

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

*Fundada en 1551*

**FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

**Escuela Académico Profesional De Investigación Operativa**



**Tesis**

**Digitales UNMSM**

**“PROCESOS DE MARKOV DE TIEMPO DISCRETO Y ESPACIO  
DISCRETO: APLICACIONES A PROCESOS CONTABLES  
CASO: EMPRESA AGROINDUSTRIAL.”**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN**

Para optar el título profesional de:

**LICENCIADO EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA**

**AUTOR:**

**EDGARDO CABANILLAS CELIS**

**LIMA – PERÚ  
2002**

# INDICE

<b><u>INTRODUCCIÓN</u></b> .....	1
----------------------------------	---

## CAPITULO I .- PROCESOS DE MARKOV

### 1. **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

1.1. <u>OBJETIVO</u> .....	3
1.2. <u>JUSTIFICACION</u> .....	4

### 2. **MARCO TEORICO**

2.1. <u>PROCESOS DE MARKOV</u> .....	7
2.2. <u>PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN DE <math>m</math> PASOS</u> <u>ECUACIONES DE CHAPMAN-KOLMOGOROV</u> .....	14

## CAPITULO II .- APLICACIÓN DE LOS PROCESOS DE MARKOV A UNA EMPRESA AGROINDUSTRIAL

1. <b><u>ANTECEDENTES DE LA EMPRESA</u></b> .....	16
---	----

### 2. **DESARROLLO DEL ESTUDIO**

2.1. <u>DISEÑO</u> .....	17
2.2. <u>RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN</u> . .....	18
2.3. <u>APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LOS</u> <u>PROCESOS DE MARKOV</u> .....	19

<b><u>CONCLUSIONES</u></b> .....	126
<b><u>COMENTARIOS</u></b> .....	127
<b><u>RECOMENDACIONES</u></b> .....	128
<b><u>GLOSARIO</u></b> .....	130
<b><u>BIBLIOGRAFÍA</u></b> .....	132



**Procesos de Markov de tiempo discreto y espacio discreto: Aplicaciones a procesos contables.** Cabanillas Celis, Edgardo.

## **RESUMEN**

# **PROCESOS DE MARKOV CON TIEMPO DISCRETO Y ESPACIO DISCRETO APLICACIONES A PROCESOS CONTABLES**

**NOVIEMBRE - 2002**

Asesora : Mg. Esther Berger Vidal

Título Obtenido : Licenciado en Investigación de Operaciones.

---

En el desarrollo de la monografía se presenta los Procesos de Markov como una herramienta fundamental para reforzar las políticas de cobranza en una empresa.

Se plantea la teoría de los Procesos de Markov y su aplicación a un caso real. Se muestra su definición para luego desarrollarla en una Empresa Agroindustrial.

El Proceso de Markov nos proporciona en cada una de las subcuentas información importante sobre las posibilidades de cobranza que existen sobre estas subcuentas relacionadas con las Cuentas por Cobrar de la empresa.

**PALABRAS CLAVES:** CUENTAS POR COBRAR  
PROCESOS DE MARKOV  
PROCESOS ESTOCASTICOS

## INTRODUCCION

Los Procesos de Markov o Cadena de Markov, forman parte de los Procesos Estocásticos como una herramienta que se basa en las probabilidades y es necesaria en la toma de decisiones a nivel empresarial debido a que estudia la evaluación de ciertos sistemas de ensayos repetitivos en un intervalo de tiempo dado. Esta toma de decisiones se realiza en las distintas áreas como Contabilidad, Administración, Marketing, Logística, Personal, entre otros.

El presente trabajo sobre Procesos de Markov se realizó a los Estados Financieros en las **Cuentas por Cobrar** de una Empresa Agroindustrial que por su confidencialidad nos reservamos su razón social. Los intereses devengados, así como los costos y gastos incurridos reembolsables, que se derivaron de las operaciones que dieron origen a las cuentas por cobrar, fueron considerados como parte de las mismas, es decir, los montos se encuentran actualizados al 31 de diciembre de 2001.

El resultado de dicha aplicación permite al Área de Contabilidad; tener una apreciación de cuales son las cuentas con posibilidad de ser cobradas y cuales pasan a incobrabilidad.

El estudio consiste de dos capítulos: El Primer Capítulo **Procesos de Markov**, muestra el Planteamiento del Problema: objetivo del trabajo y su justificación; asimismo el Marco Teórico que comprende la definición de Procesos de Markov, Cadenas de Markov con estados absorbentes, Matriz Fundamental y las Ecuaciones de Chapman Kolmogorov. En el Segundo Capítulo **Aplicación del Proceso de Markov – Empresa Agroindustrial**, muestra los antecedentes de la empresa, así como el desarrollo del estudio: diseño, recolección de información y el análisis de resultados del Proceso de Markov.



**Procesos de Markov de tiempo discreto y espacio discreto: Aplicaciones a procesos contables.** Cabanillas Celis, Edgardo.

Los resultados cuantitativos y cualitativos del Proceso de Markov están incluidos en las Conclusiones, de igual forma algunas apreciaciones sobre el tema son presentados en los Comentarios. Tomando las conclusiones y comentarios se pudo desarrollar sugerencias que fueron plasmados en las Recomendaciones.

Se espera cubrir con este tema las expectativas, en lo concerniente a los Procesos de Markov, en el pronóstico de las Cuentas por Cobrar.

# CAPITULO I

## PROCESOS DE MARKOV

### 1.- PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.1 OBJETIVOS

Hoy en día la teoría y la practica financiera cambian con rapidez, por lo cual se debe considerar un enfoque estratégico en la parte contable, que es la que refleja los Estados Financieros. La utilización correcta de los recursos, el equilibrio de diversas peticiones de los accionistas, el señalamiento financiero, la globalización de las finanzas, los cambios en los reglamentos y legislación fiscal, forman parte del entorno financiero del rubro de las “Cuentas por Cobrar”; que son consideradas para la toma de decisiones financieras.

Las Cuentas por Cobrar están definidas de la siguiente manera: “son los derechos exigibles originados por ventas, servicios prestados, otorgamiento de préstamos o de cualquier otro concepto análogo. Pueden estar representadas por saldos en cuenta corriente o bien estar amparadas en documentos”.

El propósito fundamental de este tema es formarnos una opinión de cual es la importancia de los Procesos de Markov en la recuperación de las Cuentas por Cobrar que se muestran en el Balance General al cierre del ejercicio de 2001.

La Administración Financiera, como factor importante para la toma de decisiones de inversión de la Empresa Agroindustrial, necesita un enfoque de técnicas y conocimientos del ambiente o entorno donde son tomadas.

La aplicación de los Procesos de Markov en la Cuenta por Cobrar de la empresa; no es sino una herramienta que puede ser manejada por el Área Contable y los Directivos, a la hora de aplicar sus políticas de cobranza, ***los Procesos de Markov son solo un indicador de cómo se presentan las cuentas por cobrar y las posibilidades de cobro.***

Las políticas de crédito y cobranza deben estar dirigidas al recupero en forma total de su inversión. Una buena política de cobranza puede variar las probabilidades de transición de un estado a otro, disminuyendo la probabilidad de incobrabilidad.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

Las Cuentas por Cobrar son activos recuperables importantes para tener liquidez, es por ello necesario que la empresa Agroindustrial, considere adoptar políticas apropiadas para la cobranza; tomando como herramienta el resultado de la aplicación de los Procesos de Markov en los Procesos Contables.

Dentro de los Procesos Contables consideraremos las Cuentas Contables que reflejan las Cuentas por Cobrar en la elaboración del Balance por el ejercicio 2001 de la Empresa Agroindustrial como la **Cuenta 12 – Clientes; la Cuenta 16 – Cuentas por Cobrar Diversas; la Cuenta 17 – Otras Cuentas por Cobrar Diversas; la Cuenta 18 – Cuentas por Cobrar a los Sembradores, y la Cuenta 19 – Provisión para Cuentas de Cobranza Dudosa**, según el Plan Contable General Revisado, aprobado con Resolución CONASEV N° 006-84-EF/94.10, Resolución de Contaduría N° 005-94-EF/93.01 y el Consejo Normativo de Contabilidad Resolución N° 012-98-EF/93.01.

Las cuentas antes mencionadas tienen la siguiente descripción:

La Cuenta 12 – Clientes- agrupa las Cuentas divisionarias que representan los créditos otorgados resultantes de la venta de bienes y/o prestación de servicios relacionados con la actividad principal de la empresa.

La Cuenta 16 –Cuentas por Cobrar Diversas– agrupa las cuentas divisionarias que representan acreencias (montos por recibir) por operaciones conexas, distintas a la actividad principal de la empresa.

La Cuenta 17 – Otras Cuentas por Cobrar - agrupa las cuentas divisionarias que representan créditos otorgados, distintas a la actividad principal de la empresa, así como aquellos créditos que son incobrables.

La Cuenta 18 – Cuentas por Cobrar a los Sembradores - agrupa las cuentas divisionarias que representan créditos otorgados a los sembradores, así como su cobranza dudosa.

La Cuenta 19 – Provisión de Cuentas de Cobranza Dudosa - agrupa las cuentas divisionarias que acumulan las provisiones para cubrir, en su caso, las pérdidas provenientes de créditos otorgados a terceros, los cuales una vez vencidos denotan dificultad en su recuperación.

Las referidas Cuentas del Plan Contables General Revisado se dividen en subcuentas como son:

12 – Clientes

12100 Clientes -Facturas por Cobrar

12500 Clientes - Anticipos

16 – Cuentas por Cobrar Accionistas y Personal No Accionista

16101 Prestamos al Personal Rentado no Accionista.

16201 Prestamos a Trabajadores Accionistas – Empleados.

16202 Prestamos a Trabajadores Accionistas – Obreros.

- 16203 Prestamos a Profesores
- 16204 Prestamos a Trabajadores Accionistas – Cesantes Empleados
- 16205 Prestamos a Trabajadores Accionistas – Cesantes Obreros
- 16206 Adelanto a Cta. De Devengados – Trabajadores Accionistas
- 17 – Cuentas por Cobrar a Terceros
  - 17101 Prestamos a Terceros – Prestamos a Transportistas
  - 17102 Prestamos a Contratistas
  - 17501 Otras Cuentas por Cobrar Varias
  - 17503 Servicios y Gastos Essalud
  - 17507 Cuentas por Cobrar Diversas Asesorías Legales.
  - 17508 Cuentas por Cobrar Diversas Cias Auditoria .
  - 17509 Cuentas por Cobrar Diversas Asistencia Social
  - 17901 Cuentas Diversas – Cobranza Dudosa
  - 17902 Cuentas Diversas – Deudores en Gestión Judicial
- 18 – Cuentas por Cobrar los Sembradores
  - 18101 Sembradores
- 19 – Provisión de Cuentas de Cobranzas Dudosas
  - 19200 Provisión Cuentas de Cobranza Dudosa – Diversas
  - 19400 Provisión de Otras Cuentas de Cobranza Dudosa

Son estas subcuentas las que permiten ser más exactos al momento de la aplicación del Proceso de Markov.

## 2.- MARCO TEÓRICO

### 2.1. PROCESOS DE MARKOV

Los Procesos de Markov o Cadena de Markov son Procesos Estocásticos que son útiles al estudiar la evolución de ciertos sistemas en ensayos repetidos. Los ensayos son frecuentemente periodos sucesivos en los que no se puede determinar certidumbre del estado o resultado del sistema en cualquier lapso o intervalo de tiempo determinado. Se utilizan probabilidades de transición para describir la forma en que el sistema hace transiciones de un periodo al siguiente. Por ello se habla de la probabilidad de que el sistema se encuentre en un estado específico en un periodo dado, que se encontraba en un estado en el periodo anterior.

Las características de un Proceso de Markov son:

1. Un número finito de estados.
2. La propiedad Markoviana que se expresa como sigue:

$$P\{X_{t+1}=j / X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j / X_t = i\}$$

Para  $t = 0, 1, \dots$  número de transiciones o pasos y toda sucesión  $i, j, k_0, k_1, \dots, k_{t-1}$ , que son valores de estas variables no negativas o estados.

Esta propiedad markoviana es equivalente a establecer que la probabilidad condicional de cualquier “evento” futuro dado cualquier “evento” pasado y el estado actual  $X_t = i$ , es independiente de los eventos pasados y solo depende del estado actual del proceso. Las probabilidades condicionales  $P\{X_{t+1} = j / X_t = i\}$  se llaman probabilidades de transición para cada  $i$  y  $j$ .

### 3. Probabilidades de transición estacionarias.

Si  $P\{X_{t+1} = j / X_t = i\} = P\{X_1 = j / X_0 = i\}$ , para  $t = 0, 1, \dots$ , se dice que las probabilidades de transición de un paso son estacionarias y por lo general se denotan por  $p_{ij}$ . Así, tener probabilidades de transición estacionarias implica que las probabilidades de transición no cambian con el tiempo. La existencia de probabilidades de transición (de un paso) estacionarias también implica que, para cada  $i, j$  y  $m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )

$P\{X_{t+m} = j / X_t = i\} = P\{X_m = j / X_0 = i\}$ , para toda  $t = 0, 1, \dots$ . Estas probabilidades condicionales se denotan por  $p_{ij}^{(m)}$  y se llaman probabilidades de transición de  $m$  pasos.

Para  $m = 0$ ,  $p_{ij}^{(0)}$  es solo  $P\{X_0 = j / X_0 = i\}$  y así es igual a 1 cuando  $i = j$  y 0 cuando  $i \neq j$ . Para  $m = 1$   $p_{ij}^{(1)}$  es la probabilidad de un paso y es igual a  $p_{ij}$ .

Así,  $p_{ij}^{(m)}$  es simplemente la probabilidad condicional de que la variable aleatoria  $X$ , comenzando en el estado  $i$ , se encuentre en el estado  $j$  después de  $m$  pasos (o unidades de tiempo: horas, días, semanas, meses, etc).

Como las  $p_{ij}^{(m)}$  son probabilidades condicionales, deben ser no negativas y, como el proceso debe hacer una transición a algún estado, debe satisfacer las propiedades.

$$p_{ij}^{(m)} \geq 0, \quad \text{para todo } i \text{ y } j, \quad \text{y } m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sum_{j=1}^M p_{ij}^{(m)} = 1, \quad \text{para todo } i, \quad \text{y } m = 0, 1, 2, \dots$$

Siendo  $M$  el número de estados y  $m$  el número de pasos.

A estos procesos estocásticos que tienen estas características se les denominan Cadenas de Markov con probabilidades de transición estacionarias.

#### 4. Probabilidad de Estado Inicial

Un conjunto de probabilidades iniciales  $P\{X_0 = i\}$  para todo  $i$ .

Son las probabilidades de los estados  $i$  del proceso en el tiempo  $m=0$  o al inicio del proceso.

El estudio de los Procesos de Markov; se restringe a casos en los que existe un número finito de estados (**espacio discreto**), en los que las probabilidades de transición permanecen constantes en el tiempo (**tiempo discreto**); donde la probabilidad de encontrarse en un estado determinado en cualquier lapso depende sólo del estado del proceso en el periodo inmediatamente anterior.

Los Procesos de Markov han producido resultados útiles como el de la estimación de las asignaciones para cuentas dudosas. Tal asignación es un estimado del monto de las cuentas por cobrar y las que resultaran ser insolubles (es decir, cuentas incobrables o “cuentas malas”).

Se considera el caso de “cuentas por cobrar” de cualquier empresa que cuenta con “ $n-2$ ” categorías de antigüedad y 2 categorías de cancelación e incobrabilidad. Si cualquier porción del saldo de una cuenta supera los  $\frac{1}{n-2}$  (tiempo de la más antigua cuenta por cobrar), la porción se considera como una cuenta incobrable. A este método de asignar antigüedades a las cuentas por cobrar se le denomina *método del saldo total*.

Para el 31 de diciembre (fecha de presentación de los Estados Financieros), se tiene una cantidad “ $T$ ” en cuentas por cobrar; para lo cual los administradores de dicha empresa pretenden tener una estimación de la porción de esos  $T$  que

se cobrara en algún instante, y de cuanto se perderá también en algún momento como resultado de las cuentas incobrables. La cantidad estimada de cuentas malas aparecería como una asignación para cuentas dudosas en los estados financieros al final del año.

La operación de cuentas por cobrar se puede considerar como un Proceso de Markov, tiene como primer punto la atención de lo que sucede con un Nuevo Sol de los que se encuentran actualmente en las cuentas por cobrar. Al continuar operando la empresa, puede considerarse que cada intervalo de tiempo es un ensayo de un Proceso de Markov, en el cual existe un Nuevo Sol en uno de dichos estados del sistema, que se basa en intervalos de tiempo, según la duración de las deudas por cobrar de la empresa.

Los estados que se van a considerar son los siguientes:

Estado 1: Categoría de pagado.

Estado 2: Categoría de Cuenta incobrable.

Estado 3: Categoría de antigüedad de 0 a  $t_1$ .

Estado 4: Categoría de antigüedad de  $t_1+1$  a  $t_2$ .

Estado 5: Categoría de antigüedad de  $t_2+1$  a  $t_3$ .

. .  
. .  
. .  
. .

Estado  $n$ : Categoría de antigüedad de  $t_{n-3}+1$  a  $t_{n-2}$ .

Así puede rastrearse el estado de un Nuevo Sol en cada intervalo de tiempo, utilizando un análisis de Markov para identificar el estado del sistema en un periodo determinado en el futuro, para nuestro caso es de un año.

Utilizando un modelo del Proceso de Markov con los estados anteriores, se definen de la siguiente manera las probabilidades de transición:

$P_{ij}$  = probabilidad de que haya un Nuevo Sol en el estado  $i$  en un intervalo de tiempo y que pasa al estado  $j$  al siguiente.

Con base en las transiciones históricas de las cuentas por cobrar, se ha desarrollado la siguiente matriz de probabilidades de transición  $P$ :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{n1} & \cdot & \cdot & P_{nn} \end{bmatrix}$$

Una propiedad importante del modelo de los Procesos de Markov, para la situación de cuentas por cobrar es la presencia de *estados absorbentes*; una vez que un Nuevo Sol hace una transición al estado 1 (el estado de pagado), la probabilidad de hacer una transición hacia otro estado es cero. De manera similar, una vez que un Nuevo Sol se encuentra en el estado 2 (el estado de adeudo incobrable), la probabilidad de una transición a cualquier otro estado vale cero. Es por eso que una vez que un Nuevo Sol alcanza el estado 1 o el estado 2, el sistema permanece en tal estado en forma indefinida. Esto conduce a la conclusión de que en algún momento todos los Nuevos Soles de las cuentas por cobrar serán absorbidos en alguno de esos dos estados, pagado o deuda incobrable y de ahí el nombre de *estado absorbente*.

Cuando un Proceso de Markov tiene estados que no son absorbentes, no se calculan las probabilidades del estado estable, porque, en algún momento, el proceso termina en alguno de los estados absorbentes. Sin embargo, podría interesar saber la probabilidad de que un Nuevo Sol termine en cada uno de los

dos estados absorbentes. Para determinar estas probabilidades, es necesario desarrollar la noción de una matriz fundamental.

### La Matriz fundamental y los cálculos correspondientes

En el análisis que sigue se presentan las formulas apropiadas para determinar la probabilidad de que un Nuevo Sol que empieza a partir del estado 3 termine en uno de los estados absorbentes. El concepto subyacente en el análisis implica la noción de una matriz fundamental. Se comienza desarrollando este concepto partiendo la matriz de probabilidades de transición en cuatro partes, es decir, se fija:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{1n} & p_{2n} & \cdot & p_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ R & Q \end{bmatrix}$$

En donde:

La matriz  $I$  ( $2 \times 2$ ) (fila x columna); muestra los dos estados absorbentes, lo que indica que estando en el estado de pagado pase al estado de pagado después de un periodo con una probabilidad 1 y de que pase a un estado de incobrabilidad con probabilidad 0. De igual forma si se esta en el estado de incobrabilidad, se pasa al estado de pagado después de un periodo con una probabilidad 0 y si pasa a un estado de incobrabilidad con probabilidad 1.

La matriz  $O$  ( $2 \times (n-2)$ ) (fila x columna); indica las probabilidades que los estados absorbentes no pasaran a otros estados, es por esta razón que el valor de la probabilidad es 0 (cero).

La matriz  $R$   $((n-2) \times 2)$  (fila  $\times$  columna); indica las probabilidades que los estados por antigüedad pasan a los estados absorbentes después de un periodo.

