Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Físicas
Escuela Profesional de Física

Ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos asociados al fenómeno El Niño

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Para optar el Grado Académico de Bachiller en Física

AUTOR

Jean Jaime CRESPO GUILLEN

ASESOR

Mg. Jorge Martín QUISPE SÁNCHEZ

Lima, Perú

2024



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Crespo, J. (2024). *Ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos asociados al fenómeno El Niño*. [Trabajo de investigación de bachiller, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Físicas, Escuela Profesional de Física]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos Complementarios

Datos del autor	
Nombres y apellidos	Jean Jaime Crespo Guillen
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	73965679
URL de ORCID	https://orcid.org/0009-0004-5879-8673
Datos del asesor	
Nombres y apellidos	Jorge Martín Quispe Sánchez
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	25548660
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0002-9488-8615
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	David Pareja Quispe
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	41273620
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Miguel Saavedra Juan de Dios
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	06952565
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	Fernando Mestanza Hernández
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	06585518

Datos de investigación	
Línea de investigacón	A.2.4.2. Oceanografía Física y Física de la Atmósfera
Grupo de investigación	Grupo de investigación en ciencias de la tierra, clima y medio ambiente
Agencia de financiamiento	PCONFIGI B20130700a Vicerectorado de investigación y post grado UNMSM. Programa de Promoción de Trabajo de Investigación (TI) para optar al grado académico de Bachiller UNMSM.
Ubicación geográfica de investigación	Universidad Nacional Mayor de San Marcos Facultad de Ciencias Físicas 12°03'36.5"S 77°04'53.9"W de longitud y - 12.060126, -77.081642 de latitud.
Año o rango de años en que se realizo la investigación	2020 - 2024
URL de disciplinas OCDE	1.00.00 -- Ciencias naturales https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.00.00 1.05.00 -- Ciencias de la Tierra, Ciencias ambientales https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.05.00 1.05.11 -- Oceanografía, Hidrología, Recursos hídricos https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.05.11

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR POR EL GRADO ACADÉMICO DE BACHILLER EN FÍSICA

Siendo las 19:45 horas del Jueves 11 de julio de 2024, en el Salón de Grados de la Facultad de Ciencias Físicas (Auditorio 109), bajo la Presidencia del Dr. David Pareja Quispe (Presidente), Mg. Miguel Saavedra Juan de Dios (Miembro), Mg. Jorge Martín Quispe Sánchez (Asesor) y Ing. Fernando Mestanza Hernández (Miembro Suplente), se dió inicio a la Sesión Pública de Sustentación del Trabajo de Investigación para optar por el Grado Académico de Bachiller en Física, del alumno:

JEAN JAIME CRESPO GUILLEN

Dando lectura al Resumen del Expediente, el Presidente del Jurado, invitó al alumno Jean Jaime Crespo Guillen a realizar una exposición del Trabajo de Investigación titulado: "Ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos asociados al fenómeno El Niño".

Concluida la exposición del candidato y luego de las preguntas de rigor por parte del Jurado, el Presidente, invitó al alumno y al público a abandonar momentáneamente la Sala de Sesión, para dar paso a la deliberación y calificación por parte del Jurado.

Al término de la deliberación del Jurado el Dr. David Pareja Quispe, invitó al candidato y al público a pasar a la Sala de Sesión, para dar lectura al resultado de la deliberación. Ha obtenido la calificación de:

17	Diecisiete	Aprobado con honores
(NÚMERO)	(LETRAS)	(MENCIÓN)

Finalmente, el Presidente del Jurado, propone al consejo de la Facultad que se le declare Bachiller en Física al alumno Jean Jaime Crespo Guillen. Siendo las 21:10 horas, se levanta la sesión.

Dr. David Pareja Quispe
Presidente

Mg. Miguel Saanvedra Juan de Dios
Miembro Titular

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

Mg. Jorge Martín Quispe Sánchez
Asesor

Ing. Fernando Mestanza Hernández
Miembro Suplente

CERTIFICADO DE SIMILITUD

Yo Jorge Martín Quispe Sánchez en mi condición de asesor acreditado con el Acuerdo Comite de Gestión N° 028 - EPF - FCF -20 del trabajo de investigación, cuyo título es: Ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos asociado al fenómeno el niño, presentado por el estudiante Jean Jaime Crespo Guillen para optar el grado de Bachiller en Física, CERTIFICO que se ha cumplido con lo establecido en la Directiva de Originalidad y de Similitud de Trabajos Académicos, de Investigación y Producción Intelectual. Según la revisión, análisis y evaluación mediante el software de similitud textual, el documento evaluado cuenta con el porcentaje de 6% de similitud, nivel **PERMITIDO** para continuar con los trámites correspondientes y para su **publicación en el repositorio institucional.**

Se emite el presente certificado en cumplimiento de lo establecido en las normas vigentes, como uno de los requisitos para la obtención del grado correspondiente.

Firma del Asesor:





DNI: 25548660

Nombres y apellidos del asesor:

Jorge Martín Quispe Sanchéz

Resumen

Ondas Oceánicas Ecuatoriales y su Conectividad con los Eventos Cálidos Asociados al Fenómeno El Niño

por Jean Crespo

Este trabajo se centró en la identificación de las ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos de El Niño, enfocado en los procesos físicos de la dinámica Ecuatorial. Si bien estos tipos de ondas oceánicas ecuatoriales transportan energía a lo largo del ecuador no todos poseen la energía suficiente para propagarse hacia la cuenca del Océano Pacífico y en la dirección del desplazamiento de las aguas cálidas durante un evento El Niño. Por ello, se identificó los diferentes tipos de ondas oceánicas ecuatoriales, a través de su relación de dispersión utilizando los principios y fundamentos de la dinámica de fluidos geofísicos y luego se estableció mediante sus propiedades de onda a aquellos que tienen conexión con el evento El Niño. Los resultados de este trabajo de investigación generan un soporte teórico para próximos estudios multidisciplinarios en la implementación de las ondas oceánicas ecuatoriales referente a los procesos físicos de interacción Océano-Atmosfera y la estratificación lineal del océano.

Palabras Claves: *Ondas Oceánicas Ecuatoriales, El Niño, Relación de Dispersión, Océano Lineal Estratificado*

Agradecimientos

Agradezco a mi asesor Mg. Jorge Martín Quispe Sánchez por su apoyo, recomendación y aclaración de dudas para la elaboración de este proyecto de investigación. Su dedicación y aplicación de la física en el campo de la Oceanografía desarrolló mi interés por este campo de investigación.

Agradezco a mi familia por el constante apoyo en mis estudios profesionales. Finalmente, agradezco al Mg. Octavio Fashé Raymundo, por las continuas recomendaciones en la elaboración de este proyecto monográfico durante el curso de seminario.

Índice general

Resumen I

Agradecimientos II

Índice general III

Índice de figuras V

Abreviaciones VII

1. Introducción 1
1.1. Antecedentes . . . 1
1.2. Objetivos . . . 3
1.3. Planteamiento del Problema . . . 4

2. Marco Teórico 5
2.1. Ecuación de Movimiento de un Fluido . . . 5
2.1.1. Conservación de la Masa . . . 5
2.1.2. Ecuación de la Cantidad de Momento . . . 7
2.1.3. Ecuación de Estado . . . 10
2.2. Ondas en el Océano . . . 13
2.2.1. Ondas superficiales de gravedad sin rotación . . . 13
2.2.1.1. Relación de dispersión . . . 14
2.2.1.2. Rapidez de fase y velocidad de grupo . . . 16
2.2.1.3. Ondas cortas y largas . . . 17
2.2.2. Aguas someras para una capa oceánica . . . 18
2.2.3. Ondas Barotrópicas . . . 20
2.2.3.1. Ondas Kelvin . . . 20
2.2.3.2. Ondas de Poincaré . . . 22
2.2.3.3. Ondas Rossby . . . 25
2.2.4. Ondas Internas . . . 28
2.3. El Niño-Oscilaciones del Sur . . . 31
2.3.1. Oscilaciones del Sur . . . 31
2.3.2. Fenómeno de El Niño . . . 32
2.3.3. Circulación de Walker . . . 32

3. Metodología **36**
3.1. Modelo Oceánico Lineal Estratificado 36
3.2. Relación de Dispersión 39

4. Resultados **42**
4.1. Ondas Oceánicas Ecuatoriales 42

5. Conclusiones **46**
5.1. Conclusiones 46
5.2. Recomendaciones 47

Bibliografía **48**

Índice de figuras

2.1. Conservación de la masa en un volumen arbitrario V encerrado por una superficie S. Fuente: Vallis, (2017). 6
2.2. Coordenada cartesiana local. El eje x es entrante al plano y se puede representar utilizando la regla de la mano derecha. Fuente: Kundu, (2002). 8
2.3. Movimiento ondulatorio de la capa oceánica que contiene a la corriente ecuatorial subsuperficial EUC. Fuente: Quispe, (2020). 13
2.4. Capa de oceánica con una profundidad plana H y con un desplazamiento de la superficie libre n. Fuente: Kundu, (2002). 13
2.5. Propagación de una onda plana, donde $\vec{k} = \mathbf{K}$ es el vector número de onda en negrita. Fuente: Kundu, (2002). 15
2.6. Aguas someras para un fondo plano H. Fuente: Pedlosky, (2003). 18
2.7. Onda Kelvin de ascenso y descenso respectivamente para el hemisferio norte. La OK se propaga en una sola dirección pero los flujos de corriente pueden ser distintos. Fuente: Cushman-Roisin, (2010). 22
2.8. Relación de dispersión de las OK y ondas de Poincaré para un fondo plano. Fuente: Cushman-Roisin, (2010). 25
2.9. Relación de dispersión de las OR (Ondas Planetarias) en la dirección zonal. Fuente: Cushman-Roisin, (2010). 27
2.10. Espacio de número de onda (k_x , k_y) de las OR para diferentes frecuencias constantes. Fuente: Kundu, (2002). 28
2.11. Ondas superficial de gravedad. Fuente: Caballero, (2016). 28
2.12. Estructura Vertical de las Ondas Internas. Fuente: Cushman-Rosin, (2010). . 30
2.13. Centros de baja y alta presion superficial en el Océano Pacífico. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013). 31
2.14. Correlación entre el índice de oscilación del sur y el índice El Niño (Anomalías de la temperatura superficial del mar, ATSM). Fuente: Barreto, (2016). . . . 32
2.15. Procesos oceánicos y atmosféricos en el Pacífico Ecutorial. Fuente: Von der Heydt y Dijkstra, (2013). 33
2.16. Procesos de interacción océano-atmósfera durante El Niño, Condición Normal y La Niña. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013). 34
2.17. Surgencia y hundimiento de las aguas en la superficie del Océano Pacífico Ecuatorial. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013). 34
2.18. Representación de una OK ecuatorial de tipo Upwelling (surgencia) y tipo Downwelling (hundimiento). Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013). 35
2.19. Representación de una OR ecuatorial de tipo Upwelling (surgencia) y tipo Downwelling (hundimiento). Esta onda se da en pares. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013). 35

3.1. Temperatura ^oC en función de la profundidad y longitud. De los valores típicos puede considerarse una capa océanica arriba de la termoclina. Fuente: Cushman-Roisin, (2010) 39

4.1. Relación de dispersión de las Ondas Oceánicas Ecuatoriales. Fuente: Cushman-Rosin, (2010) 44
4.2. Esfuerzo de viento zonal anómalo en el Pacífico Ecuatorial. Fuente: Sheinbaum, (2003) 44
4.3. Propagación de una OK ecuatorial, hacía el este y un bombeo doble de ondas planetarias (OR, n=1), propagandose hacia el oeste. Fuente: Cushman-Roisin, (2010) 45
4.4. Cambio de la termoclina en el tiempo. Se tiene las direcciones de propagación de la OK ecuatorial y OR largas. Fuente: Sheinbaum, (2003) 45

Abreviaciones

EN	**E**l **N**iño
ENOS	**E**l **N**iño -**O**scilaciones del **S**ur
HN	**H**emisferio **N**orte
HS	**H**emisferio **S**ur
OK	**O**nda **K**elvin
OR	**O**nda **R**ossby
ONOE	**O**ndas **O**ceánicas **E**cuatorial
TI	**T**rabajo de **I**nvestigación

Este trabajo monográfico está dedicado a mis Padres Jaime O. Crespo y Marina Guillen por su inmenso apoyo en mi formación profesional y a mi hermano Mick para que sea un impulso y continue con sus estudios académicos.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

Uno de los fenómenos climatológicos que tienen repercusión a escala global, representando una fase de la variabilidad natural en los procesos de interacción entre el océano y la atmósfera en el Pacífico Tropical, es el fenómeno de El Niño o también llamado evento El Niño (Barreto, 2016). Los países donde el evento El Niño tiene impacto, producen lluvias de gran intensidad y sequías generando cambios en los sectores socioeconómicos, como es el caso de Perú en su zona centro y norte (EFEN, 2014).

Los estudios iniciales estuvieron enfocados en la zona Norte de Perú, en la que aproximadamente una vez cada 4 años la temperatura superficial del mar en el Océano Pacifico Oriental se incrementaba un poco más de lo normal. Este calentamiento de las aguas del océano presentaban un máximo en días próximos a la navidad, debido a ello, los pescadores del norte de Perú llamaron a este fenómeno oceanográfico como: El niño, por la llegada del Niño Jesús (Von der Heydt y Dijkstra, 2013).

En los años de 1890 a 1900 se documentaron trabajos donde se estableció que las aguas calientes en las costas americanas forman parte de una corriente proveniente del Pacífico Ecuatorial, denominada corriente El Niño. Sir Gilbert Walker (1924), Director General de Observatorios en India mediante una síntesis de correlaciones estadísticas, estableció que las anomalías de presión superficial en el mar del Pacífico Oriental (América) y Occidental (India, Oceanía) presentaban una oscilación inversa, es decir que si en una de estas zonas del Pacífico presentaba alta anomalía en la otra era baja, o viceversa. Por tal motivo, la llamo como Oscilaciones del Sur (Clarke, 2008).

En 1969, J. Bjerknes estableció un mecanismo de acoplamiento entre el Océano Pacífico Ecuatorial y la atmósfera. Notó que el agua de la superficie del Pacífico Ecuatorial era cálida en el oeste y fría en el este, lo que podría generar una circulación en un plano ecuatorial vertical en la atmósfera. Bjerknes llamó a esta circulación ecuatorial como la Circulación

Walker (Pizarro y Montecinos, 2013).

Debido a este mecanismo, Bjerknes descubrió que El Niño y las Oscilaciones del Sur son parte de un mismo fenómeno general ahora llamado como El Niño-Oscilaciones del Sur (Von der Heydt y Dijkstra, 2013). Para comprender la dinámica presente en la interacción océano-atmósfera fue necesario conocer la respuesta del océano ecuatorial por acción de los vientos y como la atmósfera responde al calor. La clave para el problema del océano era comprender las ondas oceánicas ecuatoriales, ya que pueden transportar energía cientos de kilómetros a lo largo del ecuador (Mosquera *et al.*, 2013), los cuales son forzadas por los vientos (Rivera, 2019).

Para tal propósito, fue necesario desarrollar una teoría de onda ecuatorial. Adrián Gill (1974) desarrolló un teoría en la que incluyó a la onda kelvin ecuatorial, ya que las consideró importantes, debido a que es la única onda que pueden transportar energía hacía el este (Cushman-Roisin, 2010).

