



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica

Escuela Profesional de Ingeniería Civil

Modelo hidrológico regional con cambio climático global de caudales medios anuales de la cuenca hidrográfica del Río Santa, aplicando la ecuación de Fokker-Planck- Kolmogorov

TESIS

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil

AUTOR

Erick Vladimir CASTILLA CHANCO

ASESOR

Dr. Samuel Ismael QUISCA ASTOCAHUANA

Lima, Perú

2022



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Castilla, E. (2022). *Modelo hidrológico regional con cambio climático global de caudales medios anuales de la cuenca hidrográfica del Río Santa, aplicando la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica, Escuela Profesional de Ingeniería Civil]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios

Datos de autor	
Nombres y apellidos	Erick Vladimir Castilla Chanco
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	77093376
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0003-4298-2316
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	Samuel Ismael Quisca Astocahuana
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	06640007
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0003-2477-9306
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	Luis Miguel Morán Yáñez
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	06118148
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Félix Santiago Sánchez Benites
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	07171669
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	Humberto Iván Pehovaz Alvarez
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	07450662
Datos de investigación	
Línea de investigación	C.0.1.15. Hidrología
Grupo de investigación	No aplica.
Agencia de financiamiento	Sin financiamiento.

Ubicación geográfica de la investigación	Edificio: (Si se trata de una investigación en laboratorio, universidad, empresa o institución) País: Perú Departamento: Ancash, La Libertad Latitud: -9.089433 Longitud: -77.776244
Año o rango de años en que se realizó la investigación	Octubre 2020 – marzo 2022
URL de disciplinas OCDE	Estadísticas, Probabilidad https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.01.03 Oceanografía, Hidrología, Recursos hídricos https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.05.11 Ingeniería civil https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#2.01.01



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

FACULTAD DE INGENIERÍA GEOLÓGICA, MINERA, METALÚRGICA Y GEOGRÁFICA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS PARA OPTAR TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL

Siendo las 8:30 a.m. del día jueves 05 de Mayo del 2022 y conforme a la Directiva General de Sustentación de Tesis en la Modalidad No Presencial, aprobada con Resolución Rectoral N° 01242-R-20, usando la Plataforma Virtual Google Meet. En presencia del Vicedecano Académico de la Facultad, Dr. Jaime César Mayorga Rojas y los Señores Docentes designados como Miembros del Jurado Calificador:

Dr. LUIS MIGUEL MORÁN YÁÑEZ	Presidente
Dr. FÉLIX SANTIAGO SÁNCHEZ BENITES	Miembro
Dr. HUMBERTO IVÁN PEHOVAZ ALVAREZ	Miembro

Reunidos en Acto Académico Virtual Público de Sustentación de la Tesis titulada: «**MODELO HIDROLÓGICO REGIONAL CON CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL DE CAUDALES MEDIOS ANUALES DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO SANTA, APLICANDO LA ECUACIÓN DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV**» presentada por el Bachiller **ERICK VLADIMIR CASTILLA CHANCO**, para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil, asesorado por el Dr. Samuel Ismael Quisca Astocahuana.

Expuesta la Tesis; los miembros del Jurado plantearon al Bachiller las preguntas pertinentes, que fueron absueltas a: ***Satisfacción del Jurado***

Concluida la sustentación de Tesis, el Jurado procedió a evaluar y calificar la calidad y sustentación en secreto, cuyo calificativo fue: **17**

Habiendo sido aprobada la Sustentación de la Tesis por el Jurado Calificador, el Presidente del Jurado recomienda que la Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica, otorgue el **TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL**, a Don **ERICK VLADIMIR CASTILLA CHANCO**.

Siendo las 9:41am, se dio por concluido el acto académico, expidiéndose Actas Originales de la Sustentación de Tesis, firmadas por el Jurado Calificador.

Lima, 05 de mayo de 2022

Dr. LUIS MIGUEL MORÁN YÁÑEZ

PRESIDENTE



Firmado digitalmente por SANCHEZ
BENITES Felix Santiago FAU
20148092282 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 16.05.2022 19:22:44 -05:00

Dr. FELIX SANTIAGO SÁNCHEZ BENITES

MIEMBRO

Dr. HUMBERTO IVÁN PEHOVAZ ALVAREZ

MIEMBRO



Firmado digitalmente por SANCHEZ
BENITES Felix Santiago FAU
20148092282 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 15.05.2022 09:32:48 -05:00

Dr. FÉLIX SANTIAGO SÁNCHEZ BENITES

DIRECTOR (e)

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

Dedicatoria

A mis padres y hermanos, quienes sin su ayuda nada de esto hubiera sido posible.

*Por su guía y apoyo incondicional, que sentaron las bases para crecer personal y
profesionalmente.*

Agradecimientos

A mi alma mater y formadores profesionales, por compartir sus conocimientos y experiencias durante mi vida universitaria.

A SQ & Ingenieros Consultores Constructores por brindarme su tiempo y conocimiento durante el desarrollo de esta tesis de grado.

CONTENIDO

RESUMEN.....	7
ABSTRACT.....	8
INTRODUCCIÓN	9
1. CAPÍTULO I: Generalidades.....	11
1.1. Cambio climático global y los recursos hídricos en las zonas altoandinas del Perú	11
1.2. Formulación del problema.....	12
1.2.1. Problema general.....	12
1.2.2. Problemas específicos	12
1.3. Objetivos.....	12
1.3.1. Objetivo general	12
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
1.4. Hipótesis de la investigación	13
1.4.1. Hipótesis general	13
1.4.2. Hipótesis específicas	13
1.5. Justificación	13
1.6. Alcances y limitaciones	14
1.7. Metodología y tipo de investigación.....	15
1.7.1. Diseño de la investigación.....	15
1.7.2. Definición y operacionalización de las variables	18
1.7.3. Matriz de consistencia	19
2. CAPÍTULO II: Marco teórico.....	20
2.1. Antecedentes.....	20
2.1.1. Investigaciones internacionales.....	21
2.1.2. Investigaciones nacionales	25
2.2. Cuenca hidrológica	26
2.2.1. Características de la cuenca y cauces	26
2.2.2. Parámetros geomorfológicos de la cuenca	27
2.2.3. Otros parámetros asociados a la cuenca.....	28
2.3. Cambio climático global.....	29
2.4. Modelos hidrológicos con influencia de cambio climático	29
2.4.1. Modelo Budyko.....	29

2.4.2. Modelo Fu	31
2.4.3. Modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov	32
2.5. Modelo hidrológico	44
2.5.1. Modelo determinístico.....	44
2.5.2. Modelo estocástico.....	44
2.6. Proceso estocástico estacionario.....	46
2.6.1. Prueba de estacionariedad	46
2.6.2. Series de tiempo	49
2.6.3. Proceso de ruido blanco	49
2.6.4. Modelos de serie de tiempo.....	50
2.6.5. Modelo ARIMA	50
2.6.6. Proceso estacionario de series temporales	50
2.7. Proceso no estacionario de series temporales.....	56
2.7.1. Modelos autorregresivo integrado de promedio móvil ARIMA(p,d,q)	56
2.8. Metodología de Box – Jenkins	57
2.8.1. Identificación.....	58
2.8.2. Estimación	59
2.8.3. Validación	62
2.8.4. Pronóstico.....	65
2.9. Serie de tiempo hidrológico.....	65
2.9.1. Parámetros estadísticos	65
2.9.2. Análisis de consistencia	68
2.9.3. Prueba de bondad y ajuste	69
2.9.4. Distribución empírica.....	70
2.9.5. Distribuciones teóricas	71
2.10. Modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK).....	78
2.11. Método de Monte Carlo.....	81
2.12. Regionalización de modelos hidrológicos	81
2.13. Ecuación de regresión lineal múltiple.....	82
2.13.1. Estimación de parámetros	82
2.13.2. Error estándar del estimado.....	83

2.13.3. Coeficientes de determinación múltiple	83
2.13.4. Coeficientes de correlación múltiple	84
3. CAPÍTULO III: Metodología	85
3.1. Materiales	85
3.2. Cuenca del río Santa	85
3.3. Método	87
3.3.1. Recopilación de datos.....	87
3.3.2. Análisis y tratamiento de datos	89
3.3.3. Estacionariedad de la serie de tiempo hidrológica	89
3.3.4. Identificación de modelos estocásticos	89
3.3.5. Estimación de parámetros de los modelos estocásticos identificados.....	91
3.3.6. Validación de los modelos estocásticos identificados.....	91
3.3.7. Verificación del modelo estocástico seleccionado.....	91
3.3.8. Determinación de la función de distribución probabilística.....	91
3.3.9. Determinación de parámetros del clima futuro (Ecuación FPK)	92
3.3.10. Regionalización del caudal medio anual	95
4. CAPÍTULO IV: Resultados.....	96
4.1. Análisis de estacionariedad de las series de tiempo hidrológicas.....	96
4.2. Identificación de los modelos estocásticos	96
4.3. Estimación de la varianza de error de los modelos estocásticos identificados.....	96
4.4. Validación de los modelos estocásticos identificados	97
4.5. Verificación del modelo estocástico seleccionado	98
4.6. Ecuaciones del caudal medio anual de las estaciones hidrométricas	98
4.7. Determinación de los parámetros del caudal medio anual futuro.....	99
4.7.1. Determinación de la función de distribución probabilística y bondad de ajuste.	101
4.8. Regionalización de los parámetros del modelo AR(1)	102
4.8.1. Regionalización del parámetro ϕ	102
4.8.2. Regionalización de la desviación estándar de error	104
4.8.3. Regionalización del caudal medio anual con cambio climático	105
4.9. Ecuación regional del caudal medio anual por influencia del cambio climático	108
5. CAPÍTULO V: Discusión.....	109
5.1. Análisis de estacionariedad por Dickey Fuller	109

5.2. Identificación de los modelos estocásticos	109
5.3. Estimación de la varianza de error.....	110
5.4. Validación del modelo estocástico	110
5.5. Verificación del modelo estocástico	110
5.6. Determinación de los parámetros de caudal medio anual futuro.....	111
5.7. Determinación de la función de distribución probabilística y bondad de ajuste	111
5.8. Regionalización de parámetros del modelo AR(1).....	111
5.9. Ecuación regional del caudal medio anual por influencia del cambio climático	112
6. CAPÍTULO VI: Conclusiones y Recomendaciones.....	113
6.1. Conclusiones.....	113
6.2. Recomendaciones	114
BIBLIOGRAFÍA.....	115
ANEXOS.....	122

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Operacionalización de variables	18
Tabla 1.2 Matriz de consistencia	19
Tabla 2.1 Estructura de FAC y FACP.	59
Tabla 2.2 Valores críticos de Δ_0	70
Tabla 3.1 Parámetros fisiográficos en la cuenca del río Santa	87
Tabla 3.2 Distribución de superficie glaciar en la cuenca del río Santa	87
Tabla 4.1 Prueba de estacionariedad de Dickey Fuller	96
Tabla 4.2 Varianza del ruido blanco o varianza de error	97
Tabla 4.3 Selección de modelo	97
Tabla 4.4 Parámetros μ, ϕ, γ del modelo AR(1)	98
Tabla 4.5 Test de Ljung-Box	98
Tabla 4.6 Ecuaciones del modelo AR(1)	99
Tabla 4.7 Precipitación total multianual por subcuenca	100
Tabla 4.8 Parámetros estadísticos del clima futuro	100
Tabla 4.9 Prueba de Kolmogorov	101
Tabla 4.10 Parámetros estadísticos del clima actual	101
Tabla 4.11 Valores estadísticos de la regionalización de ϕ	102
Tabla 4.12 Parámetros de la regionalización y pronóstico de ϕ	102
Tabla 4.13 Valores estadísticos de la regionalización de σ_ε	104
Tabla 4.14 Parámetros de la regionalización y pronóstico de σ_ε	104
Tabla 4.15 Valores estadísticos de la regionalización del caudal futuro	106
Tabla 4.16 Parámetros de la regionalización y pronóstico del caudal proyectado	106
Tabla 5.1 Parámetros de la regionalización y pronóstico del caudal proyectado	112

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Metodología de investigación.....	16
Figura 2.1 Índice de evaporación (E/P) versus índice de evaporación potencial (E0/P).....	32
Figura 2.2 Característica de diseño sin teoría de procesos aleatorios.....	34
Figura 2.3 Curvas de densidad de probabilidad (a) y de probabilidad (b).....	36
Figura 2.4 Esquema de cuenca.....	37
Figura 2.5 Efecto de los coeficientes de desplazamiento (A) y difusión (B)	38
Figura 2.6 Momentos estadísticos de la curva de densidad de probabilidad	39
Figura 2.7 Histograma y curva de densidad.....	40
Figura 2.8 Explicación de la inestabilidad del segundo momento.....	42
Figura 2.9 Significado físico del parámetro Intensidad del ruido blanco interno.....	43
Figura 2.10 Clasificación de modelos hidrológicos según su forma	45
Figura 2.11 Serie de tiempo del caudal medio anual y tiempo	47
Figura 2.12 Proceso de Ruido Blanco.....	49
Figura 2.13 Metodología de Box-Jenkins	58
Figura 2.14 Serie histórica de estación Querococha	68
Figura 3.1 Ubicación de cuenca y subcuencas de estudio del río Santa	86
Figura 3.2 Mapa de variación de precipitación al año 2030	88
Figura 3.3 Correlograma FAC y FACP de la serie de datos de la estación Llanganuco	90
Figura 4.1 Gráfico de regresión entre ϕ y Área con nevado	103
Figura 4.2 Gráfico de regresión entre ϕ y Área sin nevado	103
Figura 4.3 Gráfico de regresión de $\sigma\epsilon$ y Área con nevado.....	105
Figura 4.4 Gráfico de regresión de $\sigma\epsilon$ y Área sin nevado.....	105
Figura 4.5 Gráfico de regresión caudal futuro y Área con nevado	107
Figura 4.6 Gráfico de regresión caudal futuro y Área sin nevado	107

ÍNDICE DE ANEXO

Anexo I Caudal medio anual (m ³ /s) de las estaciones hidrométricas	123
Anexo II Serie de tiempo hidrológico de las estaciones hidrométricas	132
Anexo III Correlograma de las estaciones hidrométricas	137
Anexo IV Análisis de residuos – Test de Ljung Box.....	146
Anexo V Algoritmos.....	155
Anexo VI Curvas de densidad probabilística actual	165
Anexo VII Histograma de caudales simulados	170
Anexo VIII Curvas de densidad probabilística con cambio climático	175
Anexo IX Caudales medios anuales simulados del modelo hidrológico regional.....	180
Anexo X Laminas	185
Anexo XI Artículo publicado e indexado por SCOPUS.....	190

RESUMEN

El cambio climático global genera una variación de precipitación y temperatura en todo el planeta, alterando el valor de los caudales medios, máximos y mínimos en diversos ríos del mundo. Actualmente los estudios hidrológicos aplicados al desarrollo de proyectos de obras hidráulicas consideran la hipótesis de un régimen hidrológico estacionario, sin embargo, debido al cambio climático se plantea la necesidad de considerar nuevas metodologías que consideren como real la no estacionariedad para asegurar la vida útil, la rentabilidad y viabilidad de los proyectos hidráulicos, contrariamente a la incertidumbre que causaría la estacionariedad del régimen hidrológico, por la aplicación de los actuales métodos hidrológicos.

Generalmente los modelos hidrológicos tratan de predecir caudales a partir de una serie de datos históricos, tratando de verificar su modelo comparando las media y varianza de las series históricas con las modeladas, sin embargo, considerando la no estacionariedad del régimen hidrológico, el modelo ya no puede ser validado de manera tradicional. Por tal motivo el objetivo de la investigación es generar un modelo hidrológico regional que genere caudales medios anuales considerando el efecto del cambio climático global en la cuenca del río Santa, utilizando como dato los caudales medios anuales de las estaciones hidrométricas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros y Quitaracsa; aplicando los modelos estocásticos convencionales y la ecuación de Fokker–Planck–Kolmogorov, para el desarrollo del modelo hidrológico regional que considera la presencia y la no-presencia del área de nevados en la cuenca. Concluyendo que el modelo estocástico AR(1) es el que mejor describe el comportamiento aleatorio de los caudales medios anuales, y que la media de los caudales medios anuales al año 2030, disminuye en un 10%, según la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov.

ABSTRACT

Global climate change generates a variation in precipitation and temperature throughout the planet, altering the value of average, maximum and minimum flows in various rivers of the world. Currently, hydrological studies applied to the development of hydraulic works projects consider the hypothesis of a stationary hydrological regime, however, due to climate change there is a need to consider new methodologies that consider non-stationarity as real to ensure the useful life, profitability and viability of hydraulic projects, contrary to the uncertainty that would cause the stationarity of the hydrological regime, by the application of current hydrological methods.

Generally, hydrological models try to predict flows from a series of historical data, trying to verify their model by comparing the mean and variance of the historical series with the modeled ones, however, considering the non-stationarity of the hydrological regime, the model can no longer be validated in a traditional way. Therefore, the objective of this research is to generate a regional hydrological model that generates annual mean flows considering the effect of global climate change in the Santa river basin, using as data the annual mean flows of the Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros and Quitaracsa hydrometric stations; applying the conventional stochastic models and the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, for the development of the regional hydrological model that considers the presence and non-presence of the snow-capped area in the basin. It was concluded that the stochastic model AR(1) is the one that best describes the random behavior of the annual mean flows, and that the mean annual mean flows in the year 2030 decrease by 10%, according to the Fokker-Planck-Kolmogorov equation.

INTRODUCCIÓN

Actualmente en los estudios y proyectos de obras hidráulica se aplican metodologías que consideran la estacionarias del régimen hidrológico, sin embargo, el enfoque del cambio climático considera a este como cambiante. Por ende, en el desarrollo de esta tesis abordaremos una metodología para estimar y pronosticar caudales medios anuales considerando el cambio climático en la cuenca del río Santa.

El Capítulo I, aborda los aspectos generales de la investigación, estos son el planteamiento del problema, los objetivos, hipótesis, justificación, alcances, limitaciones y la metodología en la cual se basa la investigación.

El Capítulo II, muestra las investigaciones antecesoras que servirán como lineamiento de nuestra investigación, asimismo se aborda la teoría concerniente a modelos estocásticos, metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov y regresión lineal múltiple aplicada en el desarrollo de la investigación.

En el Capítulo III, se abarca la metodología aplicada y fuentes de información aplicadas en la presente investigación.

Posteriormente en el Capítulo IV, se desarrolla los resultados de la metodología del modelo estocástico lineal para cada subcuenca, así como los parámetros de clima actual y futuro, mostrando los resultados en tablas y gráficos para una mejor comprensión. En este capítulo también se muestra el desarrollo del modelo hidrológico regional con cambio climático en la cuenca del río Santa, mientras que, en el Capítulo V, se muestra los comentarios de los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

Finalmente, el Capítulo VI, presenta las discusiones y recomendaciones de la metodología y resultados obtenidos en la investigación.

Se incluirán como anexos, los datos de caudal medio anual de las estaciones hidrométricas evaluadas, los resultados gráficos obtenido en el proceso de elaboración de los modelos estocásticos lineales, algoritmos usados para el desarrollo del modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov y sus gráficos respectivos de curva de densidad probabilísticas e histograma de caudales simulados. Finalmente se muestra una proyección de caudales medios anual hasta el año 2030, mapas generados de ubicación de estaciones hidrométricas y ubicación de cuenca, así como un mapa de isolíneas de caudal medio futuro.

CAPÍTULO I:

Generalidades

1.1. Cambio climático global y los recursos hídricos en las zonas altoandinas del Perú

Según reportes de numerosos investigadores como Earls (2008) informan que el impacto generado por el calentamiento global es muy evidente en zonas próximas a los círculos polares del planeta, así como en zonas altas tropicales (Andes tropicales de América del Sur). Asimismo, Rodríguez (2011) reporta que el año 2010 se produjo una anomalía climática que afectó a diversos países de América Latina, causando sequías e incendios forestales.

Vuille (2013) indica que los estudios realizados sobre el cambio climático son muy limitados, centrándose principalmente en la variación de temperatura y precipitación a fines del siglo XXI, de acuerdo a un consenso de los casos hipotéticos del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC), concluyendo que el cambio de temperatura presenta gran dependencia de la elevación, asimismo, Favier (2004) menciona que los glaciares tropicales son sensibles a los efectos originados del cambio climático global.

Vuille et al. (2008) reportan que los Andes tropicales sufrieron una variación climática considerable durante el siglo XX, observándose un aumento de la temperatura entre los años de 1939 y 2006 de 0.7 °C.

Garreaud et al. (2003) mencionan que la cordillera de los andes recorre el extremo sur de América hasta el norte de Ecuador, la cual actúa como una barrera climática natural entre las tierras bajas continentales del este y el borde del pacífico al oeste. Asimismo, Vuille et al. (2008) mencionan que los Andes aportan gran parte de los recursos hídricos que se consumen en la zona árida costera occidental del Perú para la agricultura, uso doméstico e industrial, los que provienen de los nevados e hielo de las zonas altas. Ames (1998) también menciona que entre los años de

1932 a 1994 se monitorearon 10 glaciares de los Andes tropicales del Perú, identificando un retroceso de entre 590 m a 1910 m. Asimismo, estos autores mencionan que el 70% de los glaciares tropicales están ubicados en territorio peruano, siendo la más extensa la Cordillera Blanca.

La ANA (2012) reporta que desde el último inventario de glaciares, realizado hace tres décadas han desaparecido 141 glaciares, y 112 glaciares presentan un proceso de fragmentación, y ha disminuido un 27% de la masa glaciaria cuantificada en la década de 1970. Asimismo, Mark et al. (2005) mencionan que el derretimiento de los glaciares de la Cordillera Blanca proporciona un aporte significativo a la escorrentía del río Santa, por lo que es probable que el flujo disminuya a medida que los glaciares se derriten.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Cuál es el modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que considera el cambio climático global en la cuenca del río Santa?

1.2.2. Problemas específicos

¿Cuál es el modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático global?

¿En qué medida varían los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa, por influencia del cambio climático global?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Construir un modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que consideren el cambio climático global, aplicando la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov.

1.3.2. *Objetivos específicos*

Determinar el modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático global.

Determinar en qué medida varían los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa por influencia del cambio climático global.

1.4. Hipótesis de la investigación

1.4.1. *Hipótesis general*

La ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov es aplicable en la construcción de un modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que considera el cambio climático global.

1.4.2. *Hipótesis específicas*

El modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático es representativo.

Los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa varían significativamente por influencia del cambio climático global.

1.5. Justificación

La variación de precipitación, temperatura y retroceso de los glaciares en los Andes tropicales son consecuencias del cambio climático global, las cuales afectan en gran medida al comportamiento de régimen hidrológico. Esto genera una variación de los valores medios máximo y mínimos provocando inundaciones y sequías. Vuille et al. (2008) mencionan que gran parte de los recursos hídricos que se consumen en la zona árida costera occidental proviene de la fusión de nieve y hielo de los nevados tropicales.

Kovalenko et al. (2020) mencionan, que el supuesto de autosuficiencia de la serie de caudal real (bajo el supuesto de estacionariedad estadística) es motivo de preocupación. En la actualidad

estos supuestos son respaldados bajo el escenario de cambio climático, ya que los factores de formación de las superficies de cuenca presentan una variación debido a la deforestación, arado, etc. Por ende, no solo es necesario series de escorrentías reales para generar curvas de densidades probabilísticas empíricas y aproximar a distribuciones analíticas, sino que tenemos la necesidad de generar modelos matemáticos de escorrentía fluvial a largo plazo que incluyan los escenarios de cambio climático y características cambiantes de la superficie adyacente de cuenca.

Estos hechos justifican la investigación de la influencia del cambio climático sobre el modelo hidrológico regional del caudal medio anual en la cuenca del río Santa, así como la aplicación de una metodología para estimar los parámetros de la curva de densidad probabilística del escenario climático propuesta por Kovalenko.

La ecuación regional permitirá generar caudales medios anuales en diversos ríos ubicados en zonas adyacentes del área de estudio.

1.6. Alcances y limitaciones

Los alcances de la presente investigación, son los siguientes:

- Evaluar la evolución de la curva de distribución probabilística de caudales medios anuales por efecto de cambio climático global, aplicando la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov en los datos de las estaciones hidrométricas analizadas.
- Construir un mapa de isolíneas de caudal medio anual por influencia del cambio climático global al interior de la cuenca del río Santa, aplicando la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov
- Demostrar que la metodología basada en la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov tiene un alto potencial de aplicación en los proyectos de obras hidráulicas, dado que las

metodologías convencionales para determinar el caudal de diseño, no consideran el efecto del cambio climático global.

En cuanto a las limitaciones de la presente investigación, se tiene:

- El modelo de serie temporal ARIMA o modelo estocástico, se realizará en base a registros históricos completados y proyectados de las estaciones hidrométricas existentes en la cuenca, las cuales presentan información del año 1968 al año 2008, dado que las estaciones hidrométricas operadas fueron desactivadas, y otras están en propiedad de instituciones privadas.

1.7. Metodología y tipo de investigación

El enfoque de la investigación consiste en analizar y relacionar los modelos estocásticos del caudal medio anual, superficie de cuenca nevada y sin nevado y los parámetros de distribución que representan el comportamiento del caudal medio para el escenario de cambio climático, con el fin de generar un modelo regional y generar los caudales medios anuales en ríos adyacente a la zona de estudio, considerando la influencia del cambio climático. Esta investigación se adapta a una metodología no experimental aplicativa.

1.7.1. Diseño de la investigación

Las etapas por seguir para la elaboración de la presente investigación comprenden la recopilación y análisis de datos, generación de modelos estocásticos lineales (ARIMA), determinación de área de cuenca con nevado y sin nevado, obtención de parámetros de distribución con cambio climático y regionalización de parámetros ARIMA por influencia de cambio climático. Metodología indicada en Figura 1.1.

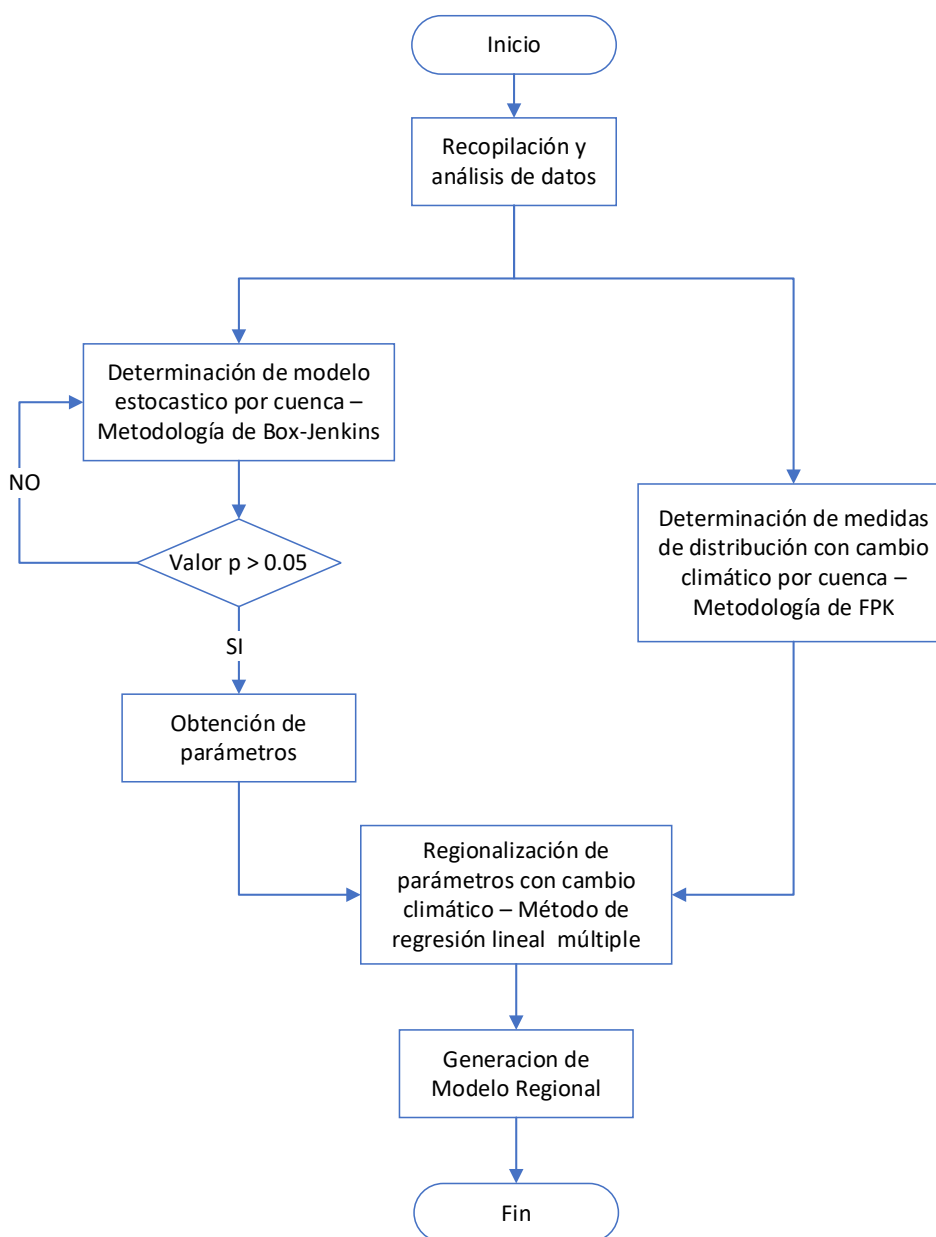


Figura 1.1 Metodología de investigación

Nota: Elaboración propia.

La primera etapa de recopilación y análisis de datos hidrométricos consiste en obtener el registro histórico de caudal medio anual de estaciones hidrométricas, información pluviométrica de la cuenca y escenario de cambio climático en la zona de estudio.

