 de julio 2018). Extraído de: http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/2619

Villiers, M. (2000). **Desarrollo de la comprensión de la prueba en el contexto de los cuadriláteros.** *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof.* (Citado el 17 de setiembre 2018). *Extraído de: http://www-cabri.imag.fr/Preuve*

BIBLIOGRAFIA REFERIDA A LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Avila Acosta R. (2001) **“Metodologia de la investigación”.** Lima-Perú: Editorial R.A.

Mejía, E.; Ñaupas, H.; Novoa, E.; Villagomez, A. (2013) “**Metodología de la investigación**”. 3° edición. Bogota-Colombia: Editorial de la U.

Fuentes digitales:

Belmes Débora (2015). **Metodología de la investigación**. Ensayos contemporáneos. (Citado el 12 de julio 2018). Extraído de: http://fido.palermo.edu/servicios_dyc/blog/docentes/trabajos/23216_78114.pdf

Rodríguez D. y Valldeoriola J. (2009). **Metodología de la investigación.** Universidad abierta de Cataluña. (Citado el 12 de julio 2018). Extraído de: http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat_cast-nodef/PID_00148556-1.pdf

Hernández Sampieri R. Fernández C. y Baptista P. (2006). **Metodología de la investigación.** Cuarta edición. (Citado el 12 de julio 2018). Extraído de: https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38758233/sampieri-et-al-metodologia-de-la-investigacion-4ta-edicion-sampieri-2006_ocr.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1

510674833&Signature=XZhR5YsQxttqHKbVSGman8AVQao%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DSampieri-et-al-metodologia-de-la-investi.pdf

ANEXOS

CUADRO DE CONSISTENCIA

Título: APLICACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS DEMOSTRATIVOS Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES - CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA - UNASAM - HUARAZ, 2017

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES
¿Qué efectos tiene el uso de los materiales didácticos demostrativos en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de Educación Primaria de la FCSEC UNASAM - 2017?	Demostrar los efectos que tiene el uso de los materiales didácticos demostrativos en el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la FCSEC UNASAM – 2017	Si se utiliza adecuadamente los materiales didácticos demostrativos en las sesiones de clase mejorará el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la escuela profesional de educación primaria de la FCSEC UNASAM - 2017	V. INDEPENDIENTE Aplicación de materiales didácticos demostrativos V. DEPENDIENTE Aprendizaje de la matemática
MÉTODO	**MARCO TEÓRICO**	**INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS**	**POBLACIÓN Y MUESTRA**
TIPO DE INVESTIGACIÓN. **Cuantitativo**. **DISEÑO:** cuasi experimental GC = O_1 -------------------O_2 GE = O_1------ X ------O_2 GC = Grupo control GE = Grupo experimental X = Programa	1. **Antecedentes de la investigación:** Existe literatura nacional e internacional. 2. **Bases teóricas:** - Materiales didácticos demostrativos. - Aprendizaje de la matemática	Plan de trabajo, para la variable Independiente: Pre y pos test, para la variable dependiente:	**POBLACIÓN:** 43 Estudiantes Educación Primaria Universidad “Santiago Antúnez de Mayolo”- 2016 N = 43 estudiantes **MUESTRA.** n = 43 estudiantes

UNIVERSIDAD NACIONAL SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACION

ENCUESTA SOBRE MATERIALES DIDÁCTICOS DEMOSTRATIVOS

Un saludo cordial tenga usted.

La siguiente encuesta está dirigida a los estudiantes de la facultad de Educación-Primaria, tiene por objetivo conocer y medir los conocimientos acerca de la demostración, uso de materiales didácticos y uso de materiales didácticos demostrativos.

INDICACIONES: Marque la respuesta que crea Ud. Conveniente con un aspa. Cada pregunta sólo tiene una respuesta.

1. ¿El docente de matemáticas utiliza materiales didácticos en clase?

    a) Siempre
    b) Frecuentemente
    c) Algunas veces
    d) Muy pocas veces
    e) Nunca

2. ¿Qué entiendes por demostración matemática?

    a) Rama de la matemática con uso de materiales.
    b) Un juego matemático para comprobar la solución.
    c) Una propiedad de la geometría.
    d) Procedimiento que justifica las propiedades.

3. ¿Cómo sabes que las fórmulas que te enseñan son correctas?

    a) Usando ejemplos
    b) A través de hechos reales.
    c) Porque el profesor lo dice.
    d) Demostrando con materiales didácticos.