Stuart Godfrey, en 1975, sugirió que El Niño podría ocurrir cuando los vientos alisios ecuatoriales se debilitan y una onda Kelvin ecuatorial se propaga hacia el este hasta la costa de América del Sur (Clarke, 2008). Posteriormente, se comenzaron a desarrollar modelos físicos que describen la dinámica de El Niño-Oscilación del Sur, establecida por 3 fases. Una fase corresponde al calentamiento, llamada El Niño, una fase en condiciones normales y otro correspondiente a una fase de enfriamiento, llamada La Niña (Mosquera, 2009).

Algunos de los modelos utilizados y validados en la actualidad son: El Oscilador Retardado, propuesto por Schopff Suarez (1988) y El Oscilador Carga-Descargada propuesto por Jin (1997). Estos modelos tratan de éxplicar físicamente los procesos de interacción del océano-atmosfera de El Niño-Oscilaciones del Sur describiendo las ondas oceánicas ecuatoriales y sus soluciones requieren de modelado numérico (Sheinbaum, 2003).

Por tal motivo, es necesario conocer que tipos de ondas ecuatoriales existen y cuál de estas ondas tienen conexión con los eventos de El Niño, lo cual se desarrolla en este trabajo de investigación.

1.2. Objetivos

Objetivo General

- Identificar las ondas oceánicas ecuatoriales y su conectividad con los eventos cálidos asociados a El Niño

Objetivo Específico

- Comprender los diferentes tipos de ondas oceánicas ecuatoriales.
- Determinar las direcciones de propagación de onda.
- Describir la estratificación del océano.

1.3. Planteamiento del Problema

El evento El Niño (EN) es un fenómeno climatológico que ocurre a nivel global como local, generado por condiciones anómalas en la interacción océano-atmósfera del Pacífico Ecuatorial y afectando a las actividades socioeconómicas de cada país o región en la que su presencia toma lugar. Por tal motivo, el estudio del evento EN presenta un gran interés en la comunidad científica y su monitoreo es de gran importancia para la prevención de desastres naturales. En general la dinámica del evento EN es explicado por modelos físicos que acoplan la interacción entre el Océano y la Atmosfera, por lo que, para su solución dinámica requiere de modelado numérico de diversa complejidad. Además, si bien las ondas oceánicas ecuatoriales (ONOE) entran en juego para explicar los desplazamientos de las aguas cálidas durante un evento EN, no son el único factor que explica su desplazamiento, también lo es el esfuerzo de los vientos. Por tal motivo, previamente al estudio general, es necesario conocer que tipos de ONOE existen y cuál de estas ondas tienen conexión con el evento El Niño. Tenemos como hipótesis que las Ondas Kelvin (OK) ecuatoriales se propagan a lo largo del ecuador direccionados hacia el Pacífico Oriental.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Ecuación de Movimiento de un Fluido

En esta sección se describe las ecuaciones del movimiento de un fluido que son necesarias para realizar el estudio de las ondas en el océano. Además, son las bases para la obtención de los objetivos de este trabajo de investigación (TI). Un fluido es una sustancia cuya fase es líquida o gaseosa, se deforma continuamente y no presenta un forma definida bajo la acción de fuerzas (Skiba, 2008).
Un punto importante a considerar en este TI es que el fluido a tratar es un fluido geofísico (Océano o Atmósfera), para nuestro caso el océano.

2.1.1. Conservación de la Masa

La conservación de la masa establece que cualquier desequilibrio entre la convergencia y la divergencia de la masa en las tres direcciones espaciales debe crear una compresión o expansión local en el fluido (Cushman-Roisin, 2010).
Matemáticamente, la masa de un fluido en un volumen de espacio V es $\int \rho dV$ y el flujo de masa entrante o saliente de V en un elemento de superficie $d\vec{S}$ es $\rho\vec{u}.d\vec{S}$, donde el vetor $\rho\vec{u}$ es la densidad de flujo de masa (Skiba, 2008). Si $\rho\vec{u}.d\vec{S}$ es positivo el flujo sale del volumen V y si es negativo entra en V (Figura 2.1). Por ello, el flujo total (masa por unidad de tiempo) que sale o entra de V se obtiene integrando sobre toda la superficie cerrada S la cual contiene a V.

$$\oint_S \rho\vec{u}.d\vec{S} \tag{2.1}$$

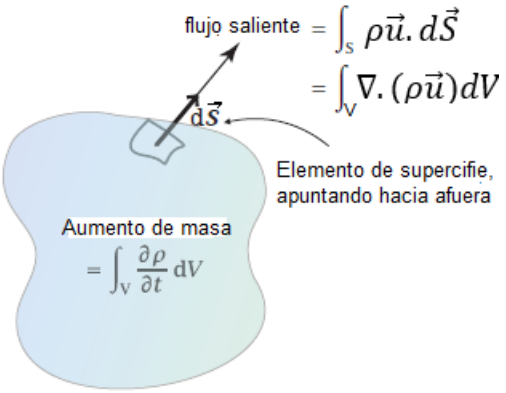


FIGURA 2.1: Conservación de la masa en un volumen arbitrario V encerrado por una superficie S. Fuente: Vallis, (2017).

Entonces, la conservación de la masa implica:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV = -\oint_S \rho\vec{u}.d\vec{S} \tag{2.2}$$

Utilizando el teorema de Gauss que transforma una integral de superfice cerrada a una integral de volumen (Vallis, 2017).

$$\oint_S \rho\vec{u}.d\vec{A} = \int \nabla.(\rho\vec{u})dV \tag{2.3}$$

Donde: ∇ es el operador gradiente y $\nabla.$ es el operador divergencia. Reemplazando la ecuación 2.3 en 2.2 se obtiene la conservación de masa en su forma integral.

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho dV = -\int \nabla.(\rho\vec{u})dV \tag{2.4}$$

Despejando la integral de volumen V, tenemos:

$$\int [\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho\vec{u})]dV = 0 \tag{2.5}$$

De la ecuación 2.5 se obtiene que la conservación de la masa expresado en su forma diferencial, es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla.(\rho\vec{u}) = 0 \tag{2.6}$$

La ecuación 2.6 de la conservación de masa es también llamado como la ecuación de continuidad. Aplicando el operador divergencia el segundo término de esta ecuación tenemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u}.\nabla\rho + \rho\nabla.\vec{u} = 0 \tag{2.7}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\nabla.\vec{u} = 0 \tag{2.8}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}) = 0 \tag{2.9}$$

De la ecuación 2.8 se define la derivada material.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u}.\nabla \tag{2.10}$$

La ecuación 2.8 además, representa la forma general de la conservación de la masa. Para el océano una buena aproximación de la conservación de masa es que la divergencia del campo de velocidades $\vec{u}$ sea nula, esto implica que el fluido es incompresible (Cushman-Roisin, 2010)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.11}$$

Note que la condición de la ecuación 2.11, no implica necesariamente que $\frac{D\rho}{Dt} = 0$, ya que en un fluido estratificado (en capas) que presenta mezcla y difusión, no conserva la densidad en las estratificaciones (no se mantiene constante). El trabajo de Cushman-Roisin, (2010) establece que la ecuación 2.11 elimina las ondas de sonido en el océano.

2.1.2. Ecuación de la Cantidad de Momento

Para un fluido, la segunda ley de Newton es establecida por unidad de volumen, donde la masa es reemplazada por la densidad y en ausencia de rotación es llamado la ecuación de Navier-Stokes (Cushman-Roisin, 2010). Para un fluido geófisico (Kundu, 2002), la rotación es importante y el campo de aceleración queda expresado como:

$$\rho\left(\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}\right) = -\nabla p - \rho\vec{g} + \vec{F} \tag{2.12}$$

Donde ρ es la densidad, $\frac{D\vec{u}}{Dt}$ es la derivada material del campo de velocidad $\vec{u} = (u, v, w, t)$ del fluido, $2\vec{\Omega} \times \vec{u}$ es la aceleración de Coriolis (por efecto de rotación), el témino $-\nabla p$ indica la fuerza de presión por unidad de volumen que es igual y opuesta al gradiente de presión, $-\rho\vec{g}$ es la fuerza gravitacional efectiva (suma de la fuerza de gravedad más las fuerza aparente centrífuga) por unidad de volumen y su dirección es vertical hacía abajo. Finalmente, el último término $\vec{F}$ es la fuerza vizcosa por unidad de volumen,para mayor detalle de esta fuerza revisar el trabajo de Kundu, (2002), el cual está relacionado con un tensor de esfuerzos.

Aproximación de una capa delgada en una esfera rotante

Considerando al océano como una distribución en forma de capas (estratificado), donde la escala horizontal tiene un longitud L mucho más pequeña que el radio de la tierra ($R_T =$

$6371km$), los efectos de curvatura pueden ser despreciados y el movimiento rotante puede ser expresado a traves de un sistema cartesiano local (Figura 2.2). Además se debe cumplir que la longitud de la capa L es mucho mayor que su profundidad H ($L \gg H$) y las componentes de la velocidad horizontal u (magnitud U) y vertical w (magnitud W) de la partícula de fluido ($u \gg w$), cumplen la siguiente relación, propuesto por Kundu, (2002).

$$\frac{W}{U} \approx \frac{H}{L} \tag{2.13}$$

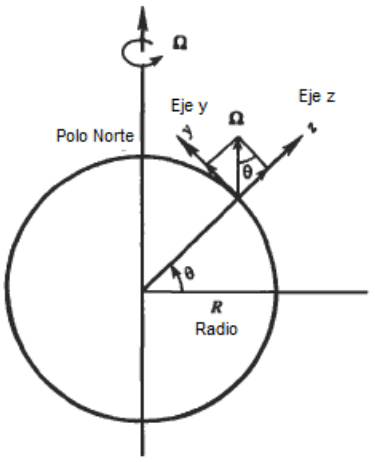


FIGURA 2.2: Coordenada cartesiana local. El eje x es entrante al plano y se puede representar utilizando la regla de la mano derecha. Fuente: Kundu, (2002).

En este sistema cartesiano local (plano tangencial al círculo) se toma al sistema de coordenadas xyz con eje x creciente hacia el este, eje y dirigido hacia el norte y eje z hacia arriba de la capa oceánica. Los componentes de velocidad correspondientes son u (hacia el este), v (hacia el norte) y w (hacia arriba). La tierra rota con una frecuencia angular de $\Omega = 2\pi\frac{rad}{dia} = 0{,}73x10^{-4}s^{-1}$ alrededor del eje polar, en sentido antihorario con dirección hacía arriba del polo norte.

Las componentes de la velocidad angular de la tierra en este sistema cartesiano local son:

$$\Omega_x = 0 \tag{2.14}$$

$$\Omega_y = \Omega cos\theta \tag{2.15}$$

$$\Omega_z = \Omega sin\theta \tag{2.16}$$

Donde θ es la latitud. Ahora procedemos a obtener las componentes de la aceleración de Coriolis.

$$2\vec{\Omega} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 2\Omega cos\theta & 2\Omega sin\theta \\ u & v & w \end{vmatrix} \tag{2.17}$$

$$= 2\Omega\left[i(wcos\theta - vsin\theta) + jusin\theta - kucos\theta\right] \tag{2.18}$$

Se considera $w \ll v$, por lo que, $wcos\theta \ll vsin\theta$, y obtenemos:

$$(2\vec{\Omega} \times \vec{u})_x = -(2\Omega sin\theta)v = -fv \tag{2.19}$$

$$(2\vec{\Omega} \times \vec{u})_y = (2\Omega sin\theta)u = fu \tag{2.20}$$

$$(2\vec{\Omega} \times \vec{u})_z = (2\Omega cos\theta)u = f_*u \tag{2.21}$$

Donde f es definido como el parámetro de Coriolis.

$$f = 2\Omega sin\theta \tag{2.22}$$

Debido a que la latitud θ varia de -90^o a 90^o, el parámetro de Coriolis es positivo en el Hemisferio Norte (H.N) $f > 0$ y negativo para el Hemisferio Sur (H.S) $f < 0$.
Se define también a $f_* = 2\Omega cos\theta$ como el parametro recíproco de Coriolis y debido a la comparación de la escala horizontal con la vertical ($L \gg H$), el término f_*u es generalmente despreciable (Kundu, 2002).
Descomponiendo la ecuación 2.12 mediante el sistema cartesiano local xyz para el fluido geofísico (Cushman-Roisin, 2010), se obtiene:

$$\rho\left(\frac{Du}{Dt} - fv\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau^{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau^{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau^{xz}}{\partial z} \tag{2.23}$$

$$\rho\left(\frac{Dv}{Dt} + fu\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau^{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau^{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau^{yz}}{\partial z} \tag{2.24}$$

$$\rho\left(\frac{Dw}{Dt}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - g\rho + \frac{\partial \tau^{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau^{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau^{zz}}{\partial z} \tag{2.25}$$

Los últimos 3 términos en las ecuación 2.23, 2.24 y 2.25 correspoden a las componentes de la fuerza vizcosa por unidad de volumen, donde τ^{ij} en el tensor de esfuerzo.

Aproximación de Boussinesq

La densidad representa una variable en las ecuaciones de movimiento, y es expresado de la siguiente forma:

$$\rho(x, y, z, t) = \rho_o(z) + \rho^{'}(x, y, z, t) \tag{2.26}$$

Donde: $\rho_o(z)$ representa la densidad de referencia en el estado de reposo y $\rho^{'}$ la perturbación de la densidad. El estado de reposo es el equilibrio hidrostático:

$$\frac{\mathrm{d}p_o(z)}{\mathrm{d}z} = -g\rho_o(z) \tag{2.27}$$

Donde $p_o(z)$ es la presión hidrostatica. Se tiene también que la presión es otra variable en el movimiento y se expresa de la siguiente forma:

$$p(x,y,z,t) = p_o(z) + p^{'}(x,y,z,t) \tag{2.28}$$

Note que $p^{'}(x,y,z,t)$ es la perturbación de la presión. Se define que para un océano homogéneo la densidad es una constante, por lo que $p_o(z)$ dependerá linealmente de z (Cushman-Roisin, 2010).
Reemplazando las ecuaciones 2.26 y 2.28 en las ecuaciones de momento 2.23-2.25, sin considerar los esfuerzos vizcosos en el fluido, se obtiene:

$$(\rho_o + \rho^{'})\left(\frac{Du}{Dt} - fv\right) = -\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{2.29}$$

$$(\rho_o + \rho^{'})\left(\frac{Dv}{Dt} + fu\right) = -\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{2.30}$$

$$(\rho_o + \rho^{'})\left(\frac{Dw}{Dt}\right) = -\frac{\partial p^{'}}{\partial z} - (\frac{\mathrm{d}p_o}{\mathrm{d}z} + g\rho_o) - g\rho^{'} \tag{2.31}$$

El término en parentesis del lado derecho en la ecuación 2.31 será cancelada ya que cumple el equilibrio hidrostático. En el océano la variación de la densidad es mucho menor que la densidad de referencia en el estado de reposo ($\rho^{'} \ll \rho_o(z) \approx 1000 kg.m^{-3}$), por lo que con muy buena aproximación se tiene:

$$\rho_o + \rho^{'} \approx \rho_o \approx \rho_* \tag{2.32}$$

Tomando esta aproximación las 3 ecuaciones de momento, se expresan de la siguiente forma:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{2.33}$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{2.34}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial z} - g\frac{\rho^{'}}{\rho_o} \tag{2.35}$$

Note que el término $g\rho^{'}$ no es despreciado en la ecuación de momento, ya que da origen a las fuerzas de flotación. En resumen la aproximación de Boussinesq desprecia la variación de la densidad en todas la ecuaciones de movimiento, excepto en el término multiplicativo con la gravedad (Kundu, 2002).

