UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

EAP. DE FÍSICA

Caracterización eléctrica por efecto Hall del Silicio

MONOGRAFÍA

Para optar el Título de Licenciado en Física

AUTOR

Galo Emilio Sisniegas Charcape

LIMA – PERÚ
2005

A mis padres: Galo y Esther
A mis hermanos: Helena y Daniel
A mi hijo: Marco
A mi esposa: Julia
A Ricardo
A mis sobrinos: Aaron y Jerome

AGRADECIMIENTOS

- Al profesor Dr. Hans Müller, mi orietador en el desarrollo práctico y teórico e el desarrollo del trabjo original en 1985 para mi licenciatura, y tambiuén por su amistad.
- Al Profesor Lic. Oscar Santigo Moroy Cárdenas, mi asesor, por su apoyo y amistad.
- A la facultad de Física de la UNMSM por la oportunidad de participar en el ciclo extraordinario para la obtención del Título Profesional.
- A los miembros del jurado calificador, Prof. Doctor Mateo Márquez Jacome, Prof. Lic. Lucas Alvarado Pineda y Prof. Lic. Oscar Santiago Monroy Cárdenas.
- A mi hermana Helena por la corrección ortográfica y sintáctica, además de diversas sugerencias.
- A los colegas del campus universitario.
- Al personal auxiliar de la facultad por la buena voluntad durante el ciclo extraordinario.

INDICE

INDEX TEMÁTICO

CARACTERIZACIÓN ELÉCTRICA POR EFECTO HALL DEL SILICIO

RESUMEN

ABSTRACT

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO I: MAGNITUDES ELÉCTRICAS

1.- Cuando el material tiene solamente un tipo de portador de carga

2.- Materiales con conducción mixta

3.- La densidad de portadores de carga de un conductor mixto

CAPÍTULO II: EL COEFICIENTE DE HALL

1.- El efecto Hall

2.- Cálculo de la densidad de los portadores de carga

3.- Cálculo de la movilidad eléctrica y la movilidad de Hall del material

4.- Relación entre el Coeficiente Hall y la movilidad del portador de carga

CAPÍTULO III: ESTADÍSTICA DE LOS PORTADORES DE CARGA DEL SEMICONDUCTOR

1.- Introducción

2.- La función de distribución

3.- La densidad de estados

4.- La concentración de los portadores de carga

5.- La ley de masas y la densidad de portadores de carga intrínseca

6.- Cálculo del ancho de la banda prohibida

CAPÍTULO IV: CONFIGURACIÓN Y EFECTOS EXPERIMENTALES . 23

1.- Objetivo experimental

2.- Disposición instrumental

3.- Acopio y arreglo de la información

4.- Discusión de los resultados

CONCLUSIONES

REFERENCIAS

Incidencia de Anestesia General en Operación Cesárea: Registro de Tres Años. Castillo Alvarado, Frencisco Miguel.

Derechos reservados conforme a Ley

RESUMEN. En la presente monografía se explica parte de un trabajo experimental sobre el efecto Hall en silicio realizado en los laboratorios de la Facultad de Física entre los años de 1984 y 1985 [(1)], además se hace referencia de algunas generalidades acerca del mismo efecto y su aplicación en la caracterización de materiales.

ABSTRACT. In this monography, it describ part of experimental essays about Hall effect in silicon developed in the Physics Faculty laboratory during years 1984 - 1985 [(1)]. More over this work makes references to some important Hall effect characteristics and its generalization on the characterization of materials.

Elaboración y diseño en formato PDF por la Oficina General del Sistema de Bibliotecas y Biblioteca Central de la UNMSM

Derechos reservados conforme a Ley

INTRODUCCIÓN

La caracterización es el conjunto de métodos y procedimientos que permiten obtener las características de una determinada muestra luego de su obtención, fabricación o al efectuar sobre ella un determinado proceso. En nuestro caso caracterizaremos eléctricamente mediante el efecto Hall al elemento silicio.

El *efecto Hall*, del que hablaremos con más detalle en el Capítulo II, consiste en la aparición de una diferencia de potencial lateral en una muestra expuesta a un campo magnético cuando por ella pasa longitudinalmente una intensidad de corriente. Dicho efecto más el auxilio de otras cantidades mesurables ayudarán a caracterizar eléctricamente el material de tal muestra. Es útil, en otras aplicaciones, para determinar la *densidad de portadores de carga*, **n**, en un material en particular. Un portador de carga es aquel corpúsculo que lleva intrínsecamente una cantidad de carga (por ejemplo un electrón, una vacancia o hueco en el orbital electrónico externo, un ion, etc.) También gracias al efecto Hall es posible calcular la *movilidad eléctrica*, **μ**, y el signo de la carga de los portadores cuya participación en la conducción eléctrica sea mayoritaria.

En general, un material es susceptible de una clasificación siguiendo un criterio específico, así se opta para el caso por lo siguiente: como metal (o conductor), como semiconductor o como dieléctrico (denominado también aislante o no conductor) de acuerdo al grado de densidad en portadores de carga que tenga el material dado.
Sin embargo incluso el material llamado comúnmente no conductor tiene portadores de carga, aunque en una cantidad relativamente baja.

Para el presente trabajo se utilizaron varias muestras de silicio en forma de diminutos paralelepípedos. El silicio es un material semiconductor que en la Tabla Periódica de los Elementos figura en el Grupo IVA siendo su configuración electrónica: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^2$, faltándole así cuatro electrones para completar el orbital p y la tercera capa electrónica, lo cual

Derechos reservados conforme a Ley

daría por resultado, en una cristalización ideal, que cada átomo de silicio, estando en el centro de un tetraedro, tendría a sus cuatro vecinos radial y similarmente distanciados, dispuestos en los vértices de dicho tetraedro tal como se puede apreciar en la Fig.1(a) [2].

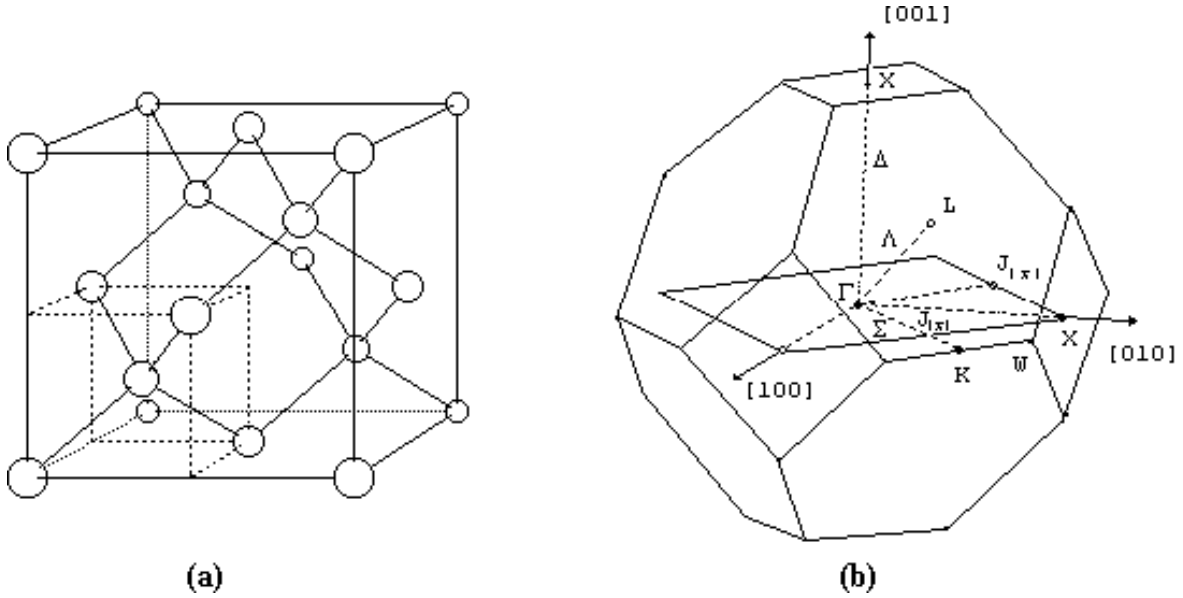

Fig.1. (a) Estructura cristalina del silicio. (b) Primera zona de Brillouin [2].

En el Capítulo I recordaremos algunas magnitudes y conceptos que se utilizaran en las siguientes secciones de esta monografía. El efecto Hall se tratará en el Capítulo II. En el Capítulo III se abordará sobre la estadística de los portadores de carga, y por último se verán los detalles del tratamiento experimental en el Capítulo IV.

Derechos reservados conforme a Ley

CAPÍTULO I

MAGNITUDES ELÉCTRICAS

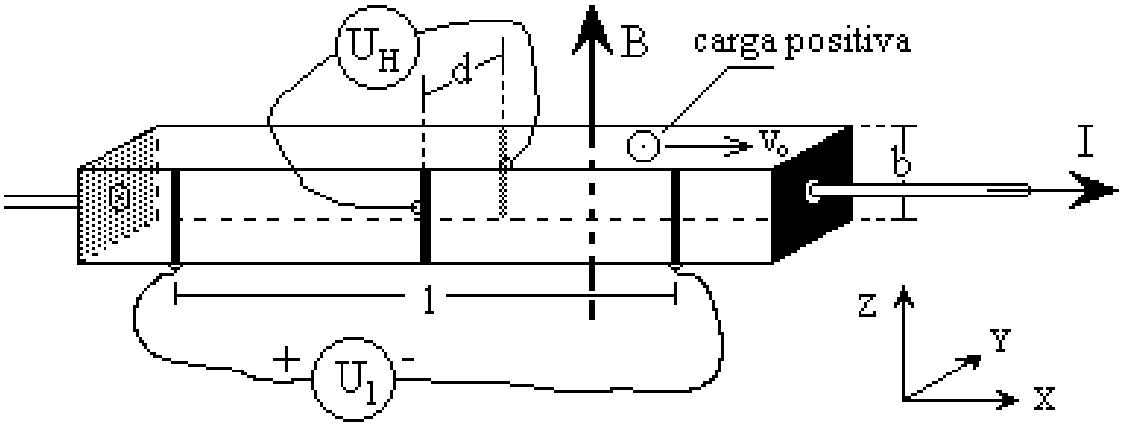

Fig.2. Muestra de Silicio y la disposición de las mediciones eléctricas realizadas [(1)].