Para el desarrollo del modelo estocástico ARIMA se siguió la metodología de Box-Jenkins la cual consiste en cuatro etapas, la primera es identificar el modelo orden del modelo ARIMA que

mejor se adecue a la serie de tiempo, segundo es estimar los parámetros de los posibles modelos determinados anteriormente, la tercera etapa consiste en validar el modelo que mejor se ajuste a la serie de tiempo según el criterio de Schwars modificado (SIC) y el test de Ljun-Box. La cuarta etapa consiste en elaborar el pronóstico de la serie de tiempo modelada, la cual no será aplicada ya que se generará el pronóstico según la ecuación regional formulada en el estudio.

Aplicando el Software RStudio con librerías científicas se desarrolló la metodología de Box-Jenkins para generar un modelo ARIMA(p,d,q) para cada estación hidrométrica analizada.

La información de área de cuenca con nevado y sin nevado es recopilada de estudios realizados en la cuenca del rio Santa. Para estimar los parámetros de distribución por influencia del cambio climático se aplicará la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov, la cual se realizó empleando un algoritmo propio en lenguaje Python utilizando el Software Spyder 4 determinando las medidas de distribución y evolución de la función de distribución probabilística del clima actual y futuro según el escenario de cambio climático.

Posteriormente se procederá a relacionar por medio de regresión lineal múltiple los parámetros de área de cuenca con nevado y sin nevado con los parámetros del modelo de serie de tiempo y caudal medio estimado con cambio climático para determinar una ecuación regional representativa para el área de estudio.

1.7.2. Definición y operacionalización de las variables

Tabla 1.1 Operacionalización de variables

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión	Indicador	Unidad de medida
Variables Dependiente					
Modelo hidrológico regional de caudal medio anual por influencia del cambio climático	Modelos matemáticos que describe un sistema por medio de un conjunto de ecuaciones que relacionan variables y el escenario de cambio climático	Modelo hidrológico regional de la cuenca del río Santa, generado por la regionalización de los parámetros del modelo estocástico de las subcuencas del río Santa	Coeficiente de correlación múltiple	Coeficiente de determinación múltiple del parámetro ϕ	No aplica
				Coeficiente de determinación múltiple de caudal medio futuro	No aplica
				Coeficiente de determinación múltiple de la desviación estándar de error	No aplica
Variables Independiente					
Modelo estocástico de caudal medio anual	Modelos aleatorios que describe el comportamiento y evolución de una secuencia de datos en el tiempo.	El modelo estocástico de los caudales medios anuales de las subcuencas del río Santa será validado por el test de Ljung Box	Parámetros de modelo	Media	m^3/s
				Parámetro ϕ	No aplica
			Prueba de Ljun Box	Desviación estándar de error	No aplica
Parámetros de distribución de caudal futuro	Conjunto de medidas que describen el comportamiento de un conjunto de datos cuantitativos, estas medidas también pueden ser llamados estadísticos.	Valores estadísticos del clima futuro estimados según la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov	Parámetros de estadísticos	p-value	No plica
				Media de caudal futuro	m^3/s
				Coeficiente de variación de caudal futuro	No aplica
				Coeficiente de sesgo de caudal futuro	No aplica

Nota: Elaboración propia.

1.7.3. Matriz de consistencia

Tabla 1.2 Matriz de consistencia

Formulación del Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables
Problema General	Objetivo General	Hipótesis General	Dependiente
¿Cuál es el modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que considera el cambio climático global en la cuenca del río Santa?	Construir un modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que consideren el cambio climático global, aplicando la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov	La ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov es aplicable en la construcción de un modelo hidrológico regional de caudales medios anuales que considera el cambio climático global	Modelo hidrológico regional de caudal medio anual por influencia del cambio climático
Problemas Específicos	Objetivos Específicos	Hipótesis Especificas	Independiente
¿Cuál es el modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático global?	Determinar el modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático global	El modelo estocástico de caudales medios anuales al interior de la cuenca del río Santa sin cambio climático es representativo	Modelo estocástico de caudal medio anual
¿En qué medida varían los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa, por influencia del cambio climático global?	Determinar en qué medida varían los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa por influencia del cambio climático global	Los parámetros de distribución de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa varían significativamente por influencia del cambio climático global	Parámetros de distribución de caudal futuro

Nota: Elaboración propia.

CAPÍTULO II:

Marco teórico

2.1. Antecedentes

Según refiere Quisca (2019), la fiabilidad de las obras hidráulicas diseñadas con las guías y normativas técnicas existentes a nivel internacional, se basan en el supuesto que el régimen hidrológico (de la cuenca colectora donde se localiza el proyecto) no cambia estadísticamente, antes del diseño y durante su vida útil. Sin embargo, las evidencias concretas del cambio climático global y los cambios en las características de las cuencas superficiales demuestran lo contrario. Los registros de serie de caudales pueden ser estadísticamente estables, sin embargo, se vuelven inestables debido al cambio climático. Actualmente el sistema climático se encuentra en desequilibrio, por lo que no se debería considerar a las series de caudales como estacionarios, sino ingresar al nuevo campo de la hidrología inestable, y redefinir la fiabilidad basada en el concepto de la seguridad del caudal de diseño. Esto involucra conciliar el concepto de vida útil de la obra hidráulica y el tiempo que tome el retorno a su estado de equilibrio del sistema climatológico desequilibrado. Para ello debemos considerar el desequilibrio climático y la variabilidad estadística de los caudales de los ríos.

Ante el escenario de cambio climático global que vivimos, la hidrología y el diseño de las grandes obras hidráulicas en nuestro país, requiere el desarrollo de nuevos enfoques conceptuales, metodologías y procedimientos de cálculo que nos permita estimar con la fiabilidad necesaria la oferta hídrica y los parámetros hidrológicos de diseño de las obras hidráulicas bajo el escenario de cambio climático global, donde nuestro país es uno de los principales países afectados.

2.1.1. Investigaciones internacionales

Kovalenko (1993, 2006, 2008) desarrollo su teoría denominada “Hidrología Parcialmente Infinita”, en la cual desarrollo numerosas aplicaciones de la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov con buenos resultados prácticos para fines de los estudios hidrológicos considerando el cambio climático global. En estos estudios reporta pronósticos con cambio climático de las variables hidrológicas como los caudales medios anuales, caudales medios multianuales, caudales máximos, etc., así como los procesos de precipitación-escorrentía-evapotranspiración con cambio climático.

Autores como Praskievicz y Chang (2009), reportan investigaciones sobre la relación entre los escenarios de cambio climático global y los modelos hidrológicos. Green et al. (2011) realizaron investigaciones sobre el cambio climático global, que abarca variaciones climáticas a nivel espacial y temporal, y cambios derivados de los procesos terrestres, incluyendo las acciones antrópicas que afectan al medio ambiente, así como el cambio climático global proyectado a los sistemas de recursos hídricos. De hecho, Allen et al. (2000) y Bindoff et al. (2013) afirman que la influencia antrópica sobre el medio ha alterado el clima de los últimos 25 años, de modo que las variaciones registradas a escala global no podrían atribuirse exclusivamente a la variabilidad o anomalías climáticas.

Existen otros estudios aplicados a la evaluación de la influencia del cambio climático sobre los recursos hídricos, por ejemplo, Teng, J. et al. (2012) mencionan que el impacto generado por el cambio climático a la variación de escorrentía media anual puede ser estimada mediante las ecuaciones de Budyko y Fu, caracterizando a estos métodos su fácil aplicación.

En América Latina, Ivanova et al. (2006) desarrollan la evaluación de la sensibilidad de los caudales máximos en los puentes localizados en los ríos Pata, Magdalena y Pamplonita

(Colombia), ante la influencia del cambio climático global. Esta investigación tuvo el propósito de predecir los caudales de diseño máximos para un escenario de cambio climático global de los puentes Pumarejo, Jorge Gaitán Durán, Pata y Mariano Ospina Pérez, donde se implementó la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov propuesta por Kovalenko (1993), para determinar los parámetros de ruido y generar la curva de distribución probabilística de caudales máximos bajo el escenario de cambio climático global. Ivanova et al. (2006) demuestran que la metodología aplicada permite evaluar la sensibilidad de los caudales máximos en los ríos estudiados, bajo posibles escenarios de cambio climático global.

Alexandrovich (1999) estudia la sensibilidad del régimen hidrológico a los impactos antropogénicos en las regiones de Carelia y el noroeste del territorio europeo de Rusia, región de Don, región del Alto Volga, región de los Urales Medios y Pre Urales, región del Bajo Volga y Kazajistán Occidental, Podneprovie medio y bajo, y Letonia. Para esta investigación se recogieron y procesaron datos de precipitación y escurrimiento de ríos en 344 estaciones meteorológicas y 347 estaciones hidrológicas, durante un periodo de 30 a 40 años. Para evaluar los posibles impactos hidrológicos se aplicó el modelo estocástico de formación de escurrimiento anual en la forma de la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov, concluyendo que el modelo presenta un nivel de significancia al 1, 5, 10% por el criterio de Kolmogorov al validar en 380 predicciones de curva de densidad probabilísticas con los datos reales.

Domínguez y Rivera (2010) presentan un algoritmo bidireccional de diferencias finitas y ponderado en el tiempo, que resuelve la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov con el objetivo de predecir la curva de densidad probabilísticas de las afluencias mensuales al embalse hidroeléctrico de Betania en la parte alta del río Magdalena en Colombia. Concluyendo que la

ecuación Fokker-Planck-Kolmogorov presenta una tasa de éxito satisfactoria para la previsión de la curva de densidad probabilística operativa.

Domínguez (2004) desarrolla modelos matemáticos para la previsión de los caudales de entrada a los embalses de las centrales hidroeléctricas en Colombia, proporcionando las predicciones de probabilidad posteriores necesarias. Para ello utiliza la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov para desarrollar un sistema de modelización orientado a objetos para la previsión posteriori de las curvas de densidad probabilísticas de los embalses hidroeléctricos de Colombia. Los resultados de la investigación permiten proporcionar previsiones mensuales de las afluencias de aguas en los embalses hidroeléctricos y previsiones a muy largo plazo del régimen hidrológico del país, presentando los siguientes resultados: a) Mapas numéricos del régimen hidrológico de Colombia. b) Mapas de anomalías esperadas de la hidrología en Colombia. c) Modelos dinámicos y de regresión que permiten realizar predicciones teniendo en cuenta los datos existentes, proyecciones de afluencia mensual con estimación satisfactoria según criterios aceptados en Rusia. d) Esquemas numéricos explícitos e implícitos para resolver la ecuación de Fokker -Planck-Kolmogorov.

Gloria et al. (2017) analizan las series de tiempo del volumen anual ($m^3/año$) en el río Magdalena, utilizando los datos de la estación calamar. Aplicando la metodología del modelo ARIMA, con el objetivo de compatibilizar los datos reales y los datos modelados del volumen anual. Concluyendo que los resultados simulados con el modelo ARIMA presentan un buen ajuste de los valores máximos y mínimos, sin embargo, no permite simular el comportamiento exacto de la serie en el tiempo.

Guevara et al. (2010) investigaron los caudales mensuales del río Caroní en Venezuela, con el objetivo de realizar un análisis estocástico de la serie de tiempo en caudales mensuales,

utilizando la información de la estación hidrométrica Guri desde 1950 hasta el 2003, empleado el modelo clásico de Box y Jenkins, concluyendo que los modelos SARIMA (1,0,0) (1,1,1), SARIMA (0,0,0) (0,1,1) y AR(1) generan modelos de menor longitud. Mediante un análisis de residuos se determinó que el modelo SARIMA (1,0,0) (0,1,1) se aproxima a los datos históricos del río Caroní.

Gutiérrez et al. (2009) tienen como objetivo predecir el caudal en zonas sin estación hidrométricas, mencionan que para estimar y conocer series temporales de variables hidrológicas se utilizó el Análisis de Componentes Principales (ACP). Desarrollaron ecuaciones regionales de transferencia de información hidrológica, a partir de datos anuales de caudales medios. Asimismo, determinaron la relación espacial que existe entre los parámetros del modelo AR(p) y las características orográficas de la región. El modelo se evaluó comparando los datos generados a partir de la ecuación regional y los datos medidos de una estación. Los resultados indican que el procedimiento es confiable al momento de transferir información hidrológica de una cuenca a otra cuando existen escasos registros o nulos.

Rivero et al. (2018) presentan el modelado lineal estocástico para pronósticos de flujos en la sub cuenca “V Aniversario” perteneciente al río Cuyaguaje en Cuba, con el propósito de pronosticar la esorrentía en escalas anuales y mensuales, mediante la aplicación de modelos estocásticos lineales. Para ello se utilizaron los modelos de Ruido Blanco AR(p), MA(q) y ARMA(p, q), implementando el software R, concluyendo que para la esorrentía anual el modelo de Ruido Blanco es el que mejor se ajusta, sin embargo para escala mensual debería ser modelada por un modelo SARIMA.

2.1.2. Investigaciones nacionales

Díaz (2017) desarrolla modelos estocásticos regionales para predecir valores de caudales medios anuales y mensuales en zonas no aforadas de la cuenca del río Santa, contando con registros desde el año 1968 al 2008. Para determinar el parámetro autorregresivo se utilizó el software Stochastic analysis, modeling, and simulation (SAMS) versión 2007. Este software se aplicó para el modelamiento de 9 ríos en la cuenca del río Santa, concluyendo que el modelo regional AR(1) es adecuado para los caudales medios anuales de la cuenca del río Santa; siendo los parámetros de este modelo el caudal medio (determinada en función del porcentaje glaciar y el área de la cuenca), mientras que el parámetro ϕ no está sujeto a los parámetros físicos de la cuenca.

Flores et al. (2015) mencionan que el río Tumilaca es una de las principales fuentes de agua de agua en la región de Moquegua, y su investigación tuvo el propósito de predecir los caudales diarios aplicando modelos estocásticos. Así como determinar si el modelo estocástico autorregresivo de primer orden AR(p) es adecuado para generar series de caudales diarios con autocorrelogramas, y validar su modelo con la prueba de bondad de ajuste. Para ello se utilizó la información brindada por el SENAMHI, desde 01 de junio 2006 al 31 de diciembre 2011. En la validación del modelo se determinó que el modelo más apropiado para modelar los caudales diarios del río Tumilaca es el modelo AR(1), cuyo componente aleatorio presenta una distribución log Logística de 3 parámetros y los autocorrelogramas de la variable estandarizada presentan valores altos de coeficiente de autocorrelación.

Bastidas (2015) presenta su investigación que consistió en determinar los caudales de la cuenca del río Mantaro aplicando modelos estocásticos de series sintéticas, para esto utilizó información de 9 estaciones hidrométricas representativas de la cuenca del río Mantaro. El modelo estocástico fue realizado mediante el software Stochastic Analysis Modeling and Simulation 2009

(SAMS 2009). Los datos abarcaron información desde 1966 al año 2005. Las series sintéticas generadas fueron ARMA (1,0), ARMA (2,0) y ARMA (2,1) las cuales se seleccionaron los caudales máximos mensuales con una longitud de 50 años para determinar su curva de densidad probabilísticas, estimando un caudal de 997.66 m³/s para un periodo de retorno de 100 años.

2.2. Cuenca hidrológica

Aparicio Mijares (1999) menciona que una cuenca es la zona de superficie terrestre donde la precipitación que cae sobre ella es drenada hacia un mismo punto de salida, esta definición es correcta si la cuenca fuera impermeable, ya que se hace referencia a una cuenca superficial y esta a su vez es asociada a una cuenca subterránea, la cual presenta una forma en planta similar a la superficial. Asimismo, existen dos tipos fundamentales de cuenca según el punto de salida de las aguas: las exorreicas y endorreica. La primera indica que las aguas desembocan al exterior de la cuenca mientras que la segunda drena las aguas en su interior.

Cahuana Andina y Yugar Morales (2009) mencionan que la cuenca hidrológica es aquella zona geográfica drenada por una corriente de agua, mientras que una cuenca hidrográfica es un espacio geográfico cuyos aportes hídricos son generados exclusivamente por las precipitaciones líquidas y sólidas, con flujos de agua y sedimentos transportados por el curso del río y quebradas hasta su desembocadura en los ríos de mayor orden.

2.2.1. Características de la cuenca y cauces

Aparicio Mijares (1999) menciona que entre estímulo y respuestas se presentan diversos fenómenos que condicionan la relación entre sí, por ejemplo, a causa de la precipitación, la cuenca genera un escurrimiento hasta el punto de salida. Estos fenómenos son controlados por las características geomorfológicas de cuenca y su urbanización. Estas características se clasifican según la manera que controlan los fenómenos. Las características que condicionan el volumen de

escurrimiento son el área de cuenca y tipo de suelo, mientras que las que condicionan la velocidad de respuesta son el orden de cuenca, pendiente de cuenca, etc.

Cahuana Andina y Yugar Morales (2009) indican que las características físicas de cuenca más conocidas son: el área de cuenca, perímetro de cuenca, forma de la cuenca, pendiente promedio, curva hipsométrica, etc.

A continuación, se describen algunos parámetros de cuenca aplicados al estudio de cuenca según Aparicio Mijares (1999).

2.2.1.1. Área de cuenca

Área plana de proyección horizontal, obtenida luego del proceso de delimitación de cuenca hidrográfica, se mide en kilómetros cuadrados.

2.2.1.2. Perímetro de cuenca

Perímetro o borde exterior de la proyección horizontal de una cuenca, se mide en kilómetros.

2.2.1.3. Forma de cuenca

La forma o figura que presenta una cuenca hidrográfica afecta a las características de los caudales, este aspecto es evidente en eventos de flujo máximo.

2.2.2. Parámetros geomorfológicos de la cuenca

2.2.2.1. Parámetros de forma

Trata de cuantificar parámetros por medio de índices, los cuales relacionan la dinámica del agua y la respuesta de la cuenca.

2.2.2.1.1. Factor de forma

Indica la relación entre el ancho promedio de cuenca y su longitud de cuenca, se determina mediante la siguiente ecuación:

$$f_f = \frac{B}{L_c} \quad (1)$$

donde:

B : ancho promedio de cuenca (Km)

L_c : longitud de cuenca (Km)

2.2.2.1.2. Índice de Gravelius

Coeficiente que indica la relación entre el perímetro de cuenca y perímetro de un círculo cuya área es igual al área de cuenca, donde si el coeficiente es igual a 1 indica que la cuenca tiene forma circular, se determina mediante la siguiente ecuación:

$$I_c = \frac{P}{2 * \sqrt{\pi * A}} \quad (2)$$

donde:

P : perímetro de cuenca (Km)

A : área de cuenca (Km²)

2.2.3. Otros parámetros asociados a la cuenca

2.2.3.1.1. Ancho medio cuenca

Se determina mediante la siguiente ecuación:

$$B_m = \frac{A}{L_c} \quad (3)$$

2.2.3.1.2. Longitud de cuenca

Distancia entre el punto de salida y el punto más alejado ubicado en la cabecera de cuenca, se mide en línea recta

2.3. Cambio climático global

Users (2013) menciona que la Convención de las Naciones Unidas de 1992, considera que un sistema climático es complejo e interactivo, integrado por la biósfera, atmósfera, geósfera, hidrósfera y sus interacciones, asimismo también es influenciada por los diversos ecosistemas y sus interacciones ya sean positivas o negativas.

IPCC (2013) indica que el cambio climático es identificable por la variación del valor medio y alteración de sus propiedades durante un prolongado periodo de tiempo. Este cambio puede ser debido a procesos internos o externos tales como cambios antropogénicos persistentes en la composición de la atmósfera o uso del suelo, erupciones volcánicas o modulaciones de ciclos solares.

González et al. (2003) mencionan que el cambio climático es un fenómeno causado total o parcialmente por el incremento de concentración de los gases de efectos invernadero (GEI) en la atmósfera. Users (2013), indica que las actividades humanas son la principal causa del aumento de GEI y que entre los más abundantes son: dióxido de carbono (CO_2), vapor de agua, óxido de nitrógeno, metano, y productos halocarbonados, los cuales aportan flúor, cloro y bromo. Asimismo, Users (2013) indica que el incremento de la temperatura global provocada por los GEI son responsables del aumento del nivel del mar, disminución de superficie de hielo y nieve, así como un cambio en la media de la precipitación afectando a los sistemas hidrológicos, biológicos y productividad forestal y agrícola.

2.4. Modelos hidrológicos con influencia de cambio climático

2.4.1. Modelo Budyko

Budyko (1958) establece la relación entre el régimen hidrológico y los factores energéticos del clima. Este enfoque introduce por primera vez la curva de Budyko que indica la relación entre

evaporación actual medio, precipitación anual promedio e índice de aridez, en una cuenca hidrográfica.

Budyko (1958) menciona que, la disponibilidad de agua se aproxima a la precipitación, mientras que la demanda atmosférica es representada por la radiación neta. En condiciones muy húmedas la evapotranspiración se aproxima a la radiación neta y en condiciones muy secas la evapotranspiración se aproxima a la precipitación.

Estas condiciones se pueden expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\frac{ET}{P} \rightarrow 1 \text{ cuando } \frac{R_n}{P} \rightarrow \infty \text{ (condiciones muy secas)} \quad (4)$$

$$ET \rightarrow R_n \text{ cuando } \frac{R_n}{P} \rightarrow 0 \text{ (condiciones muy Húmedas)} \quad (5)$$

donde:

ET = evapotranspiración media anual

P = precipitación media anual

R_n = Radiación Neta

Budyko (1974) propuso la siguiente ecuación:

$$\frac{ET}{P} = \left[\frac{ET_0}{P} \tanh\left(\frac{ET_0}{P}\right)^{-1} \left(1 - \exp\left(-\frac{ET_0}{P}\right)\right) \right]^{0.5} \quad (6)$$

donde ET_0 denota la evapotranspiración potencial a mediano y largo plazo.

Wang et al. (2016), mencionan que el modelo Budyko se desarrolló con el concepto de oferta demanda, el cual responde a condiciones de climas muy secos o húmedos.

Según Teng et al. (2012), en general, la curva Budyko sobreestima la escorrentía en regiones secas mientras que en condiciones muy húmedas las subestima.

2.4.2. Modelo Fu

Según Zhang et al. (2001), la ecuación de Budyko fue desarrollada principalmente con datos del continente europeo. Se ha propuesto diversas formas para mejorar la estimación en regiones locales, mientras que Zhang et al. (2008) mencionan que una de estas formas fue el modelo Fu el cual presenta un mayor sentido teórico y físico.

La ecuación de Fu es la siguiente:

$$\frac{ET}{P} = 1 + \frac{ET_0}{P} - \left[1 + \left(\frac{ET_0}{P} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (7)$$

Zhang et al. (2004) mencionan que el valor de α es obtenido minimizando los errores de mínimo cuadrado entre la escorrentía empírica y estimada.

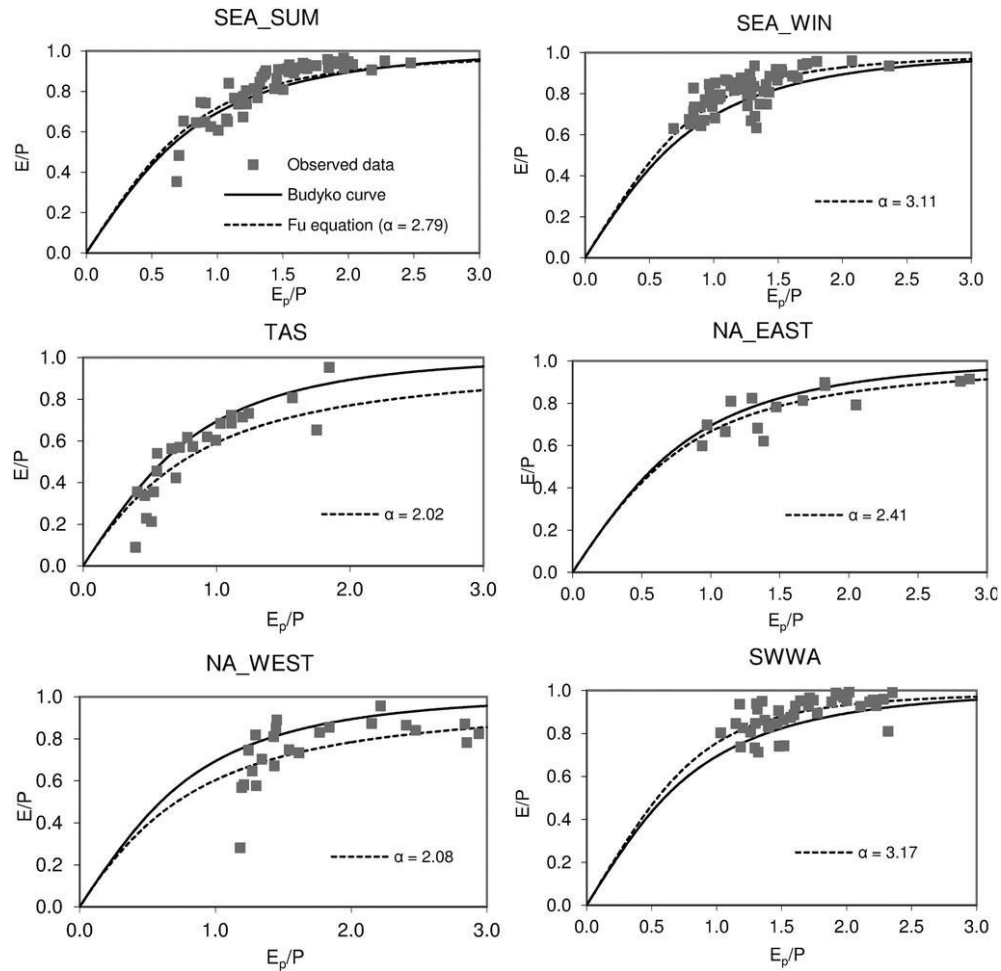


Figura 2.1 Índice de evaporación (E/P) versus índice de evaporación potencial (E_0/P)

Nota: Se muestra la curva de Budyko, ecuación de Fu y datos de cuencas medidas en las seis regiones de Australia (Teng et al., 2012).

2.4.3. Modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov

Según Kovalenko (2008), dado un escenario climático conocido ($\dot{X}(t)$, $T(t)$), se resuelve el sistema de ecuaciones de las variables hidrológicas (Q , E , ΔU), y se considera como valor de diseño el caudal máximo de la proyección unidimensional de la fase multidimensional en el intervalo de tiempo, en el que se requiere el funcionamiento fiable de la estructura. Se puede introducir una corrección de garantía normalizada, como se recomienda en las guías y normativas

de diseño, para asegurar los valores de caudales. Por ejemplo, se considera un sistema de tres ecuaciones para Q , E y ΔU :

$$\frac{dQ}{dt} = \left(\frac{\dot{X}}{W_Q} - \frac{Q + E + \Delta U}{W_Q} \right) Q \quad (8)$$

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{\dot{X}}{W_E} - \frac{Q + E + \Delta U}{W_E} \right) E \quad (9)$$

$$\frac{d\Delta U}{dt} = \frac{(X - Q - E - c \cdot \text{sgn}(X - Q - E))}{\tau_{\Delta U}} \quad (10)$$

donde, W_Q , W_E - capacidades de escurrimiento y evaporación de las áreas temáticas; $\tau_{\Delta U}$ - parámetro, que caracteriza el periodo de relajación de las reservas de agua en los suelos.

En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo de solución del sistema (8) - (10) para la precipitación creciente con el tiempo (Figura 2.2a). Si estamos interesados en la amplitud máxima del cambio de almacenamiento de agua en los suelos $\Delta\tilde{U}$ en el intervalo (472 ... 504) (esto puede ser, por ejemplo, el tiempo de vida útil sin fallos del proyecto), su valor puede obtenerse mediante la proyección de las ordenadas de $\Delta U(t)$ sobre el eje vertical (la ordenada máxima del diagrama comprimido de la Figura 2.2c supera al del diagrama de la Figura 2.2b, porque este último no sigue el proceso de aumento de las precipitaciones).

Sin embargo, no es recomendable ignorar por completo las reglas aleatorias en un tema tan importante como el aseguramiento de la fiabilidad del proyecto. Por lo tanto, se puede introducir las variaciones de las variables climáticas y los parámetros del modelo en las ecuaciones mediante la función aleatoria (se puede hacer en diferentes variantes, incluyendo su correlación mutua).

Realicemos esto en el ejemplo de los mapeos correspondientes a las ecuaciones (8) y (9) (sin ΔU). Dependiendo de la intensidad de la precipitación y de las capacidades W_Q , W_E puede haber diferentes variantes de imágenes en el plano fásico.