2.1.3. Ecuación de Estado

La ecuación de estado relaciona a la densidad con las variables que la determinan en el océano, estas son: la salinidad, temperatura y presión. Por ello, la ecuación de estado en

forma general es expresado de la siguiente manera:

$$\rho = \rho(T, S, p) \tag{2.36}$$

Gill, (1982) describe que en la gran mayoria de los movimientos del océano, en la estructura vertical (eje z), no está sujeto a grandes cambios de presión y es posible despreciarlo en la ecuación de estado, pero los cambios de tempertura y salinidad pueden llegar a ser importantes. Esto implica que se puede aproximar la ecuación de estado en una relación lineal de la forma:

$$\rho = \rho_*[1 - \alpha(T - T_*) + \beta(S - S_*)] \tag{2.37}$$

Donde: $\rho_* = \rho(T_*, S_*)$ es una densidad de referencia constante a T_* y S_* referentes (también constantes). Los coeficientes α y β son los coeficientes de expansión térmica y contracción salina respectivamente.
Aplicamos la derivada material a la ecuación de estado 2.37, el cual resulta en:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho_*\alpha\frac{DT}{Dt} + \rho_*\beta\frac{DS}{Dt} \tag{2.38}$$

Los términos $\frac{DT}{Dt}$ y $\frac{DS}{Dt}$ son la conservación de calor y conservación de la salinidad, respectivamente. Cushman-Roisin, (2008) muestra que la ecuación de conservación de calor es expresada como $\frac{DT}{Dt} = k_T\nabla^2 T$ y la conservación de la salinidad $\frac{DS}{Dt} = k_S\nabla^2 S$, donde k_T y k_S son coeficientes de difusión molecular.
Para el océano los intercambios de calor y salinidad se dan por procesos turbulentos (las particulas de fluido se mueven en forma desordenada), por lo que, la conservación de calor y salinidad son descritas por un coeficiente de difusión turbulento k. Este coeficiente es mucho mayor que el molecular, $k \gg k_T$. Una aproximación para los coeficientes turbulentos y moleculares es que $k \approx k_T \approx k_S$. Entonces reemplazando esta aproximación en la ecuación 2.38, resulta:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho_* k(-\alpha\nabla^2 T + \beta\nabla^2 S) \tag{2.39}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = k\nabla^2\rho \tag{2.40}$$

La ecuación 2.40 es llamada la ecuación de la conservación de la densidad. Un simplificación para el caso del plano local, vista anteriormente, donde $L \gg H$, la difusión vertical de la densidad es:

$$\frac{D\rho}{Dt} = k_v\frac{\partial^2\rho}{\partial z^2} \tag{2.41}$$

Donde k_v es el coeficiente de difusión turbelento vertical. Reemplazando la ecuación 2.26 en 2.41 tenemos que la conservación de la densidad puede ser expresada en función de su perturbación:

$$\frac{D\rho^{'}}{Dt} + w\frac{\mathrm{d}\rho_o(z)}{\mathrm{d}z} = k_v(\frac{\partial^2\rho^{'}}{\partial z^2} + \frac{\mathrm{d}^2\rho_o(z)}{\mathrm{d}z^2}) \tag{2.42}$$

Ahora podemos establecer las ecuaciones que son necesarias para el estudio ondulatorio del océano, las cuales son la base del presente TI:

1. La ***conservación de masa***:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.43}$$

2. Las 3 componentes de la ecuación de la ***cantidad de momento*** para un fluido geofísico bajo la aproximación de una capa delgada y aproximación de Boussinesq:

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{2.44}$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{2.45}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_*}\frac{\partial p^{'}}{\partial z} - g\frac{\rho^{'}}{\rho_o} \tag{2.46}$$

3. El ***equilibrio hidrostático:***

$$\frac{\mathrm{d}p_o(z)}{\mathrm{d}z} = -g\rho_o(z) \tag{2.47}$$

4. La ***conservación de la densidad*** en la difusión vertical:

$$\frac{D\rho^{'}}{Dt} + w\frac{\mathrm{d}\rho_o(z)}{\mathrm{d}z} = k_v(\frac{\partial^2 \rho^{'}}{\partial z^2} + \frac{\mathrm{d}^2\rho_o(z)}{\mathrm{d}z^2}) \tag{2.48}$$

2.2. Ondas en el Océano

En esta subsección describimos el movimiento ondulatorio del océano (fluido geofísico) utilizando las ecuaciones de movimiento descritas en la subsección anterior. Un detalle que más adelante se va a considerar es que la zona del océano en la que se enfoca este TI es el Océano Pacífico Ecuatorial. La Figura 2.3 muestra el movimiento ondulatorio de una capa oceánica el cual contiene a la corriente ecuatorial subsuperficial, donde los tonos de color rojizo indicas aguas cálidas y los de tono azulado aguas frías (aguas profundas). Las fechas en la superfice de esta capa representa el esfuerzo de los viento y en interior la circulación del campo de velocidades (espiral de Ekman) de la contracorriente ecuatorial.

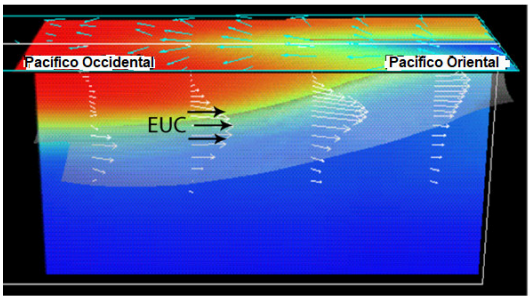


FIGURA 2.3: Movimiento ondulatorio de la capa oceánica que contiene a la corriente ecuatorial subsuperficial EUC. Fuente: Quispe, (2020).

2.2.1. Ondas superficiales de gravedad sin rotación

Se considera para este primer tipo de movimiento ondulatorio en el océano, que el fluido es incompresible (cumple la conservación de la masa), homogéneo (con densidad total constante $\rho = \rho_o$, es decir, no presenta perturbación en la densidad $\rho^{'} = 0$), no hay efecto de rotación, no viscosidad, y con una superficie libre (nivel de mar en el océano). Ver Figura 2.4 para mayor detalle.

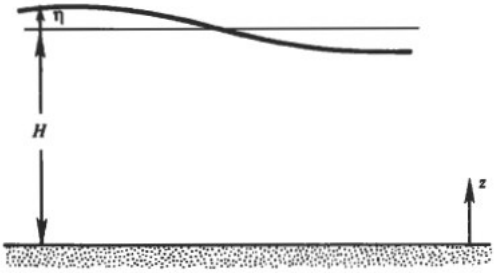


FIGURA 2.4: Capa de oceánica con una profundidad plana H y con un desplazamiento de la superficie libre n. Fuente: Kundu, (2002).

La superficie libre se encuentra en $z = 0$ y la profundad de la capa es $z = -H$. La aceleración de la gravedad $\vec{g}$, es paralela al eje z y apunta en el sentido negativo de este eje. De la ecuación

2.47 tenemos que el estado de reposo, es dado por el equilibrio hidrostático y $\rho_o(z)$ es un constante por la condición de un océano homogéneo.

$$\frac{\mathrm{d}p_o(z)}{\mathrm{d}z} = -g\rho_o$$

De la ecuación 2.28, tenemos que la presión total, es expresado por $\bar{p}$, de donde $\bar{p}(x, y, z, t) = p_o(z) + p^{'}(x, y, z, t)$. Entonces, aplicando las condiciones descritas para las ondas superficiales de gravedad, las 3 ecuaciones de la cantidad de momento descritas en las ecuaciones 2.44-2.46 resulta en:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{2.49}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{2.50}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial z} \tag{2.51}$$

Estás tres ecuaciones describen la perturbación del estado de reposo de la capa oceánica donde la fuerza restauradora es la fuerza de gravedad o también llamadas como las ecuaciones de Euler (ecuaciones de Navier-Stokes sin viscosidad) y junto con la ecuación 2.43 de la conservación de masa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Describen el movimiento ondulatorio de la capa de océano que no son afectadas por la rotación de la tierra o también llamadas ***ondas superficiales de gravedad***.

2.2.1.1. Relación de dispersión

Consideramos que para las pertubaciones del estado de reposo u, v, w y p son pequeñas, esto ocasiona que los productos de perturbaciones en la parte no lineal $\vec{u}.\nabla$ de la derivada material $\frac{D}{Dt}$, puedan ser despreciados. Por ello, la derivada material solo se considera en función de la aceleración local $\frac{\partial}{\partial t}$, es decir ($\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}$). Esta condición se denomina linealización del movimiento ondulatorio y cumple la siguiente aproximación:

$$\frac{U}{c} \ll 1$$

Donde la magnitud de la velocidad horizontal U de la partícula de fluido son mucho menor que la rapidez de fase de la onda c. Se tiene que $c = \frac{\lambda}{T}$ (donde λ y T son la longitud y periodo de onda respectivamente) y la aproximación lineal para las ecuaciones 2.49-2.51 resulta:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o}\nabla p^{'} \tag{2.52}$$

En la superficie libre las condicines de frontera cinemática es expresado por $z = n(x, y, t)$, donde "n" es el nivel del mar. Si consideramos una superficie libre senoidal estableciendo una solución de la forma:

$$n(x, y, t) = n_o cos(kx + ly - \omega t)$$

Donde n_o es la amplitud, k y l son los números de onda en la dirección x e y, respectivamente. Además, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ es la frecuencia angular en unidades de rad/s. Esta solución es una onda plana donde $\vec{k} = (\frac{2\pi}{k}, \frac{2\pi}{l})$ es el vector número de onda y su dirección es perpendicular a las crestas de onda o para cualquier línea que contengan la misma fase de onda, ver Figura 2.5 para más detalle.

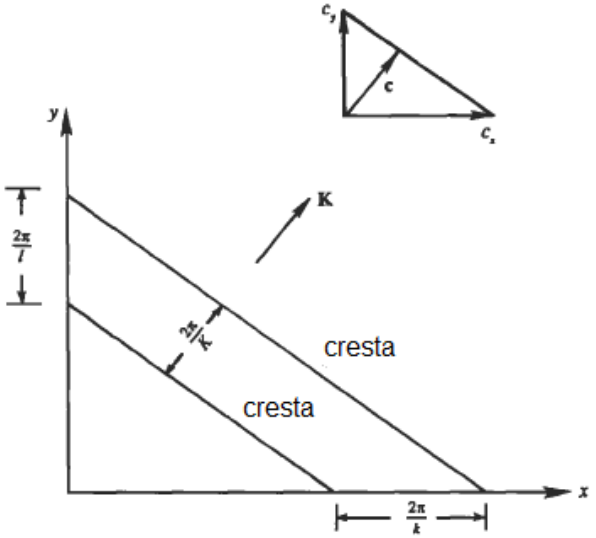


FIGURA 2.5: Propagación de una onda plana, donde $\vec{k} = \mathbf{K}$ es el vector número de onda en negrita. Fuente: Kundu, (2002).

La magnitud del vector número de onda es $\kappa = \left|\vec{k}\right|$ y se define como:

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2.53}$$

Además como hemos visto c es la rápidez de fase de la onda (magnitud del vector $\mathbf{c}$, en negrita de la Figura 2.5) y su dirección es perpendicular a las mismas crestas. Se expresa de la siguiente manera:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\kappa} \tag{2.54}$$

Para la superficie libre utilizando la frontera cinemática $z = n(x, y, t)$ en la ecuación de linealización 2.52, para más detalle ver Kundu, (2002). Se obtiene que la relación de dispersión es:

$$\omega^2 = g\kappa \tanh(\kappa H) \tag{2.55}$$

Entonces se define a la relación de dispersión como una relación entre la frecuencia angular ω y la magnitud del vector número de onda κ.

2.2.1.2. Rapidez de fase y velocidad de grupo

De la relación de dispersión de las ondas superficiales de gravedad ecuación 2.55 notamos que ω depende unicamente de κ (o por la longitud de onda) y no depende de la dirección en la que se esté propagando. Es por ello que estas ondas son isotrópicas.
Haciendo la división de (2.55) y κ^2 obtenemos la rapidez de fase de las ondas superficiales de gravedad:

$$c = \sqrt{\frac{g}{\kappa}\tanh(\kappa H)} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}\tanh(\frac{2\pi}{\lambda}H)} \tag{2.56}$$

Note que para longitudes de onda larga, las ondas se propagan rápidamente y para longitudes de onda corta, lentamente. Además se define que *si la rapidez de fase depende del número de onda o en forma equivalente, cuando* $\frac{\omega}{\kappa}$ *no es constante*, se dice que las ondas son ***dispersivas***.
La dispersión indica que las diferentes λ en un rango de ondas va cambiando, y las ondas se van reduciendo hasta ser lo más pequeño posible. Tenemos que c es la rapidez de fase de cada cresta de onda. Para obtener la velocidad de la onda como un grupo, se estable la razón de cambio de la rapidez de fase respecto a un rango de número de ondas.

$$c_g = \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\kappa} \tag{2.57}$$

Considerando que las ondas superficiales de gravedad propagandose en la dirección del eje x, entonces la velocidad de grupo resulta:

$$c_g = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{g}{\kappa}\tanh(\kappa H)} + \frac{\sqrt{g\kappa}Hsech^2(\kappa H)}{\sqrt{\tanh(\kappa H)}}\right) \tag{2.58}$$

$$c_g = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{2\kappa H}{sinh(2\kappa H)}\right] \tag{2.59}$$

De las condiciones límites de seno hiperbólico tenemos que sí $\frac{x}{senh(x)} \to 1$ entonces $x \to 0$, sí $\frac{x}{senh(x)} \to 0$ entonces $x \to \infty$. Se cumple la siguiente condición de la velocidad de grupo para las ondas superficiales de gravedad.

$$\frac{c}{2} \leq c_g \leq c \tag{2.60}$$

Note que la velocidad de grupo es menor o igual que la rapidez de fase.

2.2.1.3. Ondas cortas y largas

Las ondas superficiales de gravedad en forma general pueden ser expresadas atravez de la condición de su longitud de onda.

Límite de ondas cortas

Se tiene que la longitud de onda es pequeña comparada con la profundidad (llamado también aguas profundas). Se cumple que para aguas profundas $\kappa H \gg 1$ y también las siguientes aproximaciones:

$$\tanh(\kappa H) \approx 1$$
$$\frac{2\kappa H}{sinh(2\kappa H)} \approx 0$$

Aplicando estás aproximaciones en la relación de dispersión de la ecuación 2.55, la rapidez de fase 2.56 y rapidez de grupo 2.59, obtenemos:

$$\omega^2 = g\kappa \tag{2.61}$$
$$c = \sqrt{\frac{g}{\kappa}} \tag{2.62}$$
$$c_g = \frac{c}{2} \tag{2.63}$$

En resumen, las **ondas cortas son dispersivas** ya que ω no depende linealmente de κ, o de forma equivalente, la rapidez de fase depende del número de onda y la velocidad de grupo no es igual a la rapidez de fase.