4. ¿Cuál es la mejor forma para que aprendas una propiedad de la geometría?

    a) Haciendo un experimento
    b) Usando muchos ejemplos hasta aprenderlos de memoria.
    c) A través de materiales didácticos.
    d) Explicando su utilidad e importancia.

5. ¿Cuándo el docente utiliza materiales didácticos, con qué objetivo los usa?

    a) Para que se recuerden las fórmulas
    b) Para mostrar ejemplos.

c) Para demostrar las fórmulas.
d) No sé para qué

6. ¿Es necesario demostrar las fórmulas en clase?

a) Siempre
b) Frecuentemente
c) Algunas veces
d) Muy pocas veces
e) Nunca

7. Si el profesor demuestra utilizando materiales didácticos la propiedad de la suma de ángulos internos de un triángulo, ¿Cuál sería tu opinión?

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

8. ¿Cómo enseña una fórmula matemática tu docente de matemática?

a) Sólo lo escribe en la pizarra
b) Explica el por qué y su razón
c) Usa varios ejemplos
d) A través de un hecho real

9. ¿Cuál es más importante para ti?

a) Demostrar las fórmulas de la matemática
b) Resolver problemas

10. El uso de materiales didácticos demostrativos debe ser manejado por:

a) Solo deben ser usados por el docente.
b) Solo deben ser usados por los estudiantes
c) a y b son correctas

11. ¿Qué opinión tienes de los materiales didácticos demostrativos?

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo

e) Muy malo

12. Si el profesor en clases demuestra la propiedad de la suma de ángulos opuestos por el vértice utilizando materiales didácticos ¿Cuál sería tu opinión?

    a) Muy bueno
    b) Bueno
    c) Ni bueno ni malo
    d) Malo
    e) Muy malo

13. ¿Cómo calificas cuando el docente de matemáticas utiliza material didáctico para demostrar las propiedades geométricas?

    a) Muy bueno
    b) Bueno
    c) Ni bueno ni malo
    d) Malo
    e) Muy malo

14. ¿Cómo consideras que el docente emplee al menos un material educativo concreto en su clase?

    a) Muy bueno
    b) Bueno
    c) Ni bueno ni malo
    d) Malo
    e) Muy malo

15. ¿Según tu opinión? ¿Cómo sería el aprendizaje de la matemática utilizando materiales didácticos concretos manipulables?

    a) Muy bueno
    b) Bueno
    c) Ni bueno ni malo
    d) Malo
    e) Muy malo

16. ¿Cómo calificas una clase cuando el docente y los estudiantes demuestran propiedades matemáticas con materiales didácticos?

    a) Muy bueno

b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

17. ¿Cómo consideras si aprendieras las características de los ángulos consecutivos manipulando un material demostrativo?

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

18. Argumentar las propiedades matemáticas y justificar nuestras ideas en clases. ¿Consideras que son?

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

19. La comunicación matemática es indispensable para comprender y aprender las fórmulas, teoremas y propiedades matemáticas en la actualidad. ¿Cómo consideras esta afirmación?

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

20. Como calificas una clase donde el docente con la ayuda del material didáctico argumenta y justifica sus ideas matemáticas.

a) Muy bueno
b) Bueno
c) Ni bueno ni malo
d) Malo
e) Muy malo

¡GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN!

EXAMEN DE ENTRADA DE MATEMÁTICA

APELLIDOS Y NOMBRES:……………………………………………………………………………..........

FECHA:………………

PREGUNTAS:

1. Un granjero tiene un total de 75 aves, entre pollos, patos y pavos, un. Si tuviera 4 patos más, 12 pavos más, y 7 pollos menos, tendría igual cantidad aves por especie. Calcular cuántos pollos hay en la granja.

   a) 32 b) 24 c) 31 d) 8 e) 35

2. Pedro le dice a Roberto: "Dame cinco panes y tendremos la misma cantidad". Roberto replica: "dame seis panes y tendré 12 veces de lo que te quedaría". ¿Cuántos panes tienen entre los dos?

   a) 26 b) 33 c) 35 d) 78 e) 31

3. Al perder la tercera parte de mi dinero y luego los 3/8 del todavía me quedan 75 soles. ¿Cuánto dinero tenía?

   a) S/.360 b) 180 c) 120 d) 160 e) 100

4. Por 14 kg me ofrecen $9,40 por cada kilogramo, pero no la vendo, y mas tarde la vendo por $84,14 el total
   ¿Cuánto he perdido por kilogramo?

   a) $3,39 b) 3,34 c) 3,35 d) 3,36 e) 3,33

5. Reducir:
   $R = (a + b)^2 – (b - a)^2 + (a – 2b)^2 – a^2 – 4b^2$
   a) 0 b) a c) b d) 2ab e) ab

6. Simplificar: $N = \frac{2^{n+4} - 2^{n+3}}{2^{n+4}}$

   a) 2 b) 3 c) 1/3 d) 1/2 e) 1/5

7. Reducir:

$$E = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} - \sqrt{a^2 - 2ab + b^2}$$

Si: 2 002 < a < b < 2 005

a) 2a b) 2b c) -2ª d) -2b e) N.A.