La matriz  $Q$   $((n-2) \times (n-2))$  (fila  $\times$  columna); indica las probabilidades que los estados por antigüedad permanezcan en dichos estados después de un periodo.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$2 \times 2 \quad 2 \times (n-2)$

$$R = \begin{bmatrix} p_{31} & p_{32} \\ p_{41} & p_{42} \\ \cdot & \cdot \\ p_{n1} & p_{n2} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} p_{33} & p_{34} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{3n} \\ p_{43} & p_{44} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{4n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{n3} & p_{n4} & \cdot & \cdot & \cdot & p_{nn} \end{bmatrix}$$

$2 \times (n-2) \quad (n-2) \times (n-2)$

Se calcula luego una matriz  $N$ , a la que se le denomina matriz fundamental, utilizando la siguiente formula:

$$N = (I - Q)^{-1}$$

El superíndice  $-1$  sirve para indicar la inversa de la matriz  $(I - Q)$ . Si se multiplica la matriz fundamental  $N$  por la porción  $R$  de la matriz  $P$ , se obtienen las probabilidades de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados 3, 4, .....,  $n$ , lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbentes.

El primer renglón del producto de la matriz NR es la probabilidad de que un Nuevo Sol de la categoría del primer intervalo de tiempo termine en cada uno de los estados absorbentes. Utilizando este procedimiento se puede pronosticar el monto que se pagara y el monto que se pierde como incobrable.

#### Establecimiento de la asignación para cuentas dudosas.

Se utiliza B para representar un vector de  $n-2$  elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar en las categorías de antigüedad del cada Estado  $i$ , para  $i= 1, 2, 3, \dots, n-2$ , ya que existen dos estados que son absorbentes es decir:

$$B = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_i \quad \dots \quad b_{n-2}]$$

El saldo debe ser al 31 de diciembre para las cuentas por cobrar. El vector B ( $1 \times n-2$ ) debe multiplicarse con la matriz NR ( $n-2 \times 2$ ) resultando una nueva matriz BNR de  $1 \times 2$  para determinar la porción del total de las cuentas por cobrar que se cobrará y la porción que habrá de perderse.

## **2.2. PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN DE $m$ PASOS**

Podríamos aplicar las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, para identificar después de cuantos años (que es la unidad en que están nuestros estados) un estado del sistema puede convertirse en un estado absorbente, es decir, que después de cuantos años o transiciones una cuenta puede llegar a pagarse o quedar como cuenta incobrable.

### Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov

La probabilidad de transición de  $m$  periodos  $p_{ij}^{(m)}$  puede ser útil cuando el proceso se encuentra en el estado  $i$  y se desea la probabilidad de que el proceso se encuentra en el estado  $j$  después de  $m$  periodos. Las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov proporcionan un método para calcular estas probabilidades de transición de  $m$  periodos:

$$P_{ij}^{(m)} = \sum_{k=1}^M p_{ik}^{(v)} p_{kj}^{(m-v)}, \text{ para toda } i, j, m, \text{ y } 0 \leq v \leq m$$

Estas ecuaciones simplemente señalan que al ir del estado  $i$  al estado  $j$  en  $m$  periodos, el proceso estará en algún estado  $k$  después de exactamente  $v$  (menor que  $m$ ) pasos. Así,  $p_{ik}^{(v)} p_{kj}^{(m-v)}$ , es solo la probabilidad condicional de que sí se comienza en el estado  $i$ , el proceso vaya al estado  $k$  después de  $v$  pasos y después al estado  $j$  en  $m-v$  pasos. Al resumir estas probabilidades condicionales sobre todos los estados posibles  $k$  se debe obtener  $p_{ij}^{(m)}$ .

El  $m$  que se encontró indica después de cuantos periodos los estados del sistema pasarán a ser estados absorbentes (pagables o incobrables).

Las ecuaciones son resultados del proceso operación de multiplicar las matrices de probabilidad hasta que las probabilidades transitorias se conviertan en probabilidades estacionarias.

## **CAPITULO II**

# **APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV EMPRESA AGROINDUSTRIAL**

### **1.- ANTECEDENTES DE LA EMPRESA**

Con fecha 20 de marzo de 1997, por decisión de sus miembros hábiles, la Cooperativa Agraria Azucarera, acordaron transformarse en una Sociedad Anónima de Accionariado Difundido.

En aplicación de esta base legal se constituyó la Empresa Agroindustrial, la misma que fue inscrita en el Registro de Personas Jurídicas del Libro de Sociedades.

Asimismo, mediante Acuerdo y su modificatoria de la Empresa Agroindustrial se establece que los objetivos principales son: desarrollar actividades agroindustriales de cultivo, procesamiento de la caña de azúcar y la producción de alcohol, así como su comercialización, podrá también realizar otras actividades complementarias o adicionales a las que constituyen su actividad principal, así como todas aquellas actividades que sean requeridas para su desarrollo social sin limitación alguna.

Hasta la fecha de cierre del ejercicio 2001, no se ha evidenciado estudios sobre las Cuentas por Cobrar, todo lo hecho por la administración y por el Área de Contabilidad son solo medidas tomadas al libre albedrío.

Sin embargo, se ha observado casos en que se consideran los Proceso de Markov en cobranzas de deudas por antigüedad.

## **2.- DESARROLLO DEL ESTUDIO**

Se han utilizado los procesos de Markov para una aplicación contable referente a la transición de cuentas por cobrar a diferentes categorías de antigüedad.

### **2.1. DISEÑO**

Se clasificó los estados en las subcuentas dentro de las cuentas ya definidas como son la Cuenta 12 – Clientes; la Cuenta 16 – Cuentas por Cobrar Diversas, la Cuenta 17 – Otras Cuentas por Cobrar Diversas; la Cuenta 18 – Cuentas por Cobrar a los Sembradores, y la Cuenta 19 – Provisión para Cuentas de Cobranza Dudosa, estos estados están definidos por antigüedad dentro de una unidad de tiempo, para lo cual se ha considerado un año.

Con estos estados, se asignaron probabilidades, según la política de cobro que tiene la empresa, se considera también el prestigio de la empresa y del trabajador (por prestamos).

Para ser considerados un Proceso de Markov se comprobó que cumplen las siguientes características:

1. Tiene un número finito de estados, según la antigüedad de la deuda.
2. Cumple la propiedad markoviana y se consideran solo las cuentas por cobrar con valores positivos.

3. Los estados por antigüedad cuentan con probabilidades condicionales llamadas probabilidades de transición y los estados de pagado e incobrable con probabilidades absorbentes con valor 1 y 0, llamadas probabilidades de transición estacionarias.
4. Los estados por antigüedad cuentan inicialmente con probabilidades, con las cuales forman la matriz inicial  $P$ .

Con estos datos podemos aplicar el Proceso de Markov en Cuentas por Cobrar y determinar que cantidad después de un año será cobrada y cual pasara a incobrabilidad.

## 2.2. RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

El Gerente de Operaciones de la Empresa Agroindustrial, conocedor de los problemas que atravesaba esta empresa azucarera, facilitó información para que se analice estas cuentas, como: Los Estados Financieros (Balance, Estado de Ganancias y Perdidas, Flujo de Efectivo, etc), con esta información y con el análisis por cuenta, pudimos clasificarlos por año.

Las probabilidades fueron asignadas por el Gerente de Operaciones que es la persona que por su cargo puede asignar con mayor confiabilidad las probabilidades; tomando para cada estado los factores cuantitativos (como es el monto de la deuda a cobrar), factores cualitativos (como son el prestigio de la empresa), y otros como el clima teniendo en cuenta que hay empresas que dependen de sus cosechas, entre otros.

### **2.3. APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL PROCESO DE MARKOV**

Con estas probabilidades y teniendo en claro el objetivo del tema, se desarrollo la aplicación del Procesos de Markov con Espacio Discreto y Tiempo Discreto en las Cuentas por Cobrar de los Estados Financieros de la Empresa Agroindustrial, por el ejercicio 2001 (Nota 6 y Nota 7 del Balance General), de igual forma se desarrolla las Ecuaciones de Chapman – Kolmogorov y el flujo de probabilidades de la Cadena de Markov como se muestra a continuación:

## **APLICACION:**

- **PROCESOS DE MARKOV**
- **ECUACIONES DE CHAPMAN  
KOLMOGOROV**
- **FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA  
CADENA DE MARKOV**

**EMPRESA AGROINDUSTRIAL**

**BALANCE GENERAL**

(Notas 1, 2, 3 y 24)

**Al 31 de diciembre de 2001**

(Expresado en Nuevos Soles)

<u>ACTIVO</u>	<u>2001</u>	<u>PASIVO Y PATRIMONIO</u>	<u>2001</u>
<b>Activo corriente:</b>		<b>Pasivo corriente:</b>	
Caja y bancos (Nota 5)	710,697	Sobregiros y préstamo bancarios (Nota 11)	11,182,607
Cuentas por cobrar comerciales, neto (Nota 6)	1,865,719	Cuentas por pagar comerciales neto de anticipos (Nota 12)	7,727,023
Otras cuentas por cobrar, neto (Nota 7)	1,695,673	Otras cuentas por pagar (Nota 13)	168,889,755
Existencias (Nota 8)	26,700,732	Provisión beneficios sociales (Nota 14)	27,624,633
Gastos pagados por anticipado	203,843		
<b>Total activo corriente</b>	<b><u>31,176,664</u></b>	<b>Total pasivo corriente</b>	<b><u>215,424,018</u></b>
<b>Activo no corriente:</b>		<b>Pasivo no corriente</b>	
Inversiones en valores (Nota 9)	211,739	Ganancias diferidas	1,247,441
Inmuebles, maquinarias y equipo, neto de depreciación acumulada (Nota 10)	<u>455,435,951</u>	Provisión beneficios sociales, neto (Nota 15)	54,744,237
<b>Total activo no corriente</b>	<b><u>455,647,690</u></b>	<b>Total pasivo no corriente</b>	<b><u>55,991,678</u></b>
		<b>Total pasivos</b>	<b><u>271,415,696</u></b>
		<b>Patrimonio:</b>	
		Capital (Nota 16)	323,106,372
		Reservas (Nota 17)	1,488,062
		Resultados acumulados	(109,185,776)
		<b>Total patrimonio neto</b>	<b><u>215,408,658</u></b>
<b>Total activos</b>	<b><u><u>486,824,354</u></u></b>	<b>Total pasivos y patrimonio</b>	<b><u><u>486,824,354</u></u></b>

**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 12- CLIENTES**  
**SUBCUENTA 12100 - CLIENTES FACTURAS POR COBRAR**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>
		<u>POR AÑO</u>		<u>MONTO</u>
<b>12100</b>	1,878,487.00			
<b>Fecha de Factura</b>	<b>Monto</b>			
Diciembre 2000	40,364.00	2000	=	40,364.00
Julio 2001	914,895.00			
Diciembre 2001	923,228.00	2001	=	1,838,123.00
				1,838,123.00
		<b>TOTAL</b>		<b>1,878,487.00</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1      Categoría de pagado
- Estado 2      Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3      Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4      Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<b>ESTADOS</b>			
		1	2	3	4
<b>ESTADOS</b>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.32	0.19	0.26	0.23
	4	0.26	0.14	0.25	0.35

= P =

		<b>ESTADOS</b>	
		I	O
<b>ESTADOS</b>	I		
	O	R	Q

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a: 1,838,123.00

Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a: 40,364.00

**TOTAL** **1,878,487.00**

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	1,838,123.00	40,364.00

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 1,878,487.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1,838,123.00 & 40,364.00 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\
 \hline
 0.63 & 0.37 \\
 0.64 & 0.36 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1,188,298.68 & 690,188.32 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 1'188,298.68 quedando como monto incobrabable S/. 690,188.32.

Se podría reducir este monto de S/. 690,188.32, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 12- CLIENTES**  
**SUBCUENTA 12100 - CLIENTES FACTURAS POR COBRAR**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1                      Categoría de pagado  
 Estado 2                      Categoría de cuenta incobrable  
 Estado 3                      Categoría de antigüedad de 1 año (2001)  
 Estado 4                      Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.32	0.19	0.26	0.23
4	0.26	0.14	0.25	0.35

P<sup>2</sup> =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.46	0.27	0.13	0.14
4	0.43	0.24	0.15	0.18

P<sup>4</sup> =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.58	0.34	0.04	0.04
4	0.58	0.32	0.05	0.05

P<sup>8</sup> =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.63	0.37	0.00	0.00
4	0.64	0.35	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 8 periodos (años), también se determina que:

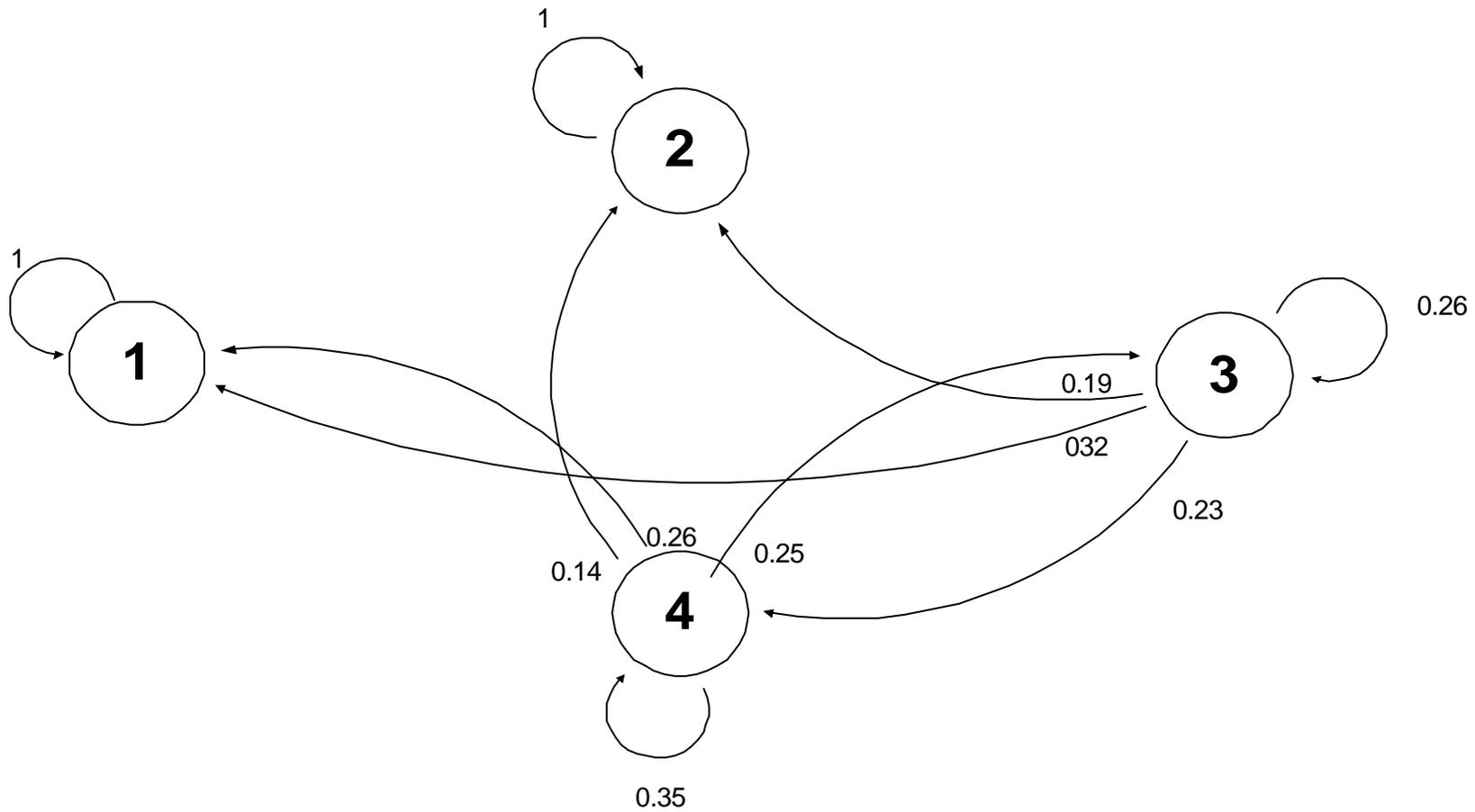
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.63 al cabo de 8 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.64 al cabo de 8 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año pase a incobrable es 0.37 al cabo de 8 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años pase a incobrable es 0.36 al cabo de 8 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 12100 - CLIENTES FACTURAS POR COBRAR**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 16- CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA**  
**SUBCUENTA 16101 - PRESTAMOS A PERSONAL RENTADO NO ACCIONISTA**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
16101	11,425.74	<u>POR AÑO</u>	<u>MONTO</u>
<u>Fecha del Préstamo</u>	<u>Monto</u>		
Octubre 1999	4,526.35	1999 =	4,526.35
Enero 2000	3,276.23		
Julio 2000	150.00	2000 =	3,426.23
Marzo 2001	3,473.16		
		2001 =	3,473.16
		<b>TOTAL</b>	<b>11,425.74</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
Estado 5	Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.37	0.17	0.20	0.15	0.11
	4	0.42	0.23	0.14	0.13	0.08
	5	0.51	0.20	0.12	0.09	0.08

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	I		
	O		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I-Q = \begin{array}{c} I \\ \text{Matriz Identidad} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \text{Estado} \end{array}$$

1	0	0
0	1	0
0	0	1

3	0.2	0.15	0.11
4	0.14	0.13	0.08
5	0.12	0.09	0.08

$$= \begin{array}{c} \text{Estado} \end{array}$$

3	0.8	-0.15	-0.11
4	-0.14	0.87	-0.08
5	-0.12	-0.09	0.92

$$N = (I-Q)^{-1}$$

Estado	(I-Q)			(I-Q) <sup>-1</sup>		
	3	4	5	3	4	5
3	0.8	-0.15	-0.11	1.32	0.25	0.18
4	-0.14	0.87	-0.08	0.23	1.20	0.13
5	-0.12	-0.09	0.92	0.19	0.15	1.12

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbentes

$$NR =$$

Estado	3	4	5	1	2	1	2
3	1.32	0.25	0.18	0.37	0.17	0.68	0.32
4	0.23	1.20	0.13	0.42	0.23	0.66	0.34
5	0.19	0.15	1.12	0.51	0.2	0.71	0.29

PAGAR	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.68	0.32	Para la cuenta por cobrar de 1 año: 0.68 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.32 es la probabilidad que no sea cobrada
0.66	0.34	Para la cuenta por cobrar de 2 años: 0.66 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.34 es la probabilidad que no sea cobrada
0.71	0.29	Para la cuenta por cobrar de 3 años: 0.71 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.29 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	3,473.16
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	3,426.23
Las cuentas por cobrar de 3 años de antigüedad (1999) asciende a:	<u>4,526.35</u>
<b>TOTAL</b>	<b>11,425.74</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 3 años de antigüedad
B=	3,473.16	3,426.23	4,526.35

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 11,425.74 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \text{BxNR} = \left| \begin{array}{ccc} 3,473.16 & 3,426.23 & 4,526.35 \end{array} \right| \times \begin{array}{c} \text{NR} \\ \text{Cobrado} \quad \text{Incobrabable} \\ \left| \begin{array}{cc} 0.68 & 0.32 \\ 0.66 & 0.34 \\ 0.71 & 0.29 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 7,830.17 & 3,595.57 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 7,830.17 quedando como un gasto incobrabable S/. 3,595.57

Se podría reducir este monto de S/. 3,595.57 utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual cambiaria las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 16- CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTAS**  
**SUBCUENTA 16101 - PRESTAMO A PERSONAL RENTADO NO ACCIONISTA**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1            Categoría de pagado
- Estado 2            Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3            Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
- Estado 5            Que la deuda tenga una antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.37	0.17	0.20	0.15	0.11
4	0.42	0.23	0.14	0.13	0.08
5	0.51	0.20	0.12	0.09	0.08

P<sup>2</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.56	0.26	0.07	0.06	0.04
4	0.57	0.30	0.06	0.05	0.03
5	0.63	0.26	0.05	0.04	0.03

P<sup>4</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.67	0.31	0.01	0.01	0.01
4	0.64	0.34	0.01	0.01	0.00
5	0.70	0.29	0.01	0.01	0.00

$P^5 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.68	0.32	0.00	0.00	0.00
4	0.66	0.34	0.00	0.00	0.00
5	0.71	0.29	0.00	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 5 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.68 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.66 al cabo de 5 años