Límite de ondas largas

Se tiene que la longitud de onda es larga comparada con la profundidad (llamado también aguas someras). Se cumple que para aguas someras $\kappa H \ll 1$ y también las siguientes aproximaciones.

$$\tanh(\kappa H) \approx \kappa H$$
$$\frac{2\kappa H}{sinh(2\kappa H)} \approx 1$$

Aplicando estás aproximaciones en la relación de dispersión de la ecuación 2.55, la rapidez de fase 2.56 y rapidez de grupo 2.59, obtenemos:

$$\omega^2 = gH\kappa^2 \tag{2.64}$$
$$c = \sqrt{gH} \tag{2.65}$$
$$c_g = c \tag{2.66}$$

En resumen, las ondas largas son **no dispersivas** ya que ω depende linealmente de κ, la rapidez de fase no depende del número de onda y la velocidad de grupo es igual a la rapidez de fase. Todo lo opuesto a las ondas cortas.

2.2.2. Aguas someras para una capa oceánica

Consideramos una capa océanica como un fluido homogéneo (densidad contaste, $\rho^{'} \ll \rho_o$) con un profundidad plana H. Donde, las longitudes de onda en su perturbación son mucho más largas que la profundidad (velocidad horizontal mucho mayor que la velocidad vertical) ocasionando que la aceleración vertical $\frac{\partial w}{\partial t}$ sea despreciable. Consideramos además, que las pertubaciones del estado de reposo son pequeñas, como ya hemos visto anteriormente, esta condición establece que los términos convectivos de la derivada material sean descartados. El efecto de rotación entra en juego en esta sección.
Todas estás condiciones mencionadas, establecen que la componente vertical de la ecuación de momento (ver ecuación 2.46), se cumple:

$$\frac{\partial p^{'}}{\partial z} = 0 \tag{2.67}$$

Este resultado indica que en aguas someras las perturbaciones de la presion en la vertical no contribuyen en su movimiento. Integrando la ecuación 2.67 respecto a la vertical (eje z), donde la presión total es $p_T = p_o + p^{'}$ y la nivel del mar n (elevación de la superficie libre), se cumple (Pedlosky, 2003):

$$p^{'}(x, y, t) = g\rho_o n(x, y, t) \tag{2.68}$$

La Figura 2.6 muestra una capa oceánica establecida como aguas someras.

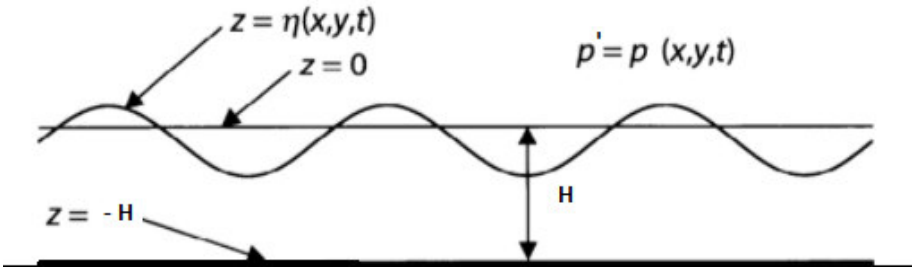


FIGURA 2.6: Aguas someras para un fondo plano H. Fuente: Pedlosky, (2003).

Derivando la ecuación 2.68 respecto a las coordenadas espaciales, tenemos:

$$\frac{\partial p^{'}}{\partial x} = g\rho\frac{\partial n}{\partial x} \tag{2.69}$$

$$\frac{\partial p^{'}}{\partial y} = g\rho\frac{\partial n}{\partial y} \tag{2.70}$$

Tomando la ecuación de continuidad (descrita en la ecuación 2.43) en las condiciones de aguas someras, la velocidad vertical w tiene que ser linealizada con z. Integrando verticalmente la ecuación 2.43 desde $z = 0$ hasta $z = H + n$ (Kundu, 2002), obtenemos:

$$(H+n)\frac{\partial u}{\partial x} + (H+n)\frac{\partial v}{\partial y} + w(n) - w(0) = 0 \tag{2.71}$$

Donde $w(n)$ es la velocidad vertical en la superficie y $w(0)$ en la velocidad vertical en el fondo. La velocidad vertical en la superfice es dado por:

$$w(n) = \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial n}{\partial t} + u\frac{\partial n}{\partial x} + v\frac{\partial n}{\partial y}$$

Reemplazando este resultado en la ecuación 2.71, obtenemos:

$$(H+n)\frac{\partial u}{\partial x} + (H+n)\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial t} + u\frac{\partial n}{\partial x} + v\frac{\partial n}{\partial y} = 0$$

Ordenando se obtiene:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\Big[u(H+n)\Big] + \frac{\partial}{\partial y}\Big[v(H+n)\Big] = 0$$

Esta ecuación nos indica la diveregencia del transporte horizontal en la superficie libre. Para pequeñas amplitudes, los términos lineales toman importancia y se obtiene:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + H(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) = 0 \tag{2.72}$$

En resumen, para las aguas someras donde el movimiento de la capa de fluido presenta una escala horizontal mucho mayor que la profundidad (ondas largas) y afectado por la rotación de la tierra, las ecuaciones de movimiento satisfacen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g\frac{\partial n}{\partial x} \tag{2.73}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g\frac{\partial n}{\partial y} \tag{2.74}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + H(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) = 0 \tag{2.75}$$

2.2.3. Ondas Barotrópicas

Continuando con la descripción del movimiento ondulatorio del océano, los procesos que posibilitan el movimiento ondulatorio típico en flujos geofísicos se basan en los flujos homogéneos, no viscosos y afectados por la rotación de la Tierra. Además, si se toma en cuenta a las aguas poco profundas con longitudes de onda larga (aguas someras), la dinámica que rige el movimiento ondulatorio de una capa océanica se llama dinámica de ondas lineales y las ondas producidas son llamadas ondas barotrópicas (Cushman-Roisin, 2010). Las cuales mostramos a continuación.

2.2.3.1. Ondas Kelvin

La onda kelvin (OK) es una perturbación viajera que requiere de un soporte limitador lateral. Por lo que, en el océano, frecuentemente viaja a lo largo de las costas (Kundu, 2002). Utilizando un modelo simple para describir a la OK, la capa de fluido está limitada por un fondo plano horizontal, una superficie libre en la parte superior y una pared vertical en el eje y. A lo largo de esta pared se ubica la costa, es decir $x = 0$, la velocidad normal a la pared desaparece, $(u = 0)$. La ausencia de la viscosidad permite una velocidad tangencial a la pared distinta de cero (Cushman-Roisin, 2010).
Esta condición fue propuesta por William Thomson (que más tarde se convertiría en Lord Kelvin), quién pensó que la desaparición de la componente de velocidad normal a la pared, sugería la posibilidad de que fuera cero en todas partes. Reemplazando está condición en aguas someras de una capa, resulta:

$$-fv = -g\frac{\partial n}{\partial x} \tag{2.76}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -g\frac{\partial n}{\partial y} \tag{2.77}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + H\frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2.78}$$

Eliminamos el nivel del mar "n" en las ecuaciones anteriores, que representan el movimiento a lo largo de la costa, y obtenemos:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c^2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \tag{2.79}$$

Donde c es igual a $c = \sqrt{gH}$ el cual es idéntico a las ondas de gravedad superficial que no son afectados por la rotación de la tierra. La ecuación 2.79 gobierna la propagación de ondas no dispersivas unidimensional y posee la siguiente solución general:

$$v = V_1(x, y + ct) + V_2(x, y - ct)$$

Esta solución consta de dos ondas, una viajando hacia un decrecimiento y la otra opuesta en dirección. Reemplazando la solución en la ecuación 2.77 o 2.78, se determina que:

$$n = -\sqrt{\frac{H}{g}}V_1(x, y + ct) + \sqrt{\frac{H}{g}}V_2(x, y - ct)$$

Estructurando la función V_1 y V_2 en la ecuación 2.76, se tiene:

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} = -\frac{f}{\sqrt{gH}}V_1$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial x} = -\frac{f}{\sqrt{gH}}V_2$$

Lo cual nos otorga que $V_1 = V_{10}(y+ct)e^{-x/R}$ y $V_2 = V_{20}(y-ct)e^{x/R}$, donde: R es denominado como el radio de deformación de Rossby $R = \frac{\sqrt{gH}}{f} = \frac{c}{f}$. Cushman-Rosin, (2010) estable que la segunda solución V_2 no es aceptable físicamente ya que implica que la onda se incremente exponencialmente con la distancia fuera de la costa. Por ello, las solución general es:

$$u = 0 \tag{2.80}$$

$$v = \sqrt{gH}F(y + ct)e^{-x/R} \tag{2.81}$$

$$n = -HF(y + ct)e^{-x/R} \tag{2.82}$$

Donde: F es una función arbritaria. Debido al decaimiento exponencial en los límites de la pared, se dice que la onda Kelvin es un onda atrapada. El radio de deformación R indica la distancia en la que las ondas kelvin son atrapadas.

A lo largo de la costa, la onda viaja con una rapidez similar a las ondas de gravedad superficiales sin efecto de rotación. En el hemisferio norte ($f > 0$) la onda viaja con la costa a la derecha y en el hemisferio sur ($f < 0$) con la costa a la izquierda. Notamos que la dirección de propagación es unica, pero el signo de la velocidad a lo largo de la costa es arbritario. Se tiene además que esta onda es no dispersiva.

Una OK de ascenso (upwelling en inglés, $n > 0$) tiene un flujo de corriente en la misma dirección de la onda. Por otro lado, una OK de descenso (downwelling, $n < 0$) va acompañado por una corriente de flujo en dirección opuesta a la onda.

La Figura 2.7 muestra estas caracteristicas de la OK de ascenso y OK de descenso.

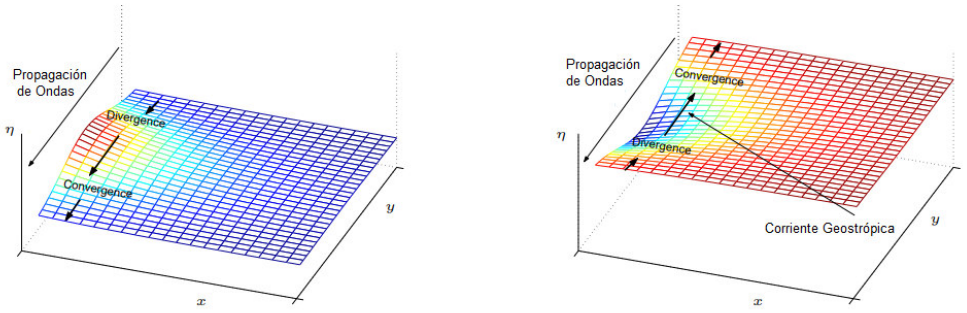


FIGURA 2.7: Onda Kelvin de ascenso y descenso respectivamente para el hemisferio norte. La OK se propaga en una sola dirección pero los flujos de corriente pueden ser distintos. Fuente: Cushman-Roisin, (2010).

2.2.3.2. Ondas de Poincaré

Para describir sus propiedades fundamentales se considera un océano homogéneo sobre un fondo plano. Para esto consideramos la linealización de las ecuaciones 2.73-2.75 en aguas someras.

Ahora consideramos una onda progresiva plana (onda en términos de una función periodica), en 2 dimensiones de la forma propuesta por Gill, (1982)

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_o \\ v_o \\ n_o \end{pmatrix} exp^{i(kx+ly-wt)} \tag{2.83}$$

Donde: $w > 0$ y k y l pueden tener cualquier signo. También en forma general la segunda matriz representa las amplitudes de la onda y son complejas. Las soluciones físicamente reales son obtenidas considerando la parte real de la ecuación compleja 2.83 (Cushman-Roisin, 2010). Entonces reemplazando esta ecuación en la condición de aguas someras (ecuaciones 2.73-2.75), tenemos:

$$-i\omega u_o - f v_o = -ikgn_o \tag{2.84}$$

$$-i\omega v_o + f u_o = -ilgn_o \tag{2.85}$$

$$-i\omega n_o + iH(ku_o + lv_o) = 0 \tag{2.86}$$

Expresando en forma matricial, se tiene:

$$\begin{pmatrix} -i\omega & -f & ikg \\ f & -i\omega & ikl \\ iHk & iHl & -i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_o \\ v_o \\ n_o \end{pmatrix} = 0 \tag{2.87}$$

De la ecuación anterior se obtiene un sistema de ecuaciones lineales. Para que la solución no sea trivial el determinante de la matriz debe ser nula, es decir:

$$\begin{vmatrix} -i\omega & -f & ikg \\ f & -i\omega & ikl \\ iHk & iHl & -i\omega \end{vmatrix} = 0 \tag{2.88}$$

$$\omega(\omega^2 - gH(k^2 + l^2) - f^2) = 0 \tag{2.89}$$

Esta ecuación es la relación de dispersión de las ondas de Poincaré, donde el número de onda es $\vec{k} = (k, l)$. La primera solución indica que $\omega = 0$, lo que describe el comportamiento de una flujo geostrófico (aquel donde las fuerzas de gradiente de presión están en equilibrio con la fuerza de coriolis), por lo que el flujo se mueve a lo largo de las líneas de igual presión (Vallis, 2017).
La segunda solución indica que:

$$\omega^2 - gH(k^2 + l^2) - f^2 = 0$$

$$\omega^2 = f^2 + gH(k^2 + l^2)$$

$$\omega^2 = f^2 + gH\kappa^2 \tag{2.90}$$

Donde κ es la magnitud del número de onda. Ahora definimos el radio externo de Rossby a (se denomina externo para distinguirlo del interno que surge en un oceano estratificado, es decir en capas):

$$a = \frac{\sqrt{gH}}{f}$$

Se establece la relación de dispersión como:

$$\omega^2 = f^2(1 + a^2\kappa^2) \tag{2.91}$$

y la rapidez de fase:

$$\frac{\omega}{\kappa} = \sqrt{gH}[1 + a^{-2}\kappa^{-2}]^{1/2} \tag{2.92}$$

Se toma dos aproximaciones importantes:

1. Para el caso donde $(a\kappa)^{-2} \ll 1$, esto implica que $\kappa^{-2} \ll a^2$, o también:

$$\frac{\lambda^2}{(2\pi)^2} \ll a^2$$

Las longitudes de onda son mucho menor que el radio de deformación externo. Notemos que la condición de aguas someras $\lambda \gg H$. Con esto la rapidez de fase se aproxima:

$$\frac{\omega}{\kappa} \approx \sqrt{gH}$$

El cual es similar a las ondas de gravedad superficial que no son afectadas por la rotación de la tierra. Además, son ondas no dispersivas ya que la rapidez de fase es una constante o bien, ω depende linealmente de κ (propiedad que se cumplen en las OK).

2. Para el caso donde $(a\kappa)^{-2} \gg 1$, esto implica que $\kappa^{-2} \gg a^2$, o bien:

$$\frac{\lambda^2}{(2\pi)^2} \gg a^2$$

Las longitudes de onda son mucho mayor que el radio de deformación externo (ondas largas). En esta aproximación las partículas de fluido se mueven describiendo oscilaciones inerciales circulares (Vallis, 2017), de donde la rapidez de fase de la onda, es:

$$\frac{\omega}{\kappa} \approx \sqrt{gH}(a\kappa)^{-1} = \frac{f}{\kappa}$$

Esto indica que la rapidez de la onda no es constante, depende de κ, por lo que es una onda dispersiva.

En resumen, de la ecuación 2.90 notamos que la frecuencia en las ondas de Poincaré es siempre mayor a la frecuencia de rotación de la tierra, por ello se dice que estás ondas son superineciales y que ω no depende linealmente de κ por lo que son ondas dispersivas (para diferentes λ las ondas viajan a diferentes velocidades).