1. Cuando el material tiene solamente un tipo de portador de carga.

Con fines ilustrativos y cuando sea pertinente nos referiremos a la Fig.2. La *resistencia eléctrica* **R** de la muestra se determina mediante la relación siguiente

$$\boxed{R = \frac{U_l}{I}}, \qquad (1)$$

cuya unidad de medida es el Ohm (Ω), donde U_l se mide en voltios (*V*) y la corriente eléctrica *I*, en amperios (*A*). Tenemos que la *magnitud del vector del campo eléctrico circuital*, $\mathbf{E_l}$, sería dado por

$$\boxed{E_l = \frac{U_l}{l}}, \qquad (2)$$

donde *l* es la longitud entre los puntos en que se mide la diferencia de potencial.

Derechos reservados conforme a Ley

La magnitud de intensidad de la corriente eléctrica se define por $I = \frac{Q}{t}$, (3)

donde **Q** es la *carga neta* y **t** el lapso de tiempo que tarda tal cantidad de carga en atravesar una sección transversal a la muestra de área igual a $S = b \cdot d$, donde **b** es el *espesor* y **d** el *ancho* de la muestra. Como $Q = N e$, entonces

$$I = \frac{\mathbf{N}\,\mathbf{e}}{\mathbf{t}} = \frac{n\,e\,S\,l}{t}, \qquad \text{ó} \qquad \boxed{I = n\,e\,S\,v_o}, \qquad (4)$$

donde **N** es el número de portadores que atraviesa el *área transversal* **S**, **e** es el *cuanto de carga* que lleva cada portador, el $\mathbf{v_o}$ sería la *velocidad de deriva media* de todos los portadores de carga sin aplicación de campo magnético, así el vector velocidad es paralelo al eje longitudinal de la muestra.

La magnitud vectorial de *densidad de corriente eléctrica* **j** se define por

$$j = \frac{I}{S}, \qquad \text{ó} \qquad \boxed{j = n\,e\,v_o}, \qquad (5)$$

por lo que *I* sería el producto escalar entre los vectores correspondientes de *j* y *S*. Entonces introduciendo la ec.(4) junto con la ec.(2) en la ec.(1) se obtiene que

$$R = \frac{\mathbf{E_l l}}{\mathbf{n\,e\,v_o\,S}}, \qquad \text{ó} \qquad R = \rho\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{S}}, \qquad (6)$$

donde **ρ** es el *coeficiente de resistividad eléctrica* $\rho = \frac{E_l}{n\,e\,v_o}$, (7)

cuya inversa viene a ser el *coeficiente de conductividad eléctrica,* **σ**, la cual se puede definir, también, como la razón de la densidad de corriente eléctrica al campo eléctrico causante, así

Derechos reservados conforme a Ley

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{R\,S}} = \frac{n\ e\ v_o}{E_1}, \qquad (8a)$$

ó $$\sigma = \frac{1\ n\ e\ v_o}{U_1} = \frac{\mathbf{1\,I}}{\mathbf{S\,U_1}}, \qquad \text{ó} \qquad \sigma = n\,e\,\mu, \qquad (8b)$$

donde se define la *movilidad eléctrica* **μ** como $$\mu = \frac{v_o}{E_1}, \qquad (9)$$

es decir que μ es una magnitud escalar que determina la proporcionalidad, o razón, entre dos magnitudes vectoriales: el campo eléctrico establecido y la velocidad de deriva media alcanzada por el portador de carga ante tal campo en el interior de una determinada estructura muestral. Pero para calcular la movilidad se debe primero obtener el valor del producto **n**·**e**, es decir de la *densidad de carga móvil*.

Luego con la ec.(5) o la ec.(9) es posible calcular la velocidad de deriva media v_o con la que se desplazan los portadores de carga. También, de la conjunción de la ec.(5) con la ec.(8b) y la ec.(9), se puede escribir la densidad de corriente como

$$\boxed{j = \sigma E_1}. \qquad (10)$$

2. Materiales con conducción mixta.

Si en la corriente eléctrica que atraviesa la muestra contribuye más de un tipo de portador de carga, se dice entonces que la conducción eléctrica es *mixta*. Así, se asumirá en el siguiente tratamiento que existen dos tipos de portadores de carga, uno positivo (vacancia) y el otro negativo (electrón).

Se debe advertir que el portador hueco es una vacancia en el orbital de valencia de algún átomo, es decir, la exclusión de un electrón de valencia, lo que equivale a la ausencia de una carga electrónica (*-e*) para satisfacer la neutralidad de carga. En otras palabras, ahora tiene en exceso

Derechos reservados conforme a Ley

una carga de electrón, pero positiva ($+e$). Esta vacante potencialmente puede ser ocupada por algún otro electrón, que se ubique en la zona de valencia sea del mismo átomo o de algún átomo vecino; de manera, que al ser ocupada por un electrón viajante en una dirección específica, sería observado como si la vacancia lo hiciera en la dirección contraria.

Entonces, tenemos que la densidad de corriente eléctrica j, ya no se puede expresar simplemente como se muestra en la ec.(5), sino como

$$j = j_p + j_n > 0, \qquad \text{ó} \qquad j = \pm n\, e\, v_o = p^+ e\, v_o^+ + n^- e\, v_o^-, \qquad (11)$$

donde $\mathbf{n}^-$ y $\mathbf{p}^+$, son respectivamente la *densidad electrónica*, y la *densidad de vacancias* en la muestra y $\mathbf{-v_o^-}$ y $\mathbf{v_o^+}$ son las respectivas velocidades de deriva medias de las mismas (vea Fig.3). Mientras que v_o sería la velocidad de deriva media considerada globalmente para todos los portadores de carga que hubiere dentro del material.

Como la densidad de corriente es siempre positiva se ha puesto el símbolo $\pm$. El signo menos será cuando la velocidad de deriva v_o resulte implícitamente negativa, es decir debida a los electrones.

NOTA IMPORTANTE: Siempre que aparezca, en esta monografía, un símbolo doble ($\pm$ ó $\mp$), el signo superior se referirá a la vacancia y el inferior al electrón.

Ahora, como la conductividad es un escalar, que determina la proporcionalidad entre j y E_l se tiene que, de $j = \sigma E_l$, entonces

$$\sigma = \frac{j}{E_l}, \qquad \text{ó} \qquad \sigma = p^+ e\, \frac{v_o^+}{E_l} + n^- e\, \frac{v_o^-}{E_l}, \qquad (12)$$

ó

$$\sigma = p^+ e\, \mu^+ + n^- e\, \mu^-, \qquad (13)$$

Derechos reservados conforme a Ley

donde μ^- y μ^+ son las movilidades correspondientes a electrones y vacancias de la muestra. De la ec.(13) puede definirse las conductividades específicas para electrones y vacancias:

$$\sigma^- = n^- e \mu^-, \qquad \text{y} \qquad \sigma^+ = p^+ e \mu^+. \qquad (14)$$

3. La densidad de portadores de carga de un conductor mixto.

En las ecuaciones anteriores, y en las subsiguientes, donde aparece *n* o la densidad de portadores de carga, ésta es determinada, por:

$$n = n^- + p^+, \qquad (15)$$

donde, por supuesto, n^- es la concentración electrónica mientras que p^+ es la de las vacancias.

Derechos reservados conforme a Ley

CAPÍTULO II

EL COEFICIENTE DE HALL

1. El Efecto Hall.

Al aplicarse un campo magnético *B* se genera una fuerza transversal, que tira de cada portador de carga en movimiento con velocidad de deriva $\mathbf{v_o}$, dirigida ortogonalmente al sentido de la intensidad de corriente que atraviesa a la muestra. Los portadores de carga existentes tienden a acumularse lateralmente, al ser jalados por aquella fuerza de origen magnético que es denominada *fuerza de Lorentz* $\mathbf{F_B}$.

La acumulación lateral de portadores de carga genera una *fuerza eléctrica transversal de Hall*, $\mathbf{f_H}$, con sentido opuesto a la fuerza de Lorentz, que afecta a su vez a cada portador de carga. De modo que, el valor de $\mathbf{f_H}$ crece rápidamente hasta alcanzar un máximo, $\mathbf{F_H}$, resultando igual al valor correspondiente a la fuerza de Lorentz establecida; contrarrestándola, llevando al fenómeno de acumulación de portadores de carga a un valor de saturación.