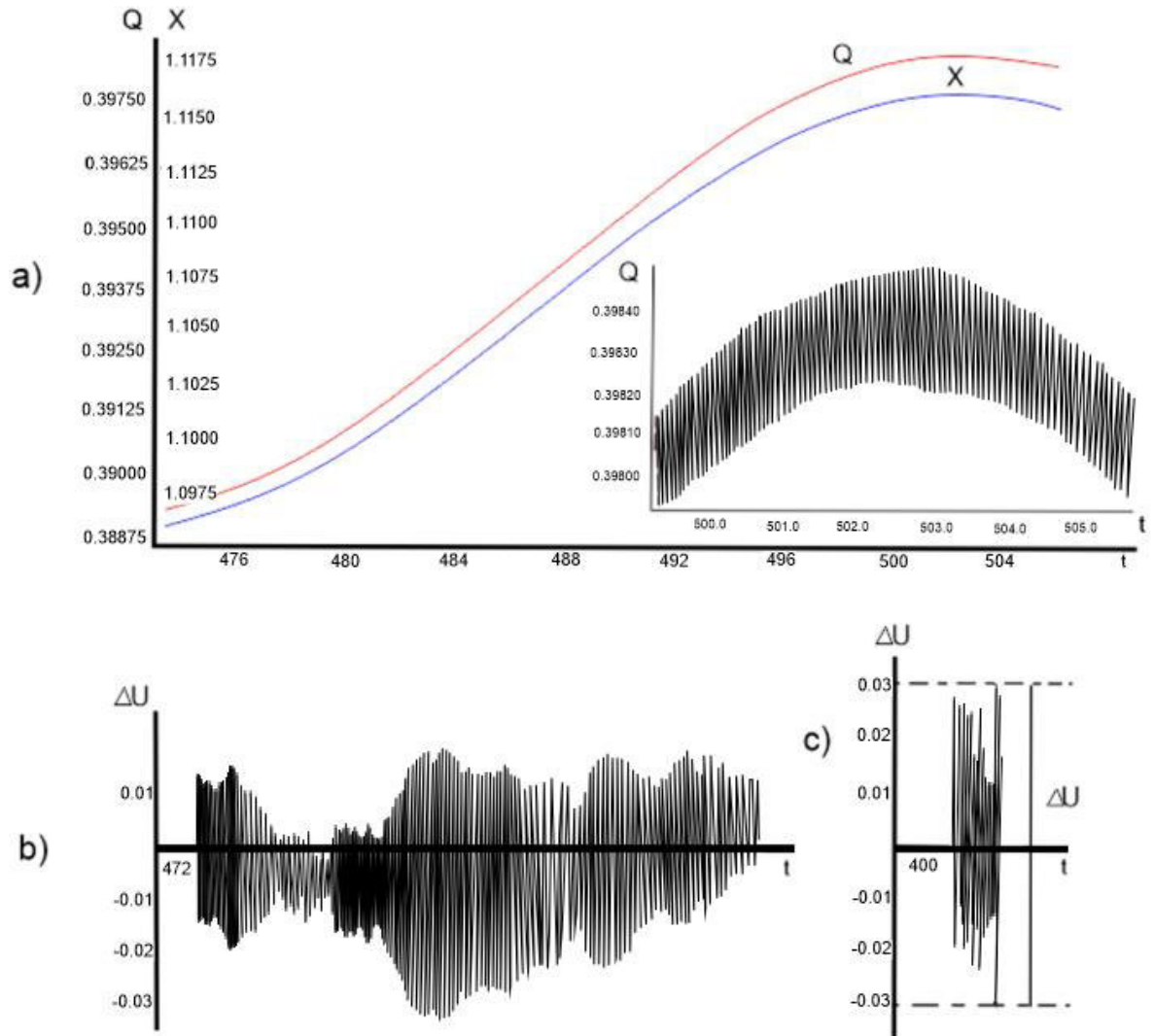


Figura 2.2 Característica de diseño sin teoría de procesos aleatorios

Nota: Para determinar la característica de diseño (en este ejemplo ΔU) sin la aplicación de la teoría de los procesos aleatorios: a - cambio en el tiempo de la precipitación y el caudal de agua (sección inferior derecha del extremo del gráfico $Q(t)$ en escala ampliada); b - dependencia de $\Delta U(t)$ hasta el momento 502.6; c - diagrama "comprimido" del cambio de $\Delta U(t)$ y determinación de $\Delta \tilde{U}$. Adaptado de Kovalenko, 2009.

La metodología de la “hidrología parcialmente infinita” fue propuesta por el profesor V.V. Kovalenko hace casi 25 años, y a lo largo de los últimos años se ha desarrollado, perfeccionado y probado. Según refieren Kovalenko (2009), la metodología parcialmente infinita no sólo se refiere a la metodología de la ciencia, sino también a una visión del mundo que ofrece una visión más amplia (desde un ángulo inesperado) de los problemas emergentes. Una de las tareas de la modelización matemática es eliminar la inestabilidad de las soluciones de los modelos de predicción.

Kovalenko menciona que en la modelización parcialmente infinita, el problema puede resolverse aumentando el número de variables (es decir, ampliando el espacio fásico) que se tienen en cuenta en la expresión de predicción, como por ejemplo, además del caudal de agua también se consideraría la evaporación y los cambios en el contenido total de humedad de las cuencas. Es posible aplicar un modelo con dos variables que describe el proceso de formación del escurrimiento fluvial multianual - ecuación bidimensional de Fokker-Planck-Kolmogorov:

$$\frac{\partial p(\bar{x}, t)}{\partial t} = - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} [A(\bar{x}, t)p(\bar{x}, t)] + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [B_{i,j}(\bar{x}, t)p(\bar{x}, t)] \quad (11)$$

donde, p es la densidad de probabilidad del vector de variables aleatorias $\vec{x} = (Q, E)$ (aquí, Q es el caudal del río, E es la evaporación); A y B son los coeficientes de desplazamiento y difusión. La solución de esta ecuación es la densidad de probabilidad bidimensional variable en el tiempo $p(Q, E)$; esta ecuación permite calcular densidades de probabilidad bidimensionales estables pronosticadas.

En la formulación del problema de simulación parcialmente infinita, Kovalenko propone el modelo matemático de la formación del caudal, donde todos los tipos de caudal fluvial plurianual (anual, mínima y máxima) se describen mediante curvas de densidad de probabilidad unimodales

asimétricas, que se ajustan a la familia de curvas de Pearson y son soluciones de la ecuación del mismo nombre:

$$\frac{\partial p}{\partial Q} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1 Q + b_2 Q^2} p \quad (12)$$

Siendo, p es la densidad de probabilidad del caudal de agua, Q (módulo o capa de escorrentía); a , b_0 , b_1 , b_2 coeficientes.

La descripción matemática del caudal del río es la curva de densidad de probabilidad (p) o curva de probabilidad (P), Figura 2.3.

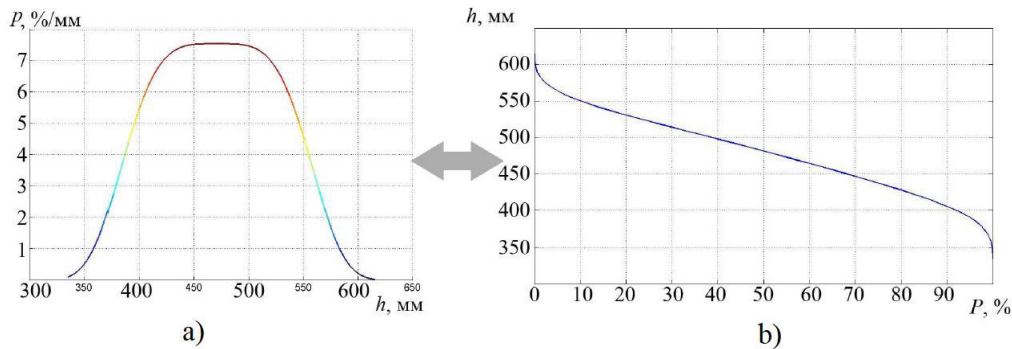


Figura 2.3 Curvas de densidad de probabilidad (a) y de probabilidad (b)

Fuente: Kovalenko, 2020.

La densidad de probabilidad y la probabilidad están relacionadas de la siguiente manera:

$$\frac{\partial P}{\partial Q} \sim p$$

Kovalenko (2009) aplica la teoría de los procesos aleatorios, y para la descripción del proceso de formación de la escorrentía utiliza la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK), que bajo el proceso de régimen estacionario se transforma en la ecuación de Pearson, cuando no se producen cambios en las características estadísticas de la escorrentía (el proceso es aleatorio, pero estacionario), por lo que los coeficientes a , b_0 , b_1 , b_2 adquieren un significado físico:

$$(a, b_0, b_1, b_2) = f(\bar{c}, G_{\bar{c}}, G_{\bar{c}\bar{N}}, G_{\bar{N}}) \quad (13)$$

donde $\bar{c} = 1/k\tau$; k - coeficiente de escorrentía; τ - tiempo de concentración de la cuenca; $G_{\bar{c}}$ - intensidad de ruido interno blanco, que caracteriza la velocidad de variación del parámetro de dispersión c ; $G_{\bar{N}}$ - intensidad de ruido climático blanco, que caracteriza la velocidad de variación del parámetro de dispersión $\bar{N} = \dot{X}/\tau$; $\dot{X}$ - intensidad de precipitación; $G_{\bar{c}\bar{N}}$ - intensidad de ruido mutuo blanco, que caracteriza el coeficiente de correlación entre $G_{\bar{c}}$ y $G_{\bar{N}}$.

Los parámetros $\bar{c}$, $G_{\bar{N}}$ caracterizan las propiedades de la cuenca hidrográfica en estudio.

La ecuación del FPK puede considerarse como un modelo genético de formación de escorrentías, que da una solución en forma de curvas de densidad de probabilidad que evolucionan con el tiempo. El núcleo dinámico de la ecuación FPK es un modelo de formación de escorrentía fluvial con parámetros concentrados:

$$\frac{\partial Q_t}{\partial t} + \frac{Q_t}{k\tau} = \frac{X}{\tau} \quad (14)$$

Siendo, k coeficiente de escurrimiento; τ tiempo de concentración de la cuenca del río (Figura 2.4).

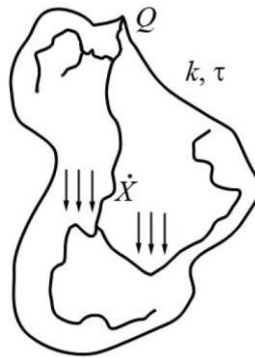


Figura 2.4 Esquema de la cuenca

Fuente:Kovalenko, 2009.

Introduciendo el ruido blanco $I/k\tau = c = \bar{c} + \tilde{c}$, $\dot{X}/\tau = N = \bar{N} + \tilde{N}$ (con intensidades $G_{\tilde{c}}$, $G_{\tilde{N}}$, $G_{\tilde{c}\tilde{N}}$), se obtiene un modelo estocástico del filtro de conformación lineal.

$$dQ = [-(\bar{c} + \tilde{c})Q + \bar{N} + \tilde{N}]dt \quad (15)$$

Transformando un proceso aleatorio de precipitación en una secuencia markoviana de caudales en la sección de cierre de la cuenca.

La ecuación 15 es estadísticamente equivalente a la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q}(Ap) + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2}(Bp) \quad (16)$$

Describe la evolución de la curva de densidad de probabilidad debido a los coeficientes de desplazamiento (A) y de difusión (B), (Figura 2.5):

$$A(Q, t) = -(\bar{c} - 0.5G_{\tilde{c}})Q - 0.5G_{\tilde{c}\tilde{N}} + \bar{N} \quad (17)$$

$$B(Q, t) = G_{\tilde{c}}Q^2 - 2G_{\tilde{c}\tilde{N}}Q + G_{\tilde{N}} \quad (18)$$

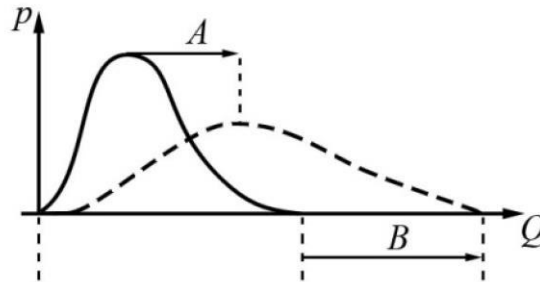


Figura 2.5 Efecto de los coeficientes de desplazamiento (A) y difusión (B)

Fuente: Kovalenko, 2009.

La ecuación de FPK puede considerarse como una ontología (modelo básico) de la hidrología moderna.

Este modelo, con la relación especificada entre sus coeficientes y las propiedades de la cuenca (así como las influencias externas), permite resolver dos problemas hidrológicos claves:

- 1) evaluar las consecuencias hidrológicas del cambio climático.
- 2) evaluar el impacto de las cargas antropogénicas en el régimen hídrico de las cuencas.

Sobre la inestabilidad del proceso de formación de escorrentía, Kovalenko (2009) considera suficiente aproximar la curva $p(Q)$ con tres momentos iniciales m_n :

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} Q^n p(Q) dQ \quad | \quad (n=1,2,3) \quad (19)$$

Es decir, $p(Q) \sim m_1, m_2, m_3$.

Cada uno de estos momentos tiene un determinado significado geométrico, mostrados en la Figura 2.6, y juntos caracterizan una curva.

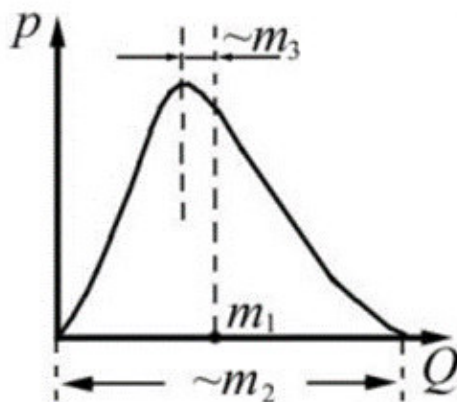


Figura 2.6 Momentos estadísticos de la curva de densidad de probabilidad

Nota: Los momentos iniciales m_2 y m_3 caracterizan las dimensiones lineales, pero no se corresponden con ellas, Kovalenko, 2009.

Se puede determinar un momento si se conoce la función de distribución:

$n = 1 \Rightarrow Q$ (Q es el valor medio del caudal del río);

$n = 2 \Rightarrow D, Cv$ (D - varianza, Cv - coeficiente de variación);

$n = 3 \Rightarrow Cs$ (Cs - coeficiente de asimetría o sesgo);

$n = 4 \Rightarrow Eh$ (Eh - coeficiente de curtosis).

En realidad, las curvas empíricas no suelen coincidir con las curvas asimétricas unimodales. Los histogramas son multimodales (Figura 2.7, a), y las "colas" de las distribuciones no cambian exponencialmente

$$p \sim \exp(-Q^2) \rightarrow 0 \quad (20)$$

Y por ley de potencia

$$p \sim \text{const}/Q^{(1+\alpha)} \rightarrow 0 \quad (21)$$

en $\alpha \leq 0 \leq 1$ (Figura 2.7, b).

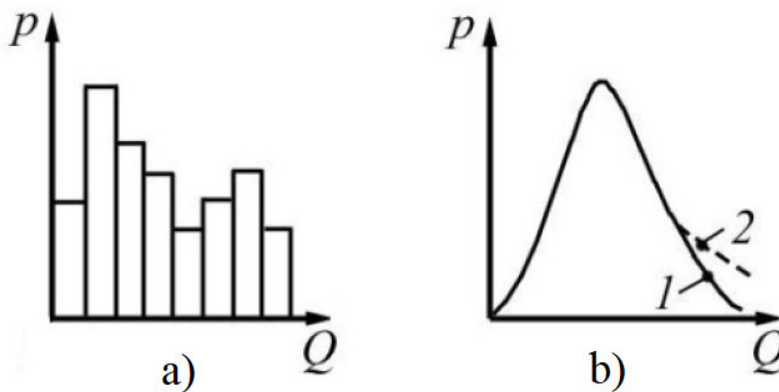


Figura 2.7 Histograma y curva de densidad

Nota: Histograma empírico multimodal (a) y curva de densidad de probabilidad con colas (b) omitidas: 1 - por dependencia exponencial y 2 - por dependencia de potencia, Kovalenko, 2009.

La ecuación FPK no describe distribuciones bimodales, para ello el filtro de conformación debe ser no lineal, pero puede explicar la aparición de colas gruesas y la inestabilidad de las soluciones en la estimación del momento.

Como se ha mostrado anteriormente, especificar una densidad de probabilidad equivale a especificar un cierto número de momentos: $p(Q) \sim m_1, m_2, m_3, \dots$. Se conoce el procedimiento que permite aproximar la ecuación FPK por el sistema de ecuaciones de momentos iniciales:

$$\frac{dm_1}{dt} = -(\bar{c} - 0.5G_{\bar{c}})m_1 - 0.5G_{\bar{c}\bar{N}} + \bar{N} \quad (22)$$

$$\frac{dm_2}{dt} = -2(\bar{c} - G_{\bar{c}})m_2 + 2\bar{N}m_1 - 3G_{\bar{c}\bar{N}}m_1 + G_{\bar{N}} \quad (23)$$

$$\frac{dm_3}{dt} = -3(\bar{c} - 1.5G_{\bar{c}})m_3 + 3\bar{N}m_2 - 7.5G_{\bar{c}\bar{N}}m_2 + 3G_{\bar{N}}m_1 \quad (24)$$

$$\frac{dm_4}{dt} = -4(\bar{c} - 2G_{\bar{c}})m_4 + 4\bar{N}m_3 - 14G_{\bar{c}\bar{N}}m_3 + 6G_{\bar{N}}m_2 \quad (25)$$

O bien, generalizando y dando sólo aquellos términos de la parte derecha que son necesarios para dilucidar las condiciones de estabilidad.

$$\frac{dm_n}{dt} = -(\bar{c} - 0.5nG_{\bar{c}})m_n + \dots \quad | \quad (n = 1,2,3,4) \quad (26)$$

Del sistema de ecuación 26 vemos que, para $\bar{c} < 0.5nG_{\bar{c}}$, la derivada $dm_n/dt > 0$, es decir, $m_n \rightarrow \infty$. Esto es un signo formal de la inestabilidad de las soluciones. La inestabilidad de los momentos es un signo matemático de soluciones fuera de la clase de distribuciones de K. Pearson.

Si denotamos por $\beta = G_{\bar{c}} / \bar{c}$, entonces la inestabilidad para el momento de enésimo orden m_n se da en $\beta > 2/n$ ($m_3 - b > 2/3$, $m_2 - b > 1$).

Cuanto mayor es el momento, menor es la intensidad relativa de ruido $G_{\tilde{c}}$ que se requiere para su inestabilidad. El caudal del río puede ser inestable para los momentos más antiguos. Pero los hidrólogos construyen distribuciones utilizando el segundo y tercer momento, es decir, distribuciones a menudo inestables a sabiendas.

Consideremos la inestabilidad del segundo momento:

$$m_2 = \int_{-\infty}^{\infty} Q^2 \frac{const}{Q^{(1+\alpha)}} dQ \rightarrow const \quad (27)$$

Obtenemos una integral divergente que no nos permite calcular el segundo momento, es decir, el segundo momento no existe. Y por lo tanto es imposible obtener valores fiables asegurados en la curva de distribución.

La inestabilidad puede representarse de la siguiente manera (Figura 2.8). En primer lugar, el sistema busca el valor modal de la variable de fase más "conveniente" para él, luego amplía el rango de sus "intereses" y, finalmente, deja de generar series que representan poblaciones estadísticas. Cuando la solución es inestable, pueden aparecer valores atípicos que modifican los momentos iniciales.

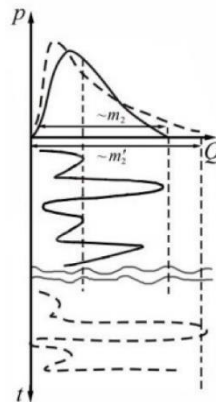


Figura 2.8 Explicación de la inestabilidad del segundo momento.

Nota: La Figura 2.8 muestra esquemáticamente la distribución c con diferentes intensidades de ruido: $G_{\tilde{c}}^1 < G_{\tilde{c}}^2$. La intensidad del ruido describe la velocidad de cambio de la varianza de la cantidad, en la que se determina esta intensidad, Kovalenko, 2009.

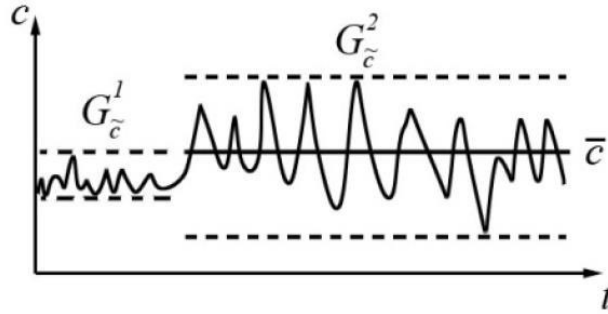


Figura 2.9 Significado físico del parámetro Intensidad del ruido blanco interno.

Nota: Extraído de Kovalenko, 2009.

Para calcular el criterio de estabilidad β , se obtuvo la fórmula:

$$p_k = \beta = 2k \ln r + 2 \quad (28)$$

(aquí k es el coeficiente de escorrentía; r es el coeficiente de autocorrelación en las series de escorrentía plurianual), que permite calcular y cartografiar el valor de β utilizando observaciones estándar en la red hidrometeorológica.

La Ec. (28) es una consecuencia de la solución exponencial

$$r = \exp[-(\bar{c} - 0.5G_{\tilde{c}}) \Delta t] \quad (29)$$

La ecuación de FPK, que define el cambio de las funciones de autocorrelación para los procesos de Markov simples (tiempo de relajación de la cuenca para la escorrentía plurianual $\tau = 1$ año), a la que conduce el uso del filtro de conformación lineal. Cuando el desplazamiento anual $\Delta t = 1$, la Ec. (28) se deduce.

2.5. Modelo hidrológico

Weber et al.(2010) mencionan que un modelo hidrológico tiene como objetivo representar los diversos factores involucrados en la distribución de precipitación y formación de caudales en una determinada cuenca. Los modelos hidrológicos pueden ser físico, donde la cuenca puede ser representada por un modelo a escala reducida, o un modelo matemático, este se caracteriza por estimar respuestas hidrológicas por medio de ecuaciones empíricas o conceptuales, variando parámetros y condiciones hidrometeorológicas. Asimismo Chow et al. (1994) indican que un modelo hidrológico puede clasificarse como: modelos físicos y modelos abstractos. Los modelos físicos son la representación a escala de la realidad mientras que un modelo abstracto describe a un sistema por medio de un conjunto de ecuaciones que relacionan variables y respuestas hidrológicas. Las variables de entrada pueden ser funciones localizadas en un espacio y tiempo determinado, de igual forma también pueden ser aleatorias o probabilísticas, las cuales no poseen un valor determinado en el espacio y tiempo, sino que son descritas por una curva de distribución probabilística.

2.5.1. Modelo determinístico

Chow et al. (1994) mencionan que el modelo determinístico no considera la aleatoriedad, es decir que una determinada variable de entrada generara una única respuesta del sistema.

2.5.2. Modelo estocástico

Chow et al. (1994) indican que un modelo estocástico es aquel modelo que genera resultados parcialmente aleatorios. Este tipo de modelo es apropiado cuando los fenómenos hidrológicos a analizar presentan una amplia variación de aleatoria, ya que la salida de este modelo podría generar un valor muy diferente al valor producido mediante modelo determinístico.

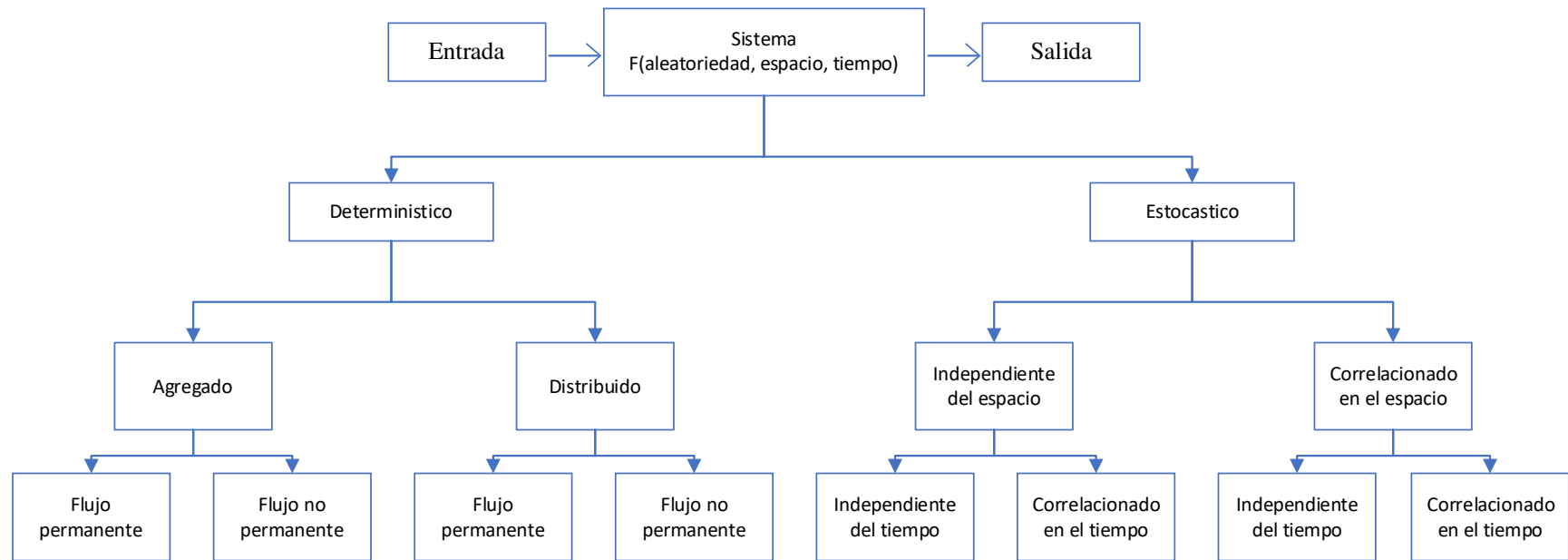


Figura 2.10 Clasificación de modelos hidrológicos según su forma

Nota: Adaptado de “Hidrología aplicada”, Ven te Chow, 1994.

2.6. Proceso estocástico estacionario

Gujarati y Porter (2010) indican que en términos generales un proceso estocástico es estacionario cuando su media y varianza permanecen constantes y la covarianza entre dos periodos no depende del tiempo sino del rezago entre los dos periodos. Otros nombres con los que se conocen al proceso estocástico estacionario son: proceso estocástico de amplio sentido, proceso estocástico débilmente estacionario, estacionario covariante y estacionario de segundo orden. De igual manera González (2009) menciona que la estacionariedad se puede determinar en términos de la función de distribución o los momentos estadísticos del proceso. Al primer escenario se le conoce como estacionariedad estricta y al segundo como estacionariedad de segundo orden o de covarianza

La estacionariedad presenta las siguientes propiedades:

$$E(Y_t) = \mu < \infty, \quad \forall t \quad (30)$$

$$Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 < \infty, \quad \forall t \quad (31)$$

$$\gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] < \infty, \quad \forall t \quad (32)$$

donde:

μ : media

σ^2 : varianza

γ_k : covarianza

2.6.1. Prueba de estacionariedad

Existen diversas metodologías para establecer si una serie de tiempo es estacionaria como la prueba de análisis gráfico, prueba del correlograma y raíz unitaria.

2.6.1.1. Análisis gráfico

Este método consiste en graficar en coordenadas cartesianas la serie de tiempo. En la ordenada se ubican los valores de la serie, y en las abscisas, el tiempo en días, meses, años, etc., determinando visualmente si la serie de tiempo presenta o no presenta tendencia, quiebre u observaciones de datos discordantes.

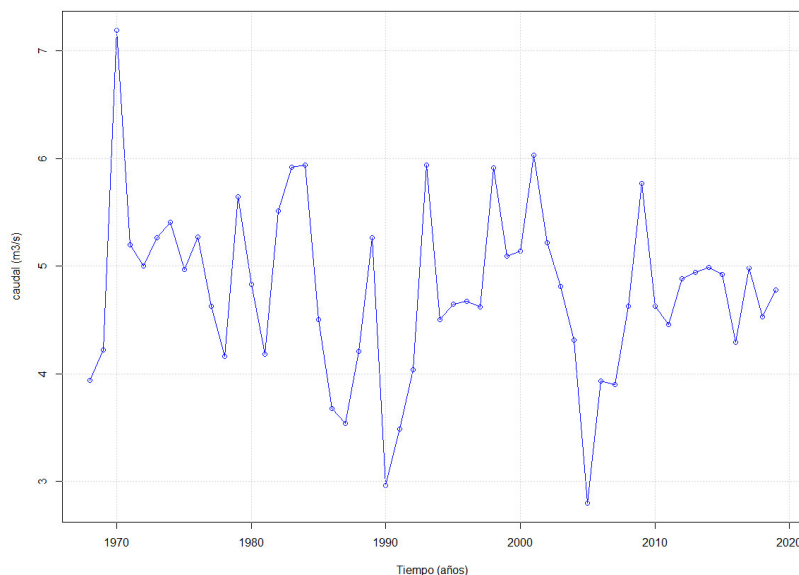


Figura 2.11 Serie de tiempo del caudal medio anual versus tiempo

Nota: Elaboración propia, Software RStudio.

2.6.1.2. Prueba del correlograma

Diaz (2017) menciona que la prueba del correlograma es la representación en un plano cartesiano de los coeficientes de autocorrelación para distintos intervalos de tiempo o rezago.

La función de autocorrelación en el rezago k , tiene la siguiente forma.

$$p_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\text{covarianza en el rezago } k}{\text{varianza}} \quad (33)$$

La covarianza y la varianza son números que poseen la misma dimensión, por ende, la función de autocorrelación es adimensional. El valor de p_k se encuentra comprendido entre -1 y

+1, al graficar los valores en un plano cartesiano, tal que, los valores de p_k se grafican en la ordenada y el rezago k en la abscisa, a esta representación se le conoce como correlograma poblacional.

La covarianza muestral y la varianza muestral se calculan de la siguiente manera.

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y}) (Y_{t+k} - \bar{Y})}{n} \quad (34)$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum (Y_t - \bar{Y})^2}{n} \quad (35)$$

La función de autocorrelación muestral se determina por la siguiente expresión:

$$\hat{p}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} \quad (36)$$

donde:

$\bar{Y}$: media muestral

n : tamaño muestral

Siendo la gráfica del coeficiente de la función de autocorrelacion muestral $\hat{p}_k$ y el rezago o retardo k conocida como correlograma muestral.

2.6.1.3. Raíz unitaria

González (2009) menciona que el contraste de raíz unitaria nos permite inferir si existe o no una raíz unitaria, a partir de los registros históricos de la variable analizada. La serie de tiempo será estacionaria si se rechaza la hipótesis nula ($|\phi| < 1$).

Los contrastes de raíces unitaria más utilizados son de Dickey-Fuller y Dykey-Fuller Aumentado, este primer método será realizado con el software RStudio para determinar la estacionariedad de la serie temporal.

2.6.2. *Series de tiempo*

Gujarati y Porter (2010) mencionan que una serie de tiempo es un conjunto de observaciones sobre una determinada variable en diferentes momentos, esta información deberá ser recopilada en periodos regulares, es decir, diario, semanal, quincenal, mensual, anual, etc.