De las aproximaciones de la ecuación 2.92 la onda de Poincaré presenta dos comportamientos distintos, como una onda de gravedad superficial (semejante a una OK) o como una onda de oscilaciones inerciales, es por ello, que a menudo las ondas de Poincaré son llamadas ondas de gravedad-inercial.

La Figura 2.8 nos muestra la relación de dispersión de las OK y ondas de Poincaré para un fondo plano. En la figura se muestra que las ondas de Poincaré (sombra gris) pueden viajar en todas las direcciones y ocupar un espectro continuo de κ en el eje y, mientras que las OK (línea diagonal) solamente se propaga a lo largo de los límites .

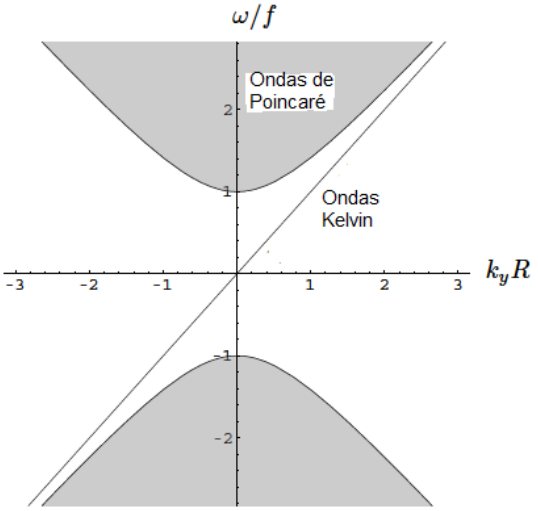


FIGURA 2.8: Relación de dispersión de las OK y ondas de Poincaré para un fondo plano. Fuente: Cushman-Roisin, (2010).

2.2.3.3. Ondas Rossby

Las ondas estudiadas anteriormente representan ondas relativamente rápidas en un océano homogéneo en el que se consideran los efectos de la rotación de la terrestre. Las ondas que se muestran a continuación son ondas lentas y son producidas por el cambio meridional del parámetro de Coriolis (cambios en la latitud). Por ello, también son llamadas como Ondas Planetarias (Cushman-Roisin, 2010).

Aproximación del plano beta

Tenemos que la coordenada del eje y es positiva dirigida hacia en norte y es medida por una latitud de referencia φ_o. Entonces, se define a la latitud como: $\varphi = \varphi_o + \frac{y}{a_r}$, donde a_r es el radio de la Tierra. Considerando a $\frac{y}{a_r}$ como una pequeña perturbación, el parámetro de coriolis, esta puede ser expresado en la serie de Taylor, como:

$$f = 2\Omega sin(\varphi_o) + 2\Omega \frac{y}{a_r} cos(\varphi_o) + ...$$

Tomando solo los dos primero termino tenemos:

$$f = f_o + \beta_o y \tag{2.93}$$

Donde: $f_o = 2\Omega sin(\varphi_o)$ es el parámetro de referencia de coriolis y $\beta_o = 2\Omega \frac{y}{a_r}$ es el llamado parámetro beta. El plano cartesiano donde se conserva el término beta es llamado plano β y aquel donde no se conserva plano f. El plano beta solamente es considerado si se trabaja

a latitudes media (ya que el parámetro beta debe ser pequeño comparado con f_o) (Kundu, 2002).

$$\beta = \frac{\beta_o L}{f_o} \ll 1 \tag{2.94}$$

Se llama a β, como el número planetario y L es la escala de longitud meridional de movimiento. Entonces, reemplazando en la ecuación 2.93 en las ecuaciones de aguas someras (ecuaciones 2.73-2.75), tenemos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - (f_o + \beta_o y)v = -g\frac{\partial n}{\partial x} \tag{2.95}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (f_o + \beta_o y)u = -g\frac{\partial n}{\partial y} \tag{2.96}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + H(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) = 0 \tag{2.97}$$

Se establece que los términos largos (f_o , g y H) son estables y los términos pequeños (derivadas temporales y β_o) representan perturbaciones. Para estas condiciones se aproximan $u \simeq -\frac{g}{f_o}\frac{\partial n}{\partial y}$ y $v \simeq +\frac{g}{f_o}\frac{\partial n}{\partial x}$ y utilizando además una solución para el nivel del mar $n(x, y, t)$ en terminos de $cos(k_x + k_y - \omega t)$. Para más detalle ver Cushman-Roisin, (2010). Donde se obtine la relación de dispersión de las ondas Rossby (OR).

$$\omega = -\beta_o R^2 \frac{k_x}{1 + R^2(k_x^2 + k_y^2)} \tag{2.98}$$

Donde: R es el radio de deformación de Rossby, visto anteriormente y la magnitud del vector número de onda $\kappa^2 = k_x^2 + k_y^2$. Estableciendo aproximaciones a la relación de dispersión se presentan dos casos:

1. Ondas Cortas: L es menor o próximo a R

$$\omega \sim \beta_o L$$

2. Ondas Largas: L es mayor o próximo a R

$$\omega \sim \frac{\beta_o R^2}{L} < \beta_o L$$

De la ecuación 2.93 se cumple que $\beta_o L$ en mucho menor que f_o y para nuestra aproximación anterior, resulta entonces que $\beta_o L \ll f_o$, por ello las OR son llamadas también ondas subinerciales. La rapidez de fase zonal:

$$c_x = \frac{\omega}{k_x} = \frac{-\beta_o R^2}{1 + R^2(k_x^2 + k_y^2)} \tag{2.99}$$

Es siempre negativa, el cual implica una propagación hacía el oeste. La Figura 2.9 muestra la relación de dispersión de las OR para la dirección zonal (eje x) donde se mantiene la componen k_y constante. Las OR pueden propagarse solamente hacía el noroeste, oeste o suroeste. Para el caso de longitudes de ondas largas (k_x y k_y más pequeñas que R), la OR siempre se propagan al oeste con una rapidez de fase:

$$c = -\beta_o R^2 \tag{2.100}$$

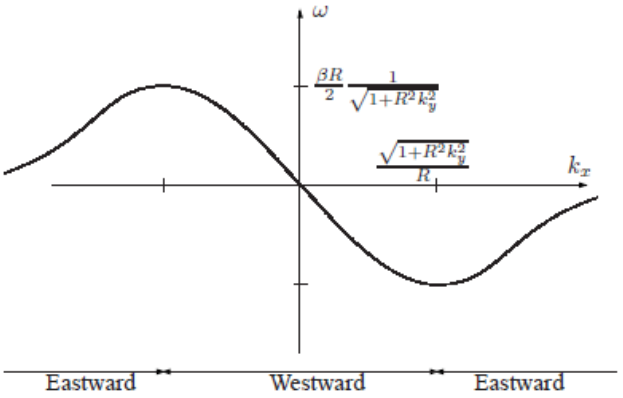


FIGURA 2.9: Relación de dispersión de las OR (Ondas Planetarias) en la dirección zonal. Fuente: Cushman-Roisin, (2010).

Líneas de frecuencia constantes ω en el espacio de número de onda (k_x, k_y) son definidos por circulos por:

$$\left(k_x + \frac{\beta_o}{2\omega}\right)^2 + k_y^2 = \left(\frac{\beta_o^2}{4\omega^2} - \frac{1}{R^2}\right)$$

Estos círculos existen solamente si su radio es un número real, ver Figura 2.7. Si se cumple que $\beta_o^2 > \frac{\omega^2}{R^2}$, implica que debe existir una frecuencia máxima en el cual las ondas planetarias ya no existen.

$$\left|\omega\right|_{max} = \frac{\beta_o R}{2}$$

Se tiene que la velocidad de grupo, el cual propaga la energía en paquetes de onda, es perpendicular a los círculos de igual ω (Figura 2.10). Por tal motivo la velocidad de grupo se encuentra dentro y con sentido hacia el centro de los círculos.

Tenemos que para las **OR largas** (k_x y k_y son pequeñas, cerca al origen) la velocidad de grupo y por lo tanto su liberación de energía es hacia el oeste; mientras que para las **OR cortas** (k_x y k_y más grandes, puntos en el lado opuesto del círculo) la velocidad de grupo y su energía es hacia el este, Cushman-Roisin, (2010).

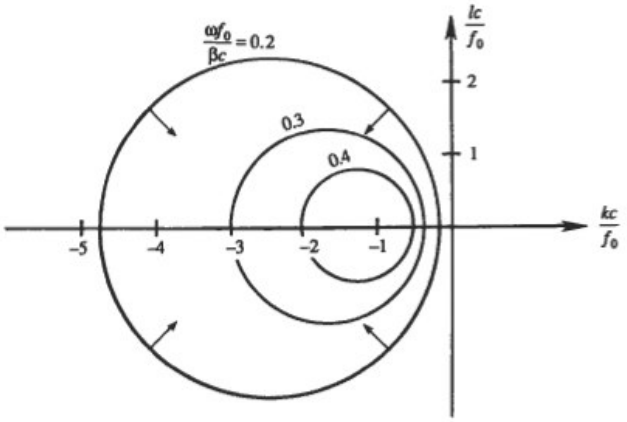


FIGURA 2.10: Espacio de número de onda (k_x , k_y) de las OR para diferentes frecuencias constantes. Fuente: Kundu, (2002).

2.2.4. Ondas Internas

El mecánismo de las ondas superficiales, vista anteriormente, donde las longitudes de onda son largas, se basa en un simple equilibrio entre la gravedad y la inercia (Caballero, 2016). Cuando la superficie del agua se desplaza hacia arriba, la gravedad la empuja hacia abajo, por lo que en el fluido se desarrolla una velocidad vertical (la energía potencial se convierte en energía cinética) y, debido a la inercia, la superficie penetra por debajo de su nivel de equilibrio, produciendose una oscilación. Un cambio en las fases de las oscilaciones hace que una onda se propage de un lugar a otro porque las ondas superficiales llevan energía y no tienen volumen, ver Figura 2.11.

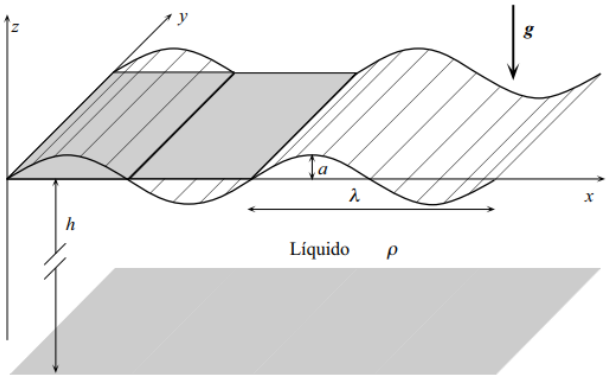


FIGURA 2.11: Ondas superficial de gravedad. Fuente: Caballero, (2016).

La fuerza gravitacional actua como una fuerza restauradora, que tiende a mantener la superficie del agua en su posición horizontal de equilibrio, porque la densidad del agua es mayor que la del aire de arriba. Esto indica que el mismo mecanismo está en funcionamiento siempre que difieren dos densidades de fluido (Cushman-Roisin,2010). Enfocándonos en el océano las diferencias de densidad en la profundidad establece una estratificación del océano (capas

oceánicas) donde las pertubaciones de estás capas producen en la interface, ondas internas (Kundu, 2002). Independiente de la cantidad de capas, el mecanismo sigue siendo el mismo: hay una interacción continua entre gravedad e inercia y un intercambio continuo entre energía potencial y cinética.

Ondas Internas

Para estudiar las ondas internas en su forma pura, son necesarias algunas suposiciones: No hay efecto de rotación de Tierra, en todas las direcciones el espacio es infinito, no hay mecanismos disipativos y el movimiento del fluido presente amplitudes de onda pequeñas. Esta última suposición está hecho para permitir la linealización de las ecuaciones gobernantes. Se considera a la aceleración vertical $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ como aquella que juega un rol importante porque rompe el equilibrio hidrostático.
La densidad total para el océano estratificado es:

$$\rho = \rho_o + \bar{\rho}(z) + \rho^{'}(x, y, z, t)$$

Donde: ρ_o es la densidad de referencia (constante), $\bar{\rho}(z)$ es densidad de la estratificacion en equilibrio y $\rho^{'}$ es la perturbación de la densidad en la estratificación. Tenemos, además que $\bar{\rho} \ll \rho_o$ lo que justifica la aproximación de Boussinesq, y $\rho^{'} \ll \bar{\rho}$ la linealización en el problema de la onda. Utilizando estás condiciones en las ecuaciones de movimiento de un fluido geofísico (ecuaciones 2.43-2.48), tenemos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{2.101}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{2.102}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial z} - g\frac{\rho^{'}}{\rho_o} \tag{2.103}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.104}$$

$$\frac{\partial \rho^{'}}{\partial t} + w\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}(z)}{\mathrm{d}z} = 0 \tag{2.105}$$

El factor $\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}(z)}{\mathrm{d}z}$ puede ser transformado introduciendo una frecuencia de estratificación llamada como la frecuencia de Brunt-Vaisala.

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_o}\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}(z)}{\mathrm{d}z} \tag{2.106}$$

Se toma en cuenta que el fluido es homogéneo y que la densidad lineal varía a los largo de la vertical. Tomando en cuenta una solución para el movimiento ondulatorio tenemos: $e^{i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$, para más detalle ver Cushman-Rossin, (2010). Se tiene que la relación de

dispersión para las ondas de gravedad internas, se tiene:

$$\omega^2 = N^2 \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \tag{2.107}$$

Las propiedades de estás ondas son obtenidas de la relación de dispersión. Se tiene que la frecuencia de las ondas internas nunca exceden la frecuencia de estratificación, lo cual establece que las longitudes de ondas horizontales son mucho más largas que las longitudes de onda verticales:

$$\omega \leq N$$

La estrucutura de las ondas internas son mostradas en la Figura 2.12, donde k_x, k_y y ω son positivos. Los zonas de ascenso están dados por las crestas de la onda (crest en inglés) y descenso, por los valles (trough en ingles). Se tiene que la velocidad de grupo da la energía de la onda, por lo que su dirección es perpendicular al número de onda (k_x, k_z) y es hacia abajo.

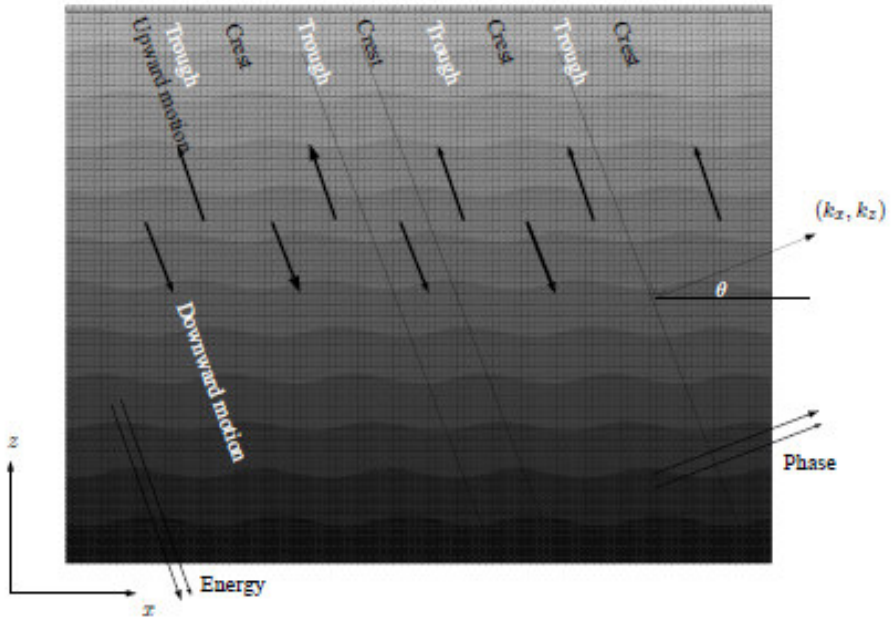


FIGURA 2.12: Estructura Vertical de las Ondas Internas. Fuente: Cushman-Rosin, (2010).