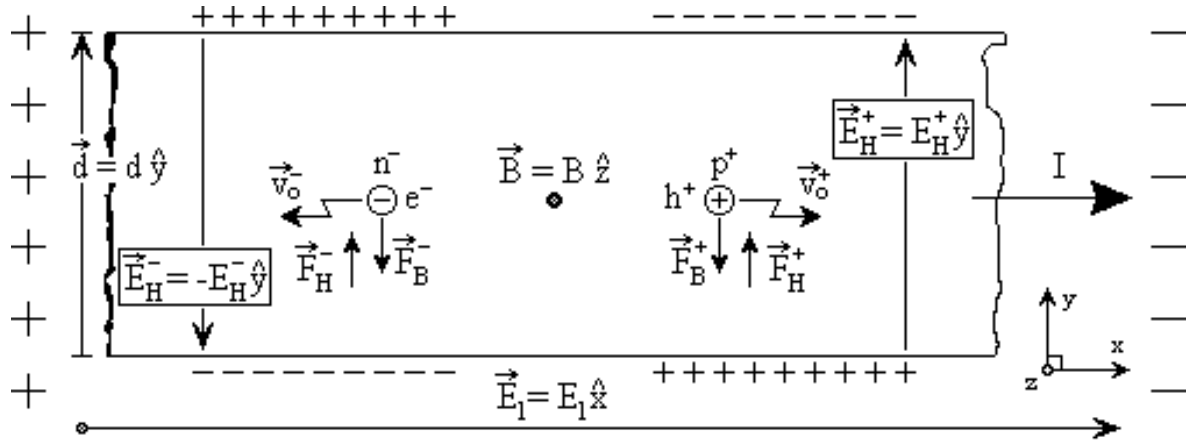

Fig.3.- Magnitudes vectoriales involucradas en el efecto Hall.

Elaboración y diseño en formato PDF por la Oficina General del Sistema de Bibliotecas y Biblioteca Central de la UNMSM

Derechos reservados conforme a Ley

Como tal fuerza eléctrica, aplicada a cada portador de carga, es proporcional al campo generado magnéticamente, las magnitudes involucradas se relacionan (vea la Fig.3) por

$$F_H = \pm e\, E_H > 0, \qquad (16)$$

donde $\mathbf{E_H}$ es el *campo eléctrico transversal de Hall* desarrollado, el cual es debido al campo conjunto de un gran número de cargas desplazadas que actúan con una fuerza F_H, siempre positiva, sobre cada cuanto de carga. El signo inferior será cuando E_H resulte, implícitamente, negativo.

Ahora este campo E_H es en verdad el resultado de dos *campos eléctricos transversales de Hall específicos al tipo de portador*, $\mathbf{E_H^+}$ y $\mathbf{E_H^-}$, de naturaleza distinta y desarrolladas respectivamente por las vacancias y por los electrones desplazados. Así tenemos que:

$$E_H = E_H^+ - E_H^-, \qquad (17)$$

donde $E_H^+ > 0$, es debido al total de las vacancias acumuladas,
$-E_H^- < 0$, debido al total de los electrones acumulados, (18)

así la $E_H > 0$, si las vacancias (o huecos) fueran mayoritarias,
$E_H < 0$, si los electrones fueran mayoritarios. (19)

Derechos reservados conforme a Ley

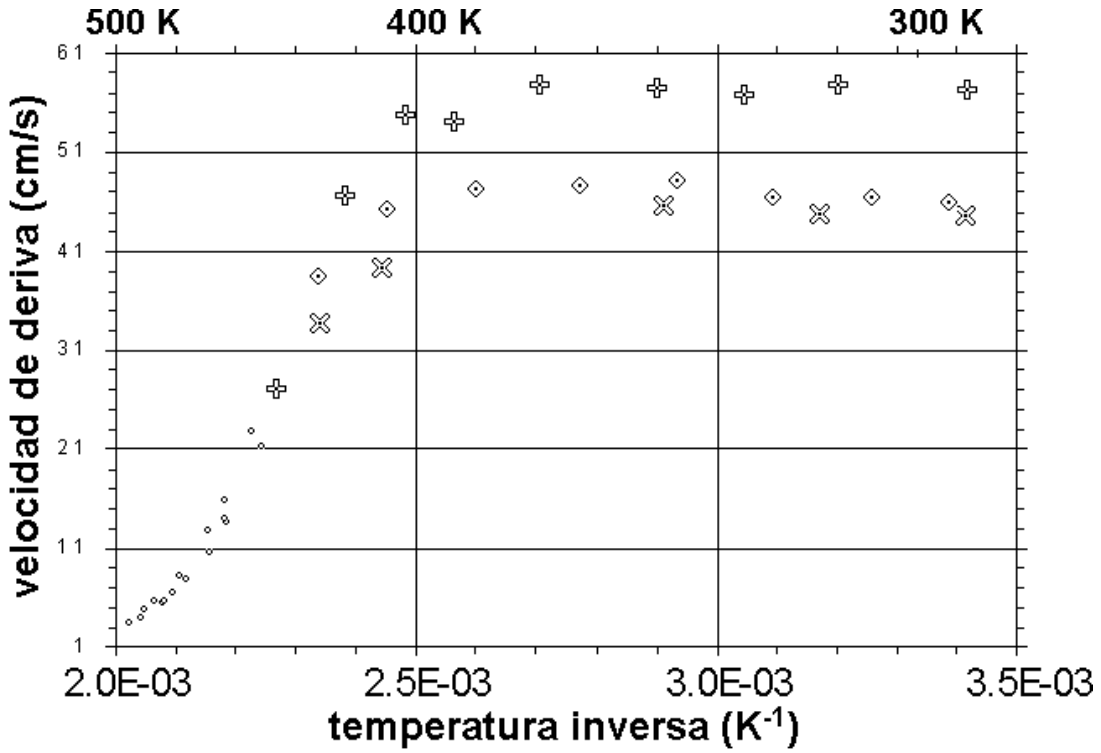

Fig.4.- Gráfica que muestra la variación de la velocidad de deriva v_o (en unidades de cm/s) conforme al inverso de la temperatura absoluta en kelvin, v_l versus T^{-1}. Las aspas representan a la muestra #1, los rombos a la muestra #3, y las cruces a la muestra #6.

La fuerza de Lorentz actuante en cada portador, electrónico o vacancial, está dada (vea la Fig.3) por

$$F_B = \mp e\, v_o\, B < 0, \qquad (20)$$

el signo superior (aquí es menos) es cuando v_o se debe a las vacancias, de modo que la F_B sea siempre negativa. Así $F_H + F_B = 0$, entonces $F_H = -F_B > 0$, y $e\, E_H = e\, v_o\, B$,

ó $$\boxed{E_H = v_o\, B}, \qquad (21a)$$

donde la ec.(21a) determina de manera unívoca la velocidad de deriva media de un portador de carga.

Derechos reservados conforme a Ley

La magnitud de la velocidad de deriva media, v_o, tiende a disminuir con el aumento de la temperatura, según podemos apreciarla en la Fig.4. Pero, considerando la ec.(5) moderada por el signo, también se puede escribir como

$$E_H = \pm \frac{jB}{n\,e}. \qquad (21b)$$

2. Cálculo de la densidad de los portadores de carga.

Recordando las ec.(4 y 5):

$$\boxed{I = \pm n\,e\,S\,v_o}, \qquad \text{y} \qquad \boxed{j = \pm n\,e\,v_o}, \qquad (22)$$

donde **I** y $\mathbf{v_o}$ son respectivamente la *intensidad de corriente eléctrica* y la *velocidad de deriva media*. Y de las ec.(16) y ec.(21), siendo $U_H = E_H\,d = v_o\,B\,d$, entonces

$$\boxed{v_o = \frac{U_H}{B\,d}}, \qquad \text{ó} \qquad v_o = \frac{E_H}{B\,d\,l}. \qquad (23)$$

El signo de la diferencia de potencial de Hall dependerá del tipo de portador que sea mayoritario en la muestra. Ahora si v_o se expresa análogamente a la ec.(4), es decir como en la ec.(22), entonces, se tiene que la diferencia de potencial de Hall, U_H, es

$$U_H = \pm \frac{1}{n\,e} \cdot \frac{B\,I}{b}, \qquad (24)$$

es necesario observar, que si medimos el voltaje de Hall, U_H, este resultará positivo o negativo, según sea el signo de la carga del portador mayoritario. Este de acuerdo al sistema de referencia adoptado, referido en la Fig.3.

Derechos reservados conforme a Ley

Sin embargo, si en nuestro tratamiento consideramos la distribución de velocidades de los portadores de carga, observaríamos, que como ésta depende del tiempo de relajación, τ (entre dos choques del electrón), producirá una relación ligeramente diferente. Es decir:

$$U_H = \pm \frac{r_H}{n\,e} \cdot \frac{B\,I}{b}, \qquad (25)$$

donde r_H es un número denominado *factor de Hall*, que según sea la naturaleza de la dispersión de los portadores de carga puede tomar uno de tres valores: si existe sólo dispersión por oscilaciones acústicas de la red cristalina es $3\pi/8$ (=*1.1781*), si es sólo por impurezas iónicas es *1.98*, y si es sólo por impurezas neutrales es igual a la unidad [3]. Por supuesto que puede haber valores intermedios según existan las condiciones, que permitan la conjunción de fuentes de distinta naturaleza dispersiva. Hasta incluso, cabe la posibilidad de que sus efectos sean compensados parcialmente cuando hay más de un tipo de portador de carga, como es el caso de electrones acompañados de vacancias o viceversa. El *coeficiente de Hall* se define por

$$R_H = \pm \frac{r_H}{n\,e}, \quad \text{o también como} \quad R_H = \frac{b\,U_H}{B\,I}, \qquad (26a)$$

y si incluímos el ancho de la muestra d (ver Fig.2 y Fig.3), considerando el campo eléctrico de Hall, se puede escribir como

$$R_H = \frac{E_H}{j\,B}, \qquad (26b)$$

entonces la ec.(25) se puede escribir como

$$U_H = R_H \cdot \frac{B\,I}{b}, \qquad (27)$$

Derechos reservados conforme a Ley

Ahora se puede calcular la *densidad de carga móvil*; es decir, el valor del producto **n· e** del material en estudio. Así:

$$\boxed{n \cdot e = \pm r_H \frac{I B}{U_H b}}, \qquad (28)$$

con el cálculo de $n\cdot e$ por la ec.(28), se puede obtener luego la velocidad de deriva media v_o del portador de carga con la ec.(5); para así calcular los demás parámetros medios, aplicando las ecuaciones dadas en la ec.(6).