2.6.3. *Proceso de ruido blanco*

González (2009) menciona que un proceso de ruido blanco es el más simple de los procesos estocásticos, cuyas variables aleatorias presentan media cero, varianza constante y covarianza nula

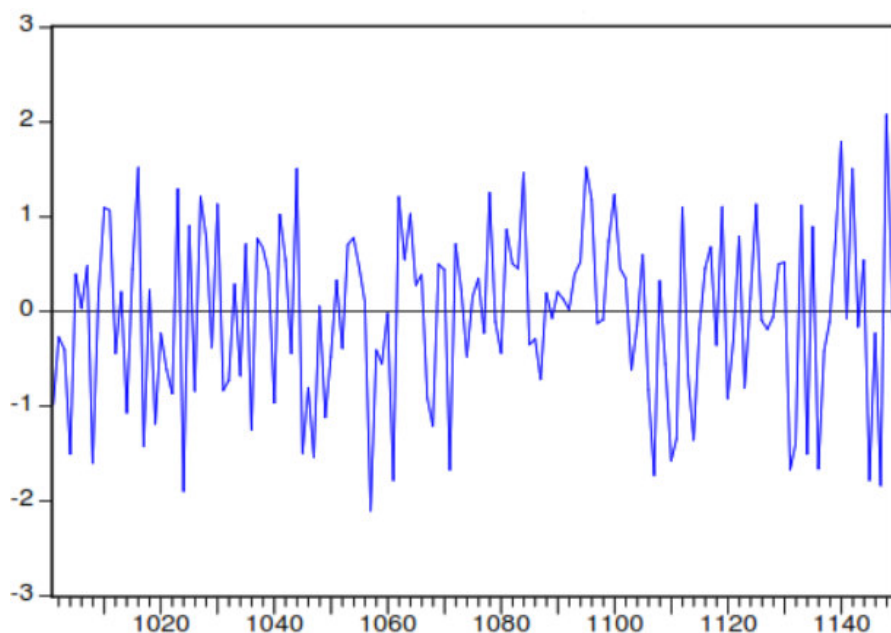


Figura 2.12 Proceso de Ruido Blanco

Nota: Muestra un proceso de ruido blanco o proceso puramente aleatorio, se muestra como la serie oscila en función a cero sin mostrar patrón alguno y con dispersión constante y aleatoria, tomado de “Análisis de series temporales económicas: Modelos ARIMA”, González, 2009.

2.6.4. Modelos de serie de tiempo

Gujarati y Porter (2010) mencionan que en términos generales existen cinco enfoques para realizar pronósticos de series de tiempo. Estos pueden ser el método de suavizamiento exponencial, regresiones uniecuacionales, regresión de ecuaciones simultáneas, ARIMA y VAR. Asimismo, indican que a diferencia de los demás modelos el modelo ARIMA analiza las probabilidades estadísticas o estocásticas de la variable en una serie temporal.

2.6.5. Modelo ARIMA

Gujarati y Porter (2010) mencionan que George E. P. Box y Gwilym Jenkins en su publicación *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, propusieron un nuevo instrumento para la generación de pronósticos, llamada metodología ARIMA y conocida popularmente como la metodología de Box-Jenkins.

González (2009) menciona que los modelos ARIMA, tienen como objetivo generar una serie temporal en función de la interrelación de sus elementos. Este modelo fue propuesto por Yule y Slutsky en la década de los 20, en el que proponen que un modelo que se puede caracterizar por suma, diferencia, ponderado o no, de las variables estocásticas, siendo el antecedente de los procesos autorregresivos y medias móviles del modelo ARIMA, el cual fue publicado en el libro de Box-Jenkins en 1970.

2.6.6. Proceso estacionario de series temporales

2.6.6.1. Modelos de promedio móvil MA(q)

Gujarati y Porter (2010) menciona que el valor de y_t en un periodo t es igual una constante más el promedio móvil de los errores del presente y pasado.

La ecuación general que explica el proceso MA(q) es la siguiente:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (37)$$

Donde:

θ : parámetro de modelo Ma(q), este puede ser positivo o negativo

ε_t : variable aleatoria normal o proceso de ruido blanco

μ : media

q : orden del modelo Ma(q)

La varianza del modelo Ma(q) se puede determinar por la siguiente expresión.

$$Var(y_t) = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2) \quad (38)$$

Autocorrelación del modelo Ma(q).

$$p_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \cdots + \theta_q^2}, & k = 1, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases} \quad (39)$$

2.6.6.2. Modelos de promedio móvil MA(1)

El proceso de media móvil de primer orden presenta la siguiente ecuación.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (40)$$

De la ecuación (9) se determina que la varianza para el rezago γ_1 es:

$$\gamma_1 = E[(y_t - \mu)(y_{t-1} - \mu)] = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-2})] = -\theta_1 \sigma_\varepsilon^2 \quad (41)$$

La ecuación general de la covarianza para k rezagos es:

$$\gamma_k = E[(\varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1})(\varepsilon_{t-k} - \theta_1 \varepsilon_{t-k-1})] = 0, k > 1 \quad (42)$$

La ecuación general de la covarianza indica que para un desplazamiento mayor a un rezago la covarianza es 0, se dice que el proceso tiene una memoria de un periodo donde y_t esta correlacionado con y_{t-1} y con y_{t+1} .

La función de autocovarianza MA(1) es:

$$\gamma_k = \begin{cases} (1 + \theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2, & k = 0 \\ -\theta_1\sigma_\varepsilon^2, & k = 1 \\ 0, & k > 1 \end{cases} \quad (43)$$

De tal manera se determina la función de autocorrelación de MA(1) es:

$$p_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ \frac{-\theta_1}{1 + \theta_1^2}, & k = 1 \\ 0, & k > 1 \end{cases} \quad (44)$$

2.6.6.3. Modelos de promedio móvil MA(2)

El proceso de media móvil de segundo orden presenta la siguiente ecuación.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (45)$$

El proceso MA(2) se caracteriza por tener una memoria de 2 periodos, es decir, que y_t depende de los eventos de y_{t-2} e y_{t-1} .

González (2009) indica que la autocovarianza y autocorrelación para el proceso MA(2) se determinan de la siguiente manera.

Función de autocovarianza MA(2) es:

$$\gamma_k = \begin{cases} (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2 & , k = 0 \\ (-\theta_1 + \theta_1\theta_2)\sigma_\varepsilon^2 & , k = 1 \\ -\theta_2\sigma_\varepsilon^2 & , k = 2 \\ 0 & , k > 2 \end{cases} \quad (46)$$

La función de autocorrelación del proceso MA(2) es:

$$p_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1 + \theta_1\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} & , k = 1 \\ \frac{-\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2} & , k = 2 \\ 0 & , k > 2 \end{cases} \quad (47)$$

2.6.6.4. Modelos autorregresivos AR(p)

Pindyck y Rubinfeld (2001) menciona que los promedios ponderados de la variable estocástica evaluada en p periodos puede explicar los valores observados y_t .

La ecuación que explica el proceso AR(p) es la siguiente:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t \quad (48)$$

donde:

ϕ : parámetro de modelo AR(p), este puede ser positivo o negativo.

δ : termino constante que se relaciona con la media del proceso.

ε_t : variable aleatoria normal o proceso de ruido blanco.

μ : media

p :orden del modelo AR(p)

Si el proceso AR(p) es estacionario, entonces la media debe ser constante en el tiempo, es decir, $E(y_t) = \mu, \forall t$, La media puede determinarse de la siguiente ecuación.

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} \quad (49)$$

A partir de la Ec.(49) se puede determinar en primera instancia si el proceso es estacionario, pero no es determinante para asegurar la estacionariedad.

Si la media μ es finita cumple la siguiente expresión.

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1 \quad (50)$$

2.6.6.5. Modelo autorregresivo AR(1)

El proceso autorregresivo de primer orden presenta la siguiente ecuación.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \delta + \varepsilon_t \quad (51)$$

El proceso AR(1) tiene media de μ , se determina como:

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1} \quad (52)$$

Donde el proceso es estacionario si $|\phi_1| < 1$.

Para determinar la varianza alrededor de la media, asumiendo la estacionariedad del proceso AR(1), de forma que la varianza es constante y $\delta = 0$, es :

$$\gamma_k = \begin{cases} \frac{\phi_1^k \sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2} , \forall k \end{cases} \quad (53)$$

Para determinar la función de autocorrelación del proceso AR(1) es la siguiente.

$$p_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \{\phi_1^k, \forall k\} \quad (54)$$

Pindyck y Rubinfeld (2001) indica que el proceso AR(1) tiene memoria infinita, ya que el valor actual y_k depende de sus valores pasados, pero esta dependencia decrece con el tiempo.

2.6.6.6. Modelo autorregresivo AR(2)

El proceso autorregresivo de segundo orden presenta la siguiente ecuación.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \delta + \varepsilon_t \quad (55)$$

El proceso AR(2) tiene media μ , se determina como:

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2} \quad (56)$$

Para que el proceso AR(2) sea estacionario debe cumplir que $\phi_1 + \phi_2 < 1$.

La varianza se determina de la siguiente función.

$$\gamma_k = \begin{cases} \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_\varepsilon^2, & k = 0 \\ \phi_1 \gamma_0 + \phi_2 \gamma_1, & k = 1 \\ \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_0, & k = 2 \\ \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2}, & k > 2 \end{cases} \quad (57)$$

La función de autocorrelación se determina de la siguiente forma.

$$p_k = \begin{cases} \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}, & k = 1 \\ \phi_2 + \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_2}, & k = 2 \\ \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}, & k > 2 \end{cases} \quad (58)$$

2.6.6.7. Modelo mixto autorregresivo – promedio móvil ARMA(p,q)

Pindyck y Rubinfeld (2001) mencionan que muchos procesos estocásticos estacionarios no podrían modelarse como autorregresivos puro o medias móviles puro, ya que la serie cuenta con características de ambos procesos. Este tipo de procesos mixtos los denotamos como ARMA(p,q).

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (59)$$

Asumiendo que el proceso es estacionario, se cumple que la media es constante en el tiempo. Se determina de la siguiente ecuación.

$$\mu = \frac{\delta}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p} \quad (60)$$

La Ec. (60) brinda una condición de estacionariedad si se cumple que:

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1 \quad (61)$$

De forma general en el proceso ARMA(p,q) la varianza, covarianza y función de autocorrelación son:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad , k \geq q + 1 \quad (62)$$

$$p_k = \phi_1 p_{k-1} + \phi_2 p_{k-2} + \dots + \phi_p p_{k-p} \quad , k \geq q + 1 \quad (63)$$

2.7. Proceso no estacionario de series temporales

2.7.1. Modelos autorregresivo integrado de promedio móvil ARIMA(p,d,q)

Gujarati y Porter (2010), los modelos autorregresivos, medias móviles y mixtos, se basan en el supuesto que las series de tiempo son débilmente estacionarias, es decir presentan media y

varianza constante, y la covarianza permanece inmutable en el tiempo. Pero estos casos no son tan comunes en las series de tiempo. Asimismo, menciona que se construyen modelos de series no estacionarias a aquellas series que pueden transformarse en estacionarias diferenciándolas una o más veces.

Decimos que y_t , es no estacionaria homogénea de orden d si.

$$\omega_t = \Delta^d y_t \quad (64)$$

Es estacionaria, donde:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} \quad \wedge \quad \Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1} \quad (65)$$

Luego de diferencia y_t , de modo tal que $\omega_t = \Delta^d y_t$ se puede modelar como una serie estacionaria ARMA(p,q), entonces se puede decir que y_t es un proceso autorregresivo integrado de promedio móvil de orden (p,d,q) o ARIMA(p,d,q).

Donde.

$$y_t = \sum \omega_t = \sum_{i=-\infty}^0 \omega_i + \sum_{i=1}^t \omega_i = y_t + \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_t \quad (66)$$

2.8. Metodología de Box–Jenkins

Gujarati y Porter (2010) indica que la metodología de Box–Jenkins (BJ) responde a la pregunta ¿Qué proceso estacionario o no estacionario sigue la serie de tiempo analizada? Para responder la pregunta, el método de BJ considera cuatro pasos, que se muestran en la Figura 2.13.

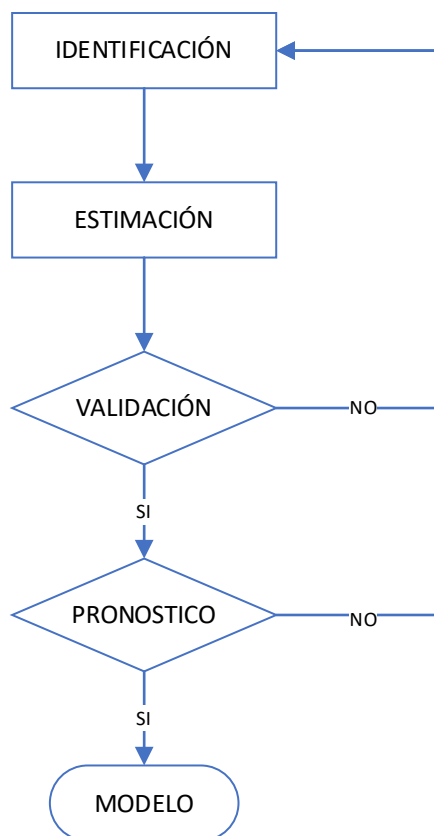


Figura 2.13 Metodología de Box-Jenkins

Nota: Muestra la serie de pasos a seguir según la metodología Box – Jenkins, la cual tiene una forma iterativa, adaptado de “Análisis de series temporales económicas: Modelos ARIMA”, González, 2009.

2.8.1. Identificación

Gujarati y Porter (2010) mencionan que las herramientas principales en la etapa de identificación del proceso son las funciones de autocorrelación (FAC), la función de autocorrelación parcial (FACP) y los correlogramas respecto a sus rezagos.

Según González (2009), una vez determinada el orden de diferencia d (en la fase de identificación) se de determinar el orden p y q del modelo ARIMA que mejor se adecue a la serie de tiempo estacionaria.

Para identificar el orden p y q , que podrían haber generado la serie estacionaria se utiliza los instrumentos de FAC y FACP que tienen las siguientes características:

Tabla 2.1 Estructura de FAC y FACP.

Proceso	FAC	FACP
MA (q)	Se anula para $j > q$	Decrece rápidamente, No se anula
AR (p)	Decrece rápidamente, No se anula	Se anula para $j > q$
ARMA (p,q)	Decrece rápidamente, No se anula	Decrece rápidamente, No se anula

Nota: lineamientos generales para determinar el orden p y q de los procesos estocásticos, adaptado del libro

Análisis de series temporales: Modelo ARIMA, González, 2009.

2.8.2. Estimación

De acuerdo a González (2009), identificado el orden del proceso estocástico que generan la serie temporal y_t , se procederá a determinar los parámetros $(\delta, \theta, \phi, \rho, \sigma_\varepsilon^2, etc.)$ del proceso estocástico. Estos parámetros pueden determinarse por los métodos de mínimos cuadrados o máxima verosimilitud.

Díaz (2017) indica que los parámetros del modelo estocástico se determinan aplicando las siguientes ecuaciones:

AR(1)	$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2}$	(67)
	$\gamma_1 = \phi_1 \gamma_0 \rightarrow p_1 = \phi_1$	(68)
AR(2)	$p_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}$	(69)
	$p_2 = \phi_2 + \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_2}$	(70)

	$\gamma_0 = \frac{(1 - \phi_2)\sigma_\varepsilon^2}{(1 + \phi_2)[(1 - \phi_2)^2 - \phi_1^2]}$	(71)
AR(p)	$\gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j p_j}$	(72)
	$p_k = \phi_1 p_{k-1} + \phi_2 p_{k-2} + \dots + \phi_p p_{k-p}$	(73)

MA(1)	$\hat{\theta}_1 = -\frac{1}{\hat{\theta}_1} - \frac{1}{r_1}$	(74)
	$\gamma_1 = \sigma_\varepsilon^2(1 + \theta_1^2)$	(75)
MA(2)	$r_1 - 2\left(r_1 - \frac{r_1}{r_2}\right)\hat{\theta}_2 + \left[2r_1 + r_1\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 + 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)\right]\hat{\theta}_2^2$ $+ \left(-2r_1 + \frac{r_1}{r_2}\right)\hat{\theta}_2^3 + r_1\hat{\theta}_2^4 = 0$	(76)
	$\hat{\theta}_1 = \frac{\frac{r_1\hat{\theta}_2}{r_2}}{1 - \hat{\theta}_2}$	(77)
	$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_\varepsilon^2$	(78)
MA(q)	$\gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)$	(79)

	p_k $= \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}; \text{para } k = 1, \dots, q \\ 0 & ; k > 0 \end{cases}$	(80)
--	---	--------

ARMA(1,1)	$\phi_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \rightarrow \hat{\phi}_1 = \frac{r_2}{r_1}$	(81)
	$\hat{\theta}_1 = \hat{\phi}_1 + \frac{1 - \hat{\phi}_1 r_1}{\hat{\phi}_1 - r_1} - \frac{1}{\hat{\theta}_1}$	(82)
	$\gamma_0 = \frac{(1 + 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2)\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi_1^2}$	(83)

Donde:

γ_0 : varianza

$p = r$: coeficiente de autocorrelación

γ : coeficiente de autocorrelación

σ_ε^2 : Varianza de ruido blanco

La varianza del ruido blanco de los modelos estocásticos se determina según las siguientes ecuaciones:

AR(1)	$\sigma_\varepsilon^2 = \gamma_0(1 - \phi_1^2)$	(84)
-------	---	--------

AR(2)	$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\gamma_0(1 + \phi_2)[(1 - \phi_2)^2 - \phi_1^2]}{(1 - \phi_2)}$	(85)
-------	---	--------

$$AR(p) \quad \sigma_{\varepsilon}^2 = \gamma_0 \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j \rho_j \right) \quad (86)$$

$$MA(1) \quad \sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\gamma_0}{(1 + \theta_1^2)} \quad (87)$$

$$MA(2) \quad \sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\gamma_0}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)} \quad (88)$$

$$MA(q) \quad \sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\gamma_0}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)} \quad (89)$$

$$ARMA(1,1) \quad \sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{(1 + \phi_1^2)}{(1 + 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2)} \quad (90)$$

2.8.3. Validación

Peña (2010) sugiere que el enfoque clásico Bayesiano puede seleccionar del modelo que mejor representa la serie observada. Asimismo, para estimar los valores de máxima verosimilitud y seleccionar el modelo que genere el mayor valor, el uso de este enfoque conduce a la aplicación del Criterio de Akaike y criterio de Schwartz.

Criterio de Akaike modificado (AICC)

El valor esperado del criterio de Akaike modificado es determinado por la siguiente ecuación.

$$AICC_{(p,q)} = N \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + N + \frac{2(p+q+1)N}{(N-q-p-2)} \quad (91)$$

donde:

$\hat{\sigma}_\varepsilon^2$: varianza del ruido blanco

N : tamaño de la muestra

p : orden del proceso autorregresivo

q : orden del proceso de promedio móvil

Criterio de Schwarz modificado (SIC)

El valor esperado del criterio de Schwarz modificado es determinado por la siguiente ecuación.

$$SIC_{(p,q)} = N \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + N + (p+q) \ln(N) \quad (92)$$

Los parámetros están descritos en la Ec. (91).

Peña (2010) menciona que el criterio SIC, a diferencia del criterio AICC, tiende a elegir modelos con menos parámetros (modelos parsimoniosos). Por lo que se recomienda utilizar el criterio SIC.

González (2009) indica que la etapa de validación propone evaluar los modelos generados, teniendo en cuenta los siguientes puntos:

- Si los coeficientes del modelo son significativos y cumplen la condición de estacionariedad e invertibilidad de los parámetros del modelo.
- Los residuos deberán tener un comportamiento similar al ruido blanco.

Prueba de Ljung Box

Villavicencio (2010) menciona que la prueba de Ljung-Box evalúa de forma conjunta que todos los coeficientes de autocorrelacion sean simultáneamente iguales a cero, significando que son independientes.

La prueba de Ljung-Box presenta dos hipótesis:

Hipótesis nula: H_0 , el modelo es bueno y no muestra falta de ajuste

Hipótesis alternativa: H_{Un} , el modelo no es bueno y muestra falta de ajuste

La prueba de Ljung Box, se calcula el valor estadístico Q, con la siguiente ecuación.

$$Q = n(n+2) \sum_{j=1}^m \frac{r_j^2}{n-j} \quad (93)$$

donde:

r_j : autocorrelaciones de la muestra en retraso j

m : retraso del tiempo

n : tamaño de la muestra

Rechazamos la hipótesis nula si $Q > \chi^2_{1-\alpha, h}$

$$h = m - p - q \quad (94)$$

donde:

$\chi^2_{1-\alpha, h}$: valor de la tabla de distribución chi-cuadrada para un nivel de significancia α y h grados de libertad.

h : grados de libertad

p,q : son los parámetros del modelo ARMA(p,q)

La función Box, test() de la librería stats permite realizar el “test de ruido blanco para los

residuos de Ljung-Box” lo cual permite aceptar la hipótesis nula de independencia de ruido blanco si el valor de valor-p es mayor que 0.05.

2.8.4. *Pronóstico*

Pindyck y Rubinfeld (2001) mencionan que un pronóstico es un valor o conjunto de valores estimados cuantitativos sobre un evento futuro, basado en un registro de información pasada y actual. Esta información se presenta en forma de un modelo.

El conjunto de valores estimados del modelo de serie de tiempo se obtendrá resolviendo los el modelo ARIMA establecido en la validación del modelo.

2.9. Serie de tiempo hidrológico

Chow et al. (1994) mencionan que a pesar que los procesos hidrológicos varíen en el tiempo y espacio, estos datos son medidos como muestras puntuales, en otras palabras, se miden en lugares fijos del espacio en un tiempo determinado. Por ejemplo, el pluviómetro mide la precipitación en un punto fijo de la cuenca. Esta información resulta una serie de tiempo, la cual se implementa para realizar el análisis estadístico.

2.9.1. *Parámetros estadísticos*

Chow et al. (1994) indican que los estadísticos calculados resumen las características más importantes de una muestra. Los parámetros estadísticos son las características de una población tales como la media y varianza.

2.9.1.1. Medidas de tendencia central

Este nos permite identificar cuál es el punto medio o de localización central de un conjunto de datos.

La media aritmética de datos no agrupados se determina de las siguientes ecuaciones:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (95)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (96)$$

donde:

μ : media poblacional

$\bar{x}$: media muestral

x_i : valor i-ésimo de la muestra

n : cantidad de datos de la muestra o población

2.9.1.2. Medidas de dispersión

Este número estadístico hace referencia a como se encuentran dispersos los datos hidrológicos. Si la dispersión es poca se dice que tiene uniformidad, por el contrario, si presenta gran dispersión los datos presentan poca uniformidad.

La varianza se determina de la siguiente ecuación:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu^2 \right) \quad (97)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right) \quad (98)$$

donde:

S^2 : varianza muestral

σ^2 : varianza poblacional

x_i : valor i-ésimo de la muestra

n : cantidad de datos de la muestra o población

$\bar{x} = \mu$: media muestral o poblacional

Coeficiente de variación es una medida relativa de dispersión, la cual relaciona la desviación estándar y la media, se determina de la siguiente ecuación.

$$C_V = \frac{S}{\bar{x}} \quad (99)$$

donde:

S : desviación estándar muestral

2.9.1.3. Medidas de simetría y asimetría

Las curvas que representan un conjunto de datos hidrológicos pueden ser simétricas o asimétricas. Las curvas simétricas son las que trazando una línea vertical que corte al eje de las abscisas por su punto más alto corta la curva en dos áreas idénticas.

Las curvas asimétricas o sesgadas tienen la característica de concentrar sus datos a las derecha o izquierda, es decir que los datos no se distribuyen de forma asimétrica.

El sesgo de datos no agrupados se determina mediante la siguiente ecuación:

$$C_S = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3}{(n-1)(n-2)S^3} \quad (100)$$

donde:

C_S : coeficiente de sesgo

x_i : valor i-ésimo de la muestra

n : cantidad de datos

μ : media

S : desviación estándar muestral

2.9.2. Análisis de consistencia

Antes de comenzar un modelamiento de una serie de datos hidrológicos, es recomendable realizar un análisis de consistencia, el cual consiste en identificar, describir y remover la no-homogeneidad y consistencia de los datos de una serie de tiempo hidrológica.

2.9.2.1. Análisis visual

Este análisis se realizará graficando en coordenadas cartesianas la serie de tiempo hidrológica, donde se ubicará en las abscisas el tiempo (días, meses, años, etc.) y en la ordenada los datos de la serie.

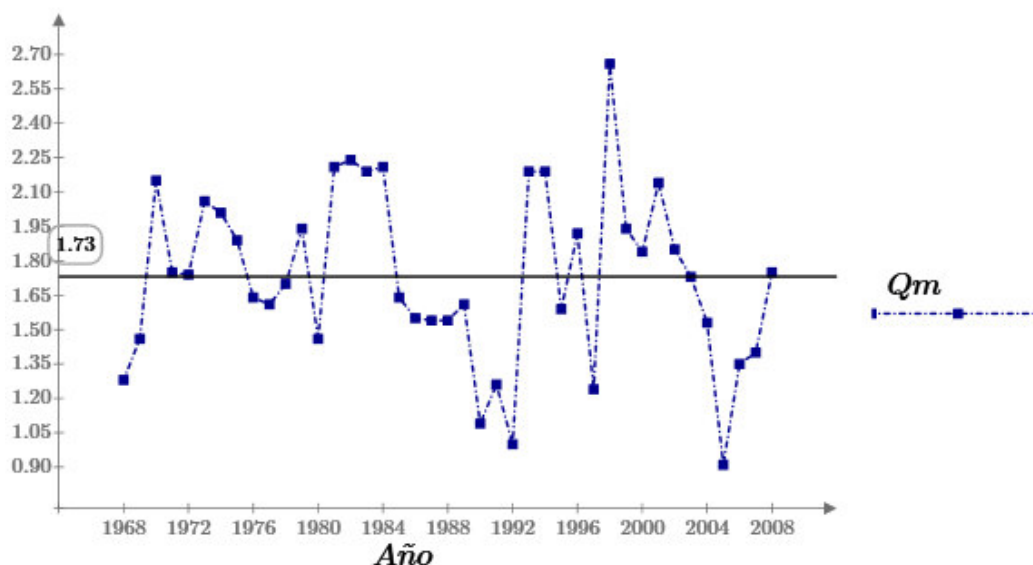


Figura 2.14 Serie histórica de estación Querococha

Nota: Serie de datos históricos del caudal medio de la estación Querococha del periodo 1968 al 2008, el cual presenta un caudal medio multianual de 1.73 m³/s, datos recopilados por Suarez, 2011. Diaz, 2017.

2.9.2.2. Análisis de doble masa

El análisis consiste en relacionar un caudal o precipitación acumulado anual de una determinada estación con los datos medidos acumulados de un grupo de estaciones vecinas. Esto con el fin de determinar un quiebre o variación de pendientes.

2.9.2.3. Análisis estadístico

Luego de realizar el análisis visual y de doble masa, identificando los posibles periodos para corregir la información, se procederá al análisis estadístico de saltos, tanto en media como en desviación estándar. La primera consiste en probar, mediante la prueba t de Student (prueba de hipótesis), si el valor de la media entre dos periodos, son estadísticamente iguales con una probabilidad al 95%, mientras que la segunda evalúa la consistencia de la desviación estándar mediante la prueba F de Fisher-Snedecor, si el valor de la desviación estándar entre dos periodos, son estadísticamente iguales con una probabilidad al 95%.

2.9.3. Prueba de bondad y ajuste

Chow et al. (1994) indican que una función de distribución probabilística puede ser evaluada comparando los valores teóricos con los datos empíricos de la muestra. Asimismo, Aliaga (1985) menciona que las pruebas estadísticas tienen por objetivo medir la incertidumbre que se obtienen al realizar una prueba de hipótesis estadística en una población, comúnmente se utilizan las pruebas de Chi Cuadrado y Smirnov -Kolmogorov.

2.9.3.1. Prueba de Smirnov-Kolmogorov

La prueba de Smirnov-Kolmogorov consiste en comparar las diferencias entre la curva de distribución empírica y la curva de distribución teórica, presentado la siguiente ecuación:

$$\Delta = \max |F_{(x)} - P_{(x)}| \quad (101)$$

donde:

Δ : valor estadístico de Smirnov-Kolmogorov

$F_{(x)}$: probabilidad de distribución teórica

$P_{(x)}$: probabilidad de distribución empírica

Aliaga (1985) menciona que para determinar el ajuste por el método de Smirnov-Kolmogorov se realizara los siguientes procedimientos.

1. Obtener la desviación máxima entre la probabilidad empírica (Weibull) y la distribución ajustada según indica la Ec.101.
2. Determinar el valor del valor critico estadístico Δ_0 según el tamaño muestral y tipo de nivel de significancia tabulando los valores de la Tabla 2.2.
3. Comparar los valores del estadístico Δ con el valor crítico Δ_0 , según los siguientes criterios de decisión. Si $\Delta < \Delta_0$, el ajuste es bueno, caso contrario el ajuste no es bueno al nivel de significancia seleccionado.

Tabla 2.2 Valores críticos de Δ_0

TAMAÑO DE MUESTRA "N"	NIVEL DE SIGNIFICACIA " α "			
	0.2	0.1	0.05	0.01
5	0.45	0.51	0.56	0.67
10	0.32	0.37	0.41	0.49
15	0.27	0.30	0.34	0.40
20	0.23	0.26	0.29	0.36
25	0.21	0.24	0.27	0.32
30	0.19	0.22	0.24	0.29
35	0.18	0.20	0.23	0.27
40	0.17	0.19	0.21	0.25
45	0.16	0.18	0.20	0.24
50	0.15	0.17	0.19	0.23
N > 50	$\frac{1.07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{N}}$

Nota: Adaptado de Yevjevich,1972.

2.9.4. Distribución empírica

Chow et al. (1994) indican que a lo largo del tiempo se propusieron numerosos métodos para posicionar los datos en un papel de probabilidad, los cuales mayormente son empíricos como la formula California, Chegodayev, y otra ecuación intermedia propuesta por Hazen en 1930. La

ecuación de Weibull es un término medio que presenta una mejor justificación estadística, la cual indica que, si los n valores están distribuidos uniformemente entre 0% y 100% de probabilidad, entonces existen $n+1$ intervalos.