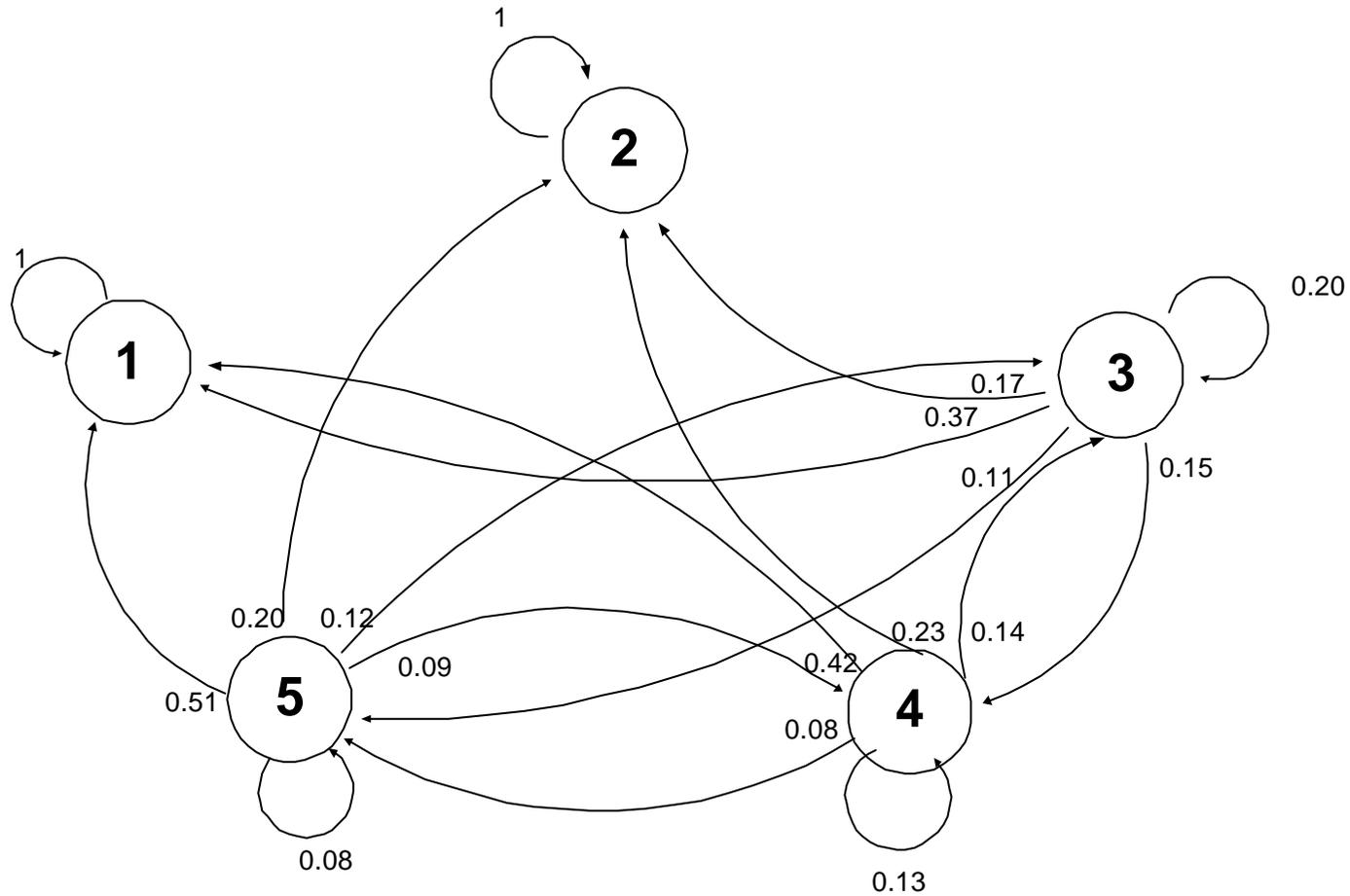
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.71 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.32 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.34 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrable es 0.29 al cabo de 5 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16101 - PRESTAMOS A PERSONAL RENTADO NO ACCIONISTA**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### SUBCUENTA 16201 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - EMPLEADOS

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>		
<b>16201</b>	341,708.27	<u>POR AÑO</u>		<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Préstamo</b>	<b>Monto</b>			
Julio 2000	32,530.00	2000	=	77,519.65
Octubre 2000	44,989.65			
Enero 2001	32,142.00	2001	=	264,188.62
Abril 2001	112,145.24			
Junio 2001	24,651.23			
Noviembre 2001	95,250.15			
			<b>TOTAL</b>	<b>341,708.27</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		ESTADOS			
		1	2	3	4
ESTADOS	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.37	0.21	0.23	0.19
	4	0.42	0.18	0.24	0.16

= P =

		ESTADOS	
		I	O
ESTADOS	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

I - Q

$$I-Q = \begin{array}{c|cc} \text{Estados} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{array} - \begin{array}{c|cc} \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.23 & 0.19 \\ 4 & 0.24 & 0.16 \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc} \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.77 & -0.19 \\ 4 & -0.24 & 0.84 \end{array}$$

(I-Q) (I-Q)<sup>-1</sup>

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c|cc|cc} \text{Estado} & 3 & 4 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.77 & -0.19 & 1.40 & 0.32 \\ 4 & -0.24 & 0.84 & 0.40 & 1.28 \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

		N		x	R		N x R	
Estado		3	4		1	2	1	2
N x R=	3	1.40	0.32		0.37	0.21	0.65	0.35
	4	0.40	1.28		0.42	0.18	0.69	0.31

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.65	0.35	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.65 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.35 es la probabilidad que no sea cobrada
0.69	0.31	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.69 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.31 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a: 264,188.62

Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a: 77,519.65

**TOTAL 341,708.27**

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	264,188.62	77,519.65

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 341,708.27 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \text{B x NR} = \left| \begin{array}{cc} 264,188.62 & 77,519.65 \end{array} \right| \times \begin{array}{c} \text{NR} \\ \begin{array}{cc} \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\ \left| \begin{array}{cc} 0.65 & 0.35 \\ 0.69 & 0.31 \end{array} \right| \end{array} = \left| \begin{array}{cc} 224,793.20 & 116,915.07 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 224,793.20 quedando como monto incobrabable S/. 116,915.07.

Se podría reducir este monto de S/. 116,915.07, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

## APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### SUBCUENTA 16201 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - EMPLEADOS

##### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

##### MATRIZ DE PROBABILIDADES

$$P =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.37	0.21	0.23	0.19
4	0.42	0.18	0.24	0.16

$$P^2 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.53	0.29	0.10	0.07
4	0.58	0.26	0.09	0.07

$$P^4 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.63	0.34	0.02	0.01
4	0.67	0.31	0.02	0.01

$P^6 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.65	0.35	0.00	0.00
4	0.68	0.31	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 6 periodos (años), también se determina que:

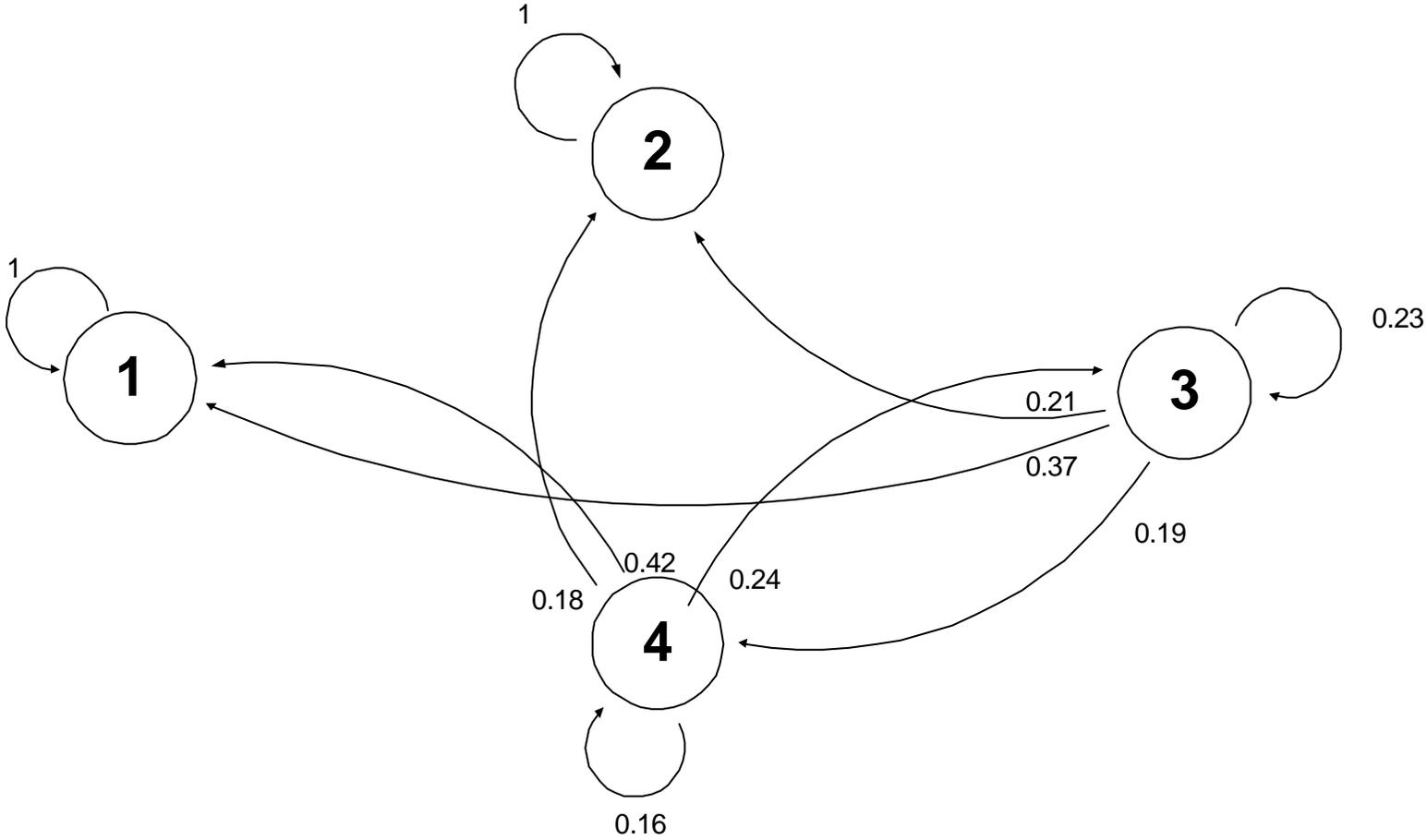
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.65 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.69 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.35 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.31 al cabo de 6 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16201 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - EMPLEADOS**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA**  
**SUBCUENTA 16202 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - OBREROS**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
<b>16202</b>	61,151.79	<u>POR AÑO</u>	<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Préstamo</b>	<b>Monto</b>		
Diciembre 2000	5,195.00	2000 =	5,195.00
Febrero 2001	12,142.00		
Marzo 2001	22,518.01	2001 =	55,956.79
Junio 2001	20,145.78		
Octubre 2001	1,151.00		
		<b>TOTAL</b>	<b>61,151.79</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>			
		1	2	3	4
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.45	0.09	0.28	0.18
	4	0.37	0.11	0.25	0.27

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	I		
	O		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I-Q = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{I} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} - \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Q} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.28 & 0.18 \\ 4 & 0.25 & 0.27 \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.72 & -0.18 \\ 4 & -0.25 & 0.73 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} (I-Q) \qquad (I-Q)^{-1} \\ \begin{array}{|c|cc|cc|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.72 & -0.18 & 1.52 & 0.37 \\ 4 & -0.25 & 0.73 & 0.52 & 1.50 \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{N} \qquad \times \qquad \text{R} \qquad \qquad \text{N} \times \text{R} \\ \begin{array}{|c|cc|cc|cc|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 1.52 & 0.37 & 0.45 & 0.09 & 0.82 & 0.18 \\ 4 & 0.52 & 1.50 & 0.37 & 0.11 & 0.79 & 0.21 \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array}$$



## APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### SUBCUENTA 16202 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - OBREROS

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

$$P =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.45	0.09	0.28	0.18
4	0.37	0.11	0.25	0.27

$$P^2 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.64	0.14	0.12	0.10
4	0.58	0.16	0.14	0.12

$$P^4 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.78	0.17	0.03	0.02
4	0.74	0.20	0.03	0.03

$$P^6 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.81	0.18	0.01	0.01
4	0.78	0.21	0.01	0.01

$$P^7 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.82	0.18	0.00	0.00
4	0.78	0.21	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 7 periodos (años), también se determina que:

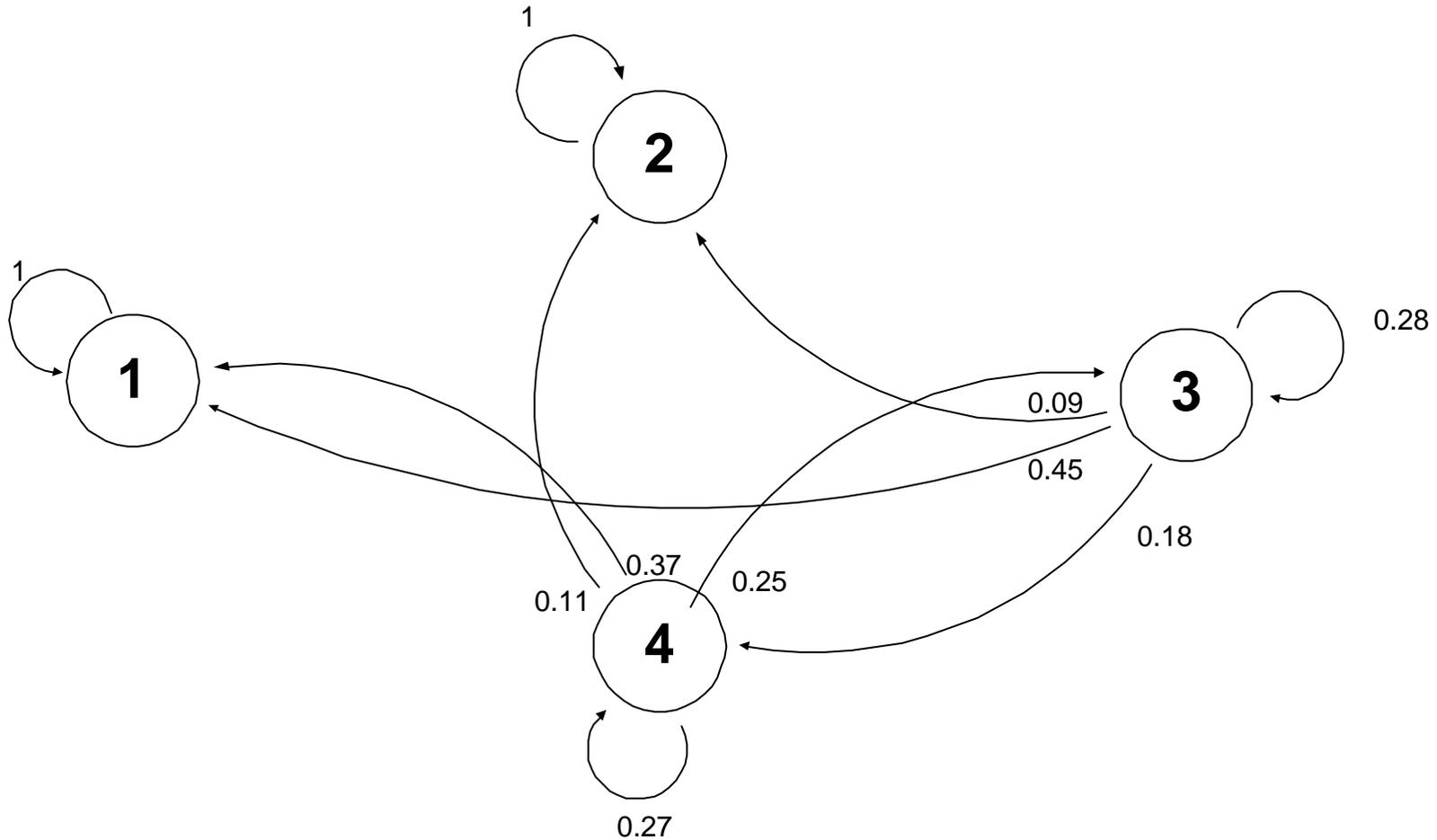
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.82 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.79 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.18 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.21 al cabo de 7 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16202 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - OBREROS**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA**  
**SUBCUENTA 16204 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES EMPLEADOS**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>
16204	252,096.00	<u>POR AÑO</u>		<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Prestamos</b>	<b>Monto</b>			
Diciembre 2000	155,211.53	2000	=	155,211.53
Julio 2001	70,520.31			
Diciembre 2001	26,364.16	2001	=	96,884.47
		<b>TOTAL</b>		<b>252,096.00</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1      Categoría de pagado
- Estado 2      Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3      Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4      Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<b>ESTADOS</b>					<b>ESTADOS</b>	
		1	2	3	4			
<b>ESTADOS</b>	1	1	0	0	0	<b>= P =</b>	I	O
	2	0	1	0	0		R	Q
	3	0.39	0.09	0.24	0.28			
	4	0.42	0.08	0.32	0.18			

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{array}{c} \begin{array}{c} I \\ \hline \text{Estados} \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \hline \text{Estados} \\ \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.24 & 0.28 \\ 4 & 0.32 & 0.18 \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} \begin{array}{c} \hline \text{Estados} \\ \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.76 & -0.28 \\ 4 & -0.32 & 0.82 \end{array} \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \begin{array}{c} (I-Q) \qquad (I-Q)^{-1} \\ \hline \text{Estado} \qquad 3 \qquad 4 \qquad 3 \qquad 4 \\ \hline 3 \qquad 0.76 \qquad -0.28 \qquad 1.54 \qquad 0.52 \\ 4 \qquad -0.32 \qquad 0.82 \qquad 0.60 \qquad 1.42 \end{array} \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{array}{c} \begin{array}{c} N \qquad \times \qquad R \\ \hline \text{Estado} \qquad 3 \qquad 4 \qquad 1 \qquad 2 \\ \hline 3 \qquad 1.54 \qquad 0.52 \qquad 0.39 \qquad 0.09 \\ 4 \qquad 0.60 \qquad 1.42 \qquad 0.42 \qquad 0.08 \end{array} \end{array} \begin{array}{c} N \times R \\ \hline 1 \qquad 2 \\ \hline 0.82 \qquad 0.18 \\ 0.83 \qquad 0.17 \end{array}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.82	0.18	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.82 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.18 es la probabilidad que no sea cobrada
0.83	0.17	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.83 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.17 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	96,884.47
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	<u>155,211.53</u>
<b>TOTAL</b>	<b>252,096.00</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	96,884.47	155,211.53

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 252,096.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c} \text{B} \\ \text{B x NR} = \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 96,884.47 & 155,211.53 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{c} \text{NR} \\ \text{Cobrado} \quad \text{Incobrible} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 0.82 & 0.18 \\ \hline 0.83 & 0.17 \\ \hline \end{array} \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline 208,566.69 & 43,529.31 \\ \hline \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 208,566.69 quedando como monto incobrible S/. 43,529.31.