También con la información proporcionada por la ec.(28) se hace posible con la ec.(9) el cálculo de la movilidad eléctrica μ del material. Así, la densidad de portadores de carga n está dada por

$$\boxed{n = \pm \frac{r_H}{e} \cdot \frac{I B}{U_H b}}. \qquad (29)$$

3. Cálculo de la movilidad eléctrica y la movilidad de Hall del material.

De la ec.(9), la movilidad de los portadores en el material, se escribiría, entonces como;

$$\mu = \frac{\sigma}{\mathbf{n}\,\mathbf{e}}, \qquad (30)$$

pero, de acuerdo con la sección anterior, mejor se escribiría como,

$$\mu = \pm R_H \sigma, \qquad (31)$$

entonces trabajando con la ec.(8b) y la ec.(27) en la ec.(31) se obtiene:

$$\boxed{\mu = \pm \frac{U_H l}{U_l B d}}, \qquad (32)$$

Derechos reservados conforme a Ley

donde el signo válido, será el mismo de la carga del portador mayoritario; l y d son las distancias, que median entre los puntos de medición de las diferencias de potencial U_l y U_H respectivamente.

Según se observa en la Fig.5, en el rango de temperaturas muy bajas, la movilidad muestra un incremento paulatino. Entonces, al incrementarse la temperatura, se observa que alcanza un máximo, para luego ir disminuyendo progresivamente.

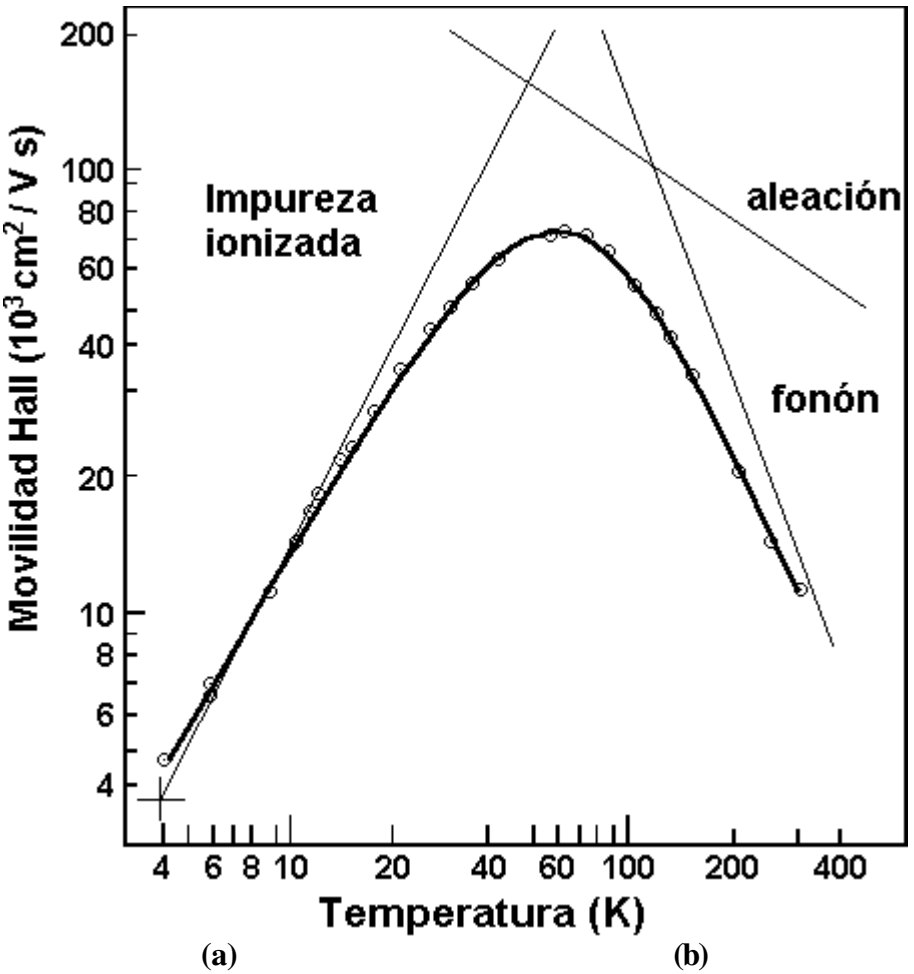

Fig.5. Mecanismos de dispersión de una estructura aleativa semiconductora. La curva sólida está ajustada a los datos cerca de la movilidad máxima.

Derechos reservados conforme a Ley

Ello, se explica, porque los mecanismos de dispersión imperantes a muy bajas temperaturas, son los debidos a impurezas neutrales y a dislocaciones de la red; mientras, que a temperaturas más altas, aquellas van teniendo menor importancia en comparación de la dispersión por impurezas ionizadas ($\mu \sim T^{+3/2}$). Por último, en el rango de más altas temperaturas, es decir temperaturas próximas y menores a la del medio ambiente normal, la dispersión es esencialmente fonones acústicos (vibraciones longitudinales de la red cristalina: $\mu \sim T^{-3/2}$).

Un fonón es una interacción entre un portador de carga y una onda térmica que se manifiesta como una onda corta acústica viajante por la red.

Es claro, que como a la vez actúan otros mecanismos dispersivos el exponente tiende a ser diferente a los que hemos indicado, que correspondería a situaciones ideales en las que los mecanismos dispersivos señalados se presentan puros. Además, también contribuyen dispersiones debidas a oscilaciones ópticas de la red (fonón óptico o vibración transversal de la estructura cristalina: $\mu \sim T^{-2}$ cuando $T > 100\ K$), a oscilaciones bifonónicas, y a portadores de carga, los dos últimos, no se discuten en el presente trabajo.

4. Relación entre el Coeficiente de Hall y la movilidad del portador de carga.

Según la Fig.2, la ec.(32) puede escribirse también como

$$\boxed{\mu = \pm \frac{E_H}{E_l B}}, \qquad (33)$$

donde B es el campo magnético al que es expuesta la muestra; mientras que E_l y E_H son los campos eléctricos circuital y de Hall respectivamente. Las densidades de corriente Hall específicas al tipo de portador serían

Derechos reservados conforme a Ley

$$j_{pH} = \mp \sigma^{+} E_H^{+} = \mp p^{+} e \mu^{+} E_H^{+}, \qquad \text{y} \qquad j_{nH} = \pm \sigma^{-} E_H^{-} = \pm n^{-} e \mu^{-} E_H^{-}, \qquad (34)$$

donde los E_H^{+} y E_H^{-}, ya definidos en la ec.(17) y la ec.(18), son los campos eléctricos de Hall electrónico y de las vacancias respectivamente. El signo superior corresponde cuando las vacancias son mayoritarias, mientras que el signo inferior cuando son mayoritarios los electrones. Así tenemos, que según sea el signo del campo eléctrico de Hall total de la Fig.3 y la ec.(19), se tiene lo siguiente: si los electrones son los mayoritarios, $j_{pH} > 0$ y $j_{nH} < 0$, y si más bien las vacancias resultan mayoritarias, entonces $j_{pH} < 0$ y $j_{nH} > 0$.

Considerando la ec.(21b) para aquellos campos se tiene lo siguiente

$$E_H^{+} = \frac{j_p B}{p^{+} e} = \frac{\sigma^{+} E_l B}{p^{+} e} = \frac{p^{+} e \mu^{+} E_l B}{p^{+} e} = \mu^{+} E_l B, \qquad (35a)$$

$$-E_H^{-} = -\frac{j_n B}{n^{-} e} = -\frac{\sigma^{-} E_l B}{n^{-} e} = -\frac{n^{-} e \mu^{-} E_l B}{n^{-} e} = -\mu^{-} E_l B, \qquad (35b)$$

ahora considerando la ec.(35) en la ec.(34) se obtienen

$$j_{pH} = \mp p^{+} e \mu^{+2} E_l B, \qquad \text{y} \qquad j_{nH} = \pm n^{-} e \mu^{-2} E_l B, \qquad (36)$$

se recuerda que el signo superior es cuando las vacancias son mayoritarias, y el inferior cuando lo son los electrones, entonces $j_H = j_{pH} + j_{nH} < 0$, ó $j_H = \mp p^{+} e \mu^{+2} E_l B \pm n^{-} e \mu^{-2} E_l B$,

es decir $$j_H = \mp (p^{+} \mu^{+2} - n^{-} \mu^{-2}) e E_l B, \qquad (37)$$

de modo que la densidad de corriente de Hall es siempre negativa. Ahora, considerando la ec.(10) y la ec.(26b), tenemos que el coeficiente de Hall R_H