La ecuación de Weibull se expresa de la siguiente forma:

$$P_{(x)} = \frac{m}{N + 1} \quad (102)$$

donde:

$P_{(x)}$: probabilidad de distribución empírica

m : número de orden

N : número de datos

2.9.5. Distribuciones teóricas

Chow et al. (1994) indican que una distribución de probabilidad es una función que determina la probabilidad de ocurrencia de una variable aleatoria. La información probabilística de un conjunto de datos hidrológicos puede resumirse de forma compacta en la función y sus parámetros. El ajuste de estas distribuciones puede ser por el método de máxima verosimilitud o método de los momentos lineales.

Chow et al. (1994) mencionan que la aplicación del método de momentos lineales es más apropiada para los análisis prácticos en la hidrología.

Se aplica la metodología de la Figura 2.15.

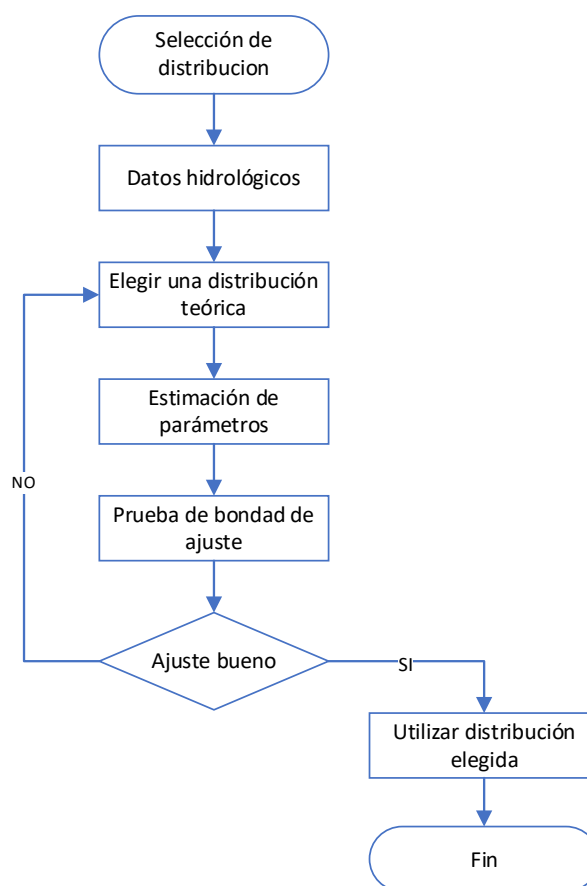


Figura 2.15 Metodología de selección de distribución teórica

Nota: Elaboración propia.

2.9.5.1. Distribución normal

Chow et al. (1994) indican que esta distribución nace del teorema del límite central, el cual indica que un conjunto de variables aleatorias, son independientes distribuidas con media μ y varianza σ^2 .

La función de distribución acumulada es:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)^2} dx \quad (103)$$

donde:

x : variable independiente

u : parámetro de localización, igual a la media aritmética

σ : parámetro de escala, desviación estándar

2.9.5.2. Distribución log-normal de 2 parámetros

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = \frac{1}{x\sqrt{(2\pi)}\sigma_y} \int_{-\infty}^{x_i} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2} dx \quad (104)$$

Para $0 < x < \infty$, donde μ_y y σ_y son la media y desviación estándar del logaritmo natural de la variable independiente, se determinan de la siguiente ecuación por el método de momentos.

$$\mu_y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\bar{x}^2}{1 + C_v^2} \right) \quad (105)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\ln(1 + C_v^2)} \quad (106)$$

donde C_v es el coeficiente de variación determinado en la Ec. (99).

2.9.5.3. Distribución log-normal de 3 parámetros

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(Z)} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \int_{-\infty}^Z e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ \quad (107)$$

$$Z = \frac{\ln(x - x_0) - \mu_y}{\sigma_y} \quad (108)$$

Para $x_0 = x < \infty$

donde:

x_0 : parámetros de posición

μ_y : parámetro de escala

σ_y : parámetro de forma

Los parámetros de forma, escala y posición se determinan por el método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{C_S - 0.52}{4.85}} \quad (109)$$

$$\mu_y = \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{\sigma^2}{e^{\sigma_y^2} - 1} \right) - \sigma_y^2 \right] \quad (110)$$

$$x_0 = \bar{x} - e^{\mu_y + \frac{\sigma_y^2}{2}} \quad (111)$$

donde C_S es coeficiente de sesgo determinado en la Ec. (100).

2.9.5.4. Distribución gamma de 2 parámetros

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = \int_0^x \frac{x^{\gamma-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\gamma \Gamma(\gamma)} dx \quad (112)$$

Valido para:

$$0 \leq x < \infty$$

$$0 < \gamma < \infty$$

$$0 \leq \beta < \infty$$

donde:

x : parámetro de forma

β : parámetro de escala

$\Gamma_{(\gamma)}$: función gamma completa

Los parámetros de forma y escala se determinan por método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{\bar{x}^2}{\sigma^2} \quad (113)$$

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\bar{x}} \quad (114)$$

2.9.5.5. Distribución gamma de 3 parámetros

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = \int_{x_0}^x \frac{(x - x_0)^{\gamma-1} e^{-\frac{(x-x_0)}{\beta}}}{\beta^{\gamma} \Gamma_{(\gamma)}} \quad (115)$$

Valido para:

$$x_0 \leq x < \infty$$

$$-\infty < x_0 < \infty$$

$$0 \leq \beta < \infty$$

$$0 \leq \gamma < \infty$$

donde:

x_0 : origen de la variable x, parámetros de posición

γ : parámetro de forma

β : parámetro de escala

Los parámetros de forma, escala y posición se determinan por el método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{4}{C_s^2} \quad (116)$$

$$\beta = C_s \frac{\sigma}{2} \quad (117)$$

$$x_0 = \bar{x} - \frac{2\sigma}{C_s} \quad (118)$$

2.9.5.1. Distribución Log Pearson Tipo III

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = \int_{x_0}^x \frac{(\ln x - x_0)^{\gamma-1} e^{-\frac{(\ln x - x_0)}{\beta}}}{x \beta^{\gamma} \Gamma(\gamma)} \quad (119)$$

Valido para:

$$x_0 \leq x < \infty$$

$$-\infty < x_0 < \infty$$

$$0 < \beta < \infty$$

$$0 < \gamma < \infty$$

donde:

x_0 : parámetro de posición

γ : parámetro de forma

β : parámetro de escala

Los parámetros de forma, escala y posición se determinan por el método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\gamma = \frac{4}{C_{S_{\ln x}}^2} \quad (120)$$

$$\beta = C_{S_{\ln x}} \frac{\sigma_{\ln x}}{2} \quad (121)$$

$$x_0 = \bar{x}_{\ln x} - \frac{2\sigma_{\ln x}}{C_{S_{\ln x}}} \quad (122)$$

donde, $\bar{x}_{\ln x}$, $\sigma_{\ln x}$, $C_{S_{\ln x}}$ son media, desviación estándar y coeficiente de sesgo del logaritmo natural de la variable independiente, se determinan de la siguiente ecuación por el método de momentos.

2.9.5.2. Distribución Gumbel

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = e^{-e^{-\frac{(x-\beta)}{\alpha}}} \quad (123)$$

donde:

α : Parámetro de escala

β : Parámetro de posición

Los parámetros de posición y escala se determinan por el método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\alpha = 0.78\sigma \quad (124)$$

$$\beta = \bar{x} - 0.45\sigma \quad (125)$$

2.9.5.3. Distribución log-Gumbel

La función de distribución acumulada es:

$$F_{(x)} = e^{-e^{-\frac{(\ln x - \beta)}{\alpha}}} \quad (126)$$

donde:

α : Parámetro de escala

β : Parámetro de posición

Los parámetros de posición y escala se determinan por el método de momentos según la siguiente ecuación:

$$\alpha = 0.78\sigma_{\ln x} \quad (127)$$

$$\beta = \bar{x}_{\ln x} - 0.45\sigma_{\ln x} \quad (128)$$

Donde, $\bar{x}_{\ln x}$, $\sigma_{\ln x}$ son media y desviación estándar del logaritmo natural de la variable independiente, se determinan de la siguiente ecuación por el método de momentos.

2.10. Modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK)

Palacio y González (2016) indican que el modelo de Fokker-Planck-Kolmogorov es una herramienta física – estadística que permite relacionar una ecuación en derivadas parciales de leyes físicas y principios estadísticos. Asimismo, Domínguez y Kovalenko (2009) mencionan que el modelo FPK se basa en la deducción de un fundamento determinístico que establece la relación causa – efecto del proceso lluvia – escorrentía. Para ello mediante la aplicación de la ecuación bidimensional de Saint Venant se obtendrá un operador matemático de primer orden.

Alexandrovich (1999) indica que la solución a la ecuación estocásticas de FPK es un proceso Markoviano, ya que plantea que los valores futuros no solo dependen del presente y

pasado. Kovalenko (1993), indica que el modelo de FPK se basa en la relación de balance de masa en un volumen de control.

$$X - E - I = kX \quad (129)$$

Donde:

X : intensidad de precipitación

E : evaporación

I : infiltración

K : coeficiente de escorrentía

Considerando el tiempo de escorrentía efectivo τ que caracteriza las propiedades inerciales de la cuenca, se transforma en la ecuación diferencial.

$$\frac{\partial Q_t}{\partial t} + \frac{Q_t}{k\tau} = \frac{X}{\tau} \quad (130)$$

donde Q es el caudal líquido, $-\frac{1}{k\tau} = C_{(t)}$, $\frac{X}{\tau} = N_{(t)}$. Si $C_{(t)}$ y $N_{(t)}$ son funciones no aleatorias, entonces la solución de esta ecuación es no aleatoria, sino un proceso dinámico $Q = f_{(t)}$. Como en realidad tanto $C_{(t)}$ y $N_{(t)}$ son aleatorias, tal que $C = \bar{C} + \tilde{C}_{(t)}$ y $N = \bar{N} + \tilde{N}_{(t)}$, donde $\tilde{C}_{(t)}$ y $\tilde{N}_{(t)}$ son los procesos aleatorios de ruido blanco.

Ivanova et al. (2006) mencionan que aplicando métodos estándar es posible transformar la Ec. (130) en la ecuación general de FPK (Ec. (131) que describe la evolución de la curva de densidad probabilística del caudal.

$$\frac{\partial p_{(Q,t)}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} [A_{(Q,t)} p_{(Q,t)}] + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2} [B_{(Q,t)} p_{(Q,t)}] \quad (131)$$

Donde las funciones A y B son los coeficientes de deriva y difusión definidos de la siguiente expresión.

$$A_{(Q,t)} = -(\bar{C} - 0.5C_{\tilde{G}})Q - 0.5G_{\tilde{G}\tilde{N}} + \bar{N} \quad (132)$$

$$B_{(Q,t)} = C_{\tilde{G}}Q^2 - 2G_{\tilde{G}\tilde{N}}Q + G_{\tilde{N}} \quad (133)$$

Donde:

$C_{\tilde{G}}$, $G_{\tilde{N}}$ y $G_{\tilde{G}\tilde{N}}$ son las intensidades e intensidades mutuas del "ruido blanco".

Dado que el propósito es analizar el régimen hidrológico en un caso estacionario, los regímenes transitorios quedan excluidos, así de la Ec. (131) se considera $\frac{\partial p_{(Q,t)}}{\partial t} = 0$, transformando la ecuación de Fokker–Planck–Kolmogorov en la ecuación de Pearson.

$$\frac{\partial p}{\partial Q} = \frac{Q - a}{b_0 + b_1Q + b_2Q^2}p \quad (134)$$

donde, dependiendo de los coeficientes b_0 , b_1 y b_2 se obtendrán diferentes distribuciones de la familia de curvas de Pearson, determinadas por las siguientes expresiones.

$$a = \frac{G_{\tilde{G}\tilde{N}} + 2N}{2\bar{C} + C_{\tilde{G}}} \quad (135)$$

$$b_0 = -\frac{G_{\tilde{N}}}{2\bar{C} + C_{\tilde{G}}} \quad (136)$$

$$b_1 = \frac{G_{\tilde{G}\tilde{N}}}{2\bar{C} + C_{\tilde{G}}} \quad (137)$$

$$b_2 = -\frac{G_{\tilde{C}}}{2\bar{C} + C_{\tilde{G}}} \quad (138)$$

Por la corta longitud de series históricas que se cuentan es posible dar solución a la Ec. (134) con un sistema de ecuaciones algebraicos de cuatro incógnitas en función de los primeros momentos estadísticos.

$$\alpha_{n-1}nb_0 + \alpha_n[(n+1)b_1 - a] + \alpha_{n+1}[(n+2)b_2 + 1] = 0 \quad (139)$$

donde:

n : momentos estadísticos (0,1,2,3)

Para evaluar la variación del flujo por efecto del cambio climático en función de sus momentos, se procede de la siguiente manera.

Paso 1:

Conociendo los momentos no centrales del registro histórico de caudales, se resuelve el sistema de la Ec. (139) obteniendo los parámetros del clima actual a, b_0 , b_1 y b_2 .

Paso 2:

Obtenidos los parámetros del clima actual se procederá a obtener los parámetros del escenario del clima futuro (intensidades de ruido blanco) de las Ec. (135) – (138). Reemplazando los parámetros del escenario futuro en la Ec. (139) se obtendrán los momentos estadísticos del clima futuro.

2.11. Método de Monte Carlo

Illana (2013) indica que el método de Monte Carlo consiste en la resolución de un problema mediante el juego de azar, esto se logra simulando el fenómeno real gobernado por una distribución probabilística.

2.12. Regionalización de modelos hidrológicos

La regionalización de los parámetros del modelo estocásticos se realiza mediante el método de regresión lineal múltiple, en función de la superficie de cuenca con nevado y sin nevado.

2.13. Ecuación de regresión lineal múltiple

La regresión lineal múltiple se aplica cuando se quiere explicar una variable dependiente Y, en función de dos o más variables llamadas variables independientes X1, X2, X3,...,Xn. La ecuación de regresión lineal múltiple es la siguiente.

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots a_mx_m \quad (140)$$

donde:

m = numero de variables independientes

$a_0, a_1, \dots, a_m$ = parámetros a estimar

2.13.1. Estimación de parámetros

Los parámetros $a_0, a_1, \dots, a_m$ se obtendrán de la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \sum y &= a_0n + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 + a_3 \sum x_3 + \cdots a_m \sum x_m \\ \sum x_1y &= a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1x_2 + a_3 \sum x_1x_3 + \cdots a_m \sum x_1x_m \\ \sum x_2y &= a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1x_2 + a_2 \sum x_2^2 + a_3 \sum x_2x_3 + \cdots a_m \sum x_2x_m \\ &\vdots \\ \sum x_my &= a_0 \sum x_m + a_1 \sum x_1x_m + a_2 \sum x_2x_m + a_3 \sum x_3x_m + \cdots a_m \sum x_m^2 \end{aligned} \quad (141)$$

donde:

n = numero de grupos de elementos de la muestra

2.13.2. Error estándar del estimado

Medida de dispersión determinada por la siguiente ecuación:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum (y - \hat{y})^2}{n - p}} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n - p}} \quad (142)$$

donde:

S_e : error estándar

y : valores de la muestra

$\hat{y}$: valores estimados de la regresión

e : error entre los valores muestrales y estimados

n : número de grupos de elementos de la muestra

$p = m + 1$: número de parámetros

$n - p$: grados de libertad

La Ec. (142) es compleja de determinar, por lo que diversos estadísticos han derivado la ecuación para acortar el proceso mediante métodos computacionales. La ecuación derivada es la siguiente:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a_0 \sum y - a_1 \sum x_1 y - a_2 \sum x_2 y - \cdots - a_m \sum x_m y}{n - p}} \quad (143)$$

2.13.3. Coeficientes de determinación múltiple

Indica la proporción en que las variables independientes explican la variación de la variable dependiente. Se puede determinar a partir de las siguientes ecuaciones:

$$R^2 = 1 - \frac{S_e^2}{S^2y} \quad (144)$$

$$R^2 = \frac{a_0 \sum y + a_1 \sum x_1y + a_2 \sum x_2y + \dots + a_m \sum x_my - ny^{-2}}{\sum y^2 - ny^{-2}} \quad (145)$$

donde:

R^2 : coeficiente de determinación

S_e : error estándar estimado

S^2y : varianza de la variable dependiente

n : número de grupos de elementos de la muestra

Gujarati y Porter (2010) indican que el valor de R^2 varía de 0 y 1, donde si el valor es más cercano a 1 el modelo es “mejor”, por otra parte, mientras más cercano a 0, menor será la explicación de la variable dependiente.

2.13.4. Coeficientes de correlación múltiple

Este coeficiente mide el grado de asociación lineal entre la variable dependiente y todas las variables independientes de la regresión, se determina mediante la siguiente ecuación:

$$R^2 = \left(1 - \frac{S_e^2}{S^2y} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (146)$$

$$R^2 = \left(\frac{a_0 \sum y + a_1 \sum x_1y + a_2 \sum x_2y + \dots + a_m \sum x_my - ny^{-2}}{\sum y^2 - ny^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (147)$$

Los variables son las mismas que se aplican en el cálculo del coeficiente de determinación.

CAPÍTULO III:

Metodología

3.1. Materiales

Los datos requeridos para generar el modelo regional de caudal medio anual con cambio climático son: la precipitación total anual en la cuenca, caudal medio anual y los parámetros de cuenca (área sin nevado y área con nevado) en las subcuencas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros y Quitaracsa y el escenario por cambio climático en la cuenca del río Santa. Para la realización de los cálculos complejos e iterativos se utilizó los softwares de Rstudio y Spyder 4 (compiladores o lectores de código libre en lenguaje Python) complementados con la hoja de cálculo de Excel.

3.2. Cuenca del río Santa

La cuenca del río Santa se ubica en la costa central del Perú, entre los paralelos 8°4' y 10°8' latitud Sur y los meridianos 77°12' y 78°38' longitud Oeste. Comprendiendo las regiones de Ancash y la Libertad y pertenece a la vertiente del océano Pacífico, limitado al Este por la Cordillera Blanca, conformado por la cadena glaciar, y al Oeste por la Cordillera Negra, conjunto de cadenas montañosas sin glaciares, posee un área de cuenca de 11,661.53 km², de los cuales 10,4005 km² está por encima de los 2000 msnm y su longitud de cuenca hasta la desembocadura en el océano Pacífico es de 316 km, siendo su ancho promedio 38 km.

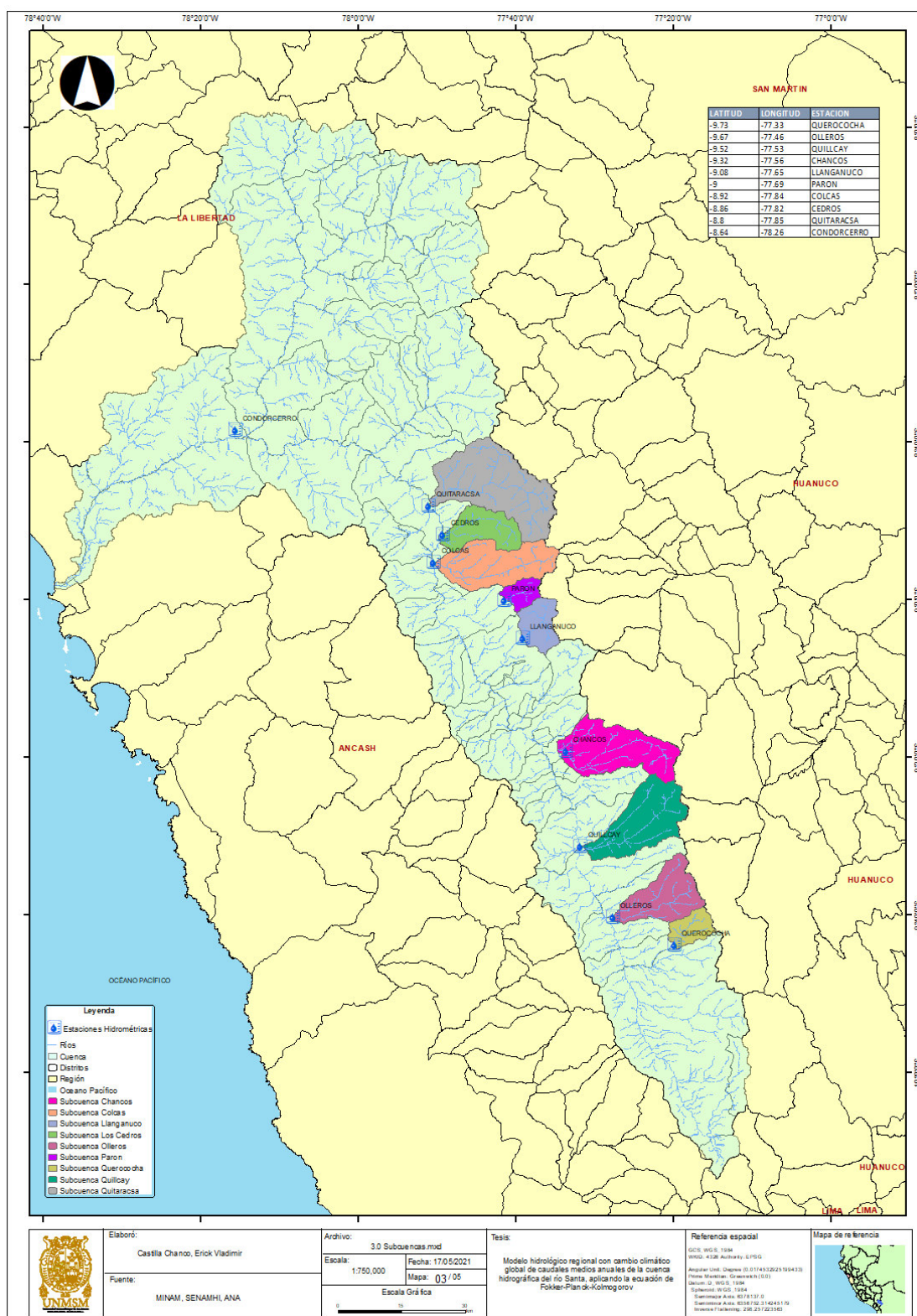


Tabla 3.1 Parámetros fisiográficos en la cuenca del río Santa

Parámetros	Unidades	Valor
Área de cuenca	km ²	11 661,54
Perímetro de cuenca	km	960
Área de cuenca húmeda	km ²	11 053,84
Pendiente media del cauce principal	%	1,33
Pendiente media de los terrenos de la cuenca	%	43,4

Nota: Tabla adaptada del informe de Evaluación de Recursos hídricos del río Santa, ANA, 2015.

Tabla 3.2 Distribución de superficie glaciar en la cuenca del río Santa

Estación	Superficie de subcuenca (km²)	Superficie con nevado (km²)	Superficie sin nevado (km²)
Querococha	62,70	4,10	58,6
Olleros	174,30	25,10	149,2
Quillcay	249,50	29,00	220,5
Chancos	209,90	69,50	140,4
Llanganuco	84,00	37,50	46,5
Paron	53,30	29,00	24,3
Colcas	234,30	45,90	188,4
Los Cedros	114,50	23,05	91,45
Quitaracsa	384,90	33,32	351,58

Nota: Tabla adaptada de las superficies de áreas con nevado y sin nevado elaborado, Olivos, 2004.

3.3. Método

El modelo de series de tiempo hidrológicos se realizó siguiendo la metodología de Box-Jenkins, tal como se aprecia en la Figura 2.6, la generación de la ecuación hidrológica regional del caudal medio se efectuó aplicando el método de regresión lineal múltiple a los parámetros del modelo estocástico y caudal medio proyectado con cambio climático (determinado siguiendo la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov), en función del área de cuenca con y sin nevado.

3.3.1. Recopilación de datos

Los datos utilizados para la generación del modelo regional en la cuenca del río Santa con cambio climático, son los registros históricos y completados del caudal medio anual de las estaciones hidrométricas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los

Cedros y Quitaracsa. Asimismo, se utilizó el área nevada y área sin nevada de la cuenca de estudio. Para la aplicación de la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov se usó la precipitación total multianual y variación porcentual de precipitación por efecto de cambio climático, presentado en el informe de escenarios climáticos en el Perú, para el año 2030 del SENAMHI.

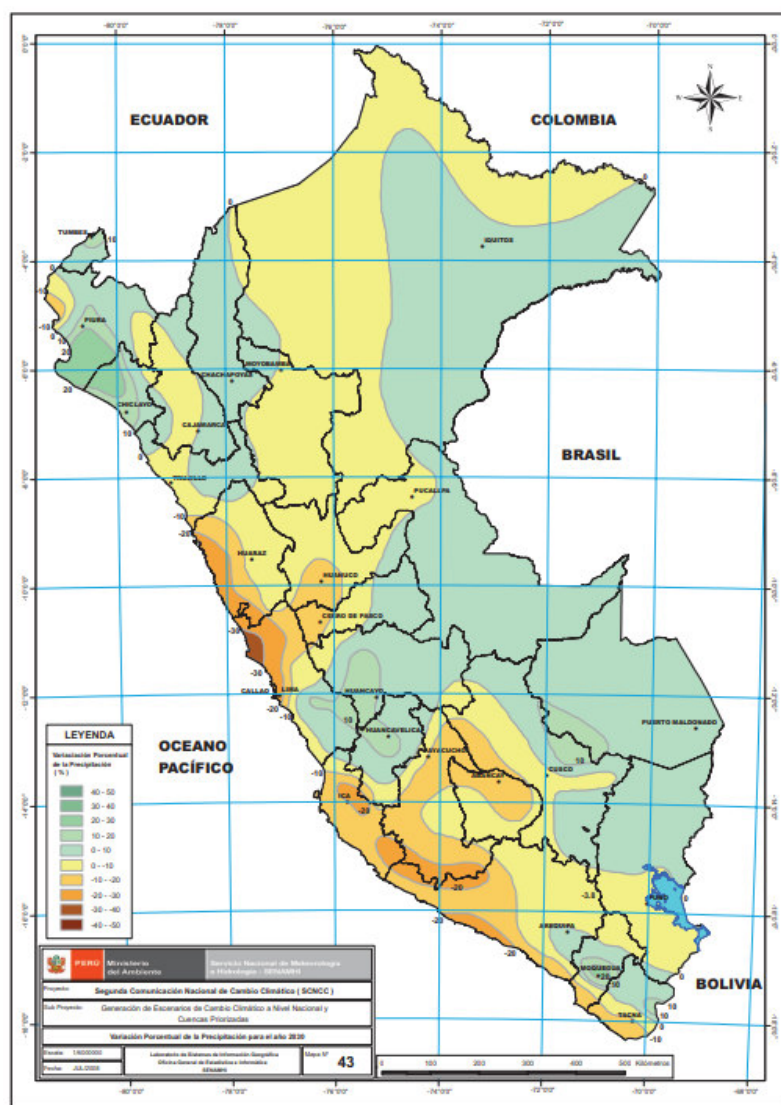


Figura 3.2 Mapa de variación de precipitación al año 2030

Nota: Se muestra la variación de precipitación por zona según el escenario de cambio climático, SENAMHI, 2009.

3.3.2. *Análisis y tratamiento de datos*

Los datos de las estaciones hidrometeorológicas deberán ser consistentes, por tal motivo es recomendable analizar y corregir la no homogeneidad que posea la serie hidrológica.

Los datos de las estaciones hidrométricas presentados en el Anexo I, son datos completos y consistentes recopilados de Díaz (2017), el cual menciona que la consistencia de los datos históricos de caudales medios anuales de las estaciones hidrométricas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Paron, Colcas, Los Cedros y Quitaracsa, fueron evaluados mediante el análisis de salto y tendencia. Se identifican que los datos no presentan saltos por lo que no requiere de un análisis estadístico. Sin embargo, la estación Colcas presenta error de tendencia, el cual se corrigió su tendencia mediante la expresión $x'_t = x_t - T_m + \bar{x}_t$.

3.3.3. *Estacionariedad de la serie de tiempo hidrológica*

Se evaluó la estacionariedad de los datos hidrométricos de las estaciones por el test de Dickey-Fuller.

Wooldrige (2010), menciona que la manera más sencilla de comprobar la estacionariedad de una serie es a través de la existencia de raíz unitaria en un modelo AR(1).

El modelo resulta ser estacionario solo si $\phi < 1$, pero el proceso no es estacionario si $\phi = 1$, ya que presentaría una raíz unitaria. La hipótesis nula es:

$$H_0: |\phi| = 1 \text{ (No estacionario)}$$

$$H_0: |\phi| < 1 \text{ (Estacionario)}$$

3.3.4. *Identificación de modelos estocásticos*

Analizando que los datos de las series hidrológica son consistentes, completos y estacionario, procedemos a identificar el modelo y orden del modelo a usar, utilizando los

correlogramas de FAC y FACP, que son gráficos generados de p_k y $\hat{p}_k$ respecto a su rezago k , tal como se aprecia en la Figura 3.3 y lo aplicado de la recomendación de la Tabla 2.1.