8. La diferencia entre el numeral $\overline{ab}$ y el que se obtiene al invertir el orden de sus cifras es 72. Hallar "a + b".

a) 12 b) 9 c) 10 d) 3 e) 7

9. Si Frank tiene $\overline{ab}$ años y dentro de "6a" años tendrá 66 años, hallar "a x b".

a) 5 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

10. Dado el numeral capicúa:

$$\overline{(a+1)(b+1)(2b-1)(2a-3)}$$

Hallar: $\overline{ab}$

a) 42 b) 32 c) 23 d) 10 e) 12

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ANCASH "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO"

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES, EDUCACIÓN Y DE LA COMUNICACIÓN

EXAMEN DE SALIDA DE MATEMÁTICA

APELLIDOS Y NOMBRES:………………………………………………
FECHA:…………………….

PREGUNTAS:

1. Si se arrancan 25 hojas de un libro quedaría la mitad de hojas que si el libro tuviera 50 hojas más. Calcular cuántas hojas tenía inicialmente el libro.

   a) 120 b) 100 c) 70 d) 90 e) 75

2. Pedro le dice a Roberto: "Dame cinco panes y tendremos la misma cantidad". Roberto replica: "dame seis panes y tendré 12 veces de lo que te quedaría". ¿Cuántos panes tienen entre los dos?

   a) 26 b) 33 c) 35 d) 78 e) 31

3. Los 2/9 de una finca están sembrados de caña, los 5/8 de café y las 22 hectáreas restantes, de tabaco. ¿Cuál es la extensión de la finca?

   a) 160 Ha b)148 c) 180 d) 144 e) 150

4. Si tuviera 1/4 menos de la edad que tengo, tendría 21 años. ¿Cuál es mi edad?

   a) 32 años b) 30 c) 29 d) 31 e) 28

5. Efectuar:

$$P = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)+(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$

   a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

6. Reducir:

$$M = \frac{15^2 \;.\; 25 \;.\; 49}{35^2 \;.\; 45^2}$$

   a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{9}$ d) $\frac{1}{5}$ e) 5

7. Reducir:

$$E = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$$

Si: 2 < x < 4 (x es un decimal)

a) 2x b) 2x – 6 c) 2 d) 2 – 2x e) N.A.

11. La diferencia entre el numeral $\overline{ab}$ y el que se obtiene al invertir el orden de sus cifras es 72. Hallar "a + b".

a) 12 b) 10 c) 3 d) 9 e) 7

8. Si Frank tiene $\overline{ab}$ años y dentro de "6a" años tendrá 66 años, hallar "a x b".

a) 5 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12

9. Dado el numeral capicúa:

$\overline{(a+1)(b+1)(2b-1)(2a-3)}$

Hallar: $\overline{ab}$

a) 42 b) 32 c) 23 d) 10 e) 12

PROGRAMA DE MATERIALES DEMOSTRATIVOS PARA EL DESARROLLO DE LOS APRENDIZAJES

Datos Generales. 4 horas por semana durante 3 meses.

Fundamentación. Los futuros profesionales de la especialidad de Educación Primaria que cursan sus estudios universitarios no tienen las bases necesarias en la resolución de problemas debido a la poca educación en la asignatura de matemática que han recibido.

Objetivos. Desarrollar las habilidades matemáticas de los futuros profesionales de la especialidad de Educación Primaria de la Universidad pública Santiago Antúnez de Mayolo a través de la aplicación de Materiales Didácticos Demostrativos.

Metodología. La didáctica del docente, estrategias diferentes y diversas metodologías utilizadas en la aplicación del programa

Deductivo. Se iniciará de datos o enunciados generales aceptados como verdaderos y a través del pensamiento lógico se deberá de concluir en proposiciones particulares y verdaderas.

Inductivo. Se partirá de hechos particulares para llegar a conclusiones generales, se utilizará la observación, análisis de los hechos y las relaciones existente entre los elementos de un fenómeno.

Observación. Se observará a cada estudiante con el propósito de apoyar a los resultados los demás instrumentos de recolección de información, y así comprobar las hipótesis de la forma más objetiva posible.