Derechos reservados conforme a Ley

$$R_H = \frac{E_H}{j\,B} = \mp \frac{j_H/\sigma}{\sigma\, E_1 B}, \qquad (38)$$

el signo superior es cuando las vacancias (es decir, huecos) son mayoritarias. Ahora considerando en la ec.(38) a la ec.(13), $\sigma = p^+ e\, \mu^+ + n^- e\, \mu^-$, entonces

$$R_H = \frac{(p^+ \mu^{+2} - n^- \mu^{-2})\, e}{\sigma^2}, \qquad \text{entonces} \qquad R_H = \frac{(p^+ \mu^{+2} - n^- \mu^{-2})}{e(p^+ \mu^+ + n^- \mu^-)^2}, \qquad (39)$$

así, se tiene, que si la razón de la movilidad electrónica a la de las vacancias se representa por el número positivo siguiente: $g = \mu^-/\mu^+$, e incluyendo el factor de Hall, entonces

$$R_H = r_H \frac{p^+ - g^2 n^-}{e(p^+ + g\, n^-)^2}. \qquad (40)$$

Derechos reservados conforme a Ley

CAPÍTULO III

ESTADÍSTICA DE LOS PORTADORES DE CARGA DEL SEMICONDUCTOR

1. Introducción.

Cada material suele presentar varias bandas, tanto de conducción (BC) como de valencia (BV), pero las más importantes son precisamente las más cercanas a la *banda prohibida* o *Gap*. Así, tenemos, que el silicio tiene una banda de conducción principal por donde van los electrones, y dos bandas de valencia de importancia por donde transitan las vacancias (huecos) pesadas y livianas respectivamente (ver Fig.6).

Derechos reservados conforme a Ley

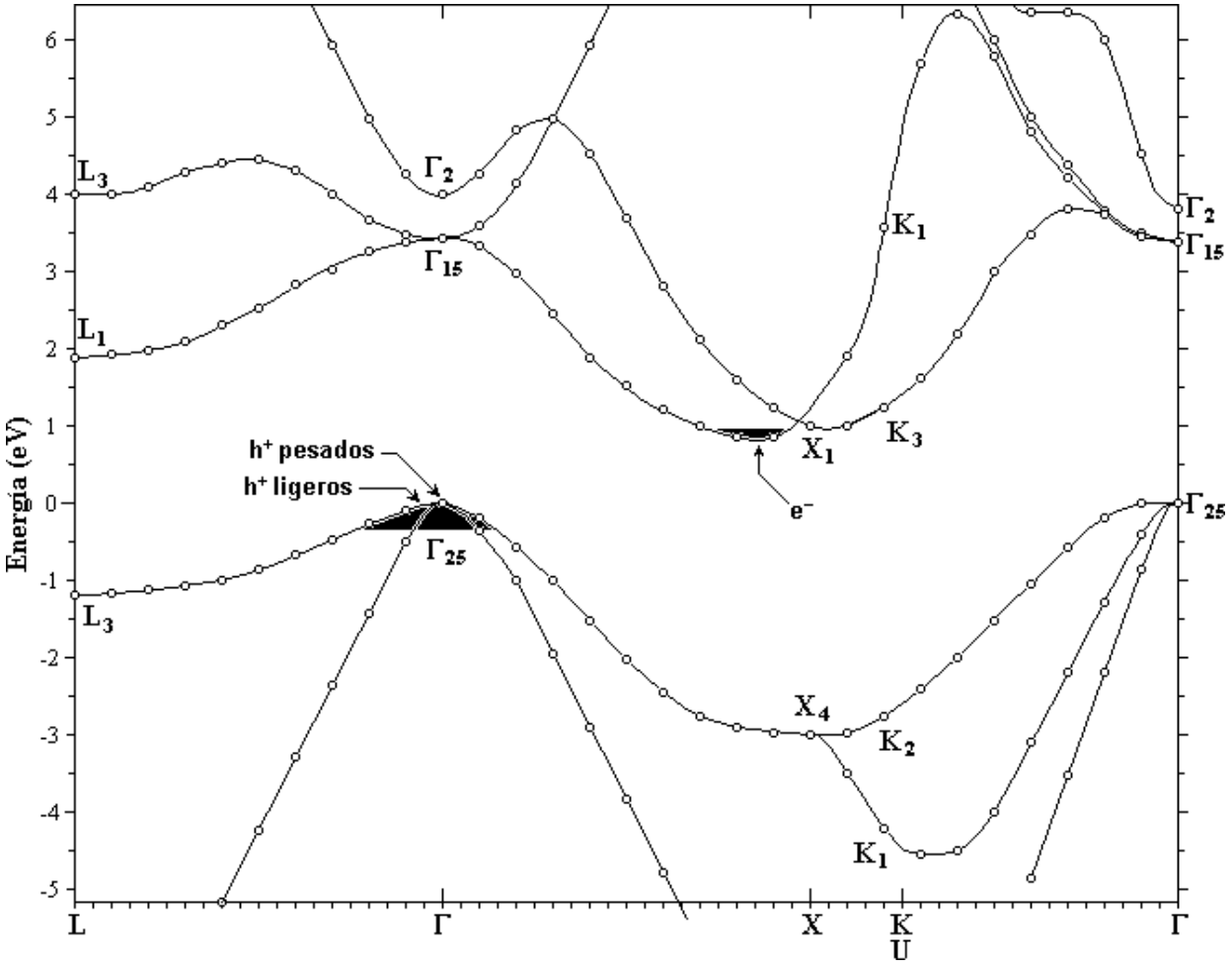

Fig.6.- Estructura de la banda de energía del silicio extraída del Phys. Rev. 141, 789 (1966) por M.L. Cohen y T.K.Bergstresser.

Cada banda puede tener hasta tres valores diferentes de la masa efectiva de un mismo tipo de portador de carga, dependiendo de la dirección cristalográfica de desplazamiento. Ello está relacionado con la estructura cristalina particular y de la estructura de las bandas de energía.

La densidad de portadores de carga se determina en general por la siguiente integral [2, 3, 4]

$$n = \int_{E_1}^{E_2} f(E)\, N(E)\, dE, \qquad (41)$$

Derechos reservados conforme a Ley

donde *f(E)* es la función de distribución, *N(E)* es la densidad de estados, y E_1 y E_2 son los límites inferior y superior de los valores de energía consideradas en la integral.

2. La Función de distribución.

Con la *f(E)* se valora la probabilidad de llenado del estado de energía *E* dado. Como el presente estudio se hace en condición de equilibrio térmico de electrones y vacancias libres, que son fermiones, es decir partículas de espín semientero descritas por funciones de onda antisimétricas y que obedecen el principio de Pauli; entonces es pertinente el uso de la *distribución de Fermi-Dirac*, $f_e(E)$ para electrones en la BC y $f_h(E)$ para las vacancias en la BV:

$$f_e(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}, \quad \text{y} \quad f_h(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E}{k_B T}\right)}, \tag{42}$$

donde k_B es la *constante de Boltzman*, E_F es la *energía del nivel de Fermi*, que dicho sea de paso se define como la energía cuya probabilidad de que un electrón ocupe un estado con dicha energía es un medio. Si las condiciones dadas ocasionan que el término exponencial sea mucho mayor a la unidad que lo acompaña en el denominador, ella será ignorada y la distribución se reduce a la *distribución clásica de Maxwell-Boltzman*:

$$f_e(E) = \exp\left(\frac{E_F - E}{k_B T}\right), \quad \text{y} \quad f_h(E) = \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right). \tag{43}$$

3. La densidad de estados.

La *N(E)* se define como el número de estados en el intervalo unitario de energía para el cristal de volumen unitario. La densidad de estados está dada para el fondo de la BC como

Derechos reservados conforme a Ley

$$N_e(E) = 4\pi \left(\frac{2\, m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{E_C - E_F}, \qquad \text{para } E_C > E_F, \qquad (44a)$$

donde *h* es la *constante de Planck*; E_C y E_F son respectivamente la energía del fondo de la BC y la energía de Fermi, m_e^* es la *masa efectiva electrónica reducida*. La densidad de estados para el tope de la BV está dada por

$$N_h(E) = 4\pi \left(\frac{2\, m_h^*}{h^2}\right)^{3/2} \sqrt{E_F - E_V}, \qquad \text{para } E_F > E_V, \qquad (44b)$$

donde E_V es la energía del tope de la BV, m_h^* es la *masa efectiva de la vacancia reducida*. Pero en el caso de la BV, como se puede ver en la Fig.5 coinciden dos bandas una para vacancias (o huecos) pesadas y otra para las ligeras con masas efectivas reducidas respectivamente simbolizadas por m_{hp}^* y m_{hl}^*. Entonces, como cada banda tiene su propia densidad de estados, se suman para dar la densidad de estados para el tope de la BV, por ello la masa efectiva que aparece en la ec.(44b) sería la siguiente

$$m_h^{*\,3/2} = m_{hp}^{*\,3/2} + m_{hl}^{*\,3/2}. \qquad (45)$$

4. La concentración de los portadores de carga.

Entonces usando la ec.(41) con la ec.(43) y la ec.(44), se está expedito para definir la densidad electrónica (n^-) en el fondo de la BC y la densidad de vacancias libres (p^+) en el tope de la BV, así

$$n^- = 4\pi \left(\frac{2\, m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} \int_{E_C}^{+\infty} \sqrt{E_C - E_F}\, \exp\left(\frac{E_F - E}{k_B T}\right) dE, \qquad (46a)$$

Derechos reservados conforme a Ley

$$p^{+} = 4\,\pi \left(\frac{2\,m_h^{*}}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_V} \sqrt{E_F - E_V}\, \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) dE, \qquad (46b)$$

ecuaciones que son válidas para *semiconductores extrínsecos no degenerados*. Es decir que para un *semiconductor tipo n* (*por exceso*: contiene *impurezas donadoras*) hay una diferencia de al menos un k_BT entre el nivel de Fermi y el fondo de la BC, análogamente para un *semiconductor tipo p* (*por defecto*: contiene *impurezas aceptoras*) la separación del nivel de Fermi con el tope de la BV es de al menos un k_BT.