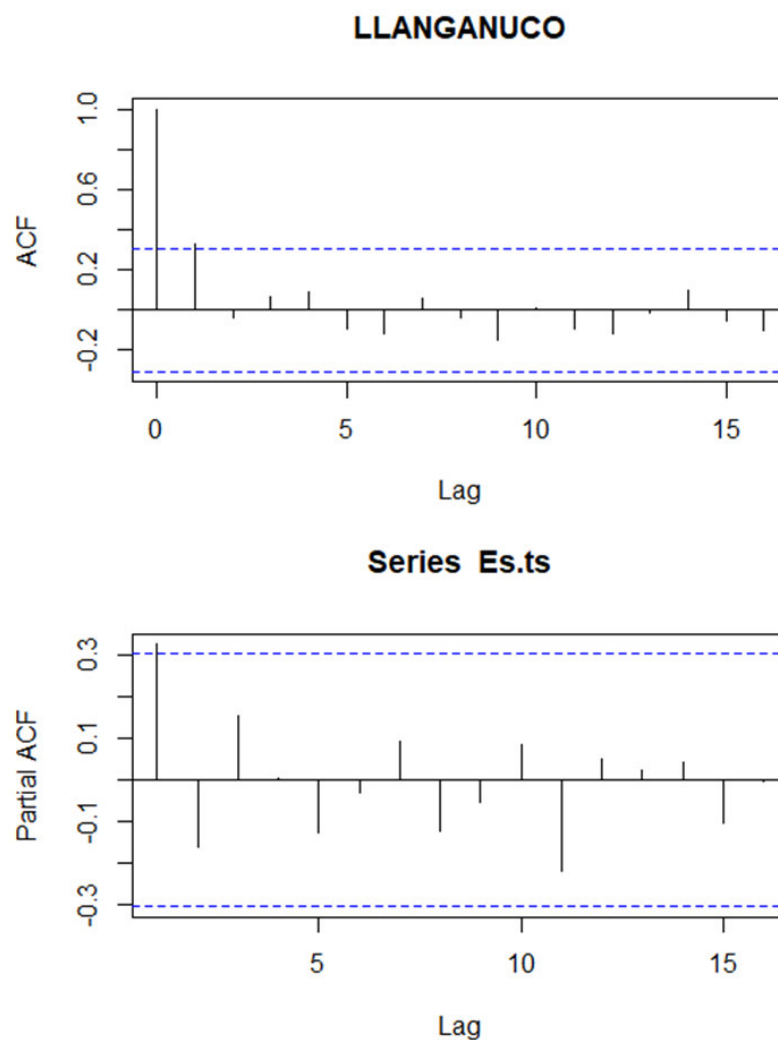


Figura 3.3 Correlograma FAC y FACP de la serie de datos de la estación Llanganuco

Nota: Los correlogramas de estaciones hidrométricas se realizaron en RStudio con la función `acf("nombre de estación estación")` y `pacf("nombre de estación estación")` de la Librería y paquete "astsa", los correlogramas de las estaciones hidrométricas se muestran en el Anexo III.

3.3.5. Estimación de parámetros de los modelos estocásticos identificados

La estimación del modelo consiste en definir los parámetros ϕ y θ de los posibles modelos AR, MA, ARMA o ARIMA, así como de la varianza del ruido blanco.

3.3.6. Validación de los modelos estocásticos identificados

La etapa de validación se efectúa mediante el criterio de Schwarz modificado, ya que Peña (2010) menciona que este criterio penaliza al modelo por tener menor número de parámetros que el criterio de información de Akaike modificado o AICC, y recomienda la aplicación del criterio eligiendo el modelo que presente un menor número de SIC.

3.3.7. Verificación del modelo estocástico seleccionado

La verificación del modelo seleccionado para cada subcuenca hidrográfica se evaluó según el test de Ljung-Box, el cual se realiza utilizando las funciones `tsdiag()` y `Box.test()` de la librería científica `astsa` del software RStudio.

3.3.8. Determinación de la función de distribución probabilística

Aplicando la prueba de bondad de ajuste de Smirnov – Kolmogorov se seleccionará la función de distribución probabilística teórica que presente menor error, según la Ec. (101). La Figura 3.4 muestra el gráfico de las distribuciones teóricas y los valores de error de Smirnov – Kolmogorov para la estación Querococha.

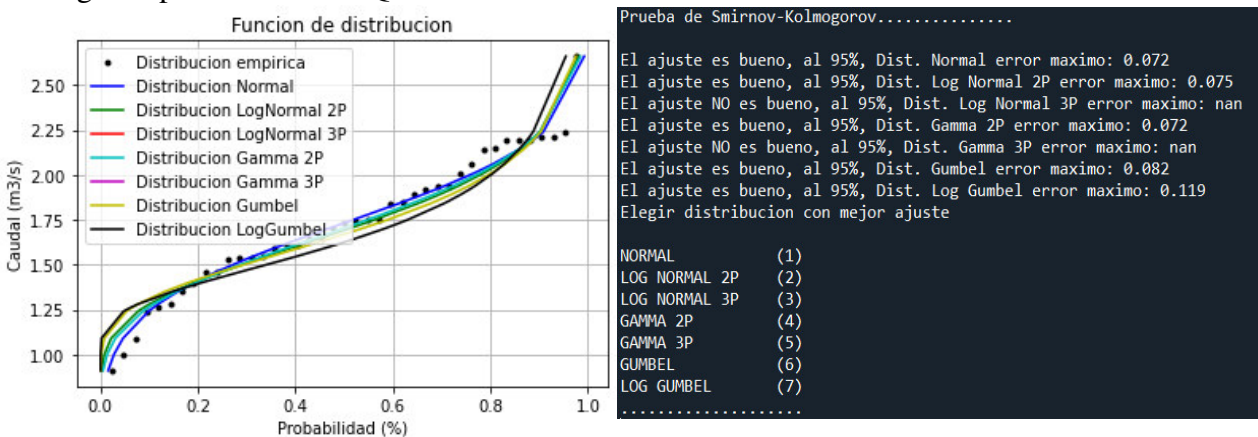


Figura 3.4 Resultados de la prueba Smirnov – Kolmogorov

Nota: La prueba de bondad de Smirnov – Kolmogorov se realizó a los datos de cada estación hidrométrica, (código propio en lenguaje Python en software Spyder) comparando la mayor diferencias de probabilidad entre la curva de distribución empírica y las curvas de distribución teórica, aplicando la Ec. (101) de Chow et al. (1994)

3.3.9. *Determinación de parámetros del clima futuro (Ecuación FPK)*

Los parámetros futuros se determinarán siguiendo la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov para cada estación hidrométrica.

Domínguez (2004) indica que conociendo los primeros momentos estadísticos se resuelve el sistema de la Ec. (139), para determinar los parámetros de a , b_0 , b_1 y b_2 que conforman las características del clima actual.

Tomando en consideración solo tres momentos estadísticos ($\alpha_n, n = 0, 1, 2, 3$) y $C_{\tilde{C}} = 0$, la solución de Ec. (117) toma las siguientes expresiones:

$$b_1 - a = -\alpha_1 \quad (148)$$

$$2\alpha_1 b_1 + b_0 - \alpha_1 a = -\alpha_2 \quad (149)$$

$$3\alpha_2 b_1 + 2\alpha_1 b_0 - \alpha_2 a = -\alpha_3 \quad (150)$$

Resolviendo las Ec. (148) – (150) en función de a , b_0 y b_1 se obtendrá las siguientes expresiones:

$$a = \frac{0.5(-\alpha_3 - 4\alpha_1^3 + 5\alpha_1\alpha_2)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (151)$$

$$b_0 = \frac{0.5(-2\alpha_2^2 - \alpha_2\alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (152)$$

$$b_1 = \frac{0.5(3\alpha_1\alpha_2 - 2\alpha_1^3 - \alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (153)$$

Despejando los parámetros de ruido blanco en función de los parámetros a , b_0 y b_1 de las Ec. (151) – (153) se obtiene:

$$\bar{C} = \frac{N}{(a - 0.5b_1)} \quad (154)$$

$$G_{\tilde{G}\tilde{N}} = \frac{Nb_1}{(a - 0.5b_1)} \quad (155)$$

$$G_{\tilde{N}} = -\frac{2Nb_0}{(a - 0.5b_1)} \quad (156)$$

donde:

N : Precipitación del clima actual.

$C_{\tilde{G}}$, $G_{\tilde{N}}$ y $G_{\tilde{G}\tilde{N}}$: intensidades e intensidades mutuas de ruido.

Para identificar los parámetros del escenario futuro se utilizará el N_{pr} , el cual representa la precipitación media del escenario de clima futuro estimado por la entidad competente. Para las magnitudes de intensidades de ruido para el escenario futuro se estimarán de la siguiente manera, para $\bar{C}_{pr}$ se considera igual al $\bar{C}$ o $\bar{C} = \frac{1}{K}$ (K es el coeficiente de escorrentía, que se puede determinar en función de la precipitación, temperatura o uso del suelo). Los parámetros de $G_{\tilde{N}}$ y $G_{\tilde{G}\tilde{N}}$ se mantendrán constantes en el tiempo ($G_{\tilde{G}\tilde{N}pr} = G_{\tilde{G}\tilde{N}}$ y $G_{\tilde{N}pr} = G_{\tilde{N}}$), dado que en la actualidad no se cuenta con información suficiente para poder estimar dichos parámetros de escenario futuros.

Resolviendo las Ec. (154) – (156) sin considerar el ruido antrópico o interior (indica la interacción del hombre y la cuenca hidrográfica), ya que debido a la corta longitud de datos

hidrológicos el régimen hidrológico del clima actual puede expresarse utilizando los primeros 3 momentos estadísticos, expresados de la siguiente manera:

$$a_{pr} = \frac{G_{\bar{G}\bar{N}_{pr}} + 2N_{pr}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (157)$$

$$b_{0pr} = -\frac{G_{\bar{N}_{pr}}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (158)$$

$$b_{1pr} = \frac{2G_{\bar{G}\bar{N}_{pr}}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (159)$$

donde:

a_{pr}, b_{0pr}, b_{1pr} son parámetros de clima futuro.

De las Ec. (157) – (159) para el escenario futuro se obtendrán las siguientes expresiones:

$$\alpha_{1pr} = q_{pr} = a_{pr} - b_{1pr} \quad (160)$$

$$\alpha_{2pr} = \alpha_{1pr}a_{pr} - 2\alpha_{1pr}b_{1pr} - b_{0pr} \quad (161)$$

$$\alpha_{3pr} = \alpha_{2pr}a_{pr} - 3\alpha_{2pr}b_{1pr} - 2\alpha_{1pr}b_{0pr} \quad (162)$$

$$C_{Vpr} = \sqrt{\frac{\alpha_{2pr} - q_{pr}^2}{q_{pr}^2}} \quad (163)$$

$$C_{Spr} = \left(\frac{\alpha_{3pr} - 3\alpha_{2pr}\alpha_{1pr} + 2\alpha_{1pr}^3}{C_{Vpr}^3 q_{pr}^3} \right) \quad (164)$$

$$\beta = \frac{C_{Vpr}}{C_{Spr}} \quad (165)$$

Siendo:

$\alpha_{1pr}, \alpha_{2pr}, \alpha_{3pr}$: momentos estadísticos del clima futuro

C_{Vpr} : coeficiente de variación del clima futuro

C_{Spr} : coeficiente de asimetría o sesgo del clima futuro

De los valores q_{pr} , C_{Vpr} y β , se construyen mapas de isovalores para un determinado escenario de cambio climático. Asimismo, aplicando un método de Montecarlo se genera la evolución de la curva de densidad probabilística para el escenario futuro.

3.3.10. Regionalización del caudal medio anual

Determinados los parámetros del modelo estocástico y parámetros estadísticos con cambio climático de las estaciones, se procederán a regionalizar el caudal medio anual proyectado con el área nevada en las cuencas y sin nevada.

$$Q_m = f(A_{sn}, A_n) \quad (166)$$

Donde:

A_{sn} : área de cuenca sin nevada

A_n : área de cuenca nevada

CAPÍTULO IV:

Resultados

4.1. Análisis de estacionariedad de las series de tiempo hidrológicas

La estacionariedad de las series hidrológicas fueron determinadas aplicando el método de Dickey-Fuller, el cual menciona que analizando el parámetro de ϕ del modelo AR(1), es posible identificar si la serie presenta estacionariedad. Los resultados se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Prueba de estacionariedad de Dickey-Fuller

Estación	Parámetro (ϕ)	$\phi < 1$?	¿Cumple estacionariedad?
Querococha	0.2772	No	Si
Olleros	0.3104	No	Si
Quillcay	0.2310	No	Si
Chancos	0.4402	No	Si
Llanganuco	0.3407	No	Si
Paron	0.3701	No	Si
Colcas	0.4784	No	Si
Los Cedros	0.1178	No	Si
Quitaracsa	0.1600	No	Si

Nota: los valores del parámetro ϕ fue determinado a partir del modelo AR(1) en el software RStudio.

4.2. Identificación de los modelos estocásticos

Los modelos estocásticos posibles fueron establecidos según la información del correlograma de función de autocorrelacion (FAC) y función de autocorrelacion parcial (FACP), teniendo en cuenta las características mostradas en la Tabla 2.1.

Los modelos estocásticos identificados que representa la serie de caudales medios anuales son AR(1), MA(1), ARMA(1,1). Los correlogramas se presentan en el Anexo III.

4.3. Estimación de la varianza de error de los modelos estocásticos identificados

Se estimaron los valores de la varianza de ruido blanco de los posibles modelos identificados. Estos parámetros se determinaron mediante el Software RStudio. Los resultados se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Varianza del ruido blanco o varianza de error

Estación	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
Querococha	0.1308	0.1332	0.1301
Olleros	0.7017	0.6955	0.6953
Quillcay	0.9721	0.9794	0.972
Chancos	1.84	1.815	1.802
Llanganuco	0.1311	0.1248	0.1246
Paron	0.2012	0.2137	0.1894
Colcas	0.9684	0.9761	0.9621
Los CEDROS	0.2447	0.245	0.2445
Quitaracsa	2.918	2.943	2.887

Nota: los valores del parámetro σ_{ε}^2 fueron determinados mediante el software RStudio.

4.4. Validación de los modelos estocásticos identificados

De los modelos identificados se procedió a seleccionar el modelo más adecuado, según el criterio de Schwarz modificado (SIC), aplicando la Ec. (92). Los resultados se presentan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Selección de modelo

Estación	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
Querococha	-38.68	-37.94	-35.19
Olleros	30.19	29.83	33.53
Quillcay	43.55	43.86	47.26
Chancos	69.71	69.15	72.57
Llanganuco	-38.59	-40.61	-36.96
Paron	-21.03	-18.56	-19.79
Colcas	43.40	43.72	46.84
Los Cedros	-13.00	-12.95	-9.32
Quitaracsa	88.62	88.97	91.90

Nota: La selección del modelo se realizó mediante el criterio SIC, seleccionando el menor valor.

De la Tabla 4.3 se concluye que el modelo estocásticos que mejor representa la serie hidrológica es el modelo AR(1), por ende a continuación se procede a evaluar todos los parámetros de este modelo. Los resultados se muestran en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Parámetros μ, ϕ, γ del modelo AR(1)

Estación	Media (μ)	Varianza (γ)	Fi (ϕ)
Querococha	1.732	0.1418	0.2772
Olleros	4.759	0.7787	0.3104
Quillcay	7.091	1.0265	0.2310
Chancos	8.287	2.2747	0.4402
Llanganuco	3.031	0.1480	0.3407
Paron	2.019	0.2308	0.3701
Colcas	5.620	1.2614	0.4784
Los Cedros	3.383	0.2475	0.1178
Quitaracsa	10.547	2.9939	0.1600

Nota: los valores del parámetro del modelo AR(1) fueron determinados mediante el software RStudio.

4.5. Verificación del modelo estocástico seleccionado

Se determinó la confiabilidad del modelo según la prueba de Ljung Box, En el Anexo IV se muestran los gráficos y resultados detallados. Los resultados se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 Test de Ljung-Box

Estación	p-value	$p > 5\%$
Querococha	0.8382	SI
Olleros	0.8365	SI
Quillcay	0.9409	SI
Chancos	0.8094	SI
Llanganuco	0.7696	SI
Paron	0.4293	SI
Colcas	0.8506	SI
Los Cedros	0.9656	SI
Quitaracsa	0.8133	SI

Nota: los valores de p-value se determinaron para Lag=1.

Los p-value son mayores a 0.05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se concluye que los residuos son independientes entre sí. Finalmente se establece que el modelo AR(1) si representa la serie de caudales medios anuales.

4.6. Ecuaciones del caudal medio anual de las estaciones hidrométricas

Después de comprobar si el modelo AR(1) es adecuado para la serie de caudales medios anuales, se procede a reemplazar los parámetros ϕ y μ en la siguiente ecuación.

$$y_t = \mu(1 - \phi_1) + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (167)$$

Las ecuaciones del modelo AR(1) para cada una de las estaciones hidrométrica se muestran en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6 Ecuaciones del modelo AR(1)

Estación	Ecuación
Querococha	$y_t = 1.252 + 0.277y_{t-1} + \varepsilon_t$
Olleros	$y_t = 3.282 + 0.310y_{t-1} + \varepsilon_t$
Quillcay	$y_t = 5.453 + 0.231y_{t-1} + \varepsilon_t$
Chancos	$y_t = 4.639 + 0.44y_{t-1} + \varepsilon_t$
Llanganuco	$y_t = 1.998 + 0.3407y_{t-1} + \varepsilon_t$
Paron	$y_t = 1.272 + 0.37y_{t-1} + \varepsilon_t$
Colcas	$y_t = 2.931 + 0.478y_{t-1} + \varepsilon_t$
Los Cedros	$y_t = 2.984 + 0.118y_{t-1} + \varepsilon_t$
Quitaracsa	$y_t = 8.859 + 0.16y_{t-1} + \varepsilon_t$

Nota: Elaboración propia.

Donde la variable ε_t es la componente aleatoria del modelo con media cero y desviación estándar igual a la desviación estándar del error de datos históricos.

4.7. Determinación de los parámetros del caudal medio anual futuro

Para determinar los parámetros del clima futuro se recopiló la información de precipitación del ANA y la variación de precipitación por efecto de cambio climático. SENAMHI (2009) menciona que debido al aumento de CO₂ y emisiones de gases de efecto invernadero provenientes de industrias y fuentes de energía al año 2030, las precipitaciones anuales disminuirán entre -10% y -20% en la parte sierra del país. La variación de precipitación del -10% en la cuenca del río Santa fue considerada a partir del mapa de variación de precipitación al año 2030, elaborado por SENAMHI, mostrado en la Figura 3.2.

Se muestran los datos de precipitación en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7 Precipitación total multianual por subcuenca

Estación	Precipitación total (mm)
Querococha	955.8
Olleros	930.6
Quillcay	946.2
Chancos	929.4
Llanganuco	894.8
Paron	914.8
Colcas	918.0
Los Cedros	842.1
Quitaracsa	770.4

Nota: Periodo analizado del año 1965 – 2013, ANA, 2015.

Los parámetros para del clima futuro fueron determinados aplicando la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov. El cálculo se realizó mediante el Algoritmo A que se presenta en el Anexo V. La Tabla 4.8 muestra el resumen de los resultados por subcuenca.

Tabla 4.8 Parámetros estadísticos del caudal medio anual futuro

Estación	μ	$C_{V_{pr}}$	$C_{S_{pr}}$
Querococha	1.5584	0.242	-0.0122
Olleros	4.2854	0.2025	0.1254
Quillcay	6.3678	0.1742	-0.5087
Chancos	7.4747	0.1898	0.4539
Llanganuco	2.7326	0.1274	0.5148
Paron	1.8207	0.2557	0.3045
Colcas	5.0514	0.2284	-0.2129
Cedros	3.0402	0.1743	-0.3662
Quitaracsa	9.4925	0.1823	-0.0022

Nota: Parámetros estadísticos por influencia del cambio climático al año 2030.

A partir de los parámetros de caudal medio anual futuro se generó un mapa de isolíneas mostrado en el Anexo X (de caudales medios anuales) que fue obtenido con el software ArcMap10.5 utilizando las funciones de IDW – Interpolation y Contour – Surface de la librería Spatial Analyst Tools, ubicados en las herramientas de Arctoolbox.

4.7.1. Determinación de la función de distribución probabilística y bondad de ajuste

Obtenidos los parámetros de clima futuro se procederá a identificar la curva de densidad probabilísticas actual para cada estación. Los resultados se muestran en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9 Prueba de Kolmogorov

Estación	1	2	3	4	5	6	7
Querococha	0.072	0.075	-	0.072	-	0.082	0.119
Olleros	0.045	0.069	-	0.058	0.042	0.099	0.141
Quillcay	0.093	0.12	-	0.111	-	0.157	0.193
Chancos	0.096	0.092	-	0.093	0.094	0.083	0.1
Llanganuco	0.075	0.065	-	0.061	0.072	0.108	0.134
Paron	0.064	0.039	-	0.036	0.044	0.062	0.098
Colcas	0.064	0.093	-	0.082	-	0.118	0.131
Los Cedros	0.116	0.146	-	0.136	-	0.185	0.218
Quitaraca	0.075	0.075	-	0.07	-	0.113	0.144

Nota: Donde 1 =distribución Normal, 2 =distribución Log Normal 2 parámetros, 3 = distribución Log Normal 3 parámetros, 4 = distribución Gamma 2 parámetros, 5 = distribución Gamma 3 parámetros, 6 = distribución Gumbel, 7 = distribución Log Gumbel.

Los resultados mostrados en la Tabla 4.9 deberán ser menor a $\Delta_0 = 0.21$, para afirmar que las distribuciones se ajustan con una probabilidad del 95%, según la prueba de bondad de Kolmogorov. Se seleccionó la función de distribución de probabilidad con menor error para generar la evolución de su curva de densidad probabilística por influencia de cambio climático. Los gráficos se presentan en los Anexos VI y VIII. En la Tabla 4.10, se muestra los estadísticos de la serie de datos hidrológicos para el clima actual.

Tabla 4.10 Parámetros estadísticos del caudal medio anual actual

Estación	μ	C_v	C_s
Querococha	1.732	0.220	-0.013
Olleros	4.759	0.188	0.128
Quillcay	7.091	0.145	-0.578
Chancos	8.287	0.184	0.443
Llanganuco	3.031	0.128	0.484
Parón	2.019	0.241	0.306
Colcas	5.620	0.202	-0.227
Cedros	3.383	0.149	-0.405

Quitaracsa	10.547	0.166	-0.002
------------	--------	-------	--------

Nota: Se muestra los parámetros estadísticos para caudal medio anual actual.

4.8. Regionalización de los parámetros del modelo AR(1)

4.8.1. Regionalización del parámetro ϕ

La regionalización del parámetro ϕ_r se obtiene por el método de regresión lineal múltiple con el área de cuenca sin nevado (A) y área de cuenca con nevado (N).

En la Tabla 4.11, se muestran los valores estadísticos de la regresión lineal múltiple, evidenciándose que el valor del parámetro ϕ puede ser explicado en un 34.05% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.

En la Tabla 4.12, se muestran los valores del parámetro ϕ para cada estación hidrométrica analizada.

Del método de regresión múltiple se obtuvo la siguiente ecuación:

$$\phi_{pr} = 0.2239 + 0.0045N - 0.000496A \quad (168)$$

Tabla 4.11 Valores estadísticos de la regionalización de ϕ

<i>Estadísticas</i>	<i>valores</i>
Coefficiente de correlación múltiple	0.71089353
Coefficiente de determinación R^2	0.50536961
R^2 ajustado	0.34049282
Error típico	0.09785936
Observaciones	9

Tabla 4.12 Parámetros de la regionalización y pronóstico de ϕ

Estación	Área con nevado	Área sin nevado	ϕ Modelado	ϕ Pronosticado
Querococha	4.10	58.60	0.28	0.213
Olleros	25.10	149.20	0.31	0.263
Quillcay	29.00	220.50	0.23	0.246
Chancos	69.50	140.40	0.44	0.469
Llanganuco	37.50	46.50	0.34	0.370

Paron	29.00	24.30	0.37	0.343
Colcas	45.90	188.40	0.48	0.338
Cedros	23.05	91.45	0.12	0.283
Quitaracsa	33.32	351.58	0.16	0.200

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran de manera visual los valores del parámetro ϕ estimados y ϕ_{pr} pronosticado para cada cuenca en función del área de cuenca con nevado y área de cuenca sin nevado.

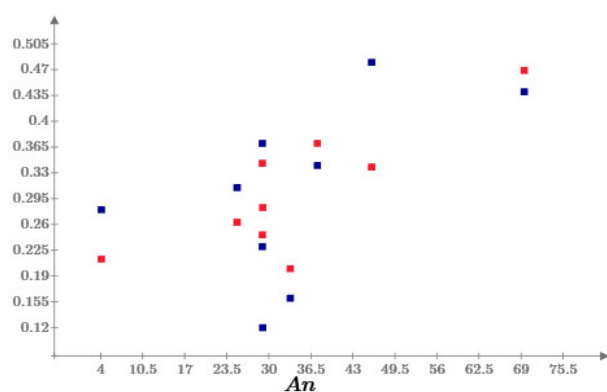


Figura 4.1 Gráfico de regresión entre ϕ y Área con nevado

Nota: Grafica de los valores del parámetro ϕ del modelo AR (1) y ϕ_{pr} proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

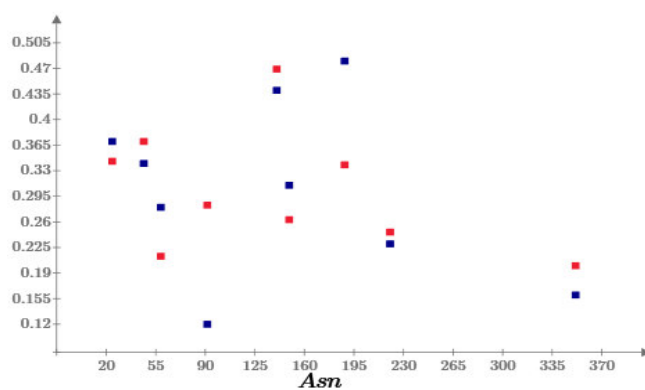


Figura 4.2 Gráfico de regresión entre ϕ y Área sin nevado

Nota: Grafica de los valores del parámetro ϕ del modelo AR (1) y ϕ_{pr} proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

4.8.2. Regionalización de la desviación estándar de error

La regionalización del parámetro σ_ε^2 se obtiene por el método de regresión lineal múltiple con el área de cuenca sin nevado (A) y área de cuenca con nevado (N).

En la Tabla 4.13, se muestran los valores estadísticos de la regresión lineal múltiple, evidenciándose que el valor la desviación estándar del ruido blanco σ_ε puede ser explicado en un 90.77% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.

En Tabla 4.14, se muestran los valores de la desviación estándar del ruido blanco σ_ε del modelo AR(1) para cada estación hidrométrica analizada.

Del método de regresión múltiple se obtuvo la siguiente ecuación.

$$\sigma_{\varepsilon pr} = -0.0155 + 0.0099N + 0.0037A \quad (169)$$

Tabla 4.13 Valores estadísticos de la regionalización de σ_ε

<i>Estadísticas</i>	<i>valores</i>
Coefficiente de correlación múltiple	0.964757783
Coefficiente de determinación R^2	0.93075758
R^2 ajustado	0.907676773
Error típico	0.143816889
Observaciones	9

Tabla 4.14 Parámetros de la regionalización y pronóstico de σ_ε

Estación	Área con nevado	Área sin nevado	σ_ε Modelado	σ_ε Pronosticado
Querococha	4.10	58.60	0.362	0.244
Olleros	25.10	149.20	0.838	0.790
Quillcay	29.00	220.50	0.986	1.095
Chancos	69.50	140.40	1.356	1.196
Llanganuco	37.50	46.50	0.362	0.529
Paron	29.00	24.30	0.449	0.362
Colcas	45.90	188.40	0.984	1.142
Cedros	23.05	91.45	0.495	0.554
Quitaracsa	33.32	351.58	1.708	1.628

Las Figuras 4.3 y 4.4 muestran de manera visual los valores de la desviación estándar del ruido blanco σ_ε estimados y $\sigma_{\varepsilon pr}$ pronosticados para cada cuenca en función del área de cuenca con nevado y área de cuenca sin nevado.

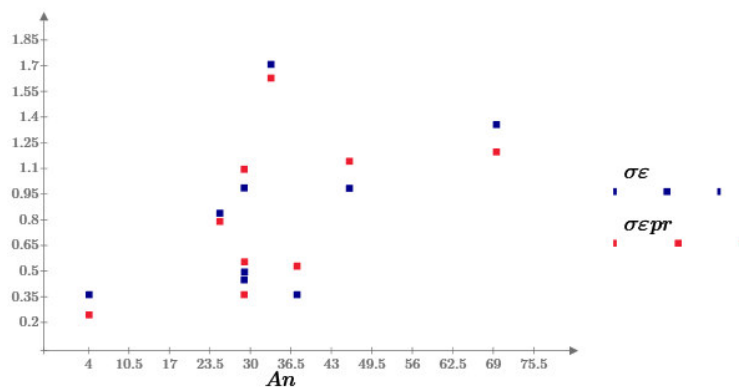


Figura 4.3 Gráfico de regresión de σ_ε y Área con nevado

Nota: Grafica de los valores del parámetro σ_ε del modelo AR (1) y $\sigma_{\varepsilon pr}$ proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

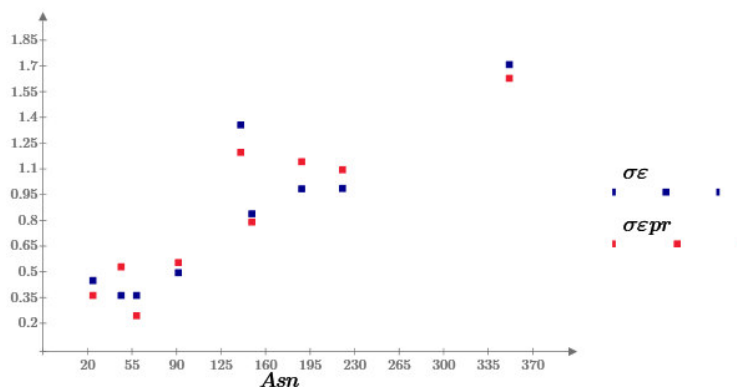


Figura 4.4 Gráfico de regresión de σ_ε y Área sin nevado

Nota: Grafica de los valores del parámetro σ_ε del modelo AR (1) y $\sigma_{\varepsilon pr}$ proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

4.8.3. Regionalización del caudal medio anual con cambio climático

La regionalización del caudal medio proyectado se obtiene por el método de regresión lineal múltiple con el área de cuenca sin nevado (A) y área de cuenca con nevado (N).

En la Tabla 4.15, se muestran los valores estadísticos de la regresión lineal múltiple, evidenciándose que el valor del caudal medio con cambio climático Q puede ser explicado en un 93.87% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.

En Tabla 4.16, se muestran los valores del caudal medio proyectado (caudal futuro) con cambio para cada estación hidrométrica analizada, según la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov.