Taller. Los estudiantes estuvieron en contacto directo con los materiales demostrativos, los manipularon y aprendieron directamente las propiedades geométricas, además desarrollaron sus habilidades y destrezas matemáticas.

.

N. Clase	TEMÁTICA A DESARROLLAR	HORAS		RESULTADOS DE APRENDIZAJE	MESES		
		Clases	Trabajo autónomo		Octubre	Noviembre	diciembre
Sesión 1	Introducción a la geometría plana. Nociones preliminares: Punto, postulados de una recta, clases de líneas.	2	2	• Conocer e identificar los elementos básicos de la geometría plana	X		
Sesión 2	Ángulos: elemento de un ángulo, clasificación: según su magnitud, según sus características, según su posición.	2	1	• Identificar las características y elementos de los diferentes ángulos.	X		
Sesión 3	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad de los ángulos consecutivos.	2	1	• Aplicar las propiedades de los ángulos consecutivos en la resolución de problemas.	X		
Sesión 4	Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas: alternos, correspondientes y conjugados.	2	2	• Conocer e identificar los ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.	X		
Sesión 5	Propiedad “dientes del serrucho” y suma de ángulos consecutivos.	2	1	• Aplicar las propiedades de los ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas en la resolución de problemas.	**X**		
sesión 6	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad “dientes del serrucho” y suma de ángulos consecutivos	2	1	• Uso de estrategias de resolución de problemas relacionados con ángulos formados por dos rectas paralelas y una recta secante.	**X**		
sesión 7	Triángulos; definición, elementos, clasificación.	2	1	• Identificar las características y elementos de la clasificación de los triángulos.		**X**	
sesión 8	Triángulos: Teoremas elementales de los triángulos	2	2	• Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los triángulos en la resolución de problemas.		**X**	
sesión 9	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad elementales de los triángulos.	2	0	• Uso de estrategias de resolución de problemas relacionados con los triángulos.		**X**	
sesión 10	Propiedades adicionales de los triángulos	2		• Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas adicionales de los triángulos en la resolución de problemas.		**X**	
sesión 11	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedades adicionales de los triángulos	2	1	• Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo.		**X**	

sesión 12	Cuadriláteros: elementos, clasificación, clasificación de los cuadriláteros convexos.	2	1	• Identificar las características y elementos de la clasificación de los cuadriláteros.		**X**	
sesión 13	Cuadriláteros: Propiedades fundamentales.	2	2	• Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los cuadriláteros en la resolución de problemas.			**X**
sesión 14	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad elementales de los cuadriláteros	2	1	• Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo.			**X**
sesión 15	Polígonos: elementos, clasificación; polígonos convexos y polígonos regulares	2	2	• Identificar las diferencias entre los polígonos convexos y polígonos regulares.			**X**
sesión 16	Propiedades de los polígonos convexos y regulares.	2	2	• Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los polígonos en la resolución de problemas.			**X**
sesión 17	Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad de los polígonos convexos.	2	1	• Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo.			**X**
sesión 18	Prueba final	2	0	• Resolución de problemas.			**X**

ANEXO N° 05

PLAN DE CLASE

I. Título : Materiales didácticos demostrativos
II. Datos Informativos
2.1 Institución: UNASAM. Educación Primaria.
2.2 Curso: Matemática
2.3 Docente: Lic. Marco Niels Gonzales Romero
III. Objetivo.
Desarrollo de las habilidades matemáticas de los futuros profesionales de la especialidad de Educación Primaria de la Universidad pública Santiago Antúnez de Mayolo a través de la aplicación de Materiales Didácticos Demostrativos.
IV. Secuencia

Sesión 1

Tema: Presentación de la geometría plana. Nociones preliminares: Punto, postulados de una recta, clases de líneas.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y profundización del tema	20min	Presentación. "Medición y repartición de las tierras en el antiguo Egipto"
Desarrollo	• Introducción a la geometría plana • Nociones preliminares • Uso de materiales didácticos en la geometría plana	80min	Conocer e identificar los elementos básicos de la geometría plana
Cierre	• Metacognición. • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento.	20min	Aplicación de las propiedades en la solución de problemas de ángulos.

Sesión 2

Tema: Ángulos: elemento de un ángulo, clasificación: según su magnitud, según sus características, según su posición.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema	20min	Lectura. "Calles e intersecciones de la localidad" y refrescar conocimientos

	• Afianzar el tema anterior		
Desarrollo	• Ángulos, notación, elementos. • Clasificación de los ángulos • Ángulos complementarios y suplementarios • Resolución de problemas propuestos.	80min	Identificar las características y elementos de los diferentes ángulos. Resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición. • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento.	20min	Contextualizar el tema tratado, traer ejemplos observados en la realidad acerca del tema.