Se podría reducir este monto de S/. 43,529.31 utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

## APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

### SUBCUENTA 16204 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES EMPLEADOS

#### Estados de la Cadena de Markov

- Estado 1      Que se cobre la totalidad de la deuda  
Estado 2      Que no se cobre la totalidad de la deuda  
Estado 3      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)  
Estado 4      Que la deuda tenga una antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

$$P =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.39	0.09	0.24	0.28
4	0.42	0.08	0.32	0.18

$$P^2 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.60	0.13	0.15	0.12
4	0.62	0.12	0.13	0.12

$$P^4 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.76	0.17	0.04	0.03
4	0.78	0.16	0.04	0.03

$$P^6 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.80	0.18	0.01	0.01
4	0.82	0.16	0.01	0.01

$$P^7 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.81	0.18	0.00	0.00
4	0.82	0.17	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 7 periodos (años), también se determina que:

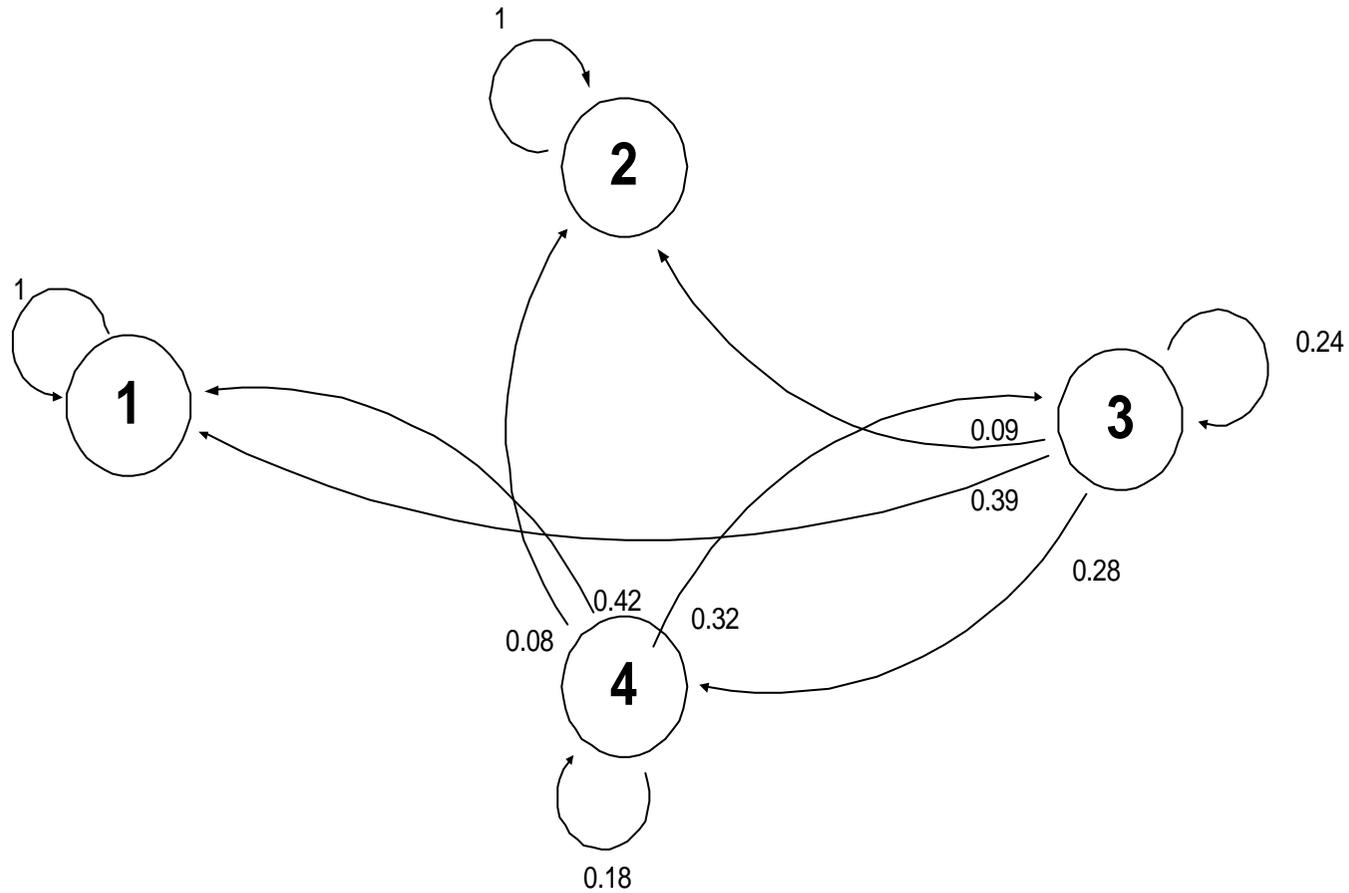
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.82 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.83 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.18 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.17 al cabo de 7 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16204 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES EMPLEADOS**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### SUBCUENTA 16205 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES OBREROS

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>POR AÑO</u>		<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	<u>MONTO</u>
<b>16205</b>	220,089.14				
<b>Fecha de Prestamo</b>	<b>Monto</b>				
Julio 2000	49,853.27	2000	=		140,905.50
Diciembre 2000	91,052.23				
Mayo 2001	25,457.34	2001	=		79,183.64
Octubre 2001	53,726.30			<b>TOTAL</b>	<b>20,089.14</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<u>ESTADOS</u>			
		1	2	3	4
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.24	0.05	0.54	0.17
	4	0.58	0.08	0.16	0.18

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{array}{c} I \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.54 & 0.17 \\ 4 & 0.16 & 0.18 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.46 & -0.17 \\ 4 & -0.16 & 0.82 \\ \hline \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{|c|cc|cc|} \hline & \text{Estado} & 3 & 4 & 3 & 4 \\ \hline 3 & & 0.46 & -0.17 & 2.34 & 0.49 \\ 4 & & -0.16 & 0.82 & 0.46 & 1.31 \\ \hline \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{array}{|c|cc|cc|cc|} \hline & \text{Estado} & 3 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline 3 & & 2.34 & 0.49 & 0.24 & 0.05 & 0.84 & 0.16 \\ 4 & & 0.46 & 1.31 & 0.58 & 0.08 & 0.87 & 0.13 \\ \hline \end{array}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.84	0.16	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.84 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.16 es la probabilidad que no sea cobrada
0.87	0.13	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.87 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.13 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	79,183.64
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	140,905.50
<b>TOTAL</b>	<b>220,089.14</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	79,183.64	140,905.50

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 220,089.14 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 79,183.64 & 140,905.50 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\
 \hline
 0.84 & 0.16 \\
 0.87 & 0.13 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 189,700.59 & 30,388.55 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 189,700.59 quedando como monto incobrabable S/. 30,388.55.

Se podría reducir este monto de S/. 30,388.55, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrababilidad.

## APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

### SUBCUENTA 16205 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES OBREROS

#### Estados de la Cadena de Markov

- Estado 1      Que se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 2      Que no se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 3      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)  
 Estado 4      Que la deuda tenga una antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

$$P =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.24	0.05	0.54	0.17
4	0.58	0.08	0.16	0.18

$$P^2 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.47	0.09	0.32	0.12
4	0.72	0.10	0.12	0.06

$$P^4 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.71	0.13	0.12	0.05
4	0.82	0.12	0.04	0.02

$$P^8 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.83	0.15	0.02	0.01
4	0.87	0.13	0.01	0.00

$$P^{12} =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.84	0.16	0.00	0.00
4	0.87	0.13	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 12 periodos (años), también se determina que:

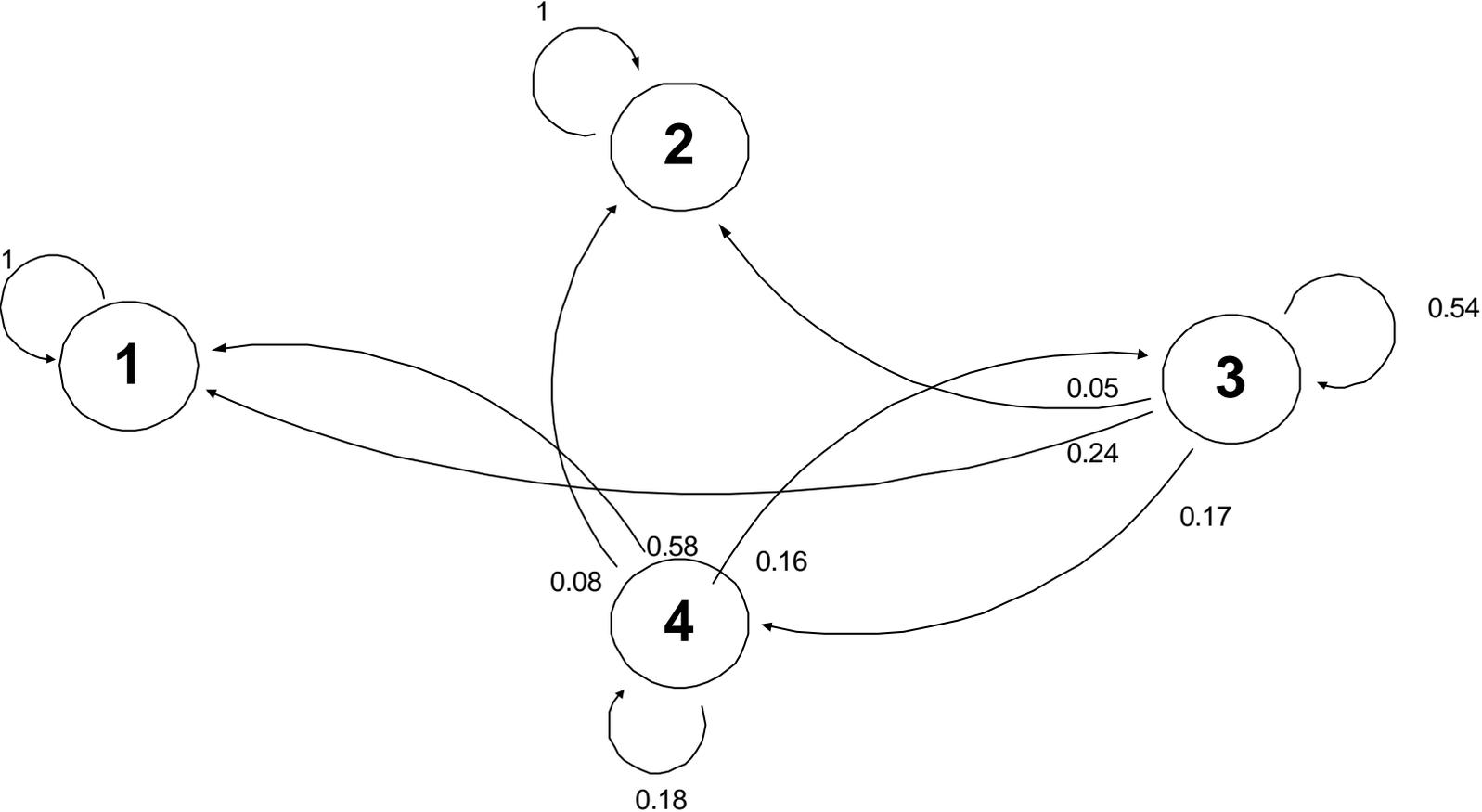
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.84 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.87 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.16 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.13 al cabo de 12 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16205 - PRESTAMO A TRABAJADORES ACCIONISTAS - CESANTES OBREROS**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### 16206 - ADELANTO A CUENTA DE DEVENGADOS-TRABAJADORES ACCIONISTAS

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>
16206	175,819.10	<u>POR AÑO</u>		<u>MONTO</u>
<b>Fecha del Adelanto</b>	<b>Monto</b>			
Diciembre 2000	84,254.25	2000	=	84,254.25
Junio 2001	44,313.40			
Setiembre 2001	47,251.45	2001	=	91,564.85
		<b>TOTAL</b>		<b>175,819.10</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<i>ESTADOS</i>			
		1	2	3	4
<i>ESTADOS</i>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.19	0.14	0.42	0.25
	4	0.25	0.15	0.35	0.25
		<i>ESTADOS</i>			
		I	O		
<i>ESTADOS</i>	I				
	O	R	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{I} & & & & \text{Q} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Estados} \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} & - & \begin{matrix} \text{Estados} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0.42 & 0.25 \\ 0.35 & 0.25 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} \begin{matrix} \text{Estados} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0.58 & -0.25 \\ -0.35 & 0.75 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} (I-Q) & & (I-Q)^{-1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Estado} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0.58 & -0.25 \\ -0.35 & 0.75 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 2.16 & 0.72 \\ 1.01 & 1.67 \end{matrix} \end{matrix}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{matrix} & \begin{matrix} N & & \times & R \end{matrix} & & \begin{matrix} N \times R \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Estado} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 2.16 & 0.72 \\ 1.01 & 1.67 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0.19 & 0.14 \\ 0.25 & 0.15 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \\ 0.59 & 0.41 \\ 0.61 & 0.39 \end{matrix} \end{matrix}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.59	0.41	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.59 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.41 es la probabilidad que no sea cobrada
0.61	0.39	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.61 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.39 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a: 91,564.85

Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a: 84,254.25

**TOTAL 175,819.10**

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	91,564.85	84,254.25

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 175,819.10 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 91,564.85 & 84,254.25 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrible} \\
 \hline
 0.59 & 0.41 \\
 0.61 & 0.39 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 105,296.60 & 70,522.50 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 105,296.60 quedando como monto incobrible S/. 70,522.50.

Se podría reducir este monto de S/. 70,522.50, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

## APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV

### CUENTA 16 - CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA

#### 16206 - ADELANTO A CUENTA DE DEVENGADOS-TRABAJADORES ACCIONISTAS

#### Estados de la Cadena de Markov

- Estado 1      Que se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 2      Que no se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 3      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)  
 Estado 4      Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

P =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.19	0.14	0.42	0.25
4	0.25	0.15	0.35	0.25

P<sup>2</sup>=

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.33	0.24	0.26	0.17
4	0.38	0.24	0.23	0.15

P<sup>4</sup>=

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.48	0.34	0.11	0.07
4	0.51	0.33	0.10	0.06

$$P^8 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.57	0.40	0.02	0.01
4	0.59	0.38	0.02	0.01

$$P^{12} =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.59	0.41	0.00	0.00
4	0.61	0.39	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 12 periodos (años), también se determina que:

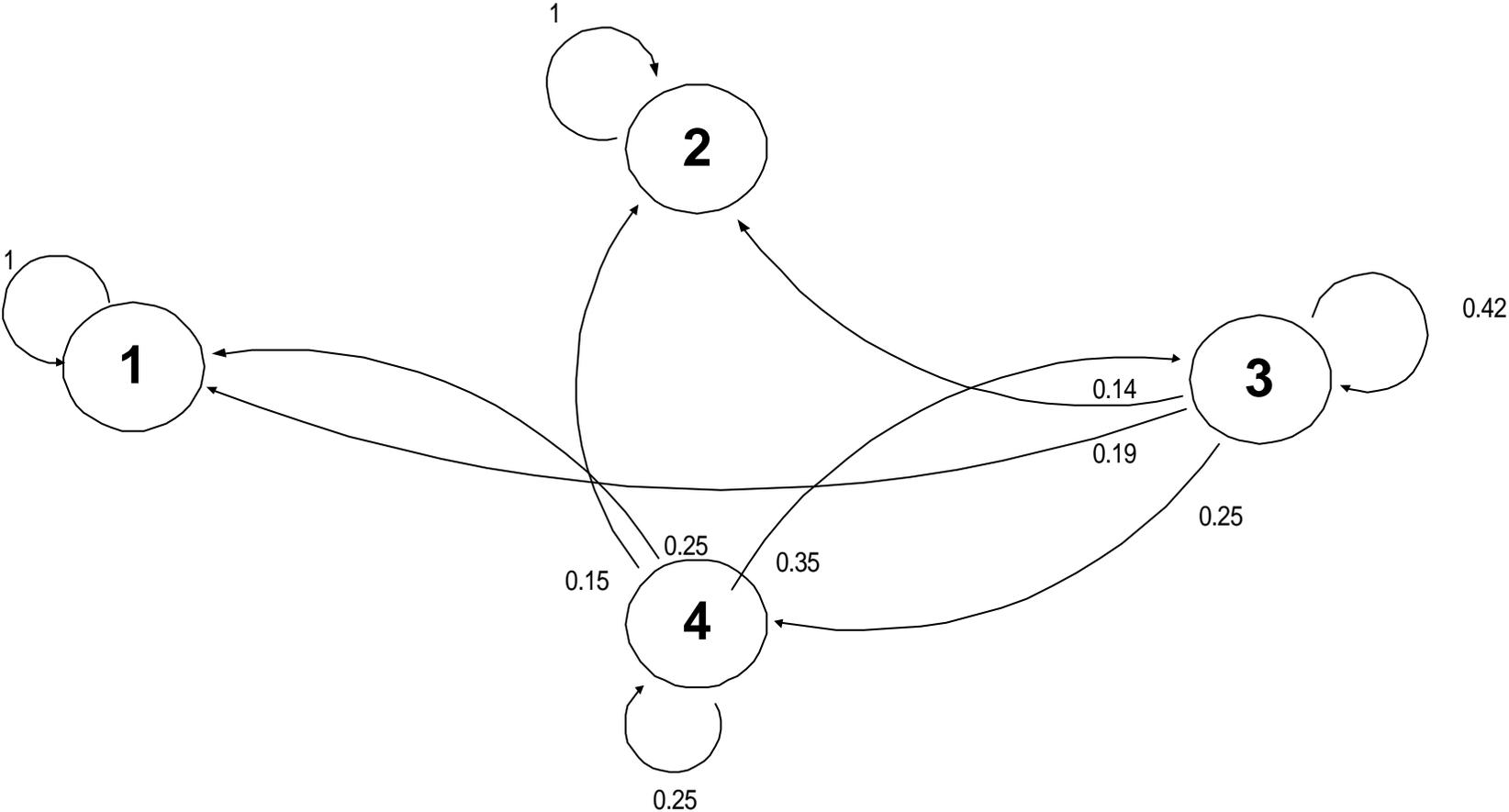
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.59 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.61 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.41 al cabo de 12 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.39 al cabo de 12 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 16206 - ADELANTO DE DEVENGADOS - TRABAJADORES ACCIONISTAS**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS

#### SUBCUENTA 17101 - PRESTAMOS A TERCEROS - PRESTAMOS A TRANSPORTISTAS

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
17101	329,577.57	<u>POR AÑO</u>			<u>MONTO</u>
<u>Fecha del Prestamo</u>	<u>Monto</u>				
Junio 1999	32,502.28	1999	=		32,502.28
Abril 2000	35,282.12				
Noviembre 2000	5,556.03	2000	=		40,838.15
Agosto 2001	92,071.07				
Noviembre 2001	164,166.07	2001	=		256,237.14
				<b>TOTAL</b>	<b>329,577.57</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
Estado 5	Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.5	0.05	0.21	0.15	0.09
	4	0.45	0.08	0.12	0.17	0.18
	5	0.54	0.07	0.15	0.15	0.09

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	I	R	Q
	O		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I-Q = \begin{array}{c} I \\ \text{Matriz Identidad} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \text{Estado} \end{array}$$

1	0	0
0	1	0
0	0	1

3	0.21	0.15	0.09
4	0.12	0.17	0.18
5	0.15	0.15	0.09

$$=$$

Estado	3	4	5
3	0.79	-0.15	-0.09
4	-0.12	0.83	-0.18
5	-0.15	-0.15	0.91

$$N = (I-Q)^{-1}$$

	(I-Q)	(I-Q) <sup>-1</sup>				
Estado	3	4	5	3	4	5
3	0.79	-0.15	-0.09	1.34	0.28	0.19
4	-0.12	0.83	-0.18	0.25	1.30	0.28
5	-0.15	-0.15	0.91	0.26	0.26	1.18

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$NR =$$

Estado	3	4	5	1	2	1	2
3	1.34	0.28	0.19	0.5	0.05	0.90	0.10
4	0.25	1.30	0.28	0.45	0.08	0.86	0.14
5	0.26	0.26	1.18	0.54	0.07	0.88	0.12

PAGAR	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.90	0.10	Para la cuenta por cobrar de 1 año: 0.90 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.10 es la probabilidad que no sea cobrada
0.86	0.14	Para la cuenta por cobrar de 2 años: 0.86 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.14 es la probabilidad que no sea cobrada
0.88	0.12	Para la cuenta por cobrar de 3 años: 0.88 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.12 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	256,237.14
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	40,838.15
Las cuentas por cobrar de 3 años de antigüedad (1999) asciende a:	32,502.28
<b>TOTAL</b>	<b>329,577.57</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 3 años de antigüedad
B=	256,237.14	40,838.15	32,502.28

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 329,577.57 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 256,237.14 & 40,838.15 & 32,502.28 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrable} \\
 \hline
 0.90 & 0.10 \\
 0.86 & 0.14 \\
 0.88 & 0.12 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 293,977.24 & 35,600.33 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 293,977.24 quedando como un gasto incobrable S/. 35,600.33.