Las ec.(46) desarrolladas obtienen el siguiente resultado

$$n^{-} = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{k_B T}\right), \qquad \text{y} \qquad p^{+} = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right), \qquad (47)$$

donde N_C y N_V se denominan respectivamente la *densidad efectiva de estados en la BC* y la *densidad efectiva de estados en la BV*, definidas por

$$N_C = 2\left(\frac{2\pi m_e^{*} k_B T}{h^2}\right)^{3/2}, \qquad \text{y} \qquad N_V = 2\left(\frac{2\pi m_h^{*} k_B T}{h^2}\right)^{3/2}. \qquad (48)$$

5. La ley de masas y la densidad de portadores de carga intrínseca.

Si efectuamos el producto de las ec.(47), densidades de electrones y de vacancias libres para un semiconductor extrínseco, aquél tiene la peculiaridad de ser igual al cuadrado de la densidad de los portadores de carga libres (n_i) del *semiconductor intrínseco* (semiconductor sin impurezas) a una temperatura dada (*ley de masas*). Por supuesto, sólo en el caso de semiconductores no degenerados cuyos portadores de carga libres estén en equilibrio térmico. Así

Derechos reservados conforme a Ley

como $n_i^- = p_i^+ = n_i$, entonces $n^- \cdot p^+ = n_i^2$, (49)

y considerando a $E_C - E_V = E_g$, donde E_g sería el ancho del gap o de la banda prohibida, ahora se puede escribir lo siguiente

$$n_i = \frac{2^2\left(2\ \pi\ k_B\right)^{3/2}\left(m_e^* m_h^*\right)^{3/4} T^{3/2}}{h^3} \mathrm{Exp}\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right). \qquad (50)$$

6. Cálculo del ancho de la banda prohibida.

También para cualquier material dentro del régimen intrínseco se puede arreglar la ec.(50) de modo que presente el siguiente aspecto,

$$\ln\left(\frac{n_i^2}{T^3}\right) = \ln\left[\frac{2^4\left(2\ \pi\ k_B\right)^3\left(m_e^* m_h^*\right)^{3/2}}{h^6}\right] - \frac{E_g}{k_B T}, \qquad (51)$$

así se la puede representar como: $y = C + Dx$, (52)

donde C y D son constantes, y las variables responden a: $x = T^{-1}$, $y = ln(n_i^2/T^3)$. Así

$$C = \ln\left[\frac{2^4\left(2\ \pi\ k_B\right)^3\left(m_e^* m_h^*\right)^{3/2}}{h^6}\right], \qquad \text{y} \qquad D = -\frac{E_g}{k_B}, \qquad (53)$$

y disponiendo de una colección de datos a diferentes temperaturas, asumiendo que E_g no varía significativamente en el rango de altas temperaturas y por el método de regresión lineal se pueden determinar dichos coeficientes.

Derechos reservados conforme a Ley

Una gráfica típica de la ec.(51) se muestra en la línea recta de pendiente negativa, al lado izquierdo de la Fig.7, rango que correspondería al comportamiento intrínseco. Más hacia la derecha, donde se localizaría el rango de saturación, se observa una desviación paulatina de la magnitud $ln[n_i^2/T^3]$ de la horizontal, la que es debida principalmente a la influencia de la magnitud T dentro del logaritmo.

A Bajas Temperaturas ($T < 50\ K$) la excitación térmica de los átomos de impurezas donadoras es suficiente para la generación de electrones libres que pasan a los niveles donadores y contribuyan en la conducción.

En los semiconductores extrínsecos sometidos a altas temperaturas ($T > 200\ ^\circ C = 500\ K$) se suscita la excitación de los electrones de la BV y empieza a observarse un incremento de la densidad de portadores propio de materiales intrínsecos. Entre los $50\ K$ y los $500\ K$ prácticamente todos los donadores se ionizan, es la región denominada de agotamiento de los donadores. En este rango la gráfica de *ln(n) versus T inversa* suele ser una línea horizontal lo que permite medir fácilmente hasta un valor muy pequeño de impurezas.

Derechos reservados conforme a Ley

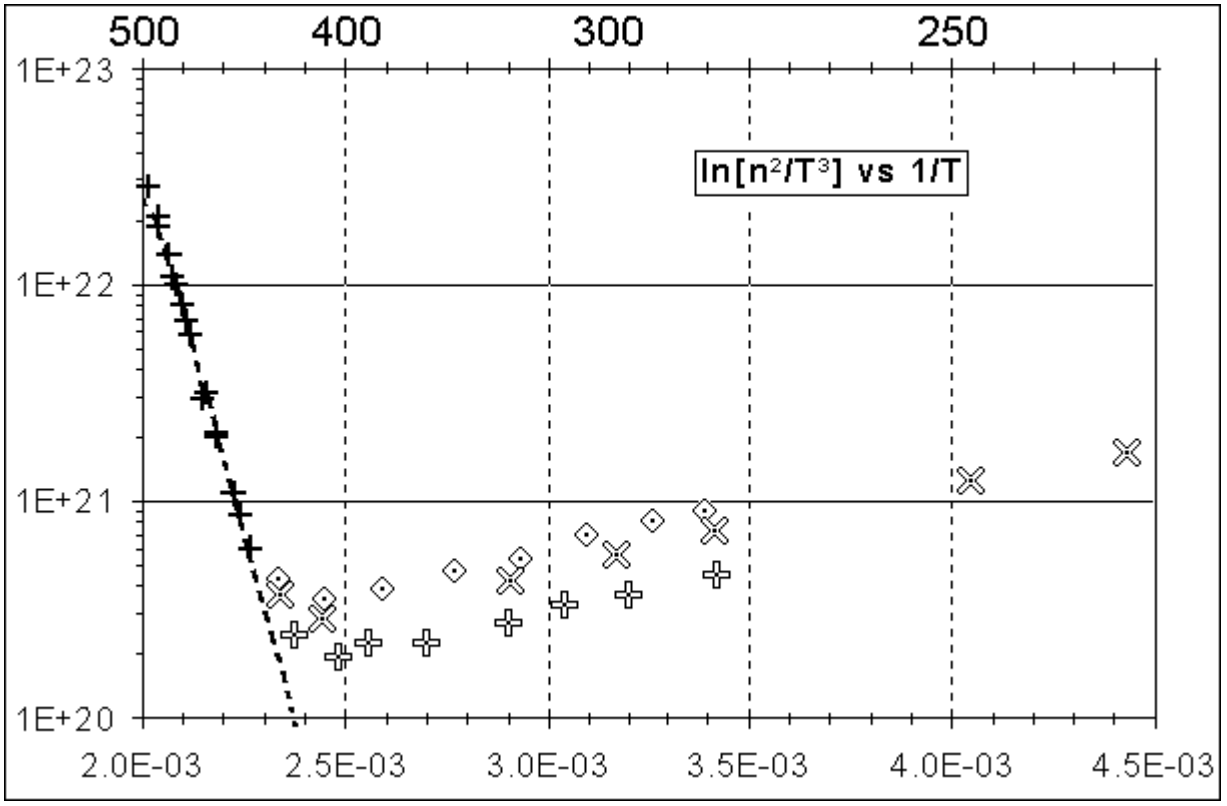

Fig.7.- Gráfica de los resultados experimentales para tres muestras considerando (n_i^2 T^{-3}) vs T^{-1}, donde n_i se da en unidades de cm^{-3} y T es la temperatura absoluta en unidades de kelvin. La línea recta de pendiente negativa corresponde a la región intrínseca. Las aspas representan a la muestra #1, los rombos a la muestra #3, y las cruces a la muestra #6.

Derechos reservados conforme a Ley

CAPÍTULO IV

CONFIGURACIÓN Y EFECTOS EXPERIMENTALES

1. Objetivo experimental.

A fin de hacer una estimación de las características eléctricas de las muestras de silicio utilizando el efecto Hall se hace imprescindible medir dos magnitudes: el efecto Hall y la conductividad de la muestra. El potencial de Hall se puede medir directamente si se dispone convenientemente los medios instrumentales, realizado aquello se puede calcular la densidad de portadores de carga mediante la ec.(29) que se dedujo en el Capítulo II.

Con respecto a la conductividad muestral tenemos la ec.(8b), es decir $\sigma = n\ e\ \mu$, pero considerando que R_H está dado por la ec.(26a), entonces la movilidad se determina por la siguiente relación: $\mu_H = R_H\ \sigma$. Si el factor $r_H \neq 1$, entonces μ se calcula por el factor de Hall conveniente. Se reconoce esto, llamando a la movilidad resultante, μ_H, como *"μ Hall"*.

2. Disposición instrumental.

Imaginemos una muestra de una sustancia específica como *carga de trabajo eléctrica* de un circuito simple, (Fig.8(a)), de forma que a través de la cual y longitudinalmente pasa una *corriente eléctrica* **I** (Fig.8(b)). Denominaremos carga de trabajo al material (eléctrico), para el caso un resistor o conjunto de estos, cuya resistencia (eléctrica) es mucho mayor al de los medios de conexión y de sustentación de energía del circuito, como alambrados y baterías.