Sesión 3

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad de los ángulos consecutivos.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior	20min	Gráfico “Igualdad y congruencia” Relacionar los contenidos con el clase anterior
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de las propiedades de los ángulos consecutivos. • Demostración de las propiedades de los ángulos consecutivos mediante el material concreto.	80min	Interactuar y manipular el material didáctico demostrativo. Aplicar las propiedades de los ángulos consecutivos en la resolución de problemas. Diseño y elaboración de materiales concretos del tema
Cierre	• Metacognición-evaluación • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento.	20min	Contextualizar el tema tratado, traer ejemplos observados en la realidad acerca del tema.

Sesión 4

Tema: Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas: alternos, conjugados y correspondientes.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior	20min	Lectura: “Las carreteras y las intersecciones entre ellas”. Relacionar los contenidos con el clase anterior, refrescar conocimientos
Desarrollo	• Ángulos formados por dos rectas paralelas y una recta secante, ángulos: alternos, conjugados y correspondientes.	80min	Conocer e identificar los ángulos formados por dos rectas paralelas y una recta secante.

	• Resolución de problemas propuestos		Representa ángulos alternos internos y expresa su correspondencia
Cierre	• Metacognición-evaluación • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento.	20min	Contextualizar el tema tratado, traer ejemplos observados en la realidad acerca del tema.

Sesión 5

Tema: Propiedad "dientes del serrucho" y suma de ángulos consecutivos.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior	20min	Gráfico: "Paralelismo y perpendicularidad" Relacionar los contenidos con el clase anterior.
Desarrollo	• Análisis de la propiedad dientes de serrucho. • Análisis de la propiedad suma de ángulos consecutivos. • Resolución de problemas propuestos	80min	Aplicar las propiedades de los ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas; resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos.

Sesión 6

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad "dientes del serrucho" y suma de ángulos consecutivos

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior	20min	Fomentar el interés hacia el aprendizaje. Recreación de la elaboración del material demostrativo.
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de la propiedad "dientes del serrucho" y suma de ángulos consecutivos • Demostración de las propiedades "dientes del serrucho" y suma de ángulos consecutivos mediante material concreto.	80min	Uso de estrategias de resolución de problemas relacionados con ángulos formados por intersección de una recta secante y dos rectas paralelas Diseño y elaboración de materiales concretos del tema
Cierre	• Metacognición-evaluación	20min	Preparación de materiales.

	• Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento. • Hoja de problemas.		Trasferencia de los conocimientos adquiridos.

Sesión 7

Tema: Triángulos; definición, elementos, clasificación.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior	20min	Gráfico "Triangulación de estrellas" Relacionar los contenidos con el clase anterior.
Desarrollo	• Triángulos; definición, elementos, clasificación. • Análisis de la ley de existencia de triángulos	80min	Identificar las características y elementos de la clasificación de los triángulos. Reconocer los elementos de los triángulos.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento. • Hoja de problemas.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos.

Sesión 8

Tema: Triángulos: Teoremas elementales de los triángulos

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos.	20min	Gráfico "Demostración suma de ángulos" Relacionar los contenidos con el clase anterior.
Desarrollo	• Presentación y definición de las propiedades de los triángulos. • Suma de ángulos internos y externos y su relación.	80min	Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los triángulos en la resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Preguntas de aplicación de los saberes. • Reforzamiento. • Hoja de problemas.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos.

Sesión 9

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad elementales de los triángulos.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-propiedades	20min	Gráfico "Teoremas fundamentales-triángulos" Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de la propiedad elementales de los triángulos • Demostración de las propiedad elementales de los triángulos	80min	Uso de estrategias de resolución de problemas relacionados con los triángulos. Diseño y elaboración de materiales concretos del tema
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 10

Tema: Propiedades adicionales de los triángulos

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico "Teoremas Adicionales-triángulos" Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Presentación y análisis de la relación de ángulos internos con los externos • Ángulos formados por las bisectrices de ángulos internos y externos.	80min	Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas adicionales de los triángulos en la resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 11

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedades adicionales de los triángulos

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico “Demostración Teoremas Adicionales-triángulos” Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de las propiedades adicionales de los triángulos • Demostración de las propiedades adicionales de los triángulos	80min	Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo. Diseño y elaboración de materiales concretos del tema.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 12

Tema: Cuadriláteros: elementos, clasificación, clasificación de los cuadriláteros convexos.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico “Cuadriláteros-Propiedades” Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Cuadriláteros: elementos, clasificación, clasificación de los cuadriláteros convexos. • Paralelogramo y trapecio.	80min	Identificar las características y elementos de la clasificación de los cuadriláteros.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 13

Tema: Cuadriláteros: Propiedades fundamentales.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema	20min	Gráfico “Cuadriláteros-Propiedades fundamentales” Relacionar los contenidos con la clase anterior.

	• Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales		
Desarrollo	• Propiedades fundamentales de los cuadriláteros • Suma de ángulos internos y externos, analizar la relación que existe entre ellos	80min	Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los cuadriláteros en la resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 14

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad elementales de los cuadriláteros

	Actividades	T	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico "Demostración Cuadriláteros-Propiedades fundamentales" Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de las propiedades elementales de los cuadriláteros. • Demostración de las propiedades elementales de los cuadriláteros.	80m	Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo. Diseño y elaboración de materiales concretos del tema
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 15

Tema: Polígonos: elementos, clasificación; polígonos convexos y polígonos regulares

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico "Polígonos -Propiedades fundamentales" Relacionar los contenidos con la clase anterior.

Desarrollo	• Definición y desarrollo de Polígonos: elementos, clasificación; polígonos convexos y polígonos regulares	80min	Identificar las diferencias entre los polígonos convexos y polígonos regulares.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 16

Tema: Propiedades de los polígonos convexos y regulares.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico “Polígonos regulares - Propiedades fundamentales” Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Presentación y desarrollo de las propiedades de los polígonos convexos. • Presentación y desarrollo de las propiedades de los polígonos regulares	80min	Conocer y aplicar adecuadamente los teoremas fundamentales de los polígonos en la resolución de problemas.
Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 17

Tema: Aplicación del material didáctico demostrativo: Propiedad de los polígonos convexos.

	Actividades	Tiempo	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	20min	Gráfico “Demostración Polígonos regulares -Propiedades” Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Definición del Material Didáctico demostrativo de las propiedades de los polígonos convexos • Demostración de las propiedades de los polígonos convexos	80min	Interacción y manipulación de las propiedades mediante el material didáctico demostrativo. Diseño y elaboración de materiales concretos del tema.

Cierre	• Metacognición-evaluación • Reforzamiento. • Hoja de problemas. • Preguntas de aplicación de los saberes.	20min	Preparación de materiales. Trasferencia de los conocimientos adquiridos. Preparación para la siguiente clase.

Sesión 18

Tema: Prueba final

	Actividades	T	Logro esperado
Inicio	• Indagación y recojo de saberes previos • Lectura y presentación del tema • Afianzar el tema anterior triángulos-adicionales	10min	Gráfico “Demostración Polígonos regulares -Propiedades” Relacionar los contenidos con la clase anterior.
Desarrollo	• Aplicación POST PRUEBA	100min	Medición competencias matemáticas. Nivel de logro. Resolución de problemas
Cierre	• Despedida y agradecimiento. • Recomendaciones finales • Conclusiones.	10min	Fomentar el autoaprendizaje. Seguir sus objetivos.

SÍLABO DE MATEMÁTICA PARA EDUCACIÓN PRIMARIA

I. DATOS INFORMATIVOS:

1.1. DEPARTAMENTO ACADÉMICO	:	Educación
1.2. CARRERA PROFESIONAL	:	Primaria y Educación Bilingüe I
1.3. AÑO Y SEMESTRE ACADÉMICO	:	2017-II
1.4. CICLO	:	III
1.5 REQUISITO	:	Matemática Básica
1.6. CÓDIGO DE LA ASIGNATURA	:	05-EE-M03
1.7. NÚMERO DE CRÉDITOS	:	03
1.8. DURACIÓN	:	
Fecha de Inicio	:	2017-09-28
Fecha de Término	:	2017-12-29
1.9. NÚMERO DE HORAS	:	04 Ht: 02 Hp: 02
1.10.NOMBRE DEL DOCENTE	:	Lic. Marco Gonzales Romero
1.11.EMAIL	:	mngr_22@hotmail.com

II. SUMILLA:

2.1. RESUMEN

La asignatura de Matemática para Educación Primaria pertenece al área de formación especializada y es de naturaleza teórico-práctica. Explica los diferentes componentes del área de matemática y de la Etnomatemática, así mismo experimenta diferentes estrategias para la resolución de situaciones problemáticas de su entorno, valora críticamente el uso del lenguaje matemático en la vida diaria. Aplica diferentes estrategias para la enseñanza aprendizaje del número y la geometría basados en la resolución de problemas.