Del método de regresión múltiple se obtuvo la siguiente ecuación.

$$Q_{pr} = -0.2826 + 0.0568N + 0.0216A \quad (170)$$

Tabla 4.15 Valores estadísticos de la regionalización del caudal medio anual futuro

<i>Estadísticas</i>	<i>valores</i>
Coefficiente de correlación múltiple	0.976735559
Coefficiente de determinación R^2	0.954012353
R^2 ajustado	0.938683137
Error típico	0.669636447
Observaciones	9

Tabla 4.16 Parámetros de la regionalización y pronóstico del caudal medio anual proyectado

Estación	Área con nevado	Área sin nevado	Caudal Medio Futuro	Caudal Medio Futuro pronosticado
Querococha	4.10	58.60	1.56	1.219
Olleros	25.10	149.20	4.29	4.374
Quillcay	29.00	220.50	6.37	6.139
Chancos	69.50	140.40	7.47	6.708
Llanganuco	37.50	46.50	2.73	2.856
Paron	29.00	24.30	1.82	1.892
Colcas	45.90	188.40	5.05	6.405
Cedros	23.05	91.45	3.04	3.007
Quitaraca	33.32	351.58	9.49	9.223

Las Figuras 4.5 y 4.6 muestran de manera visual los valores del caudal medio proyectado con cambio climático Q estimados y Q_{pr} pronosticados para cada cuenca en función del área de cuenca con nevado y área de cuenca sin nevado.

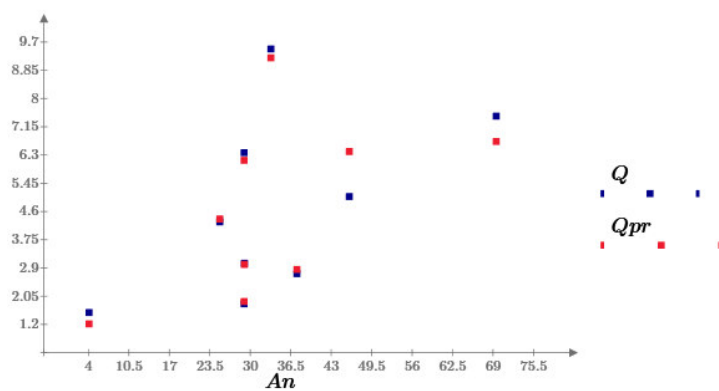


Figura 4.5 Gráfico de regresión caudal medio anual futuro y Área con nevado

Nota: Grafica de los valores del caudal medio anual con cambio climático y el caudal medio anual proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

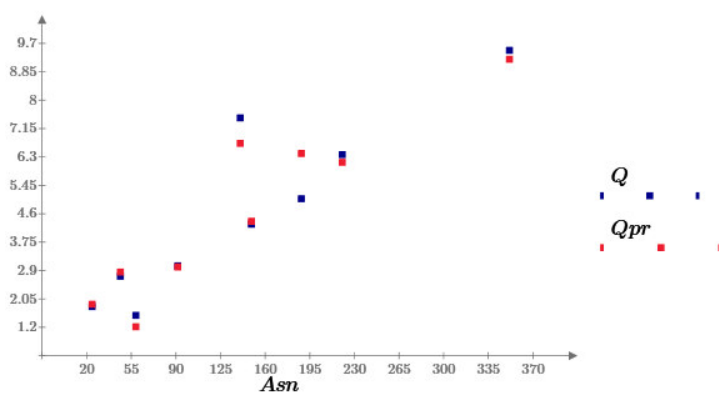


Figura 4.6 Gráfico de regresión caudal medio anual futuro y Área sin nevado

Nota: Grafica de los valores del caudal medio anual con cambio climático y el caudal medio anual proyectado por el método de regresión lineal múltiple.

4.9. Ecuación regional del caudal medio anual por influencia del cambio climático

El modelo hidrológico regional de caudales medios anuales en la cuenca del río Santa se determina reemplazando la Ec. (168) y Ec. (170) en la ecuación del modelo AR(1), considerando que la desviación estándar del ruido blanco se estima por la Ec. (159). La ecuación regional estimada es la siguiente:

$$Q_{t+1} = \mu_p(1 - \phi_r) + \phi_r Q_t + \varepsilon_t \quad (171)$$

donde:

Q_{t+1} : caudal estimado

$\mu_p = Q_{pr}$ (caudal medio anual regional)

$\phi_r = \phi_{pr}$ (fi regional)

t : tiempo en años

ε_t : proceso de ruido blanco con media 0 y desviación estándar $\sigma_{\varepsilon r}$

$\sigma_{\varepsilon r} = \sigma_{\varepsilon pr}$ (desviación estándar de error regional).

CAPÍTULO V:

Discusión

5.1. Análisis de estacionariedad por Dickey-Fuller

Esta estacionariedad se contrasta según indica Wooldrige (2010), el cual menciona que la manera más sencilla de comprobar la estacionariedad de una serie de tiempo es a través de la existencia de raíz unitaria en un modelo AR(1).

La Tabla 4.1 muestra los resultados de la prueba de estacionariedad por el método de Dickey-Fuller, aplicando el software de RStudio, el cual indica que la serie de caudal medio anual de las estaciones hidrométricas analizadas son estacionarias, debido a que el parámetro ϕ del modelo AR(1) es menor que la unidad, lo que guarda relación con los resultados obtenidos por Díaz (2017), quien indica que las series de caudales medios anuales de las estaciones hidrométricas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Paron, Colcas, Los Cedros y Quitaraca, presentan una media constante, varianza constante, y que la covarianza solo depende del retardo y no presenta autocorrelación significativa, además de demostrar la estacionariedad aplicando los valores de t_c de las tablas de Dickey-Fuller.

Determinada la estacionariedad de los datos hidrométricos se procede a identificar los posibles modelos ARIMA, sin la necesidad de realizar transformación alguna.

5.2. Identificación de los modelos estocásticos

La identificación de los posibles modelos se realizó, visualizando los gráficos FAC y FACP, obtenidos en RStudio y mostrados en el Anexo III, lo que evidencia que los valores de los gráficos decrecen exponencialmente y presentan picos significativos, considerando las características de cada modelo, según se muestra en la Tabla 2.1.

Del análisis gráfico, se determinó que los modelos que podrían representar a la serie de caudal medio anual de las estaciones hidrométricas son AR(1), MA(1) y ARMA(1,1), los cuales difieren de los modelos estocásticos AR(1), AR(2) y AR(3) referidos por Diaz (2017), que aplica el software Stochastic Analysis Modeling and Simulation (SAMS) Versión 2007.

5.3. Estimación de la varianza de error

Se determinó la varianza de error de los modelos AR(1), MA(1) y ARMA(1,1), el cual muestra que el valor del parámetro σ_ϵ^2 del modelo ARMA(1,1) es menor que los otros modelos identificados.

Los parámetros σ_ϵ^2 , p, q y N (definidos en la Ec. (91)) de los modelos AR(1), MA(1) y ARMA(1,1), son necesarios para determinar el modelo más adecuado.

5.4. Validación del modelo estocástico

La validación o selección del modelo estocástico se realizó aplicando el criterio Schwarz modificado (SIC), seleccionando el modelo AR(1) como representativo, dado que de las 9 estaciones hidrometeorológicas analizadas 6 presentan menor valor SIC, utilizando el modelo AR(1), en comparación con los valores obtenidos para los modelos MA(1) y ARMA(1,1). Los resultados obtenidos aplicando el criterio Schwarz modificado se muestran en la Tabla 4.3.

Estos resultados se relacionan con los valores obtenidos por Diaz (2017), el cual determino que de las 9 series de caudal medio anual, 8 presentan un menor número SIC en el modelo AR(1) en comparación con el número SIC de los modelos AR(2) y AR(3). Resultando que el mejor modelo es el modelo AR(1).

5.5. Verificación del modelo estocástico

La evaluación del modelo seleccionado AR(1) de caudales medios anuales de las estaciones hidrométricas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los

Cedros y Quitaracsa se realizaron mediante la prueba de Ljung Box, para identificar la presencia de ruido blanco en los residuos del modelo AR(1). Se obtuvo un valor-p mayor a 0.05 para cada una de las estaciones analizadas (ver Anexo IV), permitiendo aceptar la hipótesis nula (H_0) de que el modelo es bueno y no muestra falta de ajuste. Además, que los residuos del modelo presentan comportamiento de ruido blanco, es decir que tienen media cero, no presentan correlación y tienen una distribución normal.

5.6. Determinación de los parámetros de caudal medio anual futuro

La determinación de los parámetros del clima futuro se realizó aplicando la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov para el escenario de cambio climático presentado por SENAMHI al año 2030, el cual indica que en el escenario seco más crítico presenta una disminución del 10% de precipitación en la zona de estudio, generando una disminución del caudal medio anual en las subcuencas analizadas.

5.7. Determinación de la función de distribución probabilística y bondad de ajuste

Las funciones distribución de probabilidad para cada estación hidrométrica fue determinada según la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov, seleccionando aquellas funciones que presenten un menor error probabilístico.

En la Tabla 4.9, se muestra el resumen de resultados de la prueba de Kolmogorov, donde se observa que ningún conjunto de datos de las estaciones hidrométricas presenta un ajuste de distribución log normal 3 parámetros.

5.8. Regionalización de parámetros del modelo AR(1)

Los resultados obtenidos de la regionalización de los parámetros del modelo AR(1) en función del área de cuenca nevada y sin nevado indican lo siguiente:

- El valor del parámetro ϕ puede ser explicado en un 34.05% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.
- El valor la desviación estándar del ruido blanco σ_ε puede ser explicado en un 90.77% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.
- El valor del caudal medio proyectado con cambio climático Q puede ser explicado en un 93.87% en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.

5.9. Ecuación regional del caudal medio anual por influencia del cambio climático

El modelo hidrológico regional del caudal medio anual por influencia del cambio climático en la cuenca del río Santa es determinado por la Ec.171, la cual genera valores menores a los determinados por la ecuación regional de Diaz (2017), debido a que se consideró la variabilidad de la precipitación del -10% por efectos del cambio climático según el escenario climático, estimados por SENAMHI al año 2030. La Tabla 5.1 presenta los valores del caudal medio anual estimados por Diaz, y los proyectados por influencia del cambio climático en cada estación hidrométrica.

Tabla 5.1 Parámetros de la regionalización y pronóstico del caudal medio anual proyectado

Estación	Área con nevado	Área sin nevado	Caudal Medio Futuro	Caudal Medio Futuro pronosticado	Caudal Medio Estimado (Diaz, 2017)
Querococha	4.1	58.6	1.56	1.219	1.501
Olleros	25.1	149.2	4.29	4.374	4.864
Quillcay	29	220.5	6.37	6.139	6.953
Chancos	69.5	140.4	7.47	6.708	7.681
Llanganuco	37.5	46.5	2.73	2.856	3.016
Paron	29	24.3	1.82	1.892	2.084
Colcas	45.9	188.4	5.05	6.405	6.52
Cedros	23.05	91.45	3.04	3.007	3.336
Quitaracsa	33.32	351.58	9.49	9.223	10.515

CAPÍTULO VI:

Conclusiones y Recomendaciones

6.1. Conclusiones

- El modelo hidrológico regional del caudal medio anual, considerando el escenario de cambio climático al año 2030, es $Q_{t+1} = \mu_p(1 - \phi_r) + \phi_r Q_t + \varepsilon_t$.
- Los parámetros regionales de la media con cambio climático, ϕ y la desviación estándar de error son valores que representan los parámetros de la ecuación regional en la cuenca, los cuales están en función del área de cuenca con nevado y sin nevado.
- El modelo ARMA (1,0) es el mejor modelo para estimar los caudales medios anuales de las subcuencas Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros y Quitaracsa, según el criterio de Schwarz modificado y Prueba de Ljun Box.
- El modelo hidrológico regional de las subcuencas analizadas presenta un valor medio de caudal medio futuro menor al caudal medio histórico, a excepción de la subcuenca Colcas que presenta un aumento del 13.9%, debido al error que genera la proyección de datos por el método de regresión lineal múltiple.
- El modelo hidrológico regional propuesto y los modelos estocásticos, no permiten simular un comportamiento exacto de los caudales medios anuales en el tiempo, sin embargo, son una buena herramienta para predecir eventos de máximas y mínimas avenidas.
- Para la aplicación de la Metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov se consideró las series de caudal medio anual de las estaciones hidrométricas y el escenario de cambio climático al año 2030 elaborado por el SENAMHI, el cual considera una disminución del 10% de precipitación para ese año, generando así una disminución aproximada del 10% del valor del caudal medio anual.

- Aplicando la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov, se obtienen los parámetros de distribución con cambio climático, proporcionando la información pertinente para estimar la curva de distribución probabilística de los caudales medios futuros, los cuales indican una disminución al valor medio.
- Aplicando la metodología de Fokker-Planck-Kolmogorov se pueden determinar las curvas de densidad probabilística con influencia del cambio climático global, para estimar los valores de caudal de diseño para distintos periodos de retorno, y aplicarlos a los proyectos de ingeniería hidráulica.

6.2. Recomendaciones

- Aplicar la ecuación de Fokker-Planck-Kolmogorov en estudios de obras hidráulica, para considerar la influencia del cambio climático al diseño.
- Aplicar la ecuación regional del caudal medio anual a cuencas que presenten área nevada cercanas al área de estudio.
- Ampliar la investigación de modelo regional en diversas cuencas del territorio peruano, con el fin de sintetizar datos de caudales en diversos ríos sin aforo. Estos datos pueden servir para completar datos de estaciones hidrométricas incompletas o sintetizar datos de caudales para estudios hidrológicos e hidráulicos.
- Analizar las proyecciones a futuro con un modelo de Redes Neuronales Artificiales a partir de datos de área de cuenca, caudal, precipitación, temperatura y evaporación.

BIBLIOGRAFÍA

- Alexandrovich J. (1999). Устойчивость вероятностных характеристик годового стока к антропогенным воздействиям [Estabilidad de la probabilidad de las características de la escorrentía anual por la acción antrópica]. Disertación para Obtener el Grado Académico de Candidato a Doctor en Ciencias de Ingeniería, Universidad Estatal Hidrometeorológica de Rusia, San Petersburgo, Federación de Rusia, 1999, 155 páginas.
- Aliaga S. (1985). Hidrología estadística. UNMSM Lima-1985, 320 pág.
- Allen, M. R., Stott, P. A., Mitchell, J. F. B., Schnur, R. & Delworth, T.L. (2000). Quantifying the uncertainty in forecasts of anthropogenic climate change. *Nature*, 407, 617-620. <https://doi.org/10.1038/35036559>
- Ames A. (1998). A documentation of glacier tongue variations and lake development in the Cordillera Blanca, Peru. With 8 figures and 32 photographs [Documentación de las variaciones de la franja glaciar y del desarrollo de los lagos en la Cordillera Blanca, Perú. Con 8 figuras y 32 fotografías]. *Zeitschrift fur Gletscherkunde und Glazialgeologie*, 34(1), 1-36
- Amaris G., Ávila, H., y Guerrero T. (2017). Aplicación de modelo ARIMA para el análisis de series de volúmenes anuales en el río Magdalena. Extraído de <https://www.redalyc.org/journal/2570/257051186008/html/>
- Autoridad Nacional del Agua (2012). Inventario de glaciares: Cordillera Blanca. <http://repositorio.ana.gob.pe/handle/20.500.12543/490>
- Autoridad Nacional del Agua (2015). Evaluación de recursos hídricos en la cuenca del río Santa. <https://hdl.handle.net/20.500.12543/23>
- Bastidas J. (2015). Generación de descargas en la cuenca del río Mantaro mediante el uso de modelos estocásticos de series sintéticas. Tesis de Titulación, Universidad Nacional del Centro del Perú. <http://repositorio.uncp.edu.pe/handle/UNCP/392>
- Bindoff, N. L., Stott, P. A., Achutarao, K. M., Allen, M. R., Gillett, N., Gutzler, D., Hansingo, K., Hegerl, G., Hu, Y., Jain, S., Mokhov, I. I., Overland, J., Perlwitz, J., Sebbari, R. y Zhang, X. (2013). Detection and Attribution of Climate Change: from Global to Regional. In: T. F. Stocker, D. Qin, G-K. Plattner, M. Tignor, S. K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex & P. M. Midgley (Eds.), *Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental*

- Panel on Climate Change. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
http://www.climatechange2013.org/images/report/WG1AR5_Chapter10_FINAL.pdf
- Budyko M. (1958) The Heat Balance of the Earth's Surface [El balance térmico de la superficie de la Tierra]. Washington, DC: Springer.
- Budyko M. (1974) Climate and Life [El clima y la vida]. New York: Academic.
- Chow V., Maidment D., y Mays L. (1994). Hidrología aplicada. McGraw-Hill.
- Díaz A. (2017). Modelación estocástica de los caudales en la cuenca del río Santa. Tesis de Doctoris Philosophiae. Universidad Nacional Agraria la Molina.
<http://repositorio.lamolina.edu.pe/handle/UNALM/2912>
- Domínguez E. (2004). Стохастический прогноз притока воды к водохранилищам гэс Республики Колумбия [Predicción estocástica del ingreso del flujo de agua a los embalses de las centrales hidroeléctricas de la República de Colombia]. Disertación para Obtener el Grado Académico de Candidato a Doctor en Ciencias de Ingeniería. Universidad Estatal Hidrometeorológica de Rusia. San Petersburgo, Federación de Rusia, 2004, 231 páginas.
- Domínguez E. y Kovalenko V. (2009). Modelación estocástica de sistemas complejos: adaptación y bifurcación como mecanismos de evolución. Complejidad: revolución científica y teoría, (1st ed., pp. 34–69). Editorial Universidad del Rosario.
https://www.researchgate.net/publication/230847016_MODELACION_ESTOCASTICA_DE_SISTEMAS_COMPLEJOS_ADAPTACION_Y_BIFURCACION_COMO_MECA_NISMOS_DE_EVOLUCION
- Domínguez E., y Rivera H. (2010). A Fokker-Planck-KoImogorov equation approach for the monthly affluence forecast of Betania hydropower reservoir [Un enfoque de la ecuación de Fokker-Planck-KoImogorov para la previsión de la afluencia mensual del embalse hidroeléctrico de Betania]. Journal of Hydroinformatics, 12(4), 486–501.
<https://doi.org/10.2166/hydro.2010.083>
- Earls J. (2008). Manejo de cuencas y cambio climático. Los Andes y las poblaciones altoandinas en la agenda de la regionalización y la descentralización, 1, 113–126.
https://www.academia.edu/download/38211359/MANEJO_DE_CUENCAS_Y_CAMBIO_CLIM.pdf

- Favier V. (2004). One-year measurements of surface heat budget on the ablation zone of Antizana Glacier 15, Ecuadorian Andes [Mediciones de un año del presupuesto de calor superficial en la zona de ablación del glaciar Antizana 15, Andes ecuatorianos]. *Journal of Geophysical Research*, 109, D18105. <https://doi.org/10.1029/2003JD004359>
- Flores E., Silva C., y Flores E. (2015). Predicción de caudales diarios de la estación hidrométrica Tumilaca aplicando modelos estocásticos autoregresivos. *Ciencia & Desarrollo*, 19, 68–73. <https://doi.org/10.33326/26176033.2015.19.489>
- Garreaud R., Vuille M., y Clement A. (2003). The climate of the Altiplano: Observed current conditions and mechanisms of past changes [El clima del Altiplano: Condiciones actuales observadas y mecanismos de cambios pasados]. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 194(1–3), 5–22. [https://doi.org/10.1016/S0031-0182\(03\)00269-4](https://doi.org/10.1016/S0031-0182(03)00269-4)
- González M. (2009). Análisis de series temporales económicas: Modelos ARIMA. <https://addi.ehu.es/handle/10810/12492>
- González M., Jurado E., González S., Aguirre Ó., Jiménez J., y Návar J. (2003). Cambio climático mundial: origen y consecuencias. *Ciencia UANL*, 6(3). <http://eprints.uanl.mx/1287/>
- Green, T. R., Taniguchi, M., Kooi, H., Gurdak, J. J., Allen, D.M., Hiscock, K.M., ... & Aureli, A. (2011). Bajo la superficie del cambio global: Impactos del cambio climático en las aguas subterráneas. *Revista de Hidrología*, 405(3-4), 532-560. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2011.05.002>
- Guevara, J., Vega, C., y Guevara, E. (2010). Análisis estocástico de una serie cronológica de caudales mensuales. Caso de estudio: Río Caroní, Venezuela. *INGENIERÍA UC*, 17(1), 46–54. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=70721861006>
- Gujarati D., y Porter D. (2010). *Econometría* (quinta edición). México: Editorial Mc. Graw Hill.
- Gutiérrez A., Becerra R., Esparza J., López J., y Gallardo P. (2009). Estimación de caudales en cuencas no aforadas, empleando modelos estocásticos y multivariados. *AQUA-LAC*, 1(1), 72–81. <http://aqua-lac.org/index.php/Aqua-LAC/article/view/32>
- Illana J. (2013). Métodos Monte Carlo. De Departamento de Física Teórica y del Cosmos, Universidad de Granada, 26(01). <http://www.ugr.es/~jillana/Docencia/FM/mc.pdf>
- IPCC, 2013: Glosario [Planton, S. (ed.)]. En: Cambio Climático 2013. Bases físicas. Contribución del Grupo de trabajo I al Quinto Informe de Evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático [Stocker, T.F., D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K.

- Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex y P.M. Midgley (eds.)). Cambridge University Press, Cambridge, Reino Unido y Nueva York, NY, Estados Unidos de América. https://www.ipcc.ch/site/assets/uploads/2018/08/WGI_AR5_glossary_ES.pdf
- Ivanova Y., y Corredor J. (2006). Evaluación de la sensibilidad de los caudales máximos de diseño ante la influencia del cambio climático. *Avances en recursos hidráulicos*, (13), 89-98. <https://www.redalyc.org/pdf/1450/145017291004.pdf>
- Kovalenko V.V. (1993). *Modelación de procesos hidrológicos*, San Petersburgo, Editorial Hidrometeoizdat, Rusia, 256 pág.
- Kovalenko V.V., Viktorova N.V y Gaidukova E.V. (2006). *Моделирование гидрологических процессов [Modelado de Procesos Hidrológicos]*, San Petersburgo, Editorial RGGMU, Rusia, 559 pág.
- Kovalenko V.V. (2008). *Теория катастроф и эволюция дифференцируемых многообразий в частично инфинитной гидрологии [Teoría de las catástrofes y evolución de las variedades diferenciables en la hidrología parcialmente infinita]*, San Petersburgo, Editorial RGGMU, Rusia, 178 pág.
- Kovalenko V.V. (2009). *Гидрологическое обеспечение надежности строительных проектов при изменении климата [Aseguramiento hidrológico de la fiabilidad de los proyectos de construcción frente al cambio climático]*, San Petersburgo, Editorial RGGMU, Rusia, 100 pág.
- Kovalenko V.V., Viktorova N.V., Gaidukova E.V. Khaustov V. A. y Devyatov V.S. (2020). *Результаты исследований вероятностных гидрологических процессов в РГГМУ [Resultados de las investigaciones de los procesos hidrológicos probabilísticos en RHSMU]*, Universidad Hidrometeorológica Estatal de Rusia, 60, 255-268, <https://doi.org/10.33933%2F2074-2762-2020-60-255-268>
- Mark B. G., McKenzie, J. M., y Gómez, J. (2005). Hydrochemical evaluation of changing glacier meltwater contribution to stream discharge: Callejon de Huaylas, Peru / Evaluation hydrochimique de la contribution évolutive de la fonte glaciaire à l'écoulement fluvial: Callejon de Huaylas, Pérou. [Evaluación hidroquímica del cambio de contribución de derretimiento glaciar a la descarga de arroyos: Callejón de Huaylas, Perú]. *Hydrological Sciences Journal*. 50(6). <https://doi.org/10.1623/HYSJ.2005.50.6.975>

- Olivos A. (2004). Informe hidrológico de la C.H. Pariac, http://www2.osinerg.gob.pe/ProcReg/TarifasBarra/ProcMay05-Abril06/pdf/present_coes/Anexo F.pdf
- Palacio D., y González C. (2016). Reseña sobre el estado del arte de la aplicación del modelo Fokker-Planck-Kolmogorov en la estimación de amenazas hidrológicas. *Avances: Investigación En Ingeniería*, 13, 11. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6680914>
- Peña D. (2010). *Análisis de Series Temporales*. Madrid; ES, Alianza Editorial, 524 pág.
- Pindyck R., y Rubinfeld, D. (2001). *Econometría: modelos y pronósticos*. México: McGraw-Hill.
- Praskievicz, S., & Chang, H. (2009). Una revisión de la modelización hidrológica del cambio climático a escala de cuenca y los impactos del desarrollo urbano. *Progreso en Geografía Física*, 33(5), 650-671.
- Quisca S.I. (2019). Apunte de clases del curso de Ingeniería de Recursos Hidráulicos, Capítulo 4, Escuela de Ingeniería Civil de la FIGMMG, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima, Perú.
- Raybaut, P. (2020). Spyder (4.1.4) [Software]. Windows, MacOS, Linux. Estados Unidos: Massachusetts Institute of Technology. Recuperado de <https://www.spyder-ide.org/>
- Rivero A., Alonso Brito, G. R., y Lau Quan, A. (2018). Stochastic Linear Modeling for the Forecast of Flows in Basin, Western Region of Cuba [Modelación lineal estocástica para el pronóstico de caudales en cuenca, región occidental de Cuba]. *Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 27(4). <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.26734.61764>
- Rodríguez, A. (2011). Cambio climático, precipitaciones, sociedad y desastres en América Latina: relaciones y necesidades. *Revista Peruana de Medicina Experimental y Salud Publica*, 28(1), 165-166. http://www.scielo.org.pe/scielo.php?pid=S1726-46342011000100032&script=sci_arttext
- Rojas J. (2016). Aplicación del modelo estocástico Wiener-FPK en caudales medios del río Fonce en condiciones del sistema de Pearson. *Revista Ambiental Agua, Aire y Suelo*, 7(1). <https://doi.org/10.24054/19009178.v1.n1.2016.3256>
- RStudio (3.6.1) [Software]. (2019). Windows, MacOS, Linux. Boston, Massachusetts, Estados Unidos: RStudio PBC. Recuperado de <https://www.rstudio.com/products/rstudio/>

- Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú. (2009). Escenarios climáticos en el Perú para el año 2030. <http://repositorio.senamhi.gob.pe/handle/20.500.12542/141>
- Teng J., Chiew, F., Vaze, J., Marvanek, S., y Kirono, D. (2012). Estimation of climate change impact on mean annual runoff across continental Australia using Budyko and Fu equations and hydrological models [Estimación del impacto del cambio climático en la escorrentía media anual en toda Australia continental utilizando ecuaciones Budyko y Fu y modelos hidrológicos]. *Journal of Hydrometeorology*, 13(3), 1094–1106. <https://doi.org/10.1175/JHM-D-11-097.1>
- Useros J. (2013). El Cambio Climático: sus causas y efectos medioambientales. *Real Academia de Medicina y Cirugía de Valladolid*, 50, 71–98.
- Villavicencio J. (2010). Introducción a series de tiempo. Puerto Rico. https://www.academia.edu/download/38458362/manual_intro_series_tiempo.pdf
- Vuille M. (2013). El cambio climático y los recursos hídricos en los andes tropicales. *Banco Interamericano de Desarrollo*, 21. http://publications.iadb.org/bitstream/handle/11319/5826/SR2012_VUILLE_FINAL_ES_P.pdf?sequence=1
- Vuille, M., Bradley, R. S., Werner, M., y Keimig, F. (2003). 20th century climate change in the tropical Andes: observations and model results. In *Climate variability and change in high elevation regions: Past, present & future* [Cambio climático del siglo XX en los Andes tropicales: observaciones y resultados de modelos. En *Variabilidad climática y cambio en regiones de alta elevación: Pasado, presente y futuro*] (pp. 75-99). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-015-1252-7_5
- Vuille, M., Kaser, G., y Juen, I. (2008). Glacier mass balance variability in the Cordillera Blanca, Peru and its relationship with climate and the large-scale circulation [Variabilidad del equilibrio de masas glaciares en la Cordillera Blanca, Perú y su relación con el clima y la circulación a gran escala]. *Global and Planetary Change*, 62(1–2), 14–28. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2007.11.003>
- Wang, C., Wang, S., Fu, B., y Zhang, L. (2016). Advances in hydrological modelling with the Budyko framework: A review [Avances en modelado hidrológico con el marco budyko: Una revisión]. *Progress in Physical Geography*, 40(3), 409–430. <https://doi.org/10.1177/0309133315620997>

- Weber, J., Dasso, C., y Jorquera, E. (2010). Desarrollo y calibración de un modelo hidrológico de simulación mixta. *Mecánica Computacional*, 29(39), 4013–4037. <http://venus.santafe-conicet.gov.ar/ojs/index.php/mc/article/view/3280/3203>
- Wooldrige, J. (2010) *Introducción a la econometría: Un enfoque moderno*. 4ta. Edición en español, Ciudad de México, México, Edit. Cengage Learning, 1-865.
- Yevjevich, V. (1972). *Stochastic Processes in Hydrology* [Procesos estocásticos en hidrología]. Publicación de Recursos Hídricos
- Zhang, L., Dawes, W., y Walker, G. (2001). Response of mean annual evapotranspiration to vegetation changes at catchment scale [Respuesta de la evapotranspiración anual media a los cambios de vegetación a escala de captación]. *Water Resources Research*, 37(3), 701–708. <https://doi.org/10.1029/2000WR900325>
- Zhang, L., Hickel, K., Dawes, W. R., Chiew, F. H. S., Western, A. W., y Briggs, P. R. (2004). A rational function approach for estimating mean annual evapotranspiration [Un enfoque de función racional para estimar la evapotranspiración anual media]. *Water Resources Research*, 40(2). <https://doi.org/10.1029/2003WR002710>
- Zhang, L, Potter, N., Hickel, K., Zhang, Y., y Shao, Q. (2008). Water balance modeling over variable time scales based on the Budyko framework - Model development and testing [Modelado de equilibrio de agua a escalas de tiempo variables basadas en el marco Budyko– Desarrollo y pruebas de modelos]. *Journal of Hydrology*, 360(1–4), 117–131. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2008.07.021>