Se podría reducir este monto de S/. 35,600.33 utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual cambiaría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17101 - PRESTAMOS A TERCEROS - PRESTAMOS A TRANSPORTISTAS**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1            Que se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 2            Que no se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 3            Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)
- Estado 5            Que la deuda tenga una antigüedad de 3años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

$P =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.50	0.05	0.21	0.15	0.09
4	0.45	0.08	0.12	0.17	0.18
5	0.54	0.07	0.15	0.15	0.09

$P^2 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.72	0.08	0.08	0.07	0.05
4	0.68	0.11	0.07	0.07	0.06
5	0.73	0.10	0.06	0.06	0.05

$P^4 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.86	0.10	0.01	0.01	0.01
4	0.83	0.13	0.01	0.01	0.01
5	0.85	0.11	0.01	0.01	0.01

$P^7 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.90	0.10	0.00	0.00	0.00
4	0.86	0.14	0.00	0.00	0.00
5	0.88	0.12	0.00	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 7 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.90 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.86 al cabo de 7 años

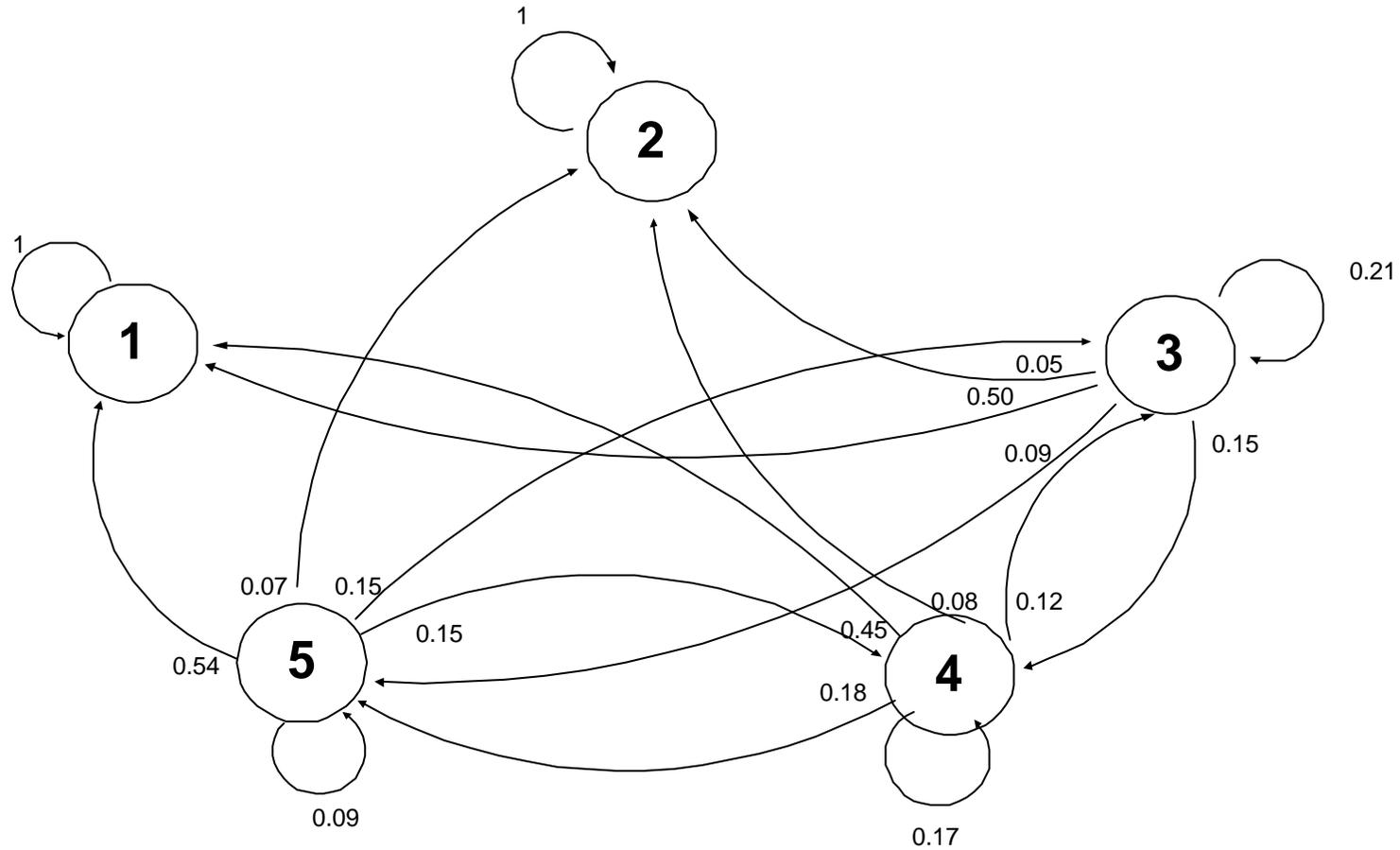
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.88 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.10 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.14 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrable es 0.12 al cabo de 7 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17101 - PRESTAMOS A TERCEROS - PRESTAMOS A TRANSPORTISTAS**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17102 - PRESTAMOS A CONTRATISTAS**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>POR AÑO</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	<u>MONTO</u>
<b>17102</b>	1,492.00			
<b>Fecha del Adelanto</b>	<b>Monto</b>			
Agosto 2000	458.56	2000	=	458.56
Marzo 2001	244.61			
Junio 2001	346.80	2001	=	1,033.44
Julio 2001	442.03			
			<b>TOTAL</b>	<b>1,492.00</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1            Categoría de pagado
- Estado 2            Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3            Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>			
		1	2	3	4
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.54	0.06	0.22	0.18
	4	0.57	0.09	0.27	0.07

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} & \text{I} & & & & \text{Q} & & & & \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{Estados} \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} & - & \begin{matrix} \text{Estados} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0.22 & 0.18 \\ 0.27 & 0.07 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} \text{Estados} \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 0.78 & -0.18 \\ -0.27 & 0.93 \end{matrix}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{matrix} & \text{(I-Q)} & & \text{(I-Q)}^{-1} \\ \text{Estado} & 3 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 0.78 & -0.18 & 1.37 & 0.27 \\ 4 & -0.27 & 0.93 & 0.40 & 1.15 \end{matrix}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{matrix} & \text{N} & \times & \text{R} & & \text{N} \times \text{R} \\ \text{Estado} & 3 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1.37 & 0.27 & 0.54 & 0.06 & 0.89 & 0.11 \\ 4 & 0.40 & 1.15 & 0.57 & 0.09 & 0.87 & 0.13 \end{matrix}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.89	0.11	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.89 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.11 es la probabilidad que no sea cobrada
0.87	0.13	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.87 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.13 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	1,033.44
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	458.56
<b>TOTAL</b>	<b>1,492.00</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	1,033.44	458.56

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 1,492.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1,033.44 & 458.56 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\
 \hline
 0.89 & 0.11 \\
 0.87 & 0.13 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1,323.52 & 168.48 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 1,323.52 quedando como monto incobrabable S/. 168.48.

Se podría reducir este monto de S/. 168.48, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17102 - PRESTAMOS A CONTRATISTAS**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1            Que se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 2            Que no se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 3            Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

$P =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.54	0.06	0.22	0.18
4	0.57	0.09	0.27	0.07

$P^2 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.76	0.09	0.10	0.05
4	0.76	0.11	0.08	0.05

$P^4 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.87	0.10	0.01	0.01
4	0.86	0.13	0.01	0.01

$P^6 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.89	0.11	0.00	0.00
4	0.87	0.13	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 6 periodos (años), también se determina que:

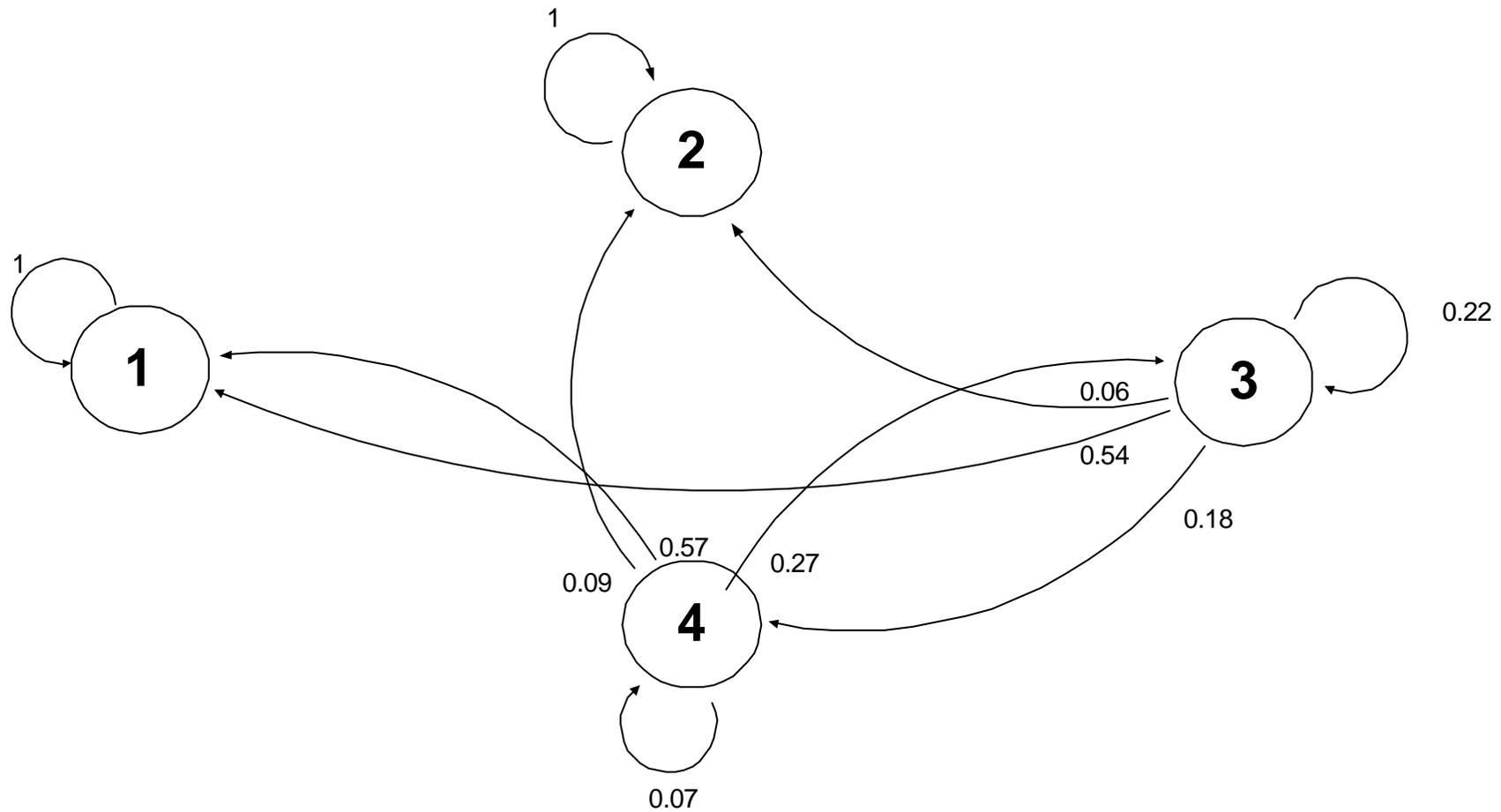
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.89 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.87 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.11 al cabo de 6 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.13 al cabo de 6 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17102 - PRESTAMO A CONTRATISTAS**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17501 - OTRAS CUENTAS POR COBRAR VARIAS**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>		<u>MONTO</u>
17501	194,546.00	<u>POR AÑO</u>		
<u>Fecha de Préstamo</u>	<u>Monto</u>			
<b>Varios</b>		1999	=	48,492.00
Enero 1999	48,492.00			
Abril 2000	22,045.00	2000	=	36,631.00
Setiembre 2000	14,586.00			
Julio 2001	74,583.00	2001	=	109,423.00
Octubre 2001	34,840.00			
		<b>TOTAL</b>		<b>194,546.00</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1            Categoría de pagado
- Estado 2            Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3            Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
- Estado 5            Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.57	0.07	0.14	0.14	0.08
	4	0.45	0.09	0.12	0.14	0.2
	5	0.54	0.05	0.15	0.19	0.07

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	I		
	O		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{array}{c} I \\ \text{Matriz Identidad} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \text{Estado} \end{array}$$

1	0	0
0	1	0
0	0	1

3	0.14	0.14	0.08
4	0.12	0.14	0.2
5	0.15	0.19	0.07

$$= \begin{array}{c} \text{Estado} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \\ 0.86 & -0.14 & -0.08 \\ -0.12 & 0.86 & -0.2 \\ -0.15 & -0.19 & 0.93 \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \text{Estado} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{ccc} (I-Q) & & (I-Q)^{-1} \\ 3 & 4 & 5 \\ 0.86 & -0.14 & -0.08 \\ -0.12 & 0.86 & -0.2 \\ -0.15 & -0.19 & 0.93 \end{array} \begin{array}{ccc} 3 & 4 & 5 \\ 1.22 & 0.23 & 0.16 \\ 0.23 & 1.26 & 0.29 \\ 0.24 & 0.30 & 1.16 \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$NR = \begin{array}{c} \text{Estado} \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{ccc} N & & \\ 3 & 4 & 5 \\ 1.22 & 0.23 & 0.16 \\ 0.23 & 1.26 & 0.29 \\ 0.24 & 0.30 & 1.16 \end{array} \begin{array}{c} \times \\ R \\ 1 \quad 2 \\ 0.57 \quad 0.07 \\ 0.45 \quad 0.09 \\ 0.54 \quad 0.05 \end{array} \begin{array}{c} N \times R \\ 1 \quad 2 \\ 0.89 \quad 0.11 \\ 0.86 \quad 0.14 \\ 0.90 \quad 0.10 \end{array}$$

PAGAR	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.89	0.11	Para la cuenta por cobrar de 1 año: 0.89 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.11 es la probabilidad que no sea cobrada
0.86	0.14	Para la cuenta por cobrar de 2 años: 0.86 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.14 es la probabilidad que no sea cobrada
0.90	0.10	Para la cuenta por cobrar de 3 años: 0.90 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.10 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	09,423.00
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	36,631.00
Las cuentas por cobrar de 3 años de antigüedad (1999) asciende a:	<u>48,492.00</u>
<b>TOTAL</b>	<b>194,546.00</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 3 años de antigüedad
B=	109,423.00	36,631.00	48,492.00

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 194,546.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|ccc|}
 \hline
 109,423.00 & 36,631.00 & 48,492.00 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|cc|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrable} \\
 \hline
 0.89 & 0.11 \\
 0.86 & 0.14 \\
 0.90 & 0.10 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|cc|}
 \hline
 171,820.52 & 22,725.48 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 171,820.52 quedando como un gasto incobrable S/. 22,725.48.

Se podría reducir este monto de S/. 22,725.48 utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual cambiaría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17501 - OTRAS CUENTAS POR COBRAR VARIAS**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1                      Que se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 2                      Que no se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 3                      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4                      Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)
- Estado 5                      Que la deuda tenga una antigüedad de 3años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.57	0.07	0.14	0.14	0.08
4	0.45	0.09	0.12	0.14	0.2
5	0.54	0.05	0.15	0.19	0.07

P<sup>2</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.76	0.10	0.05	0.05	0.04
4	0.69	0.12	0.06	0.07	0.05
5	0.75	0.08	0.05	0.06	0.05

P<sup>4</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.86	0.11	0.01	0.01	0.01
4	0.83	0.14	0.01	0.01	0.01
5	0.87	0.10	0.01	0.01	0.01

$P^6 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.88	0.11	0.00	0.00	0.00
4	0.85	0.14	0.00	0.00	0.00
5	0.89	0.10	0.00	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 6 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.88 al cabo de 6 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.85 al cabo de 6 años.

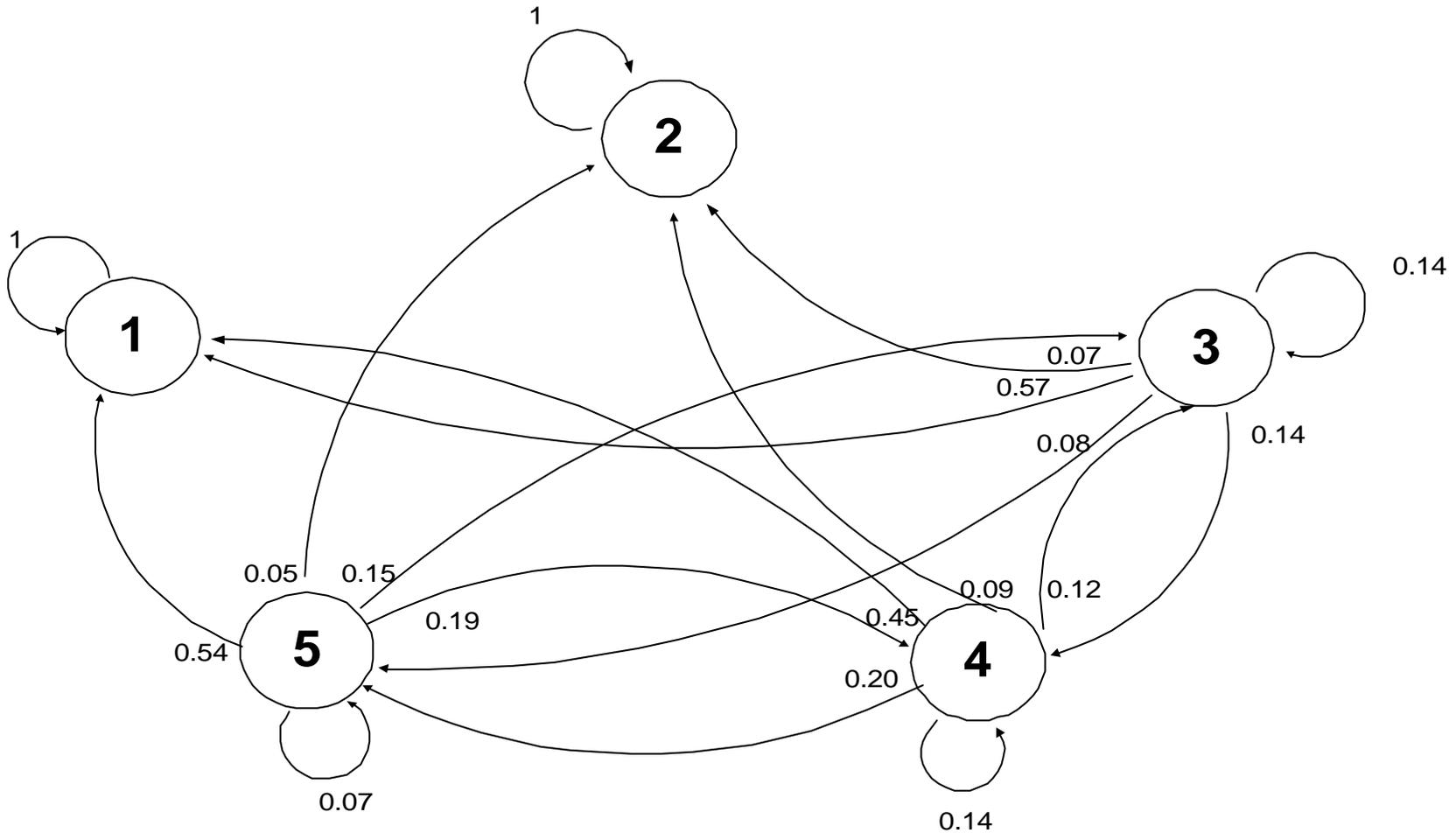
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.90 al cabo de 6 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.11 al cabo de 6 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.15 al cabo de 6 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrable es 0.10 al cabo de 6 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17501 - OTRAS CUENTAS POR COBRAR VARIAS**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17503 - SERVICIOS Y GASTOS ESSALUD**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
17503	115,417.00	<u>POR AÑO</u>			<u>MONTO</u>
<u>Fecha de Pago</u>	<u>Monto</u>				
<b>(Reembolso)</b>		1999	=		12,003.59
Enero 1999	12,003.59				
Abril 2000	37,859.45	2000	=		88,238.41
Setiembre 2000	50,378.96				
Julio 2001	4,860.66	2001	=		15,175.00
Octubre 2001	10,314.34				
				<b>TOTAL</b>	<b>115,417.00</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1      Categoría de pagado
- Estado 2      Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3      Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4      Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
- Estado 5      Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.52	0.02	0.21	0.17	0.08
	4	0.38	0.07	0.27	0.17	0.11
	5	0.44	0.11	0.24	0.17	0.04