Para efectuar la medición de las magnitudes que nos servirán para su caracterización eléctrica colocamos cuatro contactos, tres de un lado y uno en el otro, dos de los contactos laterales distanciados en *l* se utilizarán para medir la *diferencia de potencial de carga* $\mathbf{U_l}$, y los otros dos

Derechos reservados conforme a Ley

contactos lateralmente opuestos y distanciados en *d* servirán para la medición de la *diferencia de potencial de Hall* $\mathbf{U_H}$, como se aprecia en la Fig.8(b) [1].

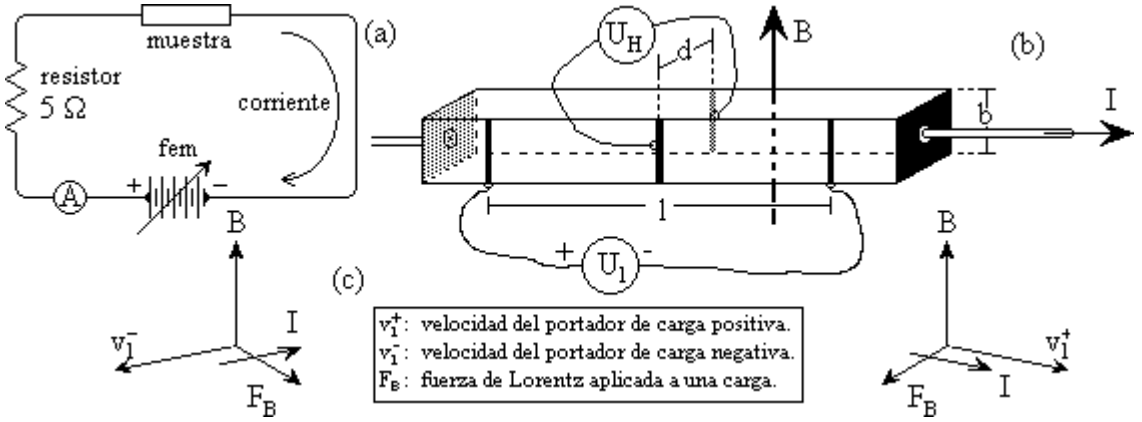

Fig.8.- Disposición de la muestra para la observación del efecto Hall. (a) Bosquejo del circuito, (b) características físicas y disposición de la muestra, (c) relación de la velocidad de deriva específica al tipo de portador de carga con otras magnitudes involucradas.

Los contactos óhmicos necesarios para efectuar las mediciones eléctricas se hicieron de galio (*Ga*) aplicados mediante un suave friccionamiento en los puntos requeridos de la superficie de la muestra de silicio con la parte aguzada de una pequeña pieza de aluminio (*Al*) usada a modo de pluma fuente [1].

El campo magnético, *B*, aplicado fue de *0.725 Tesla*. El cálculo de *I*, cuyo valor durante la experiencia se mantuvo aproximadamente en *5mA*, se efectuó en base a la medición de la caída de potencial en el resistor, de aproximadamente *5Ω*, mediante un voltímetro digital (*Keithley 171*) en paralelo al mismo según podemos apreciar en la Fig.8(a).

La forma usada para la muestra en estas experiencias suele ser laminar o paralelepípeda (Fig.8b) según las características del material o los requerimientos experimentales. Por ejemplo, en metales se recurre frecuentemente a una muestra en forma de tira o lámina, en tal caso los contactos serían cuasipuntuales. La naturaleza de los contactos también puede variar según las

Derechos reservados conforme a Ley

características del experimento, así tenemos que para materiales semiconductores se podría recurrir a contactos cuasipuntuales o cuasilineales de *Ga*.

El material utilizado en los experimentos provino de una barra de silicio. Mediante una sierra de alambre, la barra fue trozada en rodajas para luego de sucesivos cortes extraer piezas paralelepípedas burdas de aproximadamente $2 \times 2 \times 15\ mm^3$. Las superficies de las cuales fueron pulimentadas con pasta de pulido (*carburo de silicio*) de *grano 800*, procediéndose a limpiarlas por hervor en una solución acuosa de *hidróxido de sodio* (*NaOH*) durante *5 minutos*.

El portador o fijador de las muestras para efectuar las medidas (*portamuestras*) se componía de una platina rectangular de fibra de vidrio como base, más seis pequeños fijadores corredizos y conductivos construidos de alambre de cobre, y sus respectivas conexiones al exterior. Un cilindro macizo de latón fue cortado longitudinalmente en dos partes, para ser fresado y taladrado apropiadamente para dar cabida a la platina, de modo que, por debajo de ésta, pasen longitudinalmente las conexiones, y que por encima cupieran la muestra; además de los fijadores con sus tuercas y tornillos. Así, una de las caras de la platina junto con las conexiones y las tuercas de los fijadores fueron inmovilizadas y pegadas con una goma cerámica al fondo interno de una de las secciones semicilíndricas. Por último, se ensambla el cilindro manteniendo juntas sus dos secciones mediante un par de tornillos en cada uno de los extremos. Además, por uno de los extremos del cilindro se ha horadado una abertura suficientemente grande permitiendo el paso del paquete de conexiones, los cuales posibilitan el seguimiento y medición de las diversas manifestaciones eléctricas de la muestra con los aparatos pertinentes.

También, se diseño un hornillo en forma de tubo hueco donde justamente entrara el sistema portamuestra, descrito en el párrafo anterior [(1)]. Dicho tubo de cobre fue exteriormente cubierto por un cemento blanco dieléctrico, luego del secado, se rodeó de un embobinado de alambre de *Nichrom* fijándolo y cubriéndolo totalmente con el mismo cemento especial. El embobinado fue realizado procurando que su contribución magnética fuera despreciable, es decir, una bobina acompañada de su contrabobina.

Derechos reservados conforme a Ley

3. Acopio y arreglo de la información.

La Fig.9 muestra, en función de la temperatura inversa, la cantidad $1/(R_H\, e)$, determinada por la ec.(26a), es decir la densidad de portadores n, que en la figura se indica con el símbolo +. Por supuesto que en nuestro caso la n es mayoritariamente debida a la contribución electrónica. Se nota un nivel constante para todas las temperaturas menores de $400\ K$, lo que debe interpretarse como el nivel de ionización saturada de los átomos donadores del dopado. A temperaturas más elevadas, $1/(R_H\, e)$ aumenta exponencialmente, como se espera en un régimen intrínseco.

Derechos reservados conforme a Ley

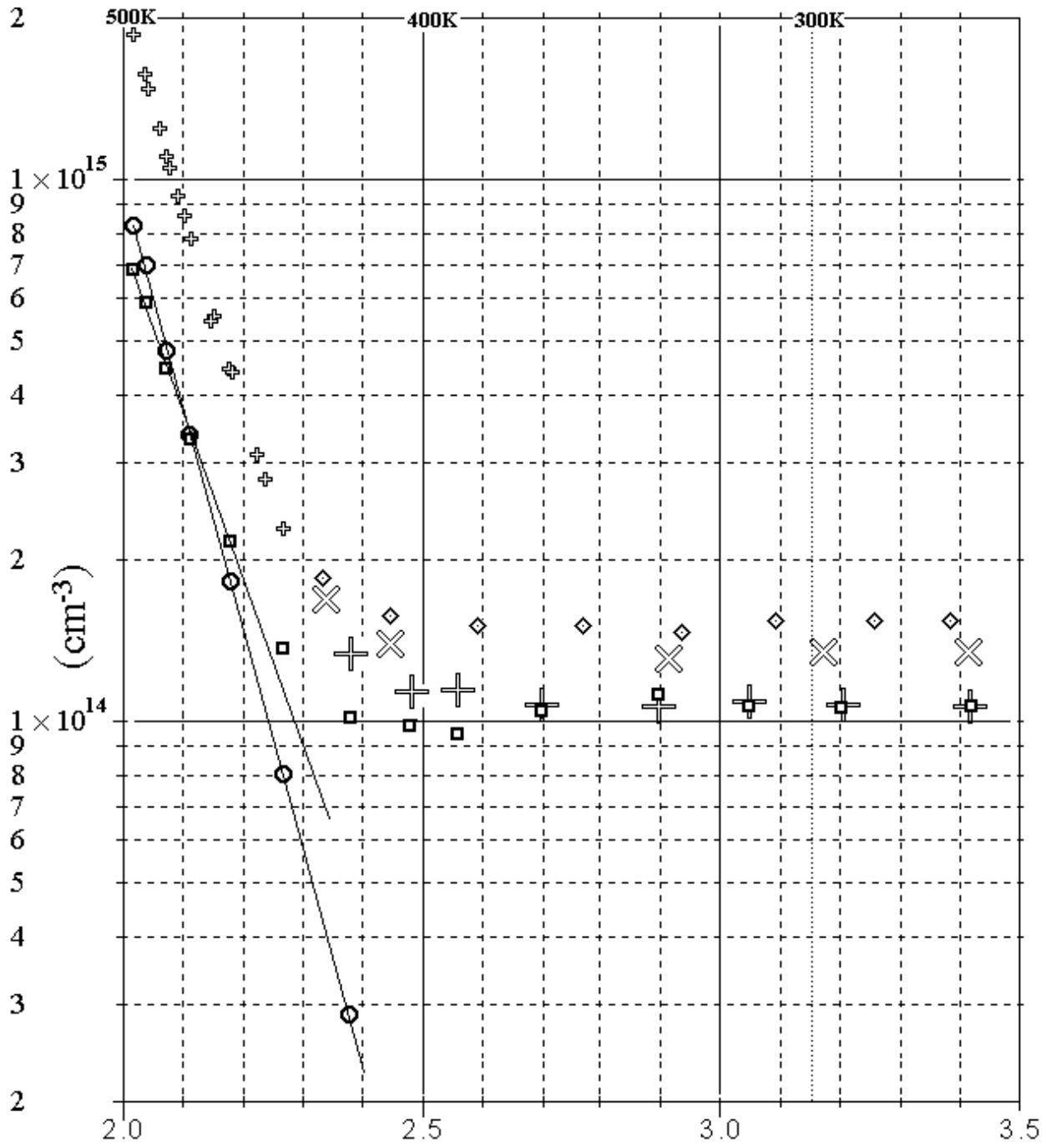

Fig.9.- Gráfico de $1/(R_H\, e)$ versus $10^3/T$: "+" = $1/(R_H e)$, "o" = p^+ (vacancias o huecos) según ec.(9) " " = n^- (electrones) según ec.(9). Los otros símbolos son datos de otras muestras: Las aspas representan a la muestra #1, los rombos a la muestra #3, y las cruces a la muestra #6.