2.3. El Niño-Oscilaciones del Sur

Aproximadamente una vez cada cuatro años, la temperatura superficial del mar en el Pacífico Oriental Ecuatorial se incrementa unos grados más de lo normal. Cerca de la costa sudamericana, este calentamiento del agua del océano suele estar en su máximo alrededor de Navidad. Mucho tiempo atrás, pescadores peruanos llamaron a este fenómeno como El Niño, frase que atribuye la llegaba de EL Niño Jesús (Von der Heydt y Dijkstra, 2013). Durante las últimas décadas, diferentes trabajos en el Pacífico Ecuatorial han establecido que este calentamiento forma parte de un proceso general de la interacción entre el océano y la atmósfera, llamado El Niño-Oscilaciones del Sur (ENOS).

2.3.1. Oscilaciones del Sur

En nuestro planeta existen centros de baja y alta presión superficial los cuales son regidos por procesos térmicos y dinámicos. En el Océano Pacifico, para el H.S se ubica la alta subtropical suroriental, para el H.N la alta subtropical nororiental y para el oeste de la región tropical, el centro de baja presión de Indonesia (Figura 2.13). Estos centros de baja y alta presión fluctúan en intensidad, espacio y posición en su ciclo anual (Pizarro y Montecinos, 2013).
Se tiene que la alta presión del pacifico suroriental (denominada anticiclón) y la baja en Indonesia tienden a oscilar inversamente, es decir que cuando el anticiclón del sur se intensifica la baja en Indonesia se debilita, o viceversa. Por lo tanto, a estas fluctuaciones en la presión superficial del Océano Pacífico se las llama Oscilaciones del Sur. Se tiene como dato importante que la intensidad de los vientos en el Pacífico Ecuatorial depende de la diferencia de presión entre ambos centros. Estos vientos son parte esencial de la dinámica del ENOS y son llamados vientos alisios (Clarke, 2008).

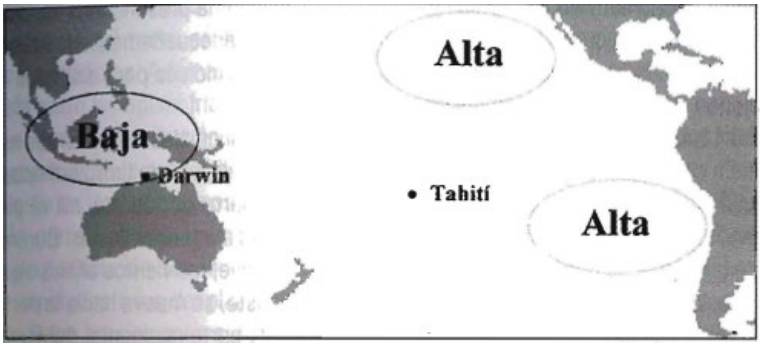


FIGURA 2.13: Centros de baja y alta presion superficial en el Océano Pacífico. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013).

Una medida cuantitativa usada para describir la intensidad de las Oscilaciones del Sur, son los índices de oscilación, los cuales se obtienen realizando un diferencia normalizada de la anomalías de presión atmosférica superficial registrado en Tahití y Darwin.

2.3.2. Fenómeno de El Niño

Comenzamos describiendo algunos conceptos básicos de El Niño (EN), más adelante daremos detalles más explícitos. EN es la fase cálida de una oscilación del acoplamiento entre el océano y la atmósfera del Pacifico Ecuatorial a gran escala. Durante EN la temperatura superficial del mar y la del aire en el Pacífico Oriental Ecuatorial se incrementa en varios grados. Opuesto a EN, durante una fase La Niña las temperaturas en el Pacífico Oriental Ecuatorial suelen ser más bajas. Estas dos fases mencionadas y la condición normal del Pacífico Ecuatorial representan el comportamiento del ENOS y su impacto en algunas regiones del planeta generan cambios climáticos y socioeconómico (EFEN, 2014).
Una definición objetiva para establecer el inicio y culminación de las fases del ENOS, fue planteada por el Dr Kevin Trenberth (1997). Él Dr. Trenberth propuso utilizar anomalías de la temperatura superficial del mar en la región llamada Niño 3.4 del Pacífico Ecuatorial que abarca la región comprendida entre: latitud: 5S-5N y longitud: 120W-170W, (Pizarro y Montecinos,2013).

Hoy en día las anomalías de TSM se calculan en los diversos índices EN. La Figura 2.14 muestra que la región 3.4 del Pacífico Ecuatorial, es la zona donde hay mayor correlación entre los índices EN y los índices de Oscilaciones del sur, lo que significa que es la zona donde se dan los mayores procesos físicos de interacción entre el océano y la atmósfera que contribuyen con el ENOS (Barreto, 2016).

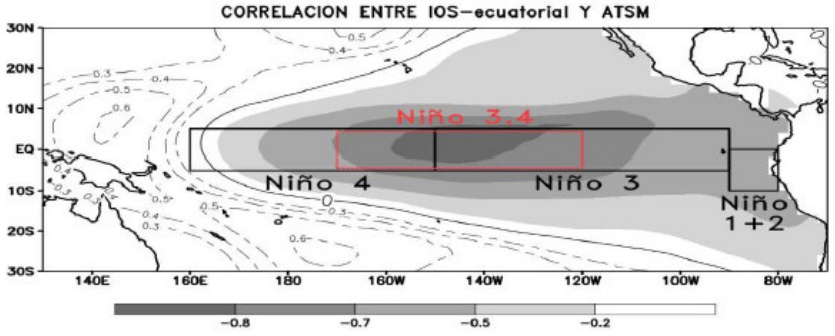


FIGURA 2.14: Correlación entre el índice de oscilación del sur y el índice El Niño (Anomalías de la temperatura superficial del mar, ATSM). Fuente: Barreto, (2016).

2.3.3. Circulación de Walker

En condiciones normales los vientos soplan con una dirección de este a oeste debido a la rotación de la tierra y la diferencia de los centros de alta y baja presión superficial del Océano Pacífico. Esto vientos superficiales, llamado alisios, mantienen las aguas calientes o piscina caliente (warm pool en inglés) del Pacifico Ecuatorial hacia lado oeste y las aguas

frías o lenguas frías (cold tongue en inglés) hacia el lado este (Figura 2.15), (Von der Heydt y Dijkstra, 2013).

El aire ubicado encima de las aguas cálidas es caliente y húmeda, generado por los procesos de evaporación. Consecuentemente, este aire cerca de la superficie por ser caliente (energía cinética alta) es menos denso y asciende con la altitud disminuyendo su temperatura. Este aire que asciende tiene la característica de ser frío y seco. Cuando llega a límite de la tropósfera, el aire se desplaza horizontalmente para descender en los lugares donde la temperatura en superficie es más fria, formando así una celda de circulación de gran escala. Ésta circulación en el plano ecuatorial se llama circulación de Walker (Figura 2.15), (Pizarro y Montecinos, 2013).

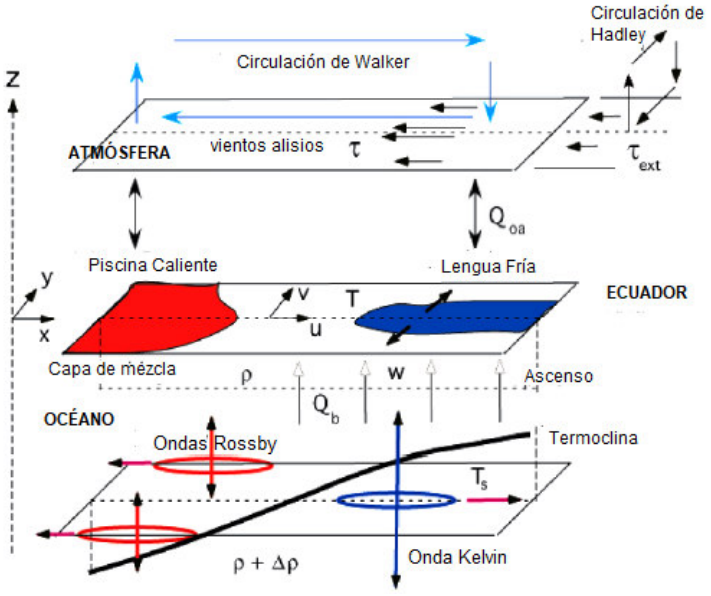


FIGURA 2.15: Procesos oceánicos y atmosféricos en el Pacífico Ecutorial. Fuente: Von der Heydt y Dijkstra, (2013).

Descripción ecuatorial de El Niño

El Niño tiene su inicio cuando los vientos alísios son debilitados por anomalías de la presión superficial del mar en la región 3,4 del Océano Pacífico Ecuatorial produciéndose vientos anómalos con dirección de oeste a este. Estos vientos anómalos tienen un impacto considerable en la estructura térmica del océano. Para la capa superior por encima de la termoclina (máxima razón de cambio de la temperatura), estos impactos son: procesos de mezcla locales, intercambio de calor Océano-Atmósfera y procesos dinámicos manejados por los vientos como las ondas ecuatoriales Kelvin y Rossby, como se muestra en la Figura 2.15. Sheinbaum, (2003). Estas ondas pueden transferir información muy rápidamente (en cuestión de meses) sobre las condiciones oceánicas anómalas, lejos de la región de impacto, aplanando la termoclina

a lo largo de todo el Pacífico Ecuatorial, que eventualmente se convierte más profundo en el este y menos profundo en el oeste (Figura 2.16, A).

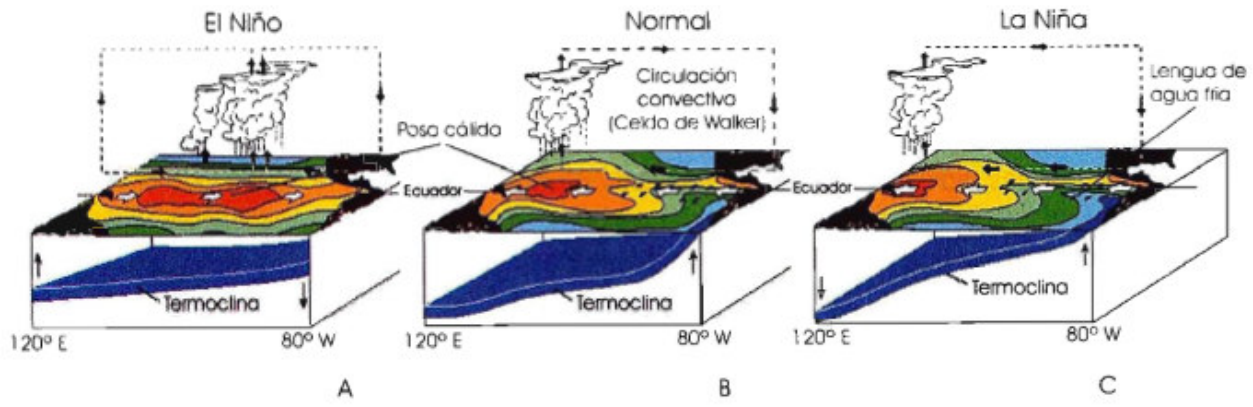


FIGURA 2.16: Procesos de interacción océano-atmósfera durante El Niño, Condición Normal y La Niña. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013).

Durante la fase La Niña los vientos alisios son intensificados hacia el oeste, desplazando las aguas cálidas en esa misma dirección y en el Pacífico Oriental (este) las aguas frías sub-superficiales ascienden hacia la superficie haciéndolas más frías de lo que son, levantando la termoclina en el este y hundiéndola aún más en el oeste (Figura 2.16, C).

En condiciones normales, como ya hemos descrito, los vientos alisios soplan en dirección hacia el oeste del Pacífico Ecuatorial estableciendo zonas de aguas calientes en el oeste y zonas de aguas frías en el este (Figura 2.16, B). Para describir a las ondas oceánicas ecuatoriales que contribuyen al ENOS la Figura 2.17 muestra la superficie del Océano Pacífico Ecuatorial en condiciones normales.

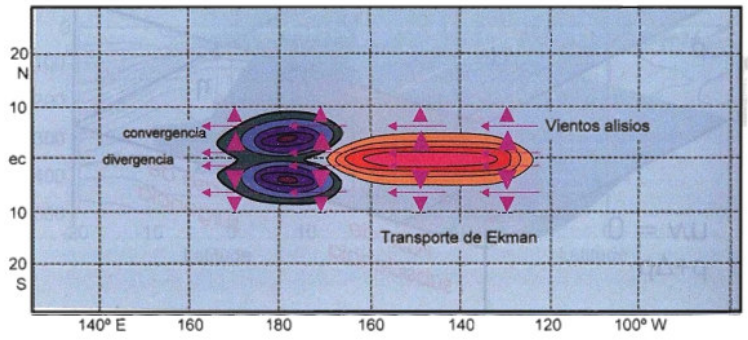


FIGURA 2.17: Surgencia y hundimiento de las aguas en la superficie del Océano Pacífico Ecuatorial. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013).

Los vientos alisios en el Pacífico Ecuatorial al dirigirse hacia el oeste (hacia la izquierda) generan un transporte neto de agua perpendicular a la dirección de los vientos, conocido como Transporte Ekman Ecuatorial. Este transporte neto de aguas produce una zona de

divergencia Figura 2.17 (zona naranja) donde las aguas de superficie se alejan del ecuador produciendo un desocupamiento, lo que favorece a la surgencia de aguas frías de las profundidades, generando una OK ecuatorial tipo upwelling (ascenso), ver Figura 2.18. Esta Ok upwelling ocasiona una reducción de la termoclina y que las agua en la superficie sean frías.

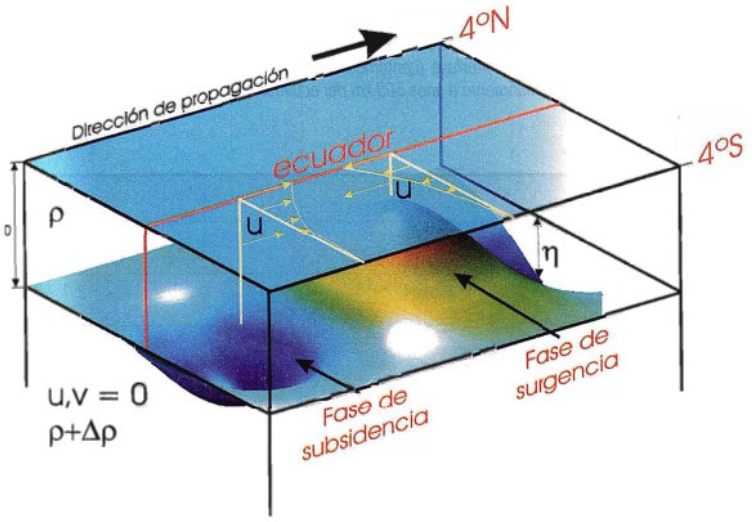


FIGURA 2.18: Representación de una OK ecuatorial de tipo Upwelling (surgencia) y tipo Downwelling (hundimiento). Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013).