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I-Q = \begin{matrix} & \begin{matrix} & \text{I} & & & \\ & \text{Matriz Identidad} & & & \\ \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} & - & \begin{matrix} & \text{Q} & & & \\ \text{Estado} & 3 & 4 & 5 & \\ \begin{matrix} 3 & 0.21 & 0.17 & 0.08 \\ 4 & 0.27 & 0.17 & 0.11 \\ 5 & 0.24 & 0.17 & 0.04 \end{matrix} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$= \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{Estado} & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.79 & -0.17 & -0.08 \\ -0.27 & 0.83 & -0.11 \\ -0.24 & -0.17 & 0.96 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(I-Q)} & & \text{(I-Q)}^{-1} & & \\ \text{Estado} & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.79 & -0.17 & -0.08 \\ -0.27 & 0.83 & -0.11 \\ -0.24 & -0.17 & 0.96 \end{matrix} & \begin{matrix} 1.42 & 0.32 & 0.16 \\ 0.52 & 1.35 & 0.20 \\ 0.45 & 0.32 & 1.12 \end{matrix} \end{matrix}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$NR = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{N} & \times & \text{R} & & \text{N} \times \text{R} & & \\ \text{Estado} & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{matrix} 1.42 & 0.32 & 0.16 \\ 0.52 & 1.35 & 0.20 \\ 0.45 & 0.32 & 1.12 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.52 & 0.02 \\ 0.38 & 0.07 \\ 0.44 & 0.11 \end{matrix} & \begin{matrix} 0.93 & 0.07 \\ 0.87 & 0.13 \\ 0.85 & 0.15 \end{matrix} \end{matrix}$$



**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17503 - SERVICIOS Y GASTOS ESSALUD**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1                      Que se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 2                      Que no se cobre la totalidad de la deuda
- Estado 3                      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4                      Que la deuda tenga una antigüedad de 2 años (2000)
- Estado 5                      Que la deuda tenga una antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.52	0.02	0.21	0.17	0.08
4	0.38	0.07	0.27	0.17	0.11
5	0.44	0.11	0.24	0.17	0.04

P<sup>2</sup> =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.73	0.04	0.11	0.08	0.04
4	0.63	0.10	0.13	0.09	0.04
5	0.65	0.13	0.11	0.08	0.04

P<sup>4</sup> =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.88	0.06	0.03	0.02	0.01
4	0.82	0.12	0.03	0.02	0.01
5	0.80	0.15	0.03	0.02	0.01

$$P^6 =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.92	0.07	0.01	0.00	0.00
4	0.86	0.13	0.01	0.01	0.00
5	0.83	0.15	0.01	0.00	0.00

$$P^7 =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.93	0.07	0.00	0.00	0.00
4	0.87	0.13	0.00	0.00	0.00
5	0.84	0.15	0.00	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 7 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.93 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.87 al cabo de 7 años

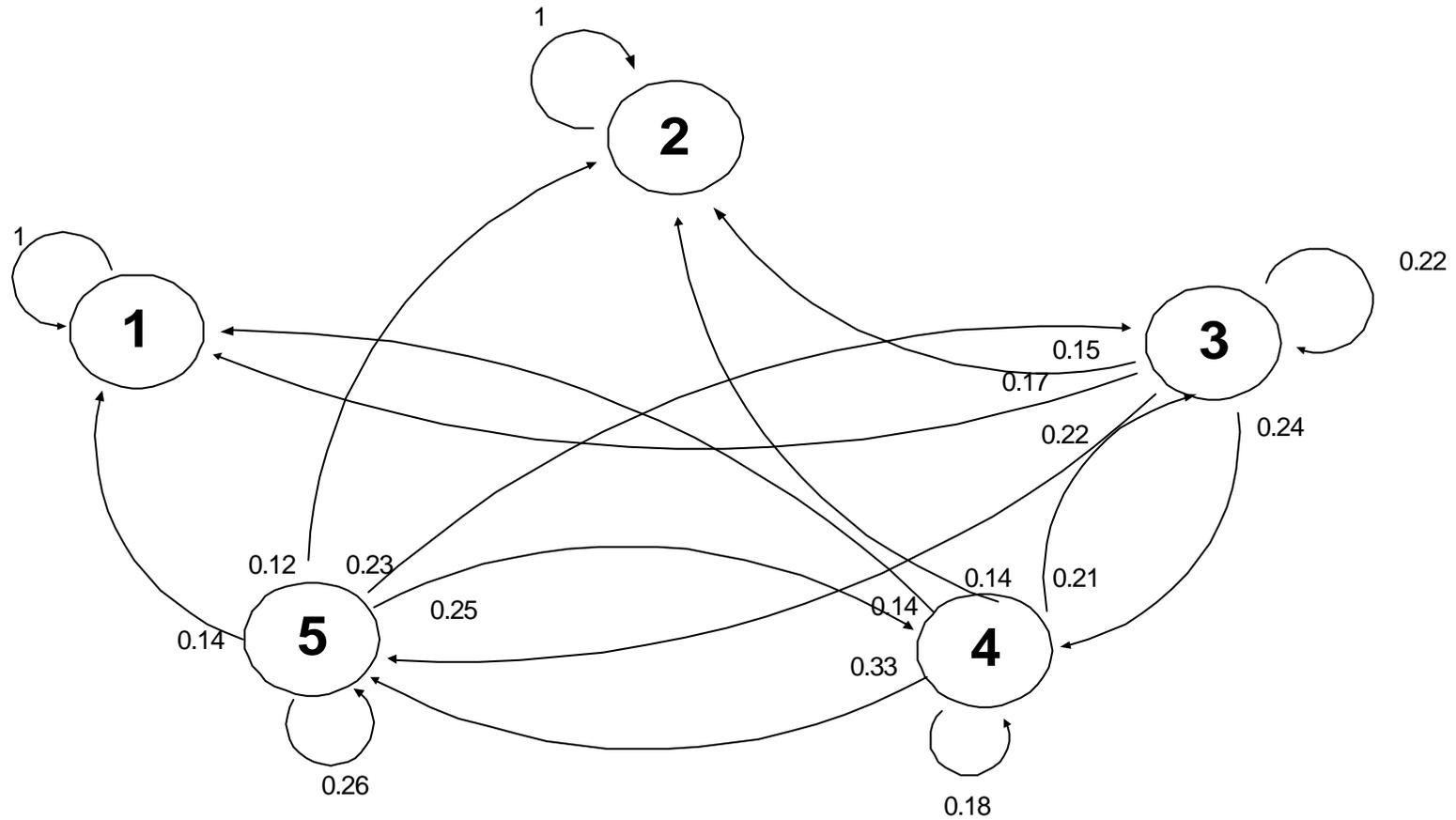
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.84 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.07 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.13 al cabo de 7 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrable es 0.16 al cabo de 7 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17902 - DEUDORES EN GESTION JUDICIAL**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS

#### SUBCUENTA 17507 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS ASESORIAS LEGALES

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
17507	120,831.00	<u>POR AÑO</u>			<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Asesoría</b>	<b>Monto</b>				
Diciembre 2000	85,064.00	2000	=		85,064.00
Julio 2001	23,456.00				
Diciembre 2001	12,311.00	2001	=		35,767.00
				<b>TOTAL</b>	<b>120,831.00</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<i>ESTADOS</i>			
		1	2	3	4
<i>ESTADOS</i>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.55	0.09	0.18	0.18
	4	0.57	0.05	0.26	0.12

= P =

		<i>ESTADOS</i>	
		I	O
<i>ESTADOS</i>	I		
	O	R	Q

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I-Q = \begin{array}{c} \begin{array}{c} I \\ \text{Estados} \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \text{Estados} \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.18 & 0.18 \\ 4 & 0.26 & 0.12 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} \text{Estados} \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline 0.82 & -0.18 \\ -0.26 & 0.88 \\ \hline \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} (I-Q) \quad (I-Q)^{-1} \\ \text{Estado} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.82 & -0.18 & 1.30 & 0.27 \\ 4 & -0.26 & 0.88 & 0.39 & 1.22 \\ \hline \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{array}{c} N \quad x \quad R \\ \text{Estado} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 1.30 & 0.27 & 0.55 & 0.09 & 0.87 & 0.13 \\ 4 & 0.39 & 1.22 & 0.57 & 0.05 & 0.90 & 0.10 \\ \hline \end{array}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.87	0.13	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.87 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.13 es la probabilidad que no sea cobrada
0.90	0.10	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.90 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.10 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a: 35,767.00

Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a: 85,064.00

**TOTAL** 120,831.00

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	35,767.00	85,064.00

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 120,831.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \text{B x NR} = \left| \begin{array}{cc} 35,767.00 & 85,064.00 \end{array} \right| \times \begin{array}{c} \text{NR} \\ \left| \begin{array}{cc} \text{Cobrado} & \text{Incobrible} \\ 0.87 & 0.13 \\ 0.90 & 0.10 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 108,037.92 & 12,793.08 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 108,037.92 quedando como monto incobrible S/. 12,793.08.

Se podría reducir este monto de S/. 12,793.08, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.



$P^5 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.87	0.13	0.00	0.00
4	0.90	0.10	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 5 periodos (años), también se determina que:

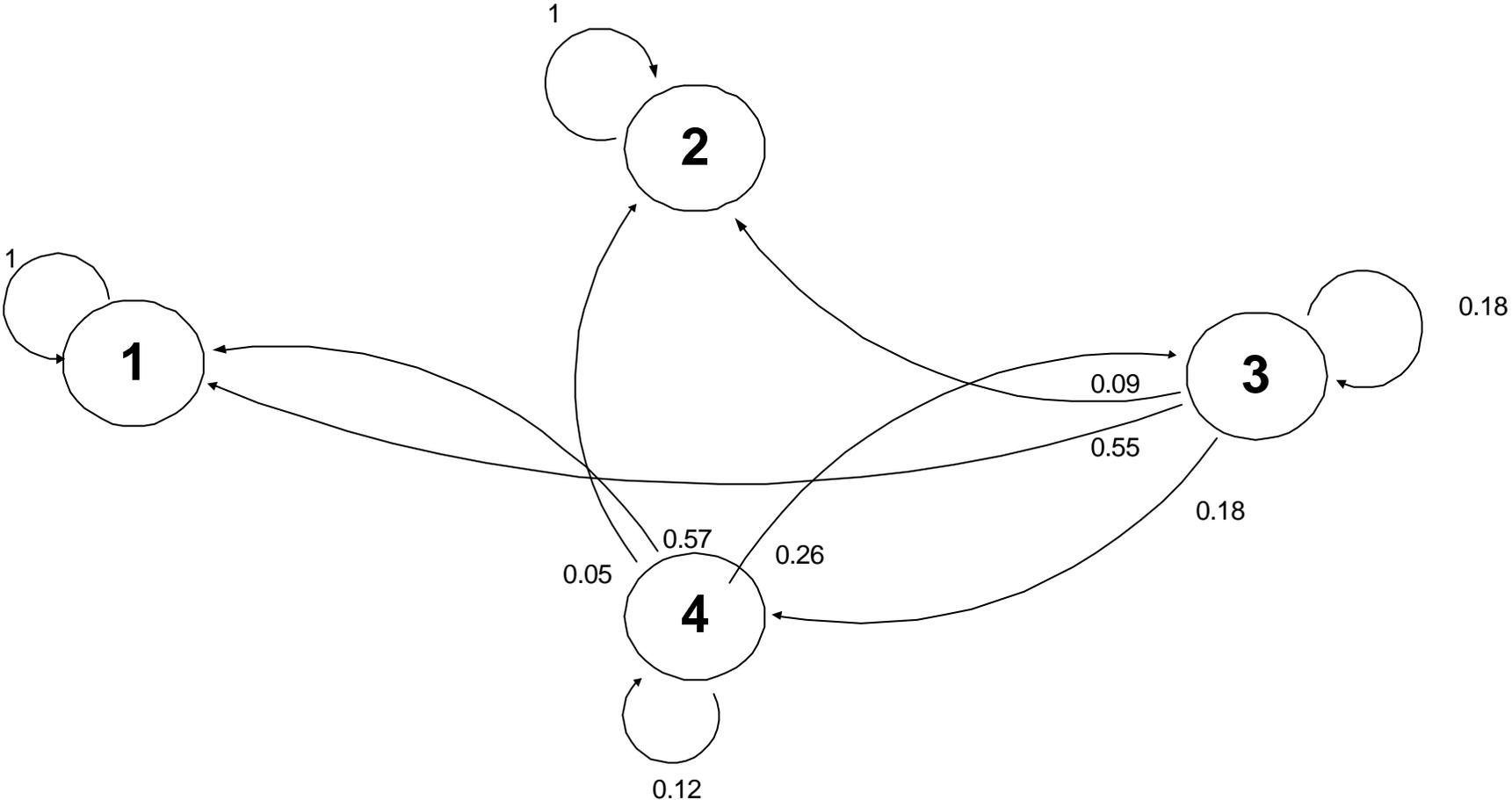
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.87 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.90 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.13 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.10 al cabo de 5 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17507 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS ASESORIAS LEGALES**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS

#### SUBCUENTA 17508 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS CIAS AUDITORIA

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>
<b>17508</b>	102,823.00	<u>POR AÑO</u>		<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Auditoria</b>	<b>Monto</b>			
Enero 2000	42,323.00	2000	=	42,323.00
Enero 2001	33,760.00			
Diciembre 2001	26,740.00	2001	=	60,500.00
			<b>TOTAL</b>	<b>102,823.00</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

- Estado 1      Categoría de pagado
- Estado 2      Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3      Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4      Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<i>ESTADOS</i>			
		1	2	3	4
<i>ESTADOS</i>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.47	0.12	0.18	0.23
	4	0.54	0.07	0.24	0.15

= P =

		<i>ESTADOS</i>	
		I	O
<i>ESTADOS</i>	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{array}{c} I \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.18 & 0.23 \\ 4 & 0.24 & 0.15 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estados} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.82 & -0.23 \\ 4 & -0.24 & 0.85 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{c} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 0.82 & -0.23 \\ 4 & -0.24 & 0.85 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c} (I-Q)^{-1} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline & 3 & 4 \\ \hline 3 & 1.32 & 0.36 \\ 4 & 0.37 & 1.28 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$N \times R = \begin{array}{c} N \quad \times \quad R \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 \\ \hline 3 & 1.32 & 0.36 \\ 4 & 0.37 & 1.28 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c} \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.47 & 0.12 \\ 2 & 0.54 & 0.07 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c} N \times R \\ \begin{array}{|c|cc|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & 0.82 & 0.18 \\ 2 & 0.87 & 0.13 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

COBRADO	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.82	0.18	Para la cuenta por cobrar de 1 año (2001): 0.82 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.18 es la probabilidad que no sea cobrada
0.87	0.13	Para la cuenta por cobrar de 2 años (2000): 0.87 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.13 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	60,500.00
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	<u>42,323.00</u>
<b>TOTAL</b>	<b>102,823.00</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
B=	60,500.00	42,323.00

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 102,823.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 60,500.00 & 42,323.00 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\
 \hline
 0.82 & 0.18 \\
 0.87 & 0.13 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 86,005.78 & 16,817.22 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 86,005.78 quedando como monto incobrabable S/. 16,817.22.

Se podría reducir este monto de S/. 16,817.22, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17508 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS CIAS AUDITORIAS**

**Estados de la Cadena de Markov**

- |          |   |
|----------|---|
| Estado 1 | Que se cobre la totalidad de la deuda             |
| Estado 2 | Que no se cobre la totalidad de la deuda          |
| Estado 3 | Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001) |
| Estado 4 | Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000) |

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

$P =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.47	0.12	0.18	0.23
4	0.54	0.07	0.24	0.15

$P^2 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.68	0.16	0.09	0.08
4	0.73	0.11	0.08	0.08

$P^4 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.85	0.13	0.01	0.01
4	0.89	0.09	0.01	0.01

$P^5 =$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.87	0.13	0.00	0.00
4	0.90	0.10	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 5 periodos (años), también se determina que:

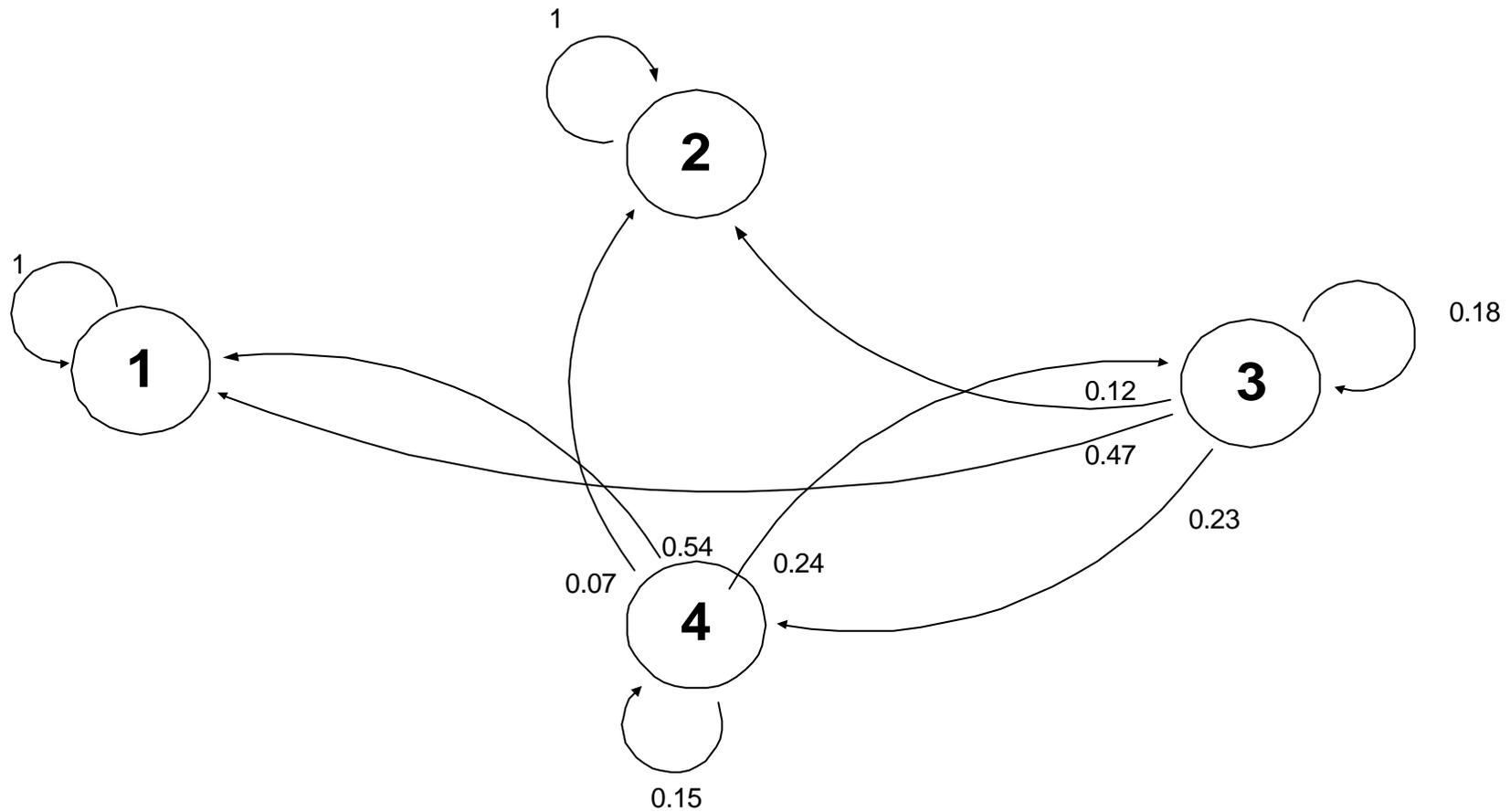
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.87 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.90 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrabilidad es 0.13 al cabo de 5 años

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrabilidad es 0.10 al cabo de 5 años

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17508 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS CIAS AUDITORIA**



## APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV

### CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS

#### SUBCUENTA 17509 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS ASISTENCIA SOCIAL

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
17509	15,000.00	<u>POR AÑO</u>	<u>MONTO</u>
<b>Fecha de Asistencia</b>	<b>Monto</b>		
Agosto 2000	5,720.00	2000	= 13,360.00
Noviembre 2000	7,640.00		
Julio 2001	1,640.00	2001	= 1,640.00
		<b>TOTAL</b>	<b>15,000.00</b>

#### Estados de la Cadena de Markov

- Estado 1            Categoría de pagado
- Estado 2            Categoría de cuenta incobrable
- Estado 3            Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
- Estado 4            Categoría de antigüedad de 2 años (2000)

#### MATRIZ DE PROBABILIDADES

		<i>ESTADOS</i>			
		1	2	3	4
<i>ESTADOS</i>	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0.59	0.09	0.14	0.18
	4	0.49	0.11	0.16	0.24

= P =

		<i>ESTADOS</i>	
		I	O
<i>ESTADOS</i>	R		
	Q		



Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	1,640.00
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	13,360.00
<b>TOTAL</b>	<b>15,000.00</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad
<b>B=</b>	1,640.00	13,360.00

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 15,000.00 que se cobrara y la porción que habrá de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1,640.00 & 13,360.00 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrabable} \\
 \hline
 0.86 & 0.14 \\
 0.83 & 0.17 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 12,437.76 & 2,562.24 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 12,437.76 quedando como monto incobrabable S/. 2,562.24.