Derechos reservados conforme a Ley

El producto σR_H, o movilidad, se muestra en la Fig.10. Para temperaturas menores que *400 Kelvin*, los puntos se encuentran en una línea recta de pendiente *-2.1*, o sea $\mu \sim T^{-2.1}$, este resultado al compararlo con lo mencionado en el Capítulo II sección 3 se concluye que correspondería con una alta incidencia (o probabilidad de ocurrencia) del mecanismo de dispersión debido a fonones ópticos. Sin embargo, a temperaturas más altas las medidas se desvían por debajo de dicha recta.

El equipo utilizado para la obtención de los datos requeridos para nuestro trabajo sólo alcanzó el rango de temperatura apropiado para observar la dispersión fonónica, desde los *250 K* hasta los *530K*.

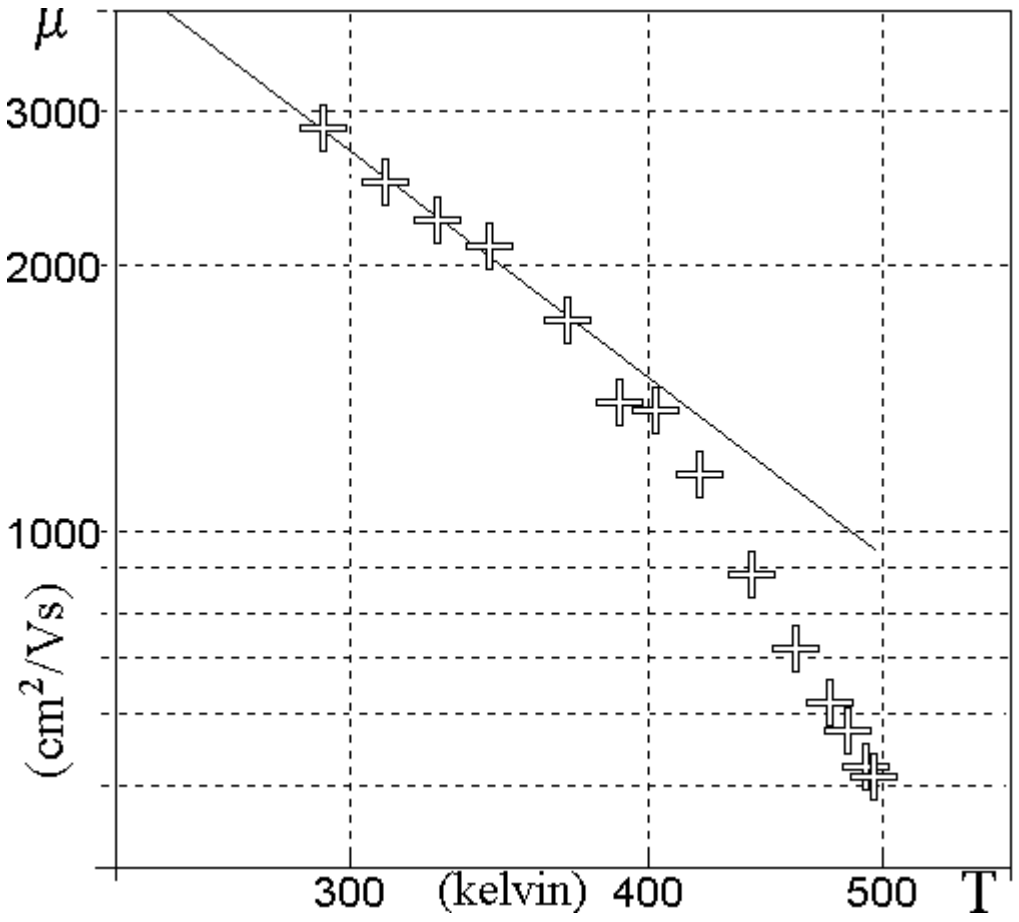

Fig.10.- Movilidad Hall versus temperatura.

Derechos reservados conforme a Ley

4. Discusión de los Resultados.

La Fig.10 muestra que la densidad electrónica libre coincide bien con los cálculos teóricos, mientras que a temperaturas elevadas la movilidad μ_H disminuye más de lo esperado. La misma desviación fue exhibida por todas nuestras muestras. Ello se debe al hecho de asumir que la movilidad se rige por la ec.(31), $\mu = \sigma R_H$, que implica un solo tipo de portador de carga.

El descenso de los datos alejándose de la línea que siguen los puntos a más baja temperatura (Fig.10) coincide con el rango de temperaturas correspondiente al régimen intrínseco del material, es decir donde *n* (la densidad de portadores) se eleva linealmente por excitación intrínseca según la Fig.9. En tal régimen, la excitación térmica genera tanto electrones como vacancias por igual. Por eso debe aplicarse desde dicho rango de temperaturas la ec.(40) para el cálculo de R_H, pues en ella se considera la conducción por dos bandas.

Así tenemos que si en la ec.(40) se desprecia la magnitud p^+, se obtiene inmediatamente la fórmula anteriormente aplicada, ec.(31). Pero si p^+ aumenta paulatinamente, disminuye R_H e igualmente $R_H\ \sigma = \mu_H$, es pertinente aplicar también la ec.(13) para la conductividad en dos bandas.

Para poder aplicar la ec.(13) y la ec.(40), asumimos las siguientes suposiciones:

a) la movilidad electrónica μ^- sigue variando según $T^{-2.1}$ para todo rango de temperatura.
b) la razón *g* (= μ^-/μ^+) es igual a *2.5* para toda temperatura según la referencia [4]:

$$\frac{\sigma}{e\ \mu^+} = g\ n^- + p^+ \qquad (54)$$

Y si introducimos la ec.(54) en la ec.(40) se obtiene la ecuación siguiente:

Derechos reservados conforme a Ley

$$e\,R_H = \frac{p^+ - g^2\,n^-}{\left(\frac{\sigma}{e\,\mu^+}\right)^2}, \qquad (55)$$

la que, junto con la ec.(54), permite evaluar n^- y p^+ como

$$n^- = \frac{\sigma\,\mu^- - g\,\sigma^2\,R_H}{e\,\mu^{-2}\,(1+g)}, \qquad p^+ = \frac{g^2\,\sigma\,\mu^- + g^2\,\sigma^2\,R_H}{e\,\mu^{-2}\,(1+g)}. \qquad (56)$$

Así aplicando estas ecuaciones y las suposiciones antes mencionadas, se obtuvieron los datos para n^- ( ) y p^+ (o), de la Fig.9.

Observe que para las temperaturas más altas p^+ y n^- prácticamente se igualan. Para evaluar la banda prohibida, se utiliza la Fig.7 donde aparece la gráfica de $ln(p^+n^-/T^3)$ versus T inversa.

A temperaturas suficientemente elevadas, los datos trazan la recta esperada. De la pendiente de ésta recta se obtiene para E_C - E_V, según la ec.(53), el valor de *1.165 eV*, mientras que en las referencias consultadas se da el valor de *1.124 eV* (a *300 K*), lo que nos da como resultado un error de aproximadamente *3.65 %*.

Derechos reservados conforme a Ley

CONCLUSIONES

- La construcción de equipos para experimentos hasta cierto punto sencillos como el descrito es posible con recursos enteramente nacionales y de relativamente bajo costo que son útiles en la rama de la física experimental.
- Se ha conseguido determinar el tipo de portador de carga como electrónico.
- Se ha podido calcular la densidad de portadores de carga, así como de la densidad de los átomos de impurezas donadoras.
- Se ha estimado la movilidad de electrones y de vacancias.
- Por último se ha determinado la energía de la banda prohibida del silicio.

Derechos reservados conforme a Ley

BIBLIOGRAFÍA

1. Sisniegas, G. y Müller, Hans. Efecto Hall en Silicio. SOPERFI revista peruana de física Vol III No. 2 1991.
2. Burns, Gerald. Solid State Physics. Academic Press, Inc. © 1985. Chapter 10.
3. Shalimova, K.V. Física de los Semiconductores. Editorial Mir – Moscú. © 1975. Capítulo Quinto.
4. Fraser, D.A. The Physics of Semiconductor Devices. Oxford Physics Series. Clarendon Press – Oxford. Fourth edition 1986, reprinted 1988.