Junto con la surgencia ecuatorial y la intensificación de los vientos alisios, fuera del ecuador se genera una doble zona de convergencia simétrica al ecuador Figura 2.17 (zonas azuladas), debido a que el transporte de Ekman decrece con la latitud. Esta convergencia en superficie produce hundimiento de aguas calientes y por consecuencia hundimiento de la termoclina. Esto se da a latitudes medias, por lo que se establece a la Ondas Rossby (OR) downwelling (Figura 2.19).

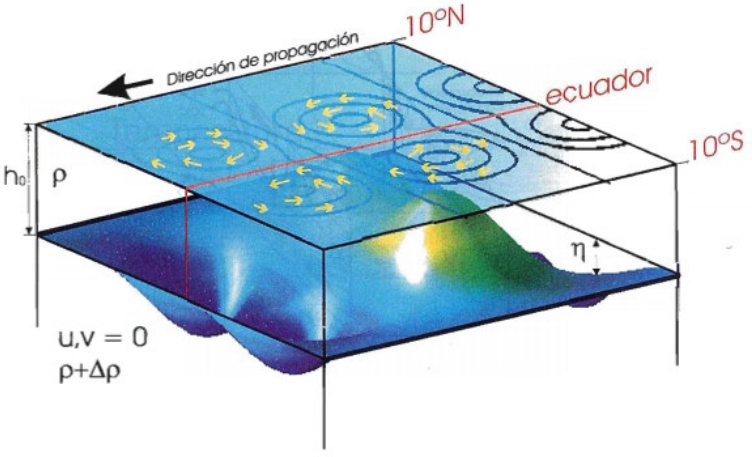


FIGURA 2.19: Representación de una OR ecuatorial de tipo Upwelling (surgencia) y tipo Downwelling (hundimiento). Esta onda se da en pares. Fuente: Pizarro y Montecinos, (2013).

Capítulo 3

Metodología

Este capítulo metodológico detalla la obtención de la relación de dispersión para el movimiento ondulatorio puro (no se considera el esfuerzo de los vientos) del Océano Pacífico Ecuatorial. Como vimos en la sección anterior está relación nos ayuda a identificar los diferentes tipos de ondas oceánicas que están presente en la estratificación (capas) del fluido.
Para obtener la relación de dispersión se utilizó al modelo oceánico lineal estratificado tomando en cuenta las condiciones del Océano Pacífico Ecuatorial.

3.1. Modelo Oceánico Lineal Estratificado

Este modelo oceánico es descrito en un sistema de coordenadas cartesiano local (ecuación 2.1), donde el eje x es hacia es este, y hacia el norte y z vertical, hacia arriba. Consideramos que para el ecuador $y = 0$ y la superficie del océano en $z = 0$. Se tiene además que para el estado de reposo la presión y densidad son funciones de z y se encuentran en equilibrio hidrostático:

$$\frac{\mathrm{d}p_o(z)}{\mathrm{d}z} = -g\rho_o(z) \tag{3.1}$$

Donde: g es la aceleración de la gravedad y $p_o(z)$ y $\rho_o(z)$ son la presión y densidad en el estado de reposo.
Se ha detallado además, que para perturbaciones pequeñas del fluido los términos convectivos en la derivada material son despreciables respecto a su término temporal, lo que resulta una linealización en las ecuaciones de momento 2.44-2.46, y considerando al océano como homogéneo ($\rho^{'} \ll \rho_o$), se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial x} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial p^{'}}{\partial y} \tag{3.3}$$

$$0 = -\frac{\partial p^{'}}{\partial z} - g\rho^{'} \tag{3.4}$$

Debemos aclarar que estas 3 ecuaciones de momento no se tomó en cuenta el esfuerzo de los vientos sobre la superficie del océano, porque se va analizar el movimiento ondulatorio puro. La conservación de la masa y la conservación de la densidad para pequeñas perturbaciones, respectivamente son:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial \rho^{'}}{\partial t} + w\frac{\mathrm{d}\rho_{oz}(z)}{\mathrm{d}z} = 0 \tag{3.6}$$

Aquí u, v y w son las componentes del campo de velocidad del fluido, f la frecuencia de Coriolis y $\rho^{'}$, $p^{'}$ son las perturbaciones de la densidad y presión, respectivamente. Tener en cuenta que para la componente vertical de momento linealizado, la aceleración vertical es despreciable ya que el flujo en la escala horizontal es mucho mayor que la profundidad de la estratificación.

Eliminamos $\rho^{'}$ en las ecuaciones 3.4 y 3.6 y utilizando la frecuencia de Brunt-Vaisala para la estratificación 2.106, obtenemos:

$$w = -p^{'}_{zt}/\rho_o N^2$$

Donde los subíndices zt indican las derivadas parciales respecto a t y z. A partir de ahora consideraremos las derivadas parciales en subíndices por cuestión de comodidad, reemplazando la solución anterior en la ecuación 3.5, se tiene:

$$u_x + v_y + (-p^{'}_{zt}/\rho_o N^2)_z = 0 \tag{3.7}$$

Derivando el tercer término respecto a z, se obtiene:

$$(-p^{'}_{zt}/\rho_o N^2)_z = \rho_o^{-1}(-p^{'}_{zt}/N^2)_z + \rho_o^{-2}\rho_{oz}p^{'}_{zt}/N^2$$

En el océano los cambios típicos de densidad ρ_o/ρ_{oz} es grande y de la aproximacion de Boussiness $\rho_o \approx \rho_*$ (Clarke, 2008), obtenemos:

$$(-p^{'}_{zt}/\rho_o N^2)_z = \rho_*^{-1}(-p^{'}_{zt}/N^2)_z$$

Entonces la conservación de la masa en terminos de N,genera:

$$u_x + v_y + \rho_*^{-1}(-p'_{zt}/N^2)_z = 0 \tag{3.8}$$

Notamos ahora que las ecuaciones del movimiento ondulatorio ecuatorial depende de u, v y p'

Dinámica del Océano en términos de modos verticales para una profundidad constante

Con este método se considera la estratifiación continua del océano (capas multiples) en términos de modos verticales. Cada modo satisface las condiciones de superficie libre y límite de fondo plano.
Se establece soluciones donde cada modo vertical n es proporcional a una eigenfuncion F_n que satisface el problema de Sturm–Liouville, ver Clarke, (2008) para más detalle.

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x,y,t)F_n(z)$$

$$v = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x,y,t)F_n(z)$$

$$\frac{p'}{\rho_*} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(x,y,t)F_n(z)$$

Estás soluciones de modos verticales para la estratificación continua, reemplazando en las ecuaciones 3.2, 3.3 y 3.8, satisface:

$$u_{nt} - fv_n = -p_{nx} \tag{3.9}$$

$$v_{nt} + fu_n = -p_{ny} \tag{3.10}$$

$$\frac{p_{nt}}{c_n^2} + u_{nx} + v_{ny} = 0 \tag{3.11}$$

Estás 3 ecuaciones describen la dinámica de la estratificación continua del océano (a cada capa diferente le corresponde un modo n), donde c_n es la rapidez de fase de la onda en la estratificación.

3.2. Relación de Dispersión

Para comprender la variabilidad ecuatorial es fundamental comprender las posibles ondas ecuatoriales lineales. Tomamos en cuenta la aproximación del plano beta descrita en la ecuación 2.93.

$$f = f_o + \beta_o y$$

Para nuestro estudio, en el Pacifico Ecuatorial la latitud $\varphi_o \to 0°$, implica que $f_o \to 0°$. Por lo tanto, para la aproximación del plano beta ecuatorial resulta:

$$f = \beta_o y$$

La estratificación del Océano Pacífico Ecuatorial, generalmente, consiste de una capa cálida separada de las aguas más profundas (aguas frías) por una termoclina poco profunda (Figura 3.1). Los valores tipicos de densidad ($\frac{\Delta\rho}{\rho_o} = 0{,}002$) indica que puede considerarse como un fluido homogéneo y la profundidad de la termoclina $H = 100m$, constante como un fondo plano.

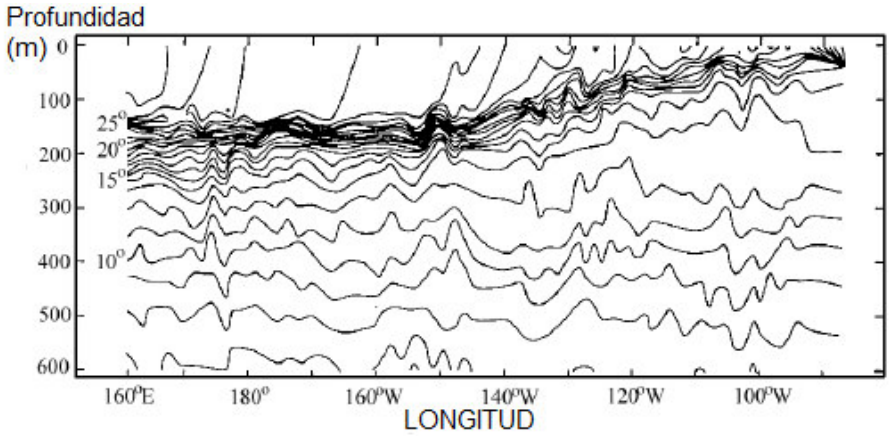


FIGURA 3.1: Temperatura ^oC en función de la profundidad y longitud. De los valores típicos puede considerarse una capa océanica arriba de la termoclina. Fuente: Cushman-Roisin, (2010)

Estas condiciones sugieren el uso de una capa oceánica de gravedad reducida, donde el movimiento ondulatorio es inmediantamente linealizado y considerando el efecto de rotación de la tierra, tal como se describió en la subsubección 2.2.2. Por lo tanto del modelo oceánico lineal estratificado sin esfuerzo de los vientos en una sola capa resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -g' \frac{\partial h}{\partial x} \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -g' \frac{\partial h}{\partial y} \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \tag{3.14}$$

Donde: u y v son las componentes de la velocidad horizontal y meridional respectivamente, $g^{'}$, es la gravedad reducida y h, la variación del espesor de la capa (el engrosamiento positivo y adelgazamiento negativo).
El radio de deformación interno (Chusman-Roisin, 2010) es definido como: $R = \frac{\sqrt{g^{'}H}}{f} = \frac{c}{f}$, para el plano beta ecuatorial $f = \beta_o y$. Esto implica que el radio de deformación interno varia a latitudes medias.

$$R = \frac{c}{\beta_o y}$$

Se define el radio de deformación ecuatorial R_{eq}, como aquel donde $R = y = R_{eq}$, y resulta:

$$R_{eq} = \sqrt{\frac{c}{\beta_o}} \tag{3.15}$$

Se define también el tiempo inercial ecuatorial T_{eq} como el tiempo en el que la onda recorre R_{eq} con una rapidez de fase c:

$$T_{eq} = \frac{1}{\sqrt{\beta_o c}} \tag{3.16}$$

Ahora establecemos las diferentes soluciones para el movimiento ondulatorio de la capa oceánica ecuatorial:

1. Adminiendo una solución con flujo meridional cero.
   Esto implica que $v = 0$, reemplazando en las ecuaciones 3.12-3.14, resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g^{'}\frac{\partial h}{\partial x} \tag{3.17}$$

$$fu = -g^{'}\frac{\partial h}{\partial y} \tag{3.18}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \tag{3.19}$$

   Consideramos la propagación de onda $x \pm ct$ con eje de solución en y (y es una pared a lo largo del eje x). La solución es similar a lo que se planteo en la subsubección 2.2.3.1. Se obtiene entonces que para la estructura meridional, la onda decae exponencialmente mientras se aleja del ecuador y se propaga con amplitud máxima, eje x, a lo largo de la pared:

$$u = cF(x - ct)exp^{-y^2/2R_{eq}^2} \tag{3.20}$$

$$v = 0 \tag{3.21}$$

$$h = HF(x - ct)e^{-y^2/2R_{eq}^2} \tag{3.22}$$

   Donde F es una funcion arbitraria y R_{eq} es el radio de deformación ecuatorial.

2. Para admitir otras soluciones en el movimiento ondulatorio, establecemos soluciones periódicas en el tiempo y dirección zonal:

$$u = U(y)cos(\kappa x - \omega t)$$

$$v = V(y)sin(\kappa x - \omega t)$$

$$h = A(y)cos(\kappa x - \omega t)$$

Eliminamos las amplitudes de u y h para obtener una ecuación que gobierne la estructura meridional, entonces reemplazando estás soluciones en las ecuaciones 3.17-3.19, obtenemos:

$$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}y^2} + \left(\frac{\omega - \beta_o^2 y^2}{c^2} - \frac{\beta_o \kappa}{\omega} - \kappa^2\right) V = 0$$

La solución de esta ecuación diferencial es no senosoidal. Se tiene que y es suficientmente largo, por lo que si es término entre parentesis comienza a ser negativo, anticipa un decaimiento exponencial a largas distancias del ecuador. Las soluciones de esta ecuación diferencial deben cumplir los siguientes límites, $\left|y\right| \to \infty$ entonces $V \to 0$. Cushman-Roisin, (2010); Clarke, (2008). Ello es posible sí:

$$V(y) = H_n(\frac{y}{R_{eq}})e^{-y^2/2R_{eq}^2} \tag{3.23}$$

donde H_n es el polinomio de Hermite de grado n, y las soluciones decaen a grandes distancias del ecuador, solamente si se cumple:

$$\frac{\omega^2}{c^2} - \kappa^2 - \frac{\beta_o \kappa}{\omega} = \frac{2n+1}{R_{eq}^2} \tag{3.24}$$

Hemos obtenido finalmente de la ecuación 3.24, la relación de dispersión (ω en función de κ) del Océano Pacífico Ecuatorial considerando una capa océanica cálida debido a sus valores típicos. Así, las ondas forman un conjunto discreto de modos en la capa.

Capítulo 4

Resultados

Se realizó la solución de la relación de dispersión para el Océano Pacífico Ecuatorial (ecuación 3.24). Las ondas oceánicas obtenidas como resultado se llaman ondas oceánicas ecuatoriales y con sus propiedades de onda se identificó aquellas que tienen conexión con el evento cálido El Niño.

4.1. Ondas Oceánicas Ecuatoriales

Soluciones para $n \geq 1$

Para frecuencias largas en términos del tiempo inercial ecuatorial, tenemos:

$$\omega \simeq \pm\sqrt{\frac{2n+1}{T_{eq}^2} + g' H \kappa^2} \tag{4.1}$$

Notamos que la ecuación 4.1 es semejante a la relación de dispersión de las ondas de gravedad-inercial. Sí el tiempo inercial ecuatorial es largo (la onda tarda más tiempo en recorrer R_{eq}, β_o pequeño) causa una ligera asimetría (Figura 4.1). Por tal motivo, para frecuencias largas en términos del tiempo inercial ecuatorial obtenemos a las **Ondas de Poincaré ecuatorial**.