2.2. LOGROS DE APRENDIZAJE

2.2.1. Competencia

Demuestra conocimiento de los componentes de la matemática en el campo de la Geometría Plana y resuelve problemas de contexto real y matemático.

2.2.2. Capacidades

1. Matematiza situaciones de contexto real y matemático.
2. Comunica y representa datos utilizando un lenguaje matemático adecuado.
3. Razona y argumenta conjeturas, propiedades e hipótesis.
4. Elabora y usa planes de resolución de problemas en situaciones de la vida real y matemático.
5. Conoce los contenidos de la Geometría Euclidiana y demuestra los teoremas fundamentales, aplicándolos en la resolución de problemas de contexto real.

III. PROGRAMACIÓN TEMÁTICA:

Unidad Didáctica I: Ángulos, definición, clasificación, propiedades complemento y suplemento.		
CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DURACION
Ángulos: Definición, Notación, Bisectriz.	Da ejemplos de ángulos de su contexto. Grafica ángulos. Aplica la notación para representar los ángulos.	Primera y segunda semana
Ángulos: Clasificación De acuerdo a su medida: Agudo, obtuso, recto, llano, de una vuelta. De acuerdo a sus lados: Complementarios, Suplementarios, opuestos por el vértice, ángulos consecutivos. Propiedades de ángulos complementarios y suplementarios.	Elaboración y uso de materiales demostrativos de ángulos. Resuelve problemas contextualizados relacionados con ángulos.	
Unidad Didáctica II: Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.		
CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DURACION
Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.: ángulos alternos, conjugados, correspondientes.	Menciona ejemplos de ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante que observa en su contexto. Grafica e interpreta los diferentes tipos de Ángulos	

	formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas. Participan activamente en la exposición del tema.	Tercera y cuarta semana
Propiedades de los ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante.	Participación activa en el uso de materiales demostrativos de las propiedades de los Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas. Resuelve problemas contextualizados relacionados a los ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.	
Unidad Didáctica III: Triángulos.		
CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DURACION
Triángulos: Definición, elementos. Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos.	Menciona ejemplos de triángulos de su contexto. Grafica e interpreta los diferentes tipos de triángulos. Participan activamente en la exposición del tema de los ángulos de los triángulos.	Quinta y sexta semana
Triángulos: Teoremas fundamentales. Suma de los ángulos internos de los triángulos. Suma de los ángulos externos de los triángulos. En todo triángulo la suma de dos ángulos internos es igual al ángulo externo no adyacente a ellos.	Participación activa en la Elaboración y uso de materiales demostrativos de los teoremas fundamentales de los triángulos Resuelve problemas contextualizados relacionados a los triángulos.	

Unidad Didáctica IV: Triángulos: Líneas notables, teoremas adicionales.		
CONTENIDOS	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	DURACION
Líneas notables: Ceviana, mediana, altura, mediatriz, bisectriz.	Menciona ejemplos de las líneas notables de los triángulos que observa en su contexto. Grafica e interpreta las diferentes líneas notables de los triángulos.	

	Participan activamente en la exposición del tema los teoremas adicionales.	Sétima y octava semana
Teoremas Adicionales: ángulo formado por las dos bisectrices internas; ángulo formado por las dos bisectrices externas.	Participación activa en el uso de materiales demostrativos de los teoremas adicionales de los triángulos Resuelve problemas contextualizados relacionados a la aplicación de los teoremas adicionales de los triángulos.	

IV. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

En el desarrollo de la enseñanza aprendizaje, se emplearán las siguientes estrategias metodológicas:

- Exposiciones o clase magistral
- Talleres en Aula
- Estudio independiente
- Talleres de resolución de problemas.

V. RECURSOS DIDÁCTICOS

Los principales medios y materiales educativos que se utilizarán para la adquisición de los aprendizajes son:

- Construcción de materiales demostrativos didácticos.
- Uso de materiales demostrativos didácticos.
- Bibliografía física y digital
- Separatas

VI. ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

Actividades de Investigación.
Se realizaran las siguientes investigaciones bibliográficas:

- Niveles de Demostración de Van Hiele.
- Demostración del Teorema de Pitágoras.
- Creencias sobre las fracciones.