Se podría reducir este monto de S/. 2,562.24, utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual disminuiría las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17509 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS ASISTENCIA SOCIAL**

**Estados de la Cadena de Markov**

Estado 1

Que se cobre la totalidad de la deuda

Estado 2

Que no se cobre la totalidad de la deuda

Estado 3

Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)

Estado 4

Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.59	0.09	0.14	0.18
4	0.49	0.11	0.16	0.24

$$P^2 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.76	0.12	0.05	0.07
4	0.70	0.15	0.06	0.09

$$P^4 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.85	0.14	0.01	0.01
4	0.81	0.17	0.01	0.01

$$P^5 =$$

Estados	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0.86	0.14	0.00	0.00
4	0.83	0.17	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 5 periodos (años), también se determina que:

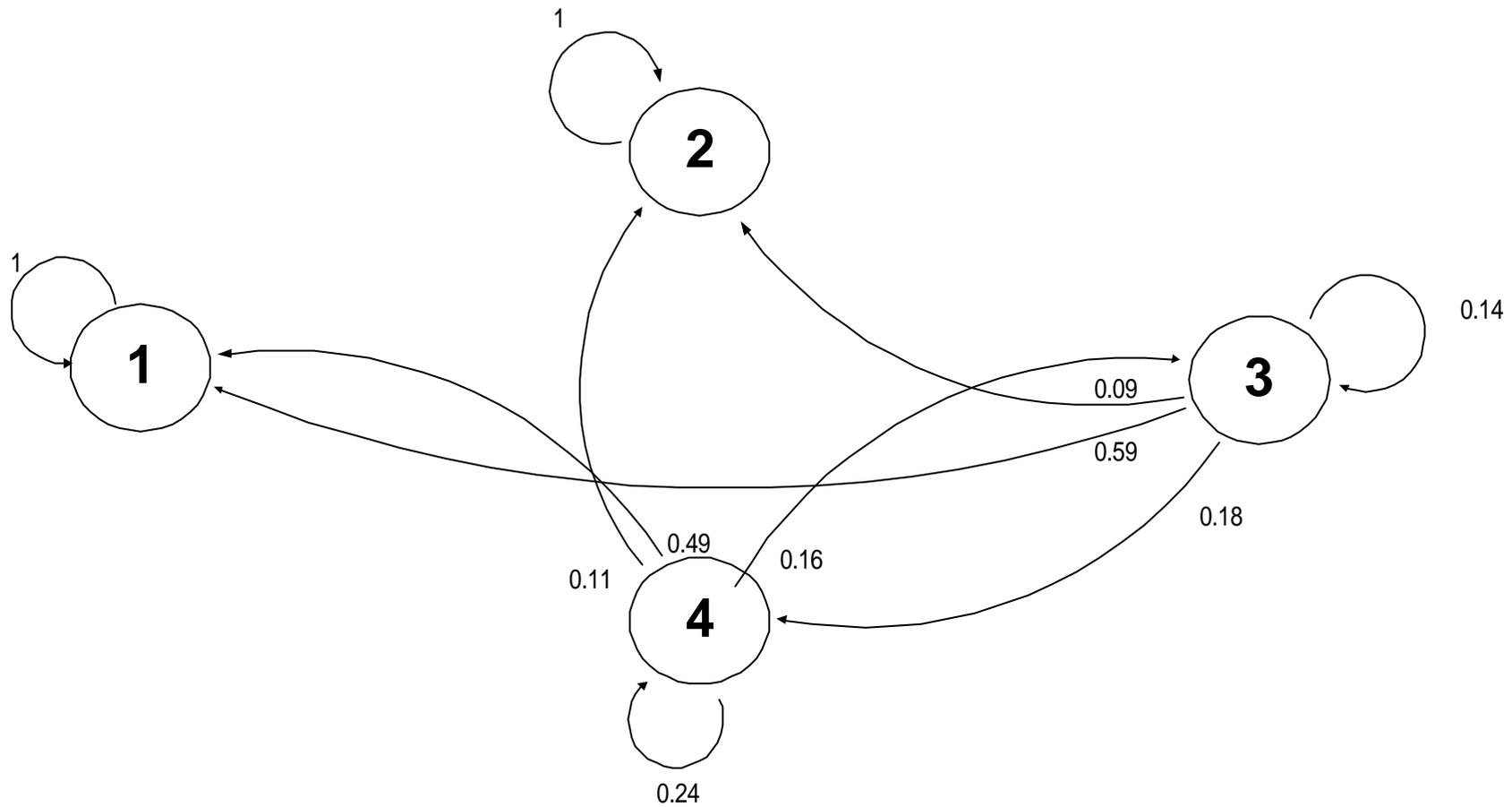
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.86 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.83 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrabilidad es 0.14 al cabo de 5 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrabilidad es 0.17 al cabo de 5 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17509 - CUENTAS POR COBRAR DIVERSAS ASISTENCIA SOCIAL**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17902 - DEUDORES EN GESTION JUDICIAL**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>			<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	
<b>17902</b>	894,701.01	<u>POR AÑO</u>			<u>MONTO</u>
<u>Fecha de la deuda</u>	<u>Monto</u>				
Enero 1999	31,208.18	1999	=		537,272.45
Marzo 1999	500,884.36				
Setiembre 1999	5,179.91	2000	=		258,296.56
Julio 2000	258,296.56				
Abril 2001	99,132.00	2001	=		99,132.00
		<b>TOTAL</b>			<b>894,701.01</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
Estado 5	Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.17	0.15	0.22	0.24	0.22
	4	0.14	0.14	0.21	0.18	0.33
	5	0.14	0.12	0.23	0.25	0.26

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	R		
	Q		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q = \begin{array}{c} I \\ \text{Matriz Identidad} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} - \begin{array}{c} Q \\ \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 5 \\ \hline 3 & 0.22 & 0.24 & 0.22 \\ \hline 4 & 0.21 & 0.18 & 0.33 \\ \hline 5 & 0.23 & 0.25 & 0.26 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 5 \\ \hline 3 & 0.78 & -0.24 & -0.22 \\ \hline 4 & -0.21 & 0.82 & -0.33 \\ \hline 5 & -0.23 & -0.25 & 0.74 \\ \hline \end{array}$$

$$N = (I-Q)^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & \text{(I-Q)} & & \text{(I-Q)}^{-1} & & \\ \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 5 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 3 & 0.78 & -0.24 & -0.22 & 1.75 & 0.77 & 0.86 \\ \hline 4 & -0.21 & 0.82 & -0.33 & 0.77 & 1.75 & 1.01 \\ \hline 5 & -0.23 & -0.25 & 0.74 & 0.80 & 0.83 & 1.96 \\ \hline \end{array}$$

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$NR = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & N & & \times & R & & N \times R \\ \hline \text{Estado} & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 1.75 & 0.77 & 0.86 & 0.17 & 0.15 & 0.53 & 0.47 \\ \hline 4 & 0.77 & 1.75 & 1.01 & 0.14 & 0.14 & 0.52 & 0.48 \\ \hline 5 & 0.80 & 0.83 & 1.96 & 0.14 & 0.12 & 0.53 & 0.47 \\ \hline \end{array}$$

PAGAR	INCOBRABILIDAD	Descripción
0.53	0.47	Para la cuenta por cobrar de 1 año: 0.53 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.47 es la probabilidad que no sea cobrada
0.52	0.48	Para la cuenta por cobrar de 2 años: 0.52 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.48 es la probabilidad que no sea cobrada
0.53	0.47	Para la cuenta por cobrar de 3 años: 0.53 es la probabilidad que la cuenta sea cobrada y 0.47 es la probabilidad que no sea cobrada

Las Cuentas por Cobrar al 31 de diciembre del 2001 son:

Las cuentas por cobrar de 1 año de antigüedad (2001) asciende a:	99,132.00
Las cuentas por cobrar de 2 años de antigüedad (2000) asciende a:	258,296.56
Las cuentas por cobrar de 3 años de antigüedad (1999) asciende a:	<u>537,272.45</u>
<b>TOTAL</b>	<b>894,701.01</b>

Se utiliza la matriz B que representa el vector de elementos que contiene los saldos actuales de las cuentas por cobrar por año.

	Saldo de la cuenta por cobrar con 1 año de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 2 años de antigüedad	Saldo de la cuenta por cobrar con 3 años de antigüedad
B=	99,132.00	258,296.56	537,272.45

Se debe multiplicar la matriz B por la matriz NR para determinar la porción de los S/. 894,701.01 que se cobrara y la porción que habra de perderse.

$$\begin{array}{c}
 \text{B} \\
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 99,132.00 & 258,296.56 & 537,272.45 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{c}
 \text{NR} \\
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 \text{Cobrado} & \text{Incobrable} \\
 \hline
 0.53 & 0.47 \\
 0.52 & 0.48 \\
 0.53 & 0.47 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 469,386.78 & 425,314.23 \\
 \hline
 \end{array}$$

Se observa que lo que se cobrara son S/. 469,386.78 quedando como un gasto incobrable S/. 425,314.23.

Se podría reducir este monto de S/. 425,314.23 utilizando la empresa una nueva política de cobro, la cual cambiaria las probabilidades en la columna de incobrabilidad.

**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 17- CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS**  
**SUBCUENTA 17902 - CUENTAS DIVERSAS DEUDORES EN GESTION JUDICIAL**

**Estados de la Cadena de Markov**

- Estado 1                      Que se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 2                      Que no se cobre la totalidad de la deuda  
 Estado 3                      Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)  
 Estado 4                      Que la deuda tenga una antigüedad de 2años (2000)  
 Estado 5                      Que la deuda tenga una antigüedad de 3años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

P =

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.17	0.15	0.22	0.24	0.22
4	0.14	0.14	0.21	0.18	0.33
5	0.14	0.12	0.23	0.25	0.26

P<sup>2</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.27	0.24	0.15	0.15	0.18
4	0.25	0.24	0.16	0.17	0.19
5	0.25	0.22	0.16	0.17	0.20

P<sup>4</sup>=

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.40	0.36	0.08	0.08	0.09
4	0.38	0.36	0.08	0.08	0.10
5	0.39	0.34	0.08	0.09	0.10

$$P^6 =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.49	0.44	0.02	0.02	0.02
4	0.48	0.45	0.02	0.02	0.03
5	0.49	0.44	0.02	0.02	0.03

$$P^{12} =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.52	0.47	0.00	0.00	0.00
4	0.52	0.48	0.00	0.00	0.00
5	0.53	0.47	0.00	0.00	0.00

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 12 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.52 al cabo de 12 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.52 al cabo de 12 años.

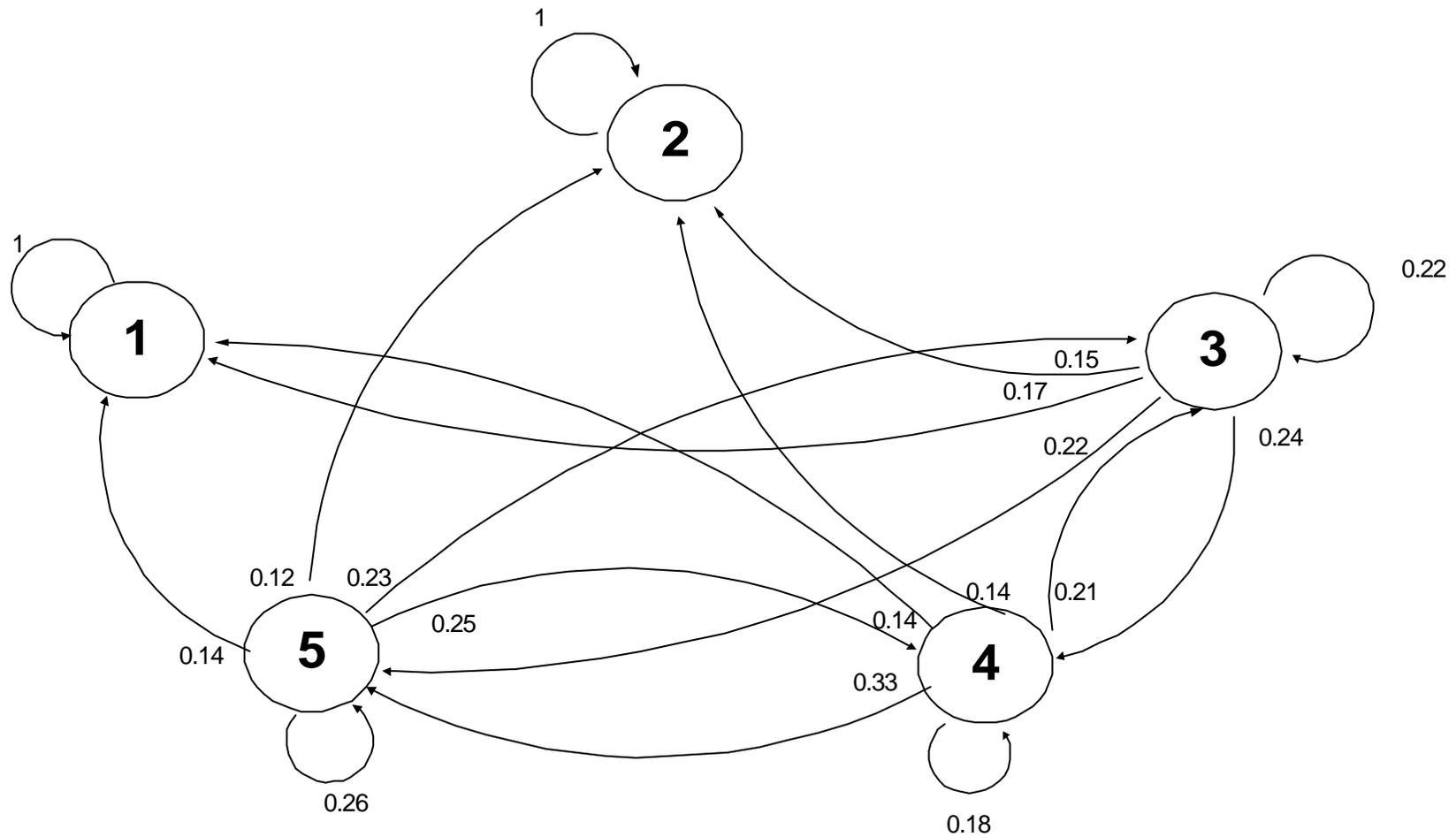
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.53 al cabo de 12 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrabilidad es 0.48 al cabo de 12 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrabilidad es 0.48 al cabo de 12 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrabilidad es 0.47 al cabo de 12 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 17902 - DEUDORES EN GESTION JUDICIAL**



**APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV**  
**CUENTA 18- CUENTAS POR COBRAR A LOS SEMBRADORES**  
**SUBCUENTA 18101 - SEMBRADORES**

<u>SUBCUENTA</u>	<u>TOTAL</u>	<u>POR AÑO</u>		<u>CUENTAS POR COBRAR</u>	<u>MONTO</u>
18101	1,567,771.32				
<b>Fecha de la deuda</b>	<b>Monto</b>				
Enero 1999	656,830.16	1999	=		1,096,396.33
Febrero 1999	177,075.65				
Mayo 1999	262,490.52	2000	=		178,694.81
Agosto 2000	178,694.81				
Abril 2001	292,680.18	2001	=		292,680.18
		<b>TOTAL</b>			<b>1,567,771.32</b>

**Estados de la Cadena de Markov**

Estado 1	Categoría de pagado
Estado 2	Categoría de cuenta incobrable
Estado 3	Categoría de antigüedad de 1 año (2001)
Estado 4	Categoría de antigüedad de 2 años (2000)
Estado 5	Categoría de antigüedad de 3 años (1999)

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

		<u>ESTADOS</u>				
		1	2	3	4	5
<u>ESTADOS</u>	1	1	0	0	0	0
	2	0	1	0	0	0
	3	0.18	0.08	0.21	0.23	0.3
	4	0.16	0.07	0.25	0.24	0.28
	5	0.16	0.08	0.26	0.22	0.28

= P =

		<u>ESTADOS</u>	
		I	O
<u>ESTADOS</u>	I		
	O		

Hallar la Matriz Fundamental N que es la inversa de la diferencia de la matriz identidad y la matriz Q que es la submatriz de la matriz P  $N = (I-Q)^{-1}$

$$I - Q =$$

I Matriz Identidad		
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$$-$$

Q			
Estado	3	4	5
3	0.21	0.23	0.3
4	0.25	0.24	0.28
5	0.26	0.22	0.28

$$=$$

Estado	3	4	5
3	0.79	-0.23	-0.3
4	-0.25	0.76	-0.28
5	-0.26	-0.22	0.72

$$N = (I-Q)^{-1}$$

Estado	(I-Q)			(I-Q) <sup>-1</sup>		
	3	4	5	3	4	5
3	0.79	-0.23	-0.3	1.94	0.93	1.17
4	-0.25	0.76	-0.28	1.01	1.97	1.19
5	-0.26	-0.22	0.72	1.01	0.94	2.17

Al multiplicar la matriz N con la matriz R submatriz de la matriz P, se obtiene la probabilidad de que los montos de las cuentas por cobrar que inicialmente estaban en los estados transitorios, lleguen en algún momento a cada uno de los estados absorbente

$$NR =$$

Estado	N			x		R		N x R	
	3	4	5	1	2	1	2		
3	1.94	0.93	1.17	0.18	0.08	0.69	0.31		
4	1.01	1.97	1.19	0.16	0.07	0.69	0.31		
5	1.01	0.94	2.17	0.16	0.08	0.68	0.32		



**APLICACIÓN DE CHAPMAN - KOLMOGOROV**  
**CUENTA 18- CUENTAS POR COBRAR A LOS SEMBRADORES**  
**SUBCUENTA 18101 - SEMBRADORES**

**Estados de la Cadena de Markov**

- |          |  |
|----------|--|
| Estado 1 | Que se cobre la totalidad de la deuda              |
| Estado 2 | Que no se cobre la totalidad de la deuda           |
| Estado 3 | Que la deuda tenga una antigüedad de 1 año (2001)  |
| Estado 4 | Que la deuda tenga una antigüedad de 2 años (2000) |
| Estado 5 | Que la deuda tenga una antigüedad de 3 años (1999) |

**MATRIZ DE PROBABILIDADES**

$P =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.18	0.08	0.21	0.23	0.3
4	0.16	0.07	0.25	0.24	0.28
5	0.16	0.08	0.26	0.22	0.28

$P^2 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.30	0.14	0.18	0.17	0.21
4	0.29	0.13	0.19	0.18	0.22
5	0.29	0.14	0.18	0.17	0.22

$P^4 =$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.47	0.21	0.10	0.10	0.12
4	0.46	0.21	0.11	0.10	0.13
5	0.45	0.22	0.10	0.10	0.12

$$P^8 =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.61	0.28	0.03	0.03	0.04
4	0.61	0.28	0.03	0.03	0.04
5	0.61	0.29	0.03	0.03	0.04

$$P^9 =$$

Estados	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0.68	0.31	0.0	0.0	0.0
4	0.68	0.31	0.0	0.0	0.0
5	0.67	0.32	0.0	0.0	0.0

Por la aplicación de las Ecuaciones de Chapman - Kolmogorov, se puede apreciar de la matriz de probabilidad que los estados transitorios pasan a estados absorbentes después de 9 periodos (años), también se determina que:

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea pagada en su totalidad es 0.68 al cabo de 9 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea pagada en su totalidad es 0.68 al cabo de 9 años.