Para frecuencias subinerciales (pequeñas), donde las longitudes de onda son largas (valores pequeños de κ). La rapidez de fase de la onda resulta:

$$c_n = \frac{\omega_n}{\kappa} \simeq -\frac{\beta_o R_{eq}^2}{2n+1} \tag{4.2}$$

Como vimos en la subsubsección 2.2.3.3 corresponde a las ondas planetarias largas de latitud media (Ondas Rossby largas). Estas ondas son casi no dispersivas y se propagan hacia el oeste. Por lo tanto, esta onda es llamada **OR ecuatoriales**

Solución para $n = -1$

De lo desarrollado para un flujo meridional cero ($v = 0$), se obtuvo una onda océanica viajera que se propaga hacia el este del Pacífico Ecuatorial, a lo largo de una pared horizontal (ésta pared es considerada como la línea ecuatorial). Además de presentar longitudes de onda largas (valores pequeños de κ y ω), se obtuvo el siguiente resultado:

$$\omega = c\kappa \tag{4.3}$$

Por su analogía con la OK atrapada presentada en la subsubsección 2.2.3.1, donde su rapidez de fase de onda es similar a la rapidez de fase de la onda de gravedad superficial $c = \sqrt{gH}$, presenta ausencia de flujo en un eje (en nuestro caso meridional), comportamiento no dispersivo (c constante) y un decaimiento sobre un radio de deformación (en nuestro caso R_{eq}), establecemos a esta solución como la **OK ecuatorial**.
La Figura 4.1 muestra la relación de dispersión de estás ondas oceánicas ecuatoriales.

Solución para $n = 0$

Representa un caso particular y la frecuencia ω_o tiene solucion:

$$(\omega_o + c\kappa)\left(\omega_o T_{eq} - \frac{1}{\omega_o T_{eq}} - \kappa R_{eq}\right) = 0 \tag{4.4}$$

La solución $\omega_o = -c\kappa$, no es válida ya que en las ecuaciones que gobiernan la eliminación de v en las OK ecuatoriales se cumple que $\omega_o + c\kappa \neq 0$. Otra condición es que para este caso el fluido no presenta un equilibrio entre la fuerza de coriolis y las fuerzas del gradiente de presión (Clarke, 2008). La segunda solución entre paréntesis exibe una onda que se comporta como un mixto entre las ondas de gravedad-inercial y las planetarias, llamadas **Ondas de Yanai**.

Se obtuvo los diferentes tipos de ondas oceánicas ecuatoriales, tomando en cuenta los valores típicos del Océano Pacífico Ecuatorial, sin considerar el esfuerzo de los vientos sobre la superficie del océano, ya que se analizó el movimiento ondulatorio puro. En la realidad, el esfuerzo de los vientos toma un rol importante en la dinámica ecuatorial, y lo es más, cuando ocurre un evento El Niño.

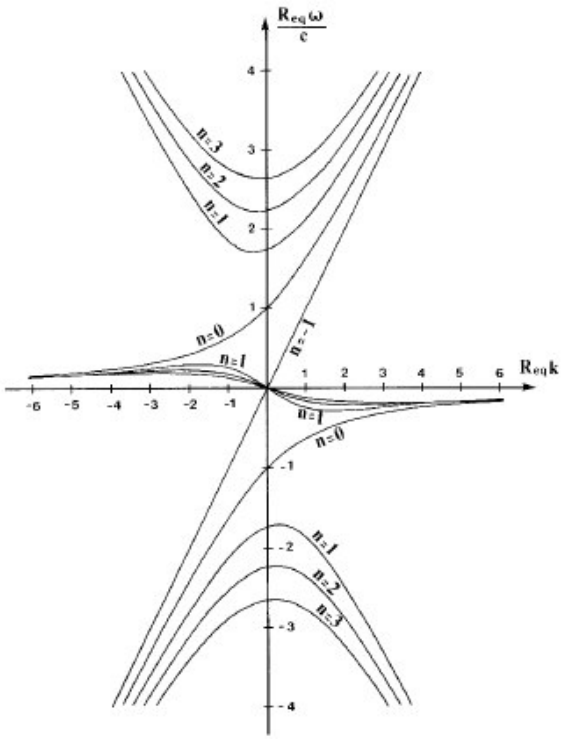


FIGURA 4.1: Relación de dispersión de las Ondas Oceánicas Ecuatoriales. Fuente: Cushman-Rosin, (2010)

Durante un evento El Niño el Océano Pacífico Ecuatorial es perturbado por la acción de vientos alisios anómalos direccionados hacia el este, hacia las cuencas americanas Figura 4.2, por lo que, la capa oceánica presenta un movimiento ondulatorio en el cual se propagan ondas oceánicas ecuatoriales. A bajas frecuencias (periodos mayor al T_{eq}, aproximadamente 2 días), las ondas de Poincaré no se excitan y la respuesta del movimiento ondulatorio del océano consiste en la OK, la onda de Yanai y algunas ondas planetarias (OR de frecuencias apropiadas). Cushman-Roisin, (2010).

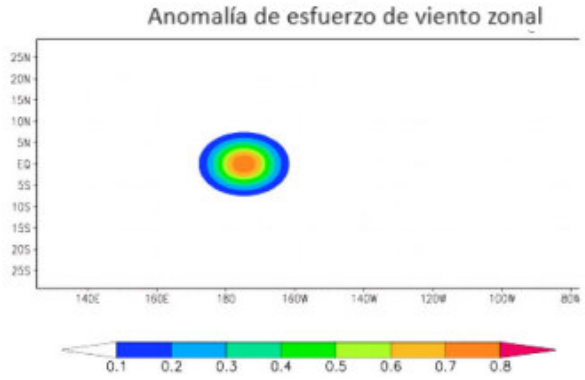


FIGURA 4.2: Esfuerzo de viento zonal anómalo en el Pacífico Ecuatorial. Fuente: Sheinbaum, (2003)

Si se considera además, que la perturbación es simétrica con respecto al ecuador, la onda

de Yanai y todas las OR de orden uniforme son descartadas. Por lo tanto, la OK ecuatorial y las OR de longitudes de onda cortas (si hay) llevan energía hacia el este, mientras que las OR de longitudes de onda largas llevan energía hacia el oeste. La Figura 4.3 muestra la dispersión temporal de un desplazamiento de termoclina generado por una anomalía de esfuerzo del viento impuesta en un tramo de océano ecuatorial. Se tiene que las OK y las OR de bajo orden, junto con las corrientes impulsadas por el viento, son prevalentes en el océano ecuatorial.

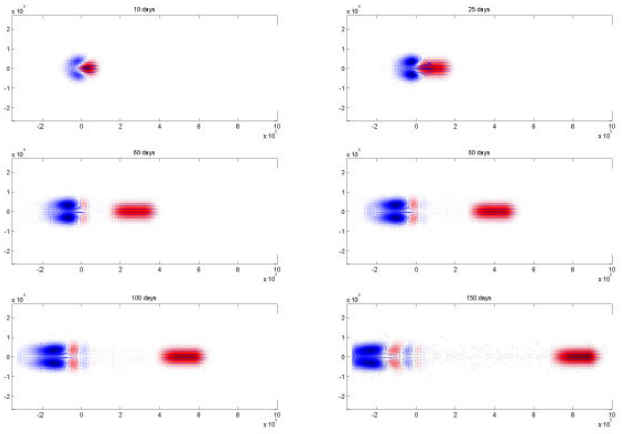


FIGURA 4.3: Propagación de una OK ecuatorial, hacía el este y un bombeo doble de ondas planetarias (OR, n=1), propagandose hacia el oeste. Fuente: Cushman-Roisin, (2010)

La Figura 4.4 muestra de forma similar las propagaciones de la OK ecuatorial y las OR largas, debido al cambio en el tiempo de la termoclina, desarrollado por modelación numérica tomando en cuenta el esfuerzo de los vientos anómalos.

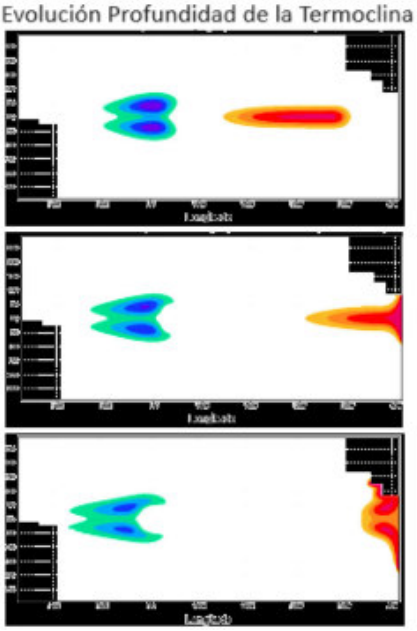


FIGURA 4.4: Cambio de la termoclina en el tiempo. Se tiene las direcciones de propagación de la OK ecuatorial y OR largas. Fuente: Sheinbaum, (2003)

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones

El océano puede ser descrito por una estratificación continua, es decir, por capas oceánicas superpuestas. Para el caso del Océano Pacífico Ecuatorial, tomando en cuenta la estratificación, puede ser descrito por un modelo de una capa oceánica donde la profundidad es constante ($H = 100m$) y es la profundidad la termoclina. El movimiento ondulatorio en esta capa considera al fluido como homogéneo, (perturbación de la densidad $\rho^{'}$ mucho menor que la densidad hidrostática de referencia ρ_o), las perturbaciones de su estado de reposo pequeñas lo que establece un linealización en las ecuaciones de movimiento (no se toman en cuenta términos advectivos).

Por lo tanto, está capa oceánica ecuatorial al presentar un movimiento ondulatorio puro (no se considera el esfuerzo de los vientos), las ondas generadas son llamadas ondas oceánicas ecuatoriales. La **OK ecuatorial** se comporta como una onda de gravedad superficial larga que no es afectada por la rotación de la tierra, es no dispersiva, tiene una dirección única de propagación hacia el este (es decir, su velocidad de fase c, su velocidad de grupo y su energía se dirigen hacia el este), con amplitud máxima a lo largo de la línea ecuatorial y decae simétricamente con la latitud sobre una distancia del orden del radio ecuatorial de deformación R_{eq}. Las **Ondas de Poincaré ecuatorial** son ondas de gravedad-inercial, son dispersivos y superinerciales (frecuencia de ondas mucho mayor que la frecuencia de rotación de la tierra). Las **Ondas de Yanai** (que es una onda oceánica ecuatorial) son ondas que se comportan como un mixto entre la ondas de gravedad-inercial y las planetarias (OR). Las **OR ecuatoriales** son ondas planetarias largas que varían latitudinalmente, son casi no dispersivos, se propagan al oeste (es decir, su velocidad de fase c, su velocidad de grupo y su energía son dirigidos hacia el oeste) y son subinerciales (frecuencia de onda mucho menor que la frecuencia de rotación de la tierra).

Cuando en el Océano Pacífico Ecuatorial, los vientos alisios cambian de dirección (hacía el este) por anomalías en la presión superficial del océano forman un escenario de la fase cálida del ENOS, también conocida como El Niño. Estos vientos anómalos generan perturbaciones en la capa oceánica ecuatorial produciendo ondas oceánicas ecuatoriales. Si las frecuencias son cortas (longitudes de onda larga) las ondas de Poincaré ecuatorial no se excitan, y sí además la perturbación es simétrica con respecto al ecuador, la onda de Yanai y todas las OR de orden uniforme se descartan. Por lo tanto la OK ecuatorial que lleva energía hacía el este y la OR ecuatorial (onda planetaria larga) lleva energía hacia el oeste son las ondas que están relacionadas con los eventos cálidos asociados a EN.

Se tiene por ello, que durante EN los vientos anómalos favorecen un transporte de ekman de tipo convergente hundiendo la termoclina y produciendo una OK downwelling que propaga la energía de las aguas cálidas hacia el este. Por otro lado, en los extremos de la línea ecuatorial se producen zonas de divergencia favoreciendo el ascenso de aguas frías en forma OR upwelling, estás son OR largas que propagan la energía de las aguas frías hacia el oeste.

5.2. Recomendaciones

En la redacción respecto a la parte metodológica del modelo oceánico lineal estratificado en términos de modos verticales se realizó una descripción general del modelo. Si desea conocer más detalle sobre su desarrallo y aplicación se recomienda revisar la bibliografia correspodiente la cual está referenciada.
Este trabajo muestra una descripción detallada de EN, como la fase cálida del ENOS. Si le interesa conocer más detalle sobre ENOS en su forma general, se recomienda revisar los trabajos realizados por los autores referenciados en la subsección que se abordó el ENOS.
Las ondas oceánicas ecuatoriales juegan un rol importante en la dinámica del ENOS, por ello son monitoreadas e investigadas por diferentes instituciones nacional e internacionales. La Comisión Multisectorial encargada del Estudio Nacional del Fenómeno El Niño (ENFEN) es una comisión que abarca diferentes instituciones nacionales, si le interesa conocer trabajos sobre el diagnóstico climático y previsión del ENOS en Perú, revisar el siguiente enlace:
http://enfen.gob.pe/

Referencias

[1] Barreto, C. (2016).*Índices de monitoreo y predicción del ENOS*. Lima : SENAMHI.

[2] Cabello, M. (2016). Ondas superficiales de gravedad.
Recuperado de https://silo.tips/download/9-ondas-superficiales-de-gravedad

[3] Clarke, A. (2008). *An Introduction to the Dynamics of El Niño and the Southern Oscillation*. Florida: Elsevier Science.

[4] Cushman-Rosin, B. (2010). *Introduction to Geophysical Fluid Dynamics*. Academic Press.

[5] ENFEN (2020). Diagnóstico Climático y Previsión de El Niño-Oscilación del Sur en el Perú. Lima, Perú.
Recuperado de http://enfen.gob.pe/download/informe-tecnico-enfen-ano-6-n4/

[6] Gill, A. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press.

[7] ITE (Sin fecha). El fenómeno de la Oscilación del Sur-El Niño (ENSO).
Recuperado de https://fjferrer.webs.ull.es/Apuntes3/Leccion05/1_el_fenmeno_de_la_oscilacin_del_surel_nio_enso.html

[8] Kundu,K and Cohen, M. (2002). *Fluid Mechanics*. Segunda Edición. California: Elsevier Science.

[9] Mosquera, K. (2009). *Variabilidad Intra-estacional de la Onda de Kelvin Ecuatorial en el Pacífico (2000-2007): Simulación Numérica y datos observados (tesis de maestría)*. Fac. de Ciencias Físicas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima.

[10] Mosquera, K. Dewitte, B. Illig , G. Takahashi, K. and Garric, G. (2013). The 2002/2003 El Niño: Equatorial waves sequence and their impact on sea surface temperatura. *journal of geophysical research: oceans*, vol. 118, pp 346–357.

[11] Pedlosky, J. (2003). *Wave in the Ocean and Atmosphere*. Berlin: Springer.

[12] Pizarro, O. y Montecinos, A. (2013).El niño y las oscilaciones del sur.
Recuperado de http://biblio3.url.edu.gt/Publi/Libros/2013/BioMarina/07.pdf

[13] Quispe, J. (2020). Contracorriente Ecuatorial. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

[14] Rivera, G y Mosquera, K. (2019). Contribución meridional de los vientos y el nivel del mar desde la perspectiva de ondas oceánicas ecuatoriales largas en un océano sin frontera. Lima: Instituto Geofísico del Perú.

[15] Sheinbaum, J. (2003). Current theories on El Niño-Southern Oscillation:Geofísica Internacional *Rev. Inv. Fis.*. California.

[16] Skiba, Y. (2008). *Introduccion a la Dinamica de Fluidos*. México: Universidad Autónoma de México.

[17] Vallis, G (2017). *Atmospheric and Ocean Fluid Dynamics*. Cambridge: University Press.

[18] Von der Heydt, A and Dijkstra, H. (2013). El Niño: processes, dynamics and predictability.*Rev. Inv. Fis.*