VII. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN:

INDICADORES E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

UNIDAD DIDÁCTICA	INDICADORES	INSTRUMENTOS
I Ángulos, definición, clasificación, propiedades complemento y suplemento.	Emplea las características, datos, condiciones y variables del problema sobre ángulos para dar una solución.	Prueba objetiva
	Utiliza representaciones pictóricas en el momento de resolución de un problema de ángulos.	Prueba objetiva
	Ejecuta un plan de resolución ordenado en problemas de ángulos	Prueba objetiva
II Ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.	Comunica locuazmente ideas matemáticas relacionadas a ángulos.	Prueba objetiva
	Representa y anota las variables intervinientes en problemas de ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.	Prueba objetiva
	Identifica y nombra la propiedad empleada en la resolución de problemas de ángulos formados por la intersección de una recta secante y dos rectas paralelas.	
	Contrasta, valora y verifica la validez de la solución de los problemas acerca de ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante.	
III Triángulos.	Identifica y extrae datos que le ayudaran a formular una estrategia de resolución de los problemas referidos a triángulos.	Cuestionario
	Utiliza un lenguaje matemático adecuado en el momento de la resolución de un problema de triángulos.	Prueba de ejecución
	Emplea adecuadamente las propiedades fundamentales de los triángulos en la resolución de problemas.	Pruebas de ejecución
	Ejecuta un plan de resolución ordenado en problemas de ángulos	
	Utiliza representaciones pictóricas en el momento de resolución de un problema de triángulos	Pruebas de ejecución
	Justifica el uso de una propiedad matemática en la resolución de problemas de triángulos	
IV Triángulos: Líneas notables,	Argumenta la solución obtenida de un problema relacionado con las líneas notables en los triángulos usando un lenguaje matemático adecuado.	Pruebas de ejecución
	Emplea diversas formas de solucionar problemas de líneas notables en el triángulo.	

teoremas adicionales.	Utiliza procedimientos, estrategias y recursos considerando el nivel del problema a resolver.	Pruebas de ejecución

SISTEMAS DE EVALUACION:

Con el propósito de garantizar el logro de los objetivos durante el desarrollo del curso se tomarán dos prácticas calificadas un examen parcial y un examen final obligatorios.

$$\text{NOTA FINAL:} \quad NF = \frac{PP+EP+EF}{3}$$

DONDE:

PP = Promedio de Prácticas calificadas.

EP = Examen parcial.

EF = Examen final

VIII. TUTORÍA Y CONSEJERÍA:

La acción tutorial es consustancial al proceso de enseñanza y aprendizaje, para brindar un soporte emocional psicológico y social al estudiante. El asesoramiento será los días jueves desde las 14h a 16:00 h en la sala de docentes de la FCSEC.

IX. BIBLIOGRAFÍA:

Pardo de Sande, Irma (1995) : Didáctica de la matemática para la Escuela Primaria. Edit. El ateneo. 4ta edic. Buenos Aires- Argentina.

De Dios Reyes, Mauro y Otro (1995) : Matemática para Educación Primaria I, II y III, Universidad Inca Garcilaso de la Vega Lima –Perú.

Oporto Díaz, Juan (1995) : Razonamiento matemático. CONCYTEC Lima.

Farfan Alarcón, Oscar R. : Aritmética. Edit. San Marcos-Lima Perú.

León., Eduardob (1998) : Razonamiento Matemático para todos. Edit Bruño Lima Perú.

Santiesteban E., Mario Silva (1996) : Aritmética Razonada. Edit San Marcos

Perú.

Romero Méndez, Rubén (1991) : Matemática Histórica y Recreativa. Edit. Ingeniería E.I.R.L.

Baldor Aurelio : Aritmética: Teórico Practico Edit. Publicaciones Cultural S.A. La Habana – Cuba.

Coveñas Nachique, Manuel : Razonamiento Matmático. Edit. Coveñas.E.I.R.L.Lima-Perú.

Castro, Rico, Castro Enrique (1992) : Números y Operaciones, Fundamentos para una Aritmética Escolar. Edit. Síntesis S.A.Madrid España.

Castro, Rico, castro Enrique (1995) : Estructuras Aritméticas Elementales y su Modelización. Edt. Iberoamericana. S.A. Bogotá Colombia.

Linares Salvador, Sanchez V. (1988) : Fracciones. Edit. Síntesis S.A. Madrid-España.

Radicadi Di Primeglio, Carlos : El Sistema Contable de los Incas. Edit. Universo S.A. Lima-Perú.

Novell K. (1984) : Desarrollo de los Conceptos Básicos Matemáticos y Científicos en los Niños. Edit. Morata Madrid-España.

García Arenas, Beltrán Celisti (1997) : Geometría y Experiencias. Edic. Culturales. S.A. México.

Jiménez Pastor, Vicente (1990) : Como Lograr Una Enseñanza Activa de la Matemática. Ediciones CEAC. Barcelona –España.

Montoya Coronado Francisco (1993) : Construcciones Geométricas. Edit Cuper S.A. Lima Perú.