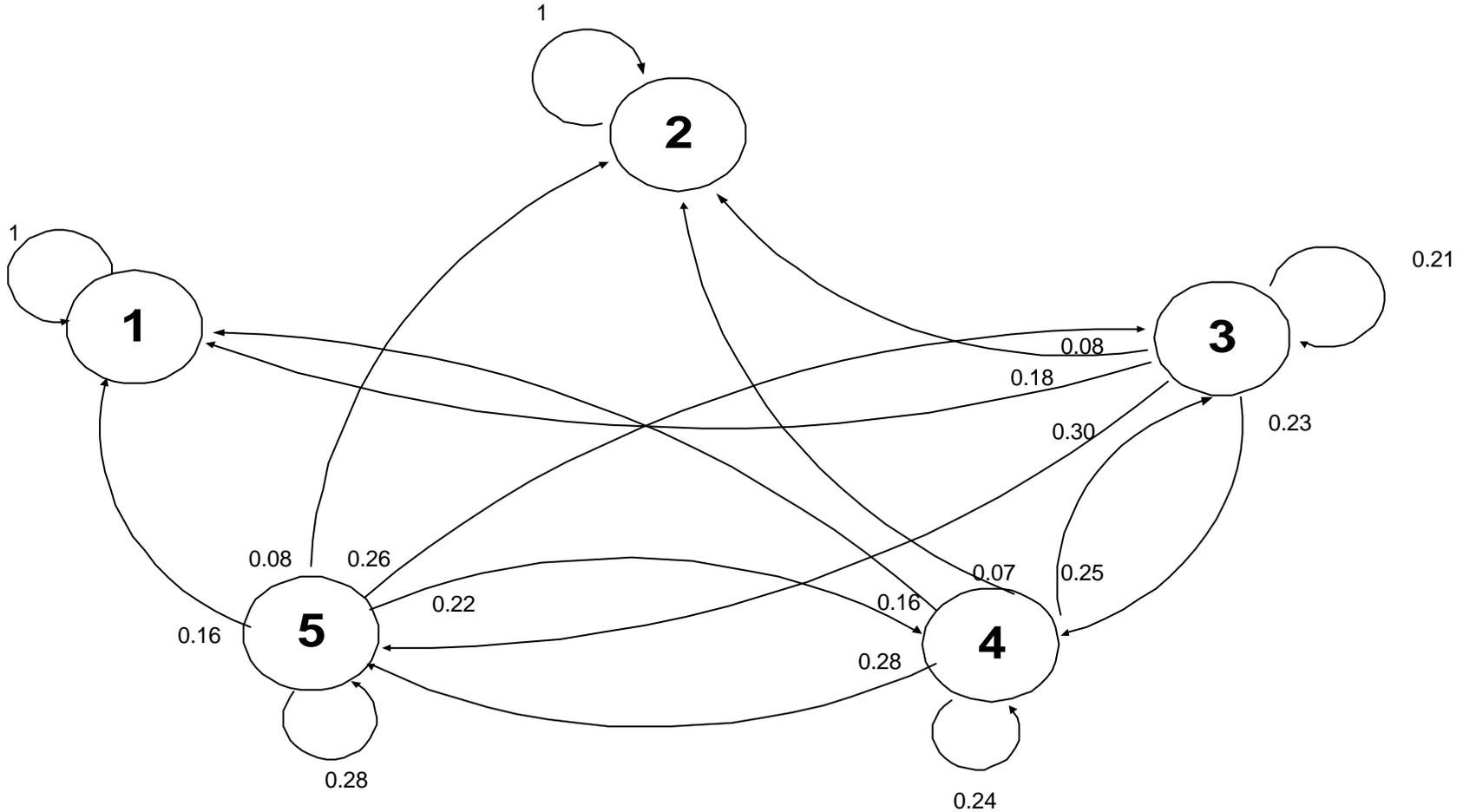
La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea pagada en su totalidad es 0.67 al cabo de 9 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de un año sea incobrable es 0.32 al cabo de 9 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de dos años sea incobrable es 0.32 al cabo de 9 años.

La probabilidad de que la deuda que tenga una antigüedad de tres años sea incobrable es 0.33 al cabo de 9 años.

**FLUJO DE LOS ESTADOS DE LA CADENA DE MARKOV**  
**SUBCUENTA 18101 - SEMBRADORES**



## CUENTAS POR COBRAR

CUENTAS	CONCEPTO POR CUENTA	Procesos de Markov			Kolmogorov
		Cobrable	Incobrable	Total	Periodo
12	<b>CLIENTES</b>				
12100	Clientes Facturas por Cobrar	1,188,299	690,188	1,878,487	8
12500	Clientes del Pais - Anticipos (*)			(1,572,584)	
16	<b>CUENTAS POR COBRAR ACCIONISTAS Y PERSONAL NO ACCIONISTA</b>				
16101	Prestamos a Personal Rentado no Accionista	7,830	3,596	11,426	5
16201	Prestamo a Trabajadores Accionistas - Empleados	224,793	116,915	341,708	6
16202	Prestamo a Trabajadores Accionistas - Obreros	50,098	11,054	61,152	7
16203	Prestamo a Profesores (**)			7	
16204	Prestamo a Trabajadores Accionistas - Cesantes Empleados	208,567	43,529	252,096	7
16205	Prestamo a Trabajadores Accionistas - Cesantes Obreros	189,701	30,388	220,089	12
16206	Adelanto a Cta. De Devengados - Trabajadores Accionistas	105,297	70,522	175,819	12

CUENTAS	CONCEPTO POR CUENTA	Procesos de Markov			Kolmogorov
		Cobable	Incobable	Total	Periodo
17	<b>CUENTAS POR COBRAR A TERCEROS</b>				
17101	Prestamos a Terceros - Prestamos a Transportistas	293,977	35,600	329,577	7
17102	Prestamos a Contratistas	1,324	168	1,492	6
17501	Otras Ctas por cobrar varias	171,821	22,725	194,546	6
17503	Servicios y Gastos Essalud	101,328	14,089	115,417	7
17507	Cuentas por cobrar diversas Asesorias Legales	108,038	12,793	120,831	5
17508	Cuentas por cobrar diversas Cias Auditoria	86,006	16,817	102,823	5
17509	Cuentas por cobrar diversas Asistencia Social	12,438	2,562	15,000	5
17901	Cuentas Diversas - Cobranza Dudosa (***)			235,435	
17902	Cuentas Diversas - Deudores en Gestión Judicial	469,387	425,314	894,701	12
18	<b>CUENTAS POR COBRAR EN LA AGRICULTURA</b>				
18101	Sembradores	1,068,565	499,206	1,567,771	9

CUENTAS	CONCEPTO POR CUENTA	Procesos de Markov			Kolmogorov
		Cobable	Incobable	Total	Periodo
19	<b>PROVISION DE CUENTAS DE COBRANZAS DUDOSAS</b>				
19200	Provisión Cuentas de Cobranza Dudosa - Diversas (****)			(7,955)	
19400	Provisión Cuentas de Otras Cobranza Dudosa - Diversas (****)			(1,376,447)	
<b>TOTAL DE LA APLICACIÓN DEL PROCESO DE MARKOV,</b>		<b>4,287,469</b>	<b>1,995,466</b>	<b>6,282,935</b>	
<b>MONTOS PEQUEÑOS Y NEGATIVOS</b>				<b>(2,721,544)</b>	
				<b>3,561,391</b>	

(\*) Son anticipos que se dan a cuenta. No cumple con la propiedad markoviana de no negatividad.

(\*\*) El monto no es significativo

(\*\*\*) Cobranza Dudosa (probabilidad de ser cobrada 0) Esto pertenece a un estado estacionario o absorbente.

(\*\*\*\*) Provisión - Monto que no es obligación por cobrar, pero esta pendiente. No cumple la propiedad markoviana de no negatividad.

## **INTERPRETACIÓN:**

Según el cuadro resumen de las cuentas por cobrar y las Notas del Balance General se observa que:

En la Nota 6 el monto de la subcuenta 12100 es sumado con la subcuenta 18101 y restada con las subcuentas 12500 y 19200.

En la subcuenta 12100 – Clientes Facturas por Cobrar - se tiene como cuenta por cobrar S/. 1'878,487 en 8 años, siendo la parte cobrable S/.1'188,299 que representa el 63.26% y la parte incobrable S/.690,188 que es el 36.74%.

En la subcuenta 18101 – Sembradores - se tiene como cuenta por cobrar S/.1'567,771 en 9 años, siendo la parte cobrable S/.1'068,565 que representa el 68.16% y la parte incobrable S/.499,206 que es el 31.84%.

En la subcuenta 12500 – Clientes del País Anticipos – existe un valor negativo (S/. 1'572,584) debido a que como su propio nombre lo dice es un anticipo, el cual debe ser restado del monto original facturado.

En la subcuenta 19200 – Provisión de Cuentas de Cobranzas Dudosas – existe un valor negativo debido a que no es un monto que se cobre, sino un monto que se separa o se provisiona en caso de que las cobranzas dudosas a los clientes ya no se efectúen.

En la Nota 7 son sumados los montos de las subcuentas 16101, 16201, 16202, 16203, 16204, 16205, 16206, 17101, 17102, 17901, 17902, 17501, 17503, 17507, 17508, 17509 y restado con la subcuenta 19400.

En la subcuenta 16101 – Prestamos a Personal Rentado no Accionista - se tiene como cuenta por cobrar S/. 11,426 en 5 años, siendo la parte cobrable S/.7,830 que representa el 68.53% y la parte incobrable S/.3,596 que es el 31.47%.

En la subcuenta 16201 – Prestamos a Trabajadores Accionistas - Empleados - se tiene como cuenta por cobrar S/. 341,708 en 6 años, siendo la parte cobrable S/.224,793 que representa el 65.79% y la parte incobrable S/.116,915 que es el 34.21%.

En la subcuenta 16202 – Prestamos a Trabajadores Accionistas - Obreros - se tiene como cuenta por cobrar S/. 61,152 en 7 años, siendo la parte cobrable S/. 50,098 que representa el 81.92% y la parte incobrable S/.11,054 que es el 18.08%.

En la subcuenta 16203 – Prestamos a Profesores - se tiene como cuenta por cobrar S/.7.00 por ser este monto insignificante para la empresa no se considera en la aplicación de los Procesos de Markov.

En la subcuenta 16204 – Prestamos a Trabajadores Accionistas – Cesantes Empleados - se tiene como cuenta por cobrar S/. 252,098 en 7 años, siendo la parte cobrable S/.208,567 que representa el 82.73% y la parte incobrable S/.43,529 que es el 17.27%.

En la subcuenta 16205 – Prestamos a Trabajadores Accionistas – Cesantes Obreros - se tiene como cuenta por cobrar S/. 220,089 en 12 años, siendo la parte cobrable S/.189,701 que representa el 86.19% y la parte incobrable S/.30,388 que es el 13.81%.

En la subcuenta 16206 – Adelanto a Cta. De Devengados – Trabajadores Accionistas - se tiene como cuenta por cobrar S/. 175,819 en 12 años, siendo la

parte cobrable S/.105,297 que representa el 59.89% y la parte incobrable S/.70,522 que es el 40.11%.

En la subcuenta 17101 – Prestamos a Terceros – Prestamos a Transportistas - se tiene como cuenta por cobrar S/. 329,577 en 7 años, siendo la parte cobrable S/.293,977 que representa el 89.20% y la parte incobrable S/.35,600 que es el 10.80%.

En la subcuenta 17102 – Prestamos a Contratistas - se tiene como cuenta por cobrar S/.1,492 en 6 años, siendo la parte cobrable S/.1,324 que representa el 88.74% y la parte incobrable S/.168 que es el 11.26%.

En la subcuenta 17501 – Otras Cuentas por Cobrar Diversas - se tiene como cuenta por cobrar S/.194,546 en 6 años, siendo la parte cobrable S/.171,821 que representa el 88.32% y la parte incobrable S/.22,725 que es el 11.68%.

En la subcuenta 17503 – Servicios y Gastos Essalud - se tiene como cuenta por cobrar S/.115,417 en 7 años, siendo la parte cobrable S/.101,328 que representa el 87.79% y la parte incobrable S/.14,089 que es el 12.21%.

En la subcuenta 17507 – Cuentas por Cobrar Diversas Asesorías Legales - se tiene como cuenta por cobrar S/.120,831 en 5 años, siendo la parte cobrable S/.108,038 que representa el 89.41% y la parte incobrable S/.12,793 que es el 10.59%.

En la subcuenta 17508 – Cuentas por Cobrar Diversas Cias Auditoría - se tiene como cuenta por cobrar S/.102,823 en 5 años, siendo la parte cobrable S/.86,006 que representa el 83.64% y la parte incobrable S/.16,817 que es el 16.36%.

En la subcuenta 17509 – Cuentas por Cobrar Diversas Asistencia Social - se tiene como cuenta por cobrar S/.15,000 en 5 años, siendo la parte cobrable S/.12,438 que representa el 82.92% y la parte incobrable S/.2,562 que es el 17.08%.

En la subcuenta 17901 – Cuentas Diversas Cobranza Dudosa - se tiene una cuenta con poca probabilidad de cobranza de S/.235,435.00. Según el estudio este monto se incrementara por los montos incobrables que se generen de las otras cuentas por el Proceso de Markov.

En la subcuenta 17902 – Cuentas Diversas Deudores en Gestión Judicial - se tiene como cuenta por cobrar S/.894,701 en 12 años, siendo la parte cobrable S/.469,387 que representa el 52.46% y la parte incobrable S/.425,314 que es el 47.54%.

En la subcuenta 19400 – Provisión de Cuentas de Cobranzas Dudosas – existe un valor negativo debido a que no es un monto que se cobre, sino un monto que se separa o se provisiona en caso de que las cobranzas dudosas ya no se efectúen.

## CONCLUSIONES

Al aplicar el Proceso de Markov a las distintas Cuentas correspondientes a las Cuentas por Cobrar de los Estados Financieros (Nota 6 y 7 del Balance General al 31 de diciembre de 2001), según el Plan Contable General Revisado se ha determinado lo siguiente:

Que existe un monto de S/. 6'282,935.00 en cuentas por cobrar, de los cuales solo se cobra S/. 4'287,469.00 que es el 68.24% y quedara como cuenta incobrable S/.1'995,466.00 que es el 31.76%.

Este alto porcentaje de cuenta incobrable, es el reflejo de la mala política de cobranza que se estaba llevando.

Con la aplicación de las ecuaciones de Chapman Kolmogorov tenemos como resultado que los montos a cobrar calculados en el Proceso de Markov se harían efectivos en su totalidad en 12 años.

El Proceso de Markov no se aplicó a las Cuentas por Cobrar 12500 –Clientes del País Anticipos -, 19200 y 19400 – Provisión Cuentas de Cobranza Dudosa, las cuales se presentan como montos negativos; tal como se muestra en el Análisis de Cuentas.

De igual modo la Cuenta por Cobrar 16203 – Prestamos a Profesores- no se aplico el Proceso de Markov por ser este monto S/. 7.00, insignificativo para la empresa.

## COMENTARIOS

Las condiciones económicas y las políticas de crédito de la organización son los principales elementos que se incluyen sobre el nivel de las cuentas por cobrar de una empresa. Por supuesto que las condiciones económicas están en gran parte más allá del control de la administración. Sin embargo, como ocurre con otros activos circulantes, el administrador puede variar el nivel de las cuentas por cobrar en relación con el intercambio entre la rentabilidad y el riesgo. La reducción de las normas de calidad puede estimular la demanda, lo que a su vez debería conducir a mayores utilidades. Pero se incurre en un costo por llevar las cuentas por cobrar adicionales, lo mismo que un mayor riesgo de pérdidas por cuentas incobrables.

## RECOMENDACIONES

Para la disminución de las probabilidades por cobranza dudosa, debemos enfatizar en las políticas de crédito y cobranza de una empresa las cuales no son independientes de las otras empresas. Si los mercados de producto y de capital son razonablemente competitivos las prácticas de crédito y cobranza de una empresa se verán influenciadas por lo que están haciendo otras empresas. Lo cierto verdad es que las políticas de crédito y cobranza están interrelacionadas con poner el precio de un producto o servicio y deben verse como parte del proceso competitivo global.

La evaluación de determinadas variables de política implica que el proceso competitivo se toma en cuenta en la especificación de la función de la demanda lo mismo que el costo de oportunidad asociado con la aceptación de cuentas por cobrar adicionales. Las variables de política que se considera incluye la calidad de las cuentas comerciales aceptadas, la duración del periodo de crédito, el descuento en efectivo, en cualquier termino con fechas estacionales y el programa de cobranza de la empresa, estos elementos determinan el periodo promedio de cobranza y la proporción de perdidas por cuentas incobrables o malas.

Por tales razones se considera que:

- El Directorio de la Empresa Agroindustria, debe reunirse, constantemente, y acordar las medidas necesarias a tomar para hacer efectivo estas cobranzas. Esto se debe a la informalidad con que se lleva esta empresa.

Como se observa en el Balance General de la Empresa Agroindustrial, se maneja fuertes cantidades, en inversión como en la parte productiva; las cuentas por cobrar no son tan significativas para esta empresa, teniendo en



**Procesos de Markov de tiempo discreto y espacio discreto: Aplicaciones a procesos contables.** Cabanillas Celis, Edgardo.

consideración que cuentas por cobrar son S/.3,561,392.00 y las cuentas por pagar son de S/. 176,616,778.00.

- Establecer una política de cobranza adecuada para obtener mayor liquidez.

Tomando en consideración estas recomendaciones se espera mejorar significativamente las cobranzas.

## GLOSARIO

### **Procesos Estocásticos.**

Es una colección indexada de variables aleatorias  $\{X_t\}$ , que son medibles en el tiempo  $t$ , en donde  $t$  toma valores de un conjunto  $T$  enteros no negativos o  $T=[0, \infty]$

### **Ensayos del Proceso.**

Eventos que muestran las transiciones del sistema, de un estado a otro. En muchos casos, los periodos de tiempos sucesivos representan los ensayos del proceso.

### **Estado absorbente.**

Se dice que un estado es absorbente si es cero la probabilidad de hacer una transición fuera de ese estado. Por tanto, una vez que el sistema hace una transición hacia un estado absorbente, permanece en él siempre.

### **Estado de Transición.**

Se dice a aquel estado que aún no llega a ser absorbente; sus probabilidades cambian constantemente con respecto al periodo anterior.

### **Estado del Sistema.**

Condición en que se encuentra el sistema en cualquier periodo o ensayos específicos.

### **Matriz Fundamental.**

Matriz necesaria para el cálculo de las probabilidades correspondientes a los estados absorbentes de un Proceso de Markov.

### **Probabilidad del estado.**

Probabilidad de que el sistema se encuentre en cualquier estado y en un periodo determinado.

**Probabilidad del estado estable.**

Probabilidad de que el sistema se encuentre estado determinado después de un número grande de transiciones. Una vez que se alcanza su estado estable, las probabilidades de estado no cambian de un periodo al siguiente.

**Probabilidad de transición.**

Dado que el sistema se encuentre en el estado  $i$  durante un periodo, la probabilidad de transición  $p_{ij}$  es la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado  $j$  en el siguiente periodo.



**Procesos de Markov de tiempo discreto y espacio discreto: Aplicaciones a procesos contables.** Cabanillas Celis, Edgardo.

## **BIBLIOGRAFIA**

HILLIER FREDERICK S; Introducción a la Investigación de Operaciones  
MacGraw – Hill Interamericana de Mexico S.A. - Edic. 1995.

TAHA HAMDY A; Investigación de Operaciones  
Representaciones y Servicios de Ingeniería S.A México – Edic. 1992

DAVID R. ANDERSON – DENNIS J. SWEENEY – THOMAS A. WILLIAMS  
Introducción a los Modelos Cuantitativos para Administración  
Grupo Editorial Iberoamericana S.A – Edic. 1993

JAMES C. VAN HORNE; Administración Financiera  
Editorial los Andes S.A – Edic. 1995

ALEJANDRO FERRER QUEA; Plan Contable General Revisado  
Velarde Impresores & Editores - Edic 2001

MEMORIA 2001 DE LA EMPRESA AGROINDUSTRIAL .  
Preparado por el Directorio.

WINSTON WAYNE L; Investigación de Operaciones;  
Grupo Editorial Iberoamericana México D.F – Edic. 1994.

RENTERIA VERA MANUEL MARIO; Introducción a los Procesos Estocásticos;  
Departamento de Matemática – Universidad Nacional Mayor de San Marcos-  
Edic 1974