ANEXOS

Anexo I

Caudal medio anual (m³/s) de las estaciones hidrométricas

Datos hidrométricos de la estación Querococha

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	1.88	2.34	3.19	1.35	0.69	0.46	0.32	0.41	0.6	1.36	1.56
1969	1.72	2.03	2.12	2.43	1.04	0.7	0.38	0.48	0.55	0.95	1.72
1970	4.25	3.39	3	2.61	2.31	1.26	0.78	0.62	0.94	1.42	2.15
1971	2.69	3.95	4.78	2.46	1.09	0.62	0.48	0.52	0.56	1.15	0.94
1972	2.53	2.61	5.72	3.22	1.39	0.74	0.45	0.46	0.49	0.77	0.94
1973	2.36	3.53	3.64	3.64	1.24	0.78	0.53	0.54	0.63	1.89	2.64
1974	4.32	5.39	4.9	3.43	1.04	0.78	0.44	0.39	0.66	0.67	0.98
1975	2.36	2.98	5.11	2.48	2.15	1	0.58	0.61	0.79	1.32	1.4
1976	2.93	5.32	3.45	2.17	0.95	0.68	0.43	0.38	0.44	0.71	0.9
1977	1.94	2.73	2.89	2.02	1.25	0.68	0.57	0.57	0.73	1.04	2.55
1978	1.84	4.12	3.61	1.9	1.38	0.82	0.5	0.45	1.04	1.08	1.46
1979	1.95	3.83	5.67	3.83	1.49	0.75	0.62	0.72	0.86	0.97	1.08
1980	1.93	2.24	1.94	1.83	1.01	0.66	0.4	0.58	0.79	1.38	1.94
1981	2.5	5.65	4.14	2.32	1.13	0.63	0.52	0.49	0.51	1.41	3.52
1982	3.51	5.14	3.26	2.59	1.23	0.72	0.44	0.39	0.61	1.85	3.08
1983	4.14	2.54	3.96	3.52	2.11	1.17	0.79	0.74	0.94	1.34	1.7
1984	2.36	5.11	5.64	3.27	1.96	1.06	0.78	0.52	0.51	1.59	1.36
1985	2.36	2.71	3.48	2.92	1.43	0.66	0.37	0.37	0.98	0.94	1.21
1986	2.38	2.57	3.32	2.58	1.42	0.56	0.4	0.37	0.58	0.76	1.18
1987	3.3	3.08	2.89	1.52	1.06	0.46	0.39	0.36	0.52	1.08	1.25
1988	3.9	3.71	2.33	2.21	1.2	0.6	0.39	0.39	0.57	0.83	0.95
1989	2.37	3.8	3.95	3.07	1	0.5	0.32	0.36	0.4	0.86	1.95
1990	1.82	1.41	1.48	1.1	0.66	0.68	0.42	0.32	0.42	1.41	1.83
1991	1.81	2.04	3.02	1.84	1.13	0.56	0.38	0.37	0.39	1.16	1.18
1992	1.67	1.33	1.34	1.44	1.04	0.7	0.4	0.46	0.43	0.76	0.85
1993	2.01	3.92	4.42	3.28	1.4	0.67	0.45	0.4	0.98	1.09	3.14
1994	4.93	7.26	4.91	3.9	0.85	0.45	0.22	0.24	0.3	0.68	1.1
1995	2.48	1.9	5.34	2.65	1.03	0.47	0.34	0.32	0.65	0.81	1.55
1996	3.31	4.74	4.63	3.54	1.53	0.64	0.43	0.38	0.62	1.13	0.86
1997	1.87	2.97	1.03	0.75	1.25	0.67	0.46	0.46	0.62	1.11	1.56
1998	3.77	10.9	5.02	2.53	1.11	0.65	0.41	0.52	0.64	1.29	1.9
1999	3.55	6.11	3.96	2.28	1.41	0.71	0.45	0.34	0.63	0.79	1.22
2000	2.23	3.74	5.01	3.52	1.4	0.73	0.46	0.53	0.56	1.19	1.38
2001	1.72	5.3	4.72	3.11	2.05	0.85	0.64	0.7	0.85	1.61	1.61
2002	2.34	2.53	2.52	1.87	2.01	1.08	0.75	0.63	1.04	1.83	2.5
2003	2.89	2.11	3.53	3.38	1.12	0.62	0.45	0.5	0.58	1.38	1.92
2004	2.13	3.91	3.47	2.23	1.19	0.57	0.45	0.49	0.64	1.06	1.34
2005	1.4	1.75	2.38	0.88	0.73	0.41	0.27	0.25	0.5	0.74	1.17
2006	1.69	3.77	3.33	1.1	1.16	0.78	0.59	0.63	0.7	0.76	0.85
2007	1.63	2.66	3.46	1.8	0.87	0.49	0.35	0.29	0.3	0.83	1.87
2008	3.42	4.09	3.62	2.04	1.31	0.7	0.43	0.36	0.49	1.23	1.25

Nota: información recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído de

Díaz, 2017, Modelamiento estocástico de los caudales en la cuenca del río Santa.

Datos hidrométricos de la estación Olleros

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	5.03	5.86	7.41	4.07	2.87	2.45	2.2	2.36	2.7	4.08	4.45
1969	4.74	5.3	5.46	6.03	3.5	2.89	2.3	2.49	2.51	3.98	5.27
1970	7.12	8.51	12.5	10.04	8.2	4.98	2.76	2.59	3.31	5.98	8.96
1971	9.54	7.62	9.67	9.64	3.59	2.12	1.53	1.47	2.15	4.91	4.86
1972	4.93	7.05	11.8	11.21	4.93	2.75	1.82	1.63	2.04	2.87	4.07
1973	7.14	9.15	12.55	5.92	2.79	1.99	1.52	1.73	2.4	5.19	6.06
1974	8.41	13.5	13.26	8.59	3.01	2.22	1.47	1.48	1.69	2.65	3.76
1975	8.15	8.29	11.72	7.26	3.68	2.39	1.64	1.83	2.37	3.34	4.29
1976	10.64	12.79	9.59	6.32	3.64	2.69	1.57	1.52	2.21	3.76	3.64
1977	5.86	6.57	8.63	5.82	4.49	2.36	2.07	2.45	2.2	2.58	7
1978	5.36	10.83	6.87	3.47	2.7	2.61	1.45	1.36	2.77	2.94	4.14
1979	5.77	12.26	13.51	8.37	4.02	2.22	1.78	2.3	2.52	4.06	4.57
1980	7.58	7.42	7.39	3.68	2.14	1.77	1.56	2.31	3.92	5.33	6.69
1981	7.93	4.85	6.22	3.53	1.52	2.01	1.87	1.82	2.5	4.05	7.74
1982	7.05	10.72	3.71	3.28	1.86	1.88	2.08	2.32	3.36	7.72	10.92
1983	13.49	9.38	12.04	8.4	3.54	2.45	1.81	1.94	2.66	3.72	4.92
1984	5.14	14.28	15.79	8.07	4.02	2.34	1.85	1.6	1.85	5.21	3.83
1985	4.8	4.97	7.45	7.26	3.72	1.93	1.35	1.44	3.67	3.75	4.64
1986	5.97	5.71	3.91	3.49	2.4	1.69	1.56	2.05	3.44	4.57	5.18
1987	5.18	4.52	4.81	3.39	2.29	1.72	1.65	1.65	2.87	4.09	5.83
1988	8.79	7.79	5.34	5.89	3.12	1.74	1.53	1.71	2.47	3.92	3.88
1989	6.28	10.98	9.95	9.31	4.4	3.16	2.57	2.78	1.62	3.39	3.7
1990	5.17	4.52	4.48	3.12	1.81	1.52	0.69	0.79	0.81	3.01	4.56
1991	4.22	3.71	8.24	3.7	3.08	1.53	1.32	1.8	2.47	3.24	3.28
1992	5.36	5.14	6.49	5.69	4.16	2.5	1.51	2.08	3.17	4.07	3.92
1993	9.26	9.84	9.64	8.11	5.86	3.54	2.99	3.16	2.45	3.83	6.51
1994	10.04	10.3	7.23	5.95	2.89	1.86	1.36	1.38	1.63	2.47	3.96
1995	5.6	6.04	8.65	9.77	3.05	2.42	1.87	2.31	2.46	2.82	5
1996	7.24	7.29	10.34	6.56	2.64	1.88	1.48	1.35	2.73	3.88	5.2
1997	6.44	8.27	7.08	3.76	2.91	2.25	1.95	2.1	2.5	3.96	6.21
1998	7.94	14.55	10.66	8.18	3.87	2.04	1.35	1.62	2.63	4.37	5.75
1999	8.37	11.87	9.62	5.87	3.92	2.52	1.89	1.65	2.77	3.15	4.15
2000	5.85	8.58	11.61	9.13	4.49	2.86	2.07	2.41	2.3	3.91	4.4
2001	4.83	11.57	11.59	8.31	6.07	3.17	2.81	3.19	3.1	5.31	5.43
2002	5.77	6.25	5.85	4.44	5.18	3.5	2.88	2.77	3.77	6.21	7.77
2003	6.95	5.24	7.73	8.47	3.58	2.48	2.11	2.35	2.44	4.52	5.78
2004	5.26	8.71	8.31	5.61	3.28	2.06	2.04	2.28	2.6	3.72	4.42
2005	4.3	5.66	5.74	1.78	1.34	1.26	1.04	1.04	2.33	2.83	3.83
2006	5.28	9.23	8.28	2.65	2.65	2.48	2.32	2.67	2.58	2.77	3.06
2007	4.83	7.15	8.26	4.4	2.2	1.72	1.53	1.41	1.69	2.81	5.11
2008	8.4	8.61	8.45	4.97	3.45	2.4	1.69	1.61	2.2	4.04	4.2

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Quillcay

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	9.88	8.12	9.56	5.55	3.67	3	2.71	2.54	3.5	5.14	5.78
1969	8.58	8.04	10.63	14.01	8.6	6.27	4.68	5.72	5.76	8.24	10.88
1970	16.04	12.69	11.82	8.51	6.57	4.89	3.69	3.29	3.55	5.53	7.92
1971	16.38	17.45	20.75	12.4	5.37	4.49	2.78	2.49	3.2	5	5.58
1972	11.35	15.65	13.73	7.75	5.44	4.36	3.7	3.72	3.77	4.29	6.36
1973	10.96	11.08	10.47	11.48	5.94	3.98	2.96	2.9	3.01	6.84	10.86
1974	13.77	15.44	14.58	9.38	4.82	3.24	2.91	2.72	2.64	4.32	7.14
1975	11.01	10.43	15.56	10.1	7.09	3.69	3.15	3.11	3.35	4.24	6.9
1976	9.52	10.3	11.32	9.34	5.99	4.04	3.35	3.05	3.58	6.85	7.56
1977	11.43	9.82	10.87	8.65	5.11	2.96	3.24	4.1	3.95	6.03	8.08
1978	8.08	9.4	8.82	7.74	5.67	4.16	3.76	3.19	4.75	5.73	6.97
1979	10.46	12.27	16.85	8.37	5.55	4	3.21	3.78	4.22	5.34	6.51
1980	8.62	8.98	7.83	7.06	4.95	4.39	3.08	3.92	5.92	6.31	10.85
1981	9.15	16.88	13.18	6.68	4.71	3.84	4.04	3.47	3.7	5.9	10.63
1982	12.32	13.61	7.72	7.15	6.07	5.07	2.79	2.87	3.86	5.68	12.1
1983	14.96	12.76	11.88	9.62	5.67	3.91	4.07	3.38	4.44	7.15	9.48
1984	7.37	15.08	13.98	8.57	5.81	3.74	2.67	2.97	3.33	5.73	5.61
1985	7.34	6.18	6.96	7.06	4.49	2.67	1.72	2.11	5.27	5.38	7.33
1986	8.98	8.87	8.42	6.71	4.62	2.61	2.43	3.38	3	4.42	5.48
1987	16.21	13.33	11.06	9.03	7.82	3.56	2.76	3.7	4.12	7.26	9.23
1988	10.75	12.22	9.07	9.87	5.18	3.44	2.62	3.66	3.34	5.74	7.1
1989	9.47	12.66	15.04	13.85	7.07	2.98	1.8	3.19	3.98	6.18	8
1990	10.83	9.62	7.88	7.23	4.73	3.19	2.37	4.28	3.63	5.12	8.28
1991	9.22	9.52	12.68	8.02	6.42	4.59	3.48	4.33	4.36	4.91	6.04
1992	10.04	9.73	9.88	8.86	6.54	5.6	4.34	4.98	6.9	7.6	9.61
1993	11.44	14.19	13.68	13.8	5.35	2.18	1.44	1.39	2.1	3.82	9.22
1994	11.37	14.89	12.03	9.78	4.59	2.91	1.82	2.35	3.43	4.51	7.01
1995	7.79	8.99	18.15	14.37	5.86	3.74	2.22	3.52	3.93	4.54	6.07
1996	8.58	11.62	11.49	10.39	4.32	2.53	2.35	3.17	3.64	4.69	5.14
1997	5.09	7.24	7.04	5.08	4.17	3.26	3.76	4.1	4.4	4.57	5.81
1998	13.21	15.71	8.73	3.93	3.11	3.82	3.14	3.44	3.8	5.88	8.43
1999	12.64	16.1	13.51	8.68	6.04	3.83	2.93	2.35	3.63	4.45	6.38
2000	9.09	12.32	15.95	13.45	6.52	4.29	3.2	4.12	3.65	5.6	7.09
2001	7.65	15.54	15.79	12.06	8.52	4.48	4.27	5.27	5.26	7.5	8.78
2002	8.93	9.73	9.04	7.43	7.92	5.83	4.99	4.58	6.1	8.44	11.53
2003	10.23	8.52	11.29	13.44	5.65	3.86	3.38	4.03	3.86	6.23	8.68
2004	7.92	12.26	11.83	8.57	5.32	3.06	3.13	3.79	3.98	5.42	7.12
2005	6.86	8.99	8.87	3.12	3.21	2.05	1.58	1.65	2.82	3.9	5.76
2006	8.33	13.03	12	3.79	4.65	4.28	4.04	4.87	4.47	4.91	6.07
2007	8.21	10.96	12.05	6.76	4.05	2.67	2.37	2.1	1.89	3.71	7.07
2008	12.73	12.53	12.22	7.61	5.58	3.8	2.71	2.5	2.86	5.2	6.22

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Chancos

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	9.96	8.39	9.68	6.1	4.42	3.82	3.56	3.41	4.27	5.73	6.3
1969	8.8	8.3	10.63	13.65	8.82	6.74	5.32	6.25	6.29	8.5	10.86
1970	11.12	10.39	10.98	12.2	8.29	6.08	5.88	5.66	4.4	6.24	8.4
1971	9.72	13.58	20.83	10.76	5.41	4.09	3.73	3.4	4.14	5.69	5.9
1972	8.16	10.85	21.44	6.87	5.03	3.72	3.66	3.76	3.76	4.96	6.94
1973	9.67	10.03	11.36	13.47	7.6	4.52	3.58	3.82	4.4	5.96	8.13
1974	11.01	11.61	13.24	10.99	4.87	4.3	3.51	3.37	3.5	4.72	6.47
1975	11.72	11.45	16.77	9.33	6.56	3.77	3.59	4.14	3.78	5.19	5.24
1976	8.56	12.63	12.67	6.69	6.62	4.62	4.22	4.32	6.33	8.86	8.93
1977	13.86	14.3	14.61	13.8	8.85	5.75	5.23	5.29	4.83	12.51	16.79
1978	19.06	22.98	20.47	16.02	13.96	6.76	5.49	5.43	6.42	6.68	8.93
1979	11.6	14.8	20.11	11.57	7.39	6.38	5.13	5.72	6.82	8.62	9.8
1980	12.31	14.56	11.23	10.31	6.13	5.98	4.81	5.02	8.3	11.74	4.85
1981	10.51	18.4	17.24	12.33	7.16	5.25	5.24	4.58	5.13	10.67	13.52
1982	10.94	17.62	14.44	12.55	7.94	6.24	4.2	4.68	5.67	10.38	12.66
1983	20.35	17.58	19.73	17.05	12.87	7.19	7.05	6.27	7.16	12.23	10.36
1984	9.72	15.8	20.61	14.1	6.88	4.25	4.27	4.65	4.99	7.08	6.31
1985	11.46	11.5	11.54	13.05	3.92	3.22	3.19	3.64	5.51	5.34	6.16
1986	12.69	10.64	10.77	13.03	7	5.19	4.37	4.5	4.76	7.28	8.33
1987	14.39	15.4	15.3	12.87	7.82	4.3	3.97	3.98	5.25	8.42	12.26
1988	16.3	17.58	13.41	11.21	5.98	3.93	3.32	3.79	5.03	6.9	8.96
1989	9.88	13.8	14.74	15.01	5.41	3.03	2.38	2.68	3.39	6.27	7.48
1990	10.67	12.51	9.9	7.56	3.08	2.92	2.52	2.65	4.43	7.72	10.76
1991	10.89	12.64	17.51	9.37	5.97	4.4	3.59	3.95	4.53	4.71	5.65
1992	8.86	10.49	6.22	4.12	2.52	1.12	2.06	2.41	2.51	2.85	3.39
1993	8.37	15.04	13.32	13.66	7.33	3.73	3.3	3.37	3.97	5.81	8.47
1994	14.64	14.46	12.21	12.33	9.37	4.41	3.48	4.06	5.16	6.02	9.45
1995	12.36	11.99	10.36	7.92	5.2	4.62	5.14	5.21	5.34	7.5	8.93
1996	11.14	16.66	7.2	14.91	7.67	5.92	5.47	4.79	4.79	8.01	9.76
1997	10.76	9.01	12.22	6.16	6	8.29	4.24	4.39	3.51	4.59	5.55
1998	11.11	11.45	7.11	5.77	2.27	2.27	2.38	2.77	4.1	8.43	10.83
1999	10.08	12.59	13.8	10.82	6.33	6.17	4.63	4.7	5.4	8.92	8.98
2000	14.17	10.57	12.69	8.72	8.29	5.2	5.22	5.44	4.77	8.35	9.85
2001	12.8	12.73	16.88	10.5	6.48	4.46	4.54	5.07	5.4	8.1	10.7
2002	9.42	15.97	16.14	8.55	5.73	4.59	3.67	3.9	4.86	7.66	4.39
2003	6.47	9.47	9.29	9.54	5.99	4.42	4.94	4.76	4.9	4.89	5.1
2004	8.15	13.45	16.57	7.81	5.57	3.13	4.02	4.4	3.9	3.22	5.33
2005	10.74	9.71	10.92	10.31	5.3	4.89	3.81	4.16	6.5	9.68	11.77
2006	18.65	16.27	21.09	4.63	6.07	0.78	1.9	2.35	5.03	6.07	6.9
2007	6.34	8.14	13.87	8.09	6.84	5.47	4.16	4.48	4.54	8.1	10.85
2008	13.99	14.21	11.87	5.38	4.27	1.98	2.27	3.06	5.79	9.1	8.34

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Llanganuco

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	3.33	3.38	2.73	2.42	2.06	1.87	1.7	1.57	1.84	2.02	2.62
1969	3.83	3.57	4.1	3.87	3.11	2.48	2.15	2.09	2.15	2.78	3.42
1970	4.32	3.93	3.89	3.92	2.97	1.33	3.7	3.02	2.24	2.36	2.66
1971	3.54	3.51	5.22	3.8	2.46	2.19	1.81	1.43	1.58	2.13	2.48
1972	3	3.88	4.96	4.58	2.87	2.19	2.11	2.09	1.84	2.09	2.96
1973	4.95	5.2	5.51	4.7	2.94	2.35	2.06	2.1	1.85	2.33	3.21
1974	3.79	3.71	4.18	3.67	2.54	1.77	1.34	1.43	1.21	1.71	3.01
1975	3.2	3.6	5.23	3.63	2.31	1.56	1.7	1.66	1.12	1.49	2.77
1976	3.14	3.78	4.04	3.32	2.27	1.87	1.98	1.8	1.91	2.92	3.32
1977	4.55	4.47	4.88	4.04	2.52	2.12	2.08	2.22	1.97	2.57	3.03
1978	4.33	5.14	4.25	3.4	3.2	2.27	1.94	1.93	1.85	2.21	2.73
1979	4.76	4.31	5.22	3.94	3.01	2.6	2.14	2.07	2.39	2.73	3.52
1980	3.86	4.6	4.04	4.08	3.14	3.25	2.33	2.46	3.57	3.11	3.25
1981	4.17	5.08	4.69	3.5	2.89	2.95	2.35	2.1	2.03	2.82	3.46
1982	4.17	4.61	4.36	3.82	2.85	2.53	2.03	2	1.96	2.32	3.21
1983	5.98	5.81	6.22	4.69	3.87	3.02	3.04	3.25	3.3	3.7	5
1984	2.85	5.89	5.75	4.22	2.74	2	1.85	2.16	2.07	2.72	3.04
1985	3.68	3.11	3.37	3.44	2.36	1.71	1.34	1.34	1.8	2.16	3.18
1986	3.86	3.38	3.69	5.8	3.14	2.59	2.14	1.81	1.57	2.48	3.23
1987	4.99	5.45	4.7	4.27	3.61	2.95	2.5	2.25	2.22	2.61	3.17
1988	5.75	6.04	4.65	4.21	3.21	2.56	2.03	1.96	2.27	2.55	2.99
1989	3.08	4	4.49	3.55	2.22	1.81	1.49	1.63	1.55	2.18	2.88
1990	4.02	4.6	3.7	3.13	2.48	2.15	2	2.03	1.94	2.11	2.78
1991	3.97	4.2	6.72	3.77	2.72	2.37	1.7	1.75	1.65	1.63	2.27
1992	3.73	4.03	4.2	3.6	2.6	2.2	2	1.86	1.9	1.94	2.8
1993	3.42	4.86	4.55	3.94	2.8	2.14	1.79	1.67	1.8	1.96	3.08
1994	3.8	4.87	5.06	4.12	2.7	1.91	1.6	1.61	1.74	1.84	2.5
1995	4.44	3.92	4.11	4.71	2.76	2.47	2	2.19	2.08	2.48	3.06
1996	4.09	4.97	4.53	3.76	2.4	1.93	2.13	2.5	2.24	2.58	2.27
1997	3.25	3.12	3.57	2.61	2.07	2.15	2.03	2.02	1.95	2.39	3.12
1998	4.77	5.46	4.74	3.45	2.77	2.18	1.86	1.53	1.79	1.75	2.43
1999	3.42	4.31	5.37	4.57	3.05	2.47	1.95	2.14	1.85	2.25	2.75
2000	2.95	5.08	5.23	4.2	3.63	2.48	2.63	2.81	2.7	3.16	3.47
2001	3.97	3.94	3.75	3.3	3.4	3.06	2.73	2.46	2.9	3.41	4.11
2002	4.31	3.63	4.36	4.74	2.84	2.35	2.24	2.31	2.09	2.62	3.29
2003	3.39	4.43	4.35	3.48	2.56	1.86	2.26	2.3	2.19	2.34	2.88
2004	2.72	3.42	3.56	2.2	1.74	1.33	1.4	1.28	1.46	1.54	2.24
2005	2.67	4.23	4.19	2.23	2.16	2.28	2.47	2.61	2.35	2.1	2.55
2006	3.1	3.93	4.35	3.01	2.09	1.66	1.8	1.55	1.23	1.57	2.64
2007	4.25	4.3	4.35	3.2	2.59	2.15	1.69	1.51	1.45	2.03	2.44
2008	4.47	4.63	3.78	4.36	2.51	1.77	1.31	1.99	1.58	2.26	2.76

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Paron

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	1.83	1.82	1.63	1.48	1.33	1.11	0.94	0.86	1	1.09	1.29
1969	2.24	2.41	2.46	2.43	2.19	1.67	1.36	1.11	1.15	1.33	1.35
1970	2.05	1.94	2.29	2.16	1.85	1.4	1.15	0.91	1.09	1.14	1.37
1971	2.13	2.39	2.75	2.56	1.75	1.38	1.04	0.82	0.84	1.02	1.38
1972	1.51	1.81	2.11	2.38	2.51	1.47	1.3	1.15	1.13	1.15	1.39
1973	2.59	2.95	2.95	2.38	2.14	1.65	1.39	1.3	1.12	1.24	1.53
1974	1.92	2.05	2.28	1.98	1.61	1.4	1.05	0.92	0.83	0.93	1.28
1975	1.68	1.76	2.08	2.1	1.84	1.39	1.1	0.76	1.04	0.97	1.29
1976	1.6	1.77	1.99	2.16	1.8	1.49	1.1	0.88	0.82	1.29	1.84
1977	2.48	2.53	2.38	2.33	2.06	1.63	1.45	1.43	1.39	1.53	1.71
1978	2.15	2.63	2.43	2.23	2	1.64	1.51	1.38	1.4	1.38	1.76
1979	3.54	3.74	3.2	2.53	2.11	1.85	1.38	1.46	1.38	1.65	1.88
1980	3.05	2.87	3.03	2.78	2.31	2.15	1.88	1.7	1.99	2.08	2.14
1981	2.93	3.41	3.51	2.59	2.38	2.17	1.74	1.6	1.58	1.72	1.94
1982	2.35	2.61	2.73	2.64	2.35	1.91	1.53	1.31	1.23	1.34	1.59
1983	3.19	4.23	3.54	3.23	2.41	1.93	1.72	1.92	2.03	1.95	2.17
1984	2.16	3.16	3.52	4.46	2.94	0.58	0.54	0.64	0.71	0.75	0.83
1985	1.75	5.04	4.38	3.92	3.72	3.61	3.57	3.58	2.85	2.56	2.37
1986	2.62	2.53	2.41	2.39	2.26	2.06	1.99	1.87	1.92	1.76	1.94
1987	2.75	2.95	3.12	3.04	2.94	2.96	2.35	1.93	1.98	1.88	2.02
1988	2.7	2.82	2.85	2.81	2.42	2.43	2.42	2.37	2.46	2.21	1.97
1989	2.08	2.35	2.66	2.66	2.43	2.02	1.91	1.69	1.3	1.26	1.49
1990	3.5	5.61	3.17	2.31	1.69	1.75	1.09	0.98	1.03	1.12	1.85
1991	1.83	3.89	6.57	2.9	2.26	2.21	2.06	1.93	1.88	1.48	1.58
1992	4.32	7.72	0.53	0.44	0.42	1.32	1.21	5.68	4.68	2.14	3.84
1993	1.53	0.59	0.58	0.6	0.51	1.2	5.53	7.55	3.14	1.13	0.87
1994	0.31	0.31	0.32	0.17	1.93	1.59	4.27	4.25	1.25	1.39	1.72
1995	3.1	4.68	2.75	2.11	2	1.52	1.12	3.28	0.86	0.76	1.01
1996	1.93	2.57	3.63	3.37	2.59	2	1.43	2.32	1.4	1.4	1.51
1997	1.46	3.12	3.14	2.81	2.98	1.71	2.62	4.2	2.69	2.19	2.18
1998	2.42	2.45	1.78	1.71	2.46	2.32	2.75	2.66	2.64	2.26	2.62
1999	2.45	1.94	2.6	3.21	2.21	1.8	2.01	2.71	1.72	1.7	2
2000	1.82	2.58	2.28	1.97	1.7	1.12	1.96	2.58	1.81	1.43	1.58
2001	1.15	0.9	1.4	0.63	0.59	0.52	0.17	3.11	0.38	0.59	0.83
2002	1.06	1.77	1.95	0.78	1.1	1.64	2.43	3.65	2.18	1.27	1.33
2003	1.62	1.9	2.39	1.65	1.22	1.01	1.11	0.08	0.17	0.68	1.26
2004	2.54	2.88	2.44	1.83	1.77	1.49	0.79	1.02	0.43	1.06	1.08
2005	2.81	3.5	1.7	2.54	1.62	1	1.49	1.97	1.04	1.44	1.55
2006	3.45	4.9	2.02	1.79	1.9	1.97	2.19	2.82	2.41	1.54	1.33
2007	2.84	2.84	1.6	0.69	1.33	1.34	1.01	2.53	1.84	1.34	1.2
2008	3.15	4.66	4.9	4.36	3.52	2.27	2.27	2.14	1.19	0.99	1.41

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Colcas

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	7.59	6.54	6.85	4.78	3.43	2.68	2.31	2.04	2.34	3.39	4.46
1969	7.11	8.03	10.21	7.78	4.3	3.05	2.75	2.87	2.94	4.39	5.47
1970	9.91	6.69	7.75	6.36	5.27	3.78	3.67	3.39	2.94	4.35	6.1
1971	6.82	11.23	16.75	7.07	3.52	2.97	3.31	3.34	3.35	3.46	4.78
1972	7.62	8.39	13.66	7.67	5.43	4.5	4.3	6.93	4.97	5.18	5.42
1973	10.23	11.4	11.97	10.22	6.1	3.81	3.08	3.01	2.86	4.96	6.28
1974	11.22	16.42	10.86	6.98	4.76	4.39	3.44	3.36	2.46	2.89	2.97
1975	6.46	9.33	14.96	11.44	5.68	2.78	2.61	2.59	2.26	2.62	2.79
1976	9.05	7.27	9.01	6.05	4.38	3.39	2.78	2.96	3.03	4.88	6.39
1977	8.92	11.14	14.9	5.37	5.53	3.52	6.63	4.02	3.66	4.56	6.98
1978	6.89	7.44	8.25	11.15	6.55	3.01	2.4	2.4	4.2	4.35	5.75
1979	12.72	10.06	9.19	9.14	5.99	5.17	4.51	4.12	3.79	5.18	6.93
1980	7.25	7.8	7.22	7.69	5.84	8.58	6.81	6.88	8.89	10.42	9.74
1981	7.76	12.12	11.33	5.41	5.6	6.34	4.14	3.16	3.72	5.39	8.21
1982	8.93	13.38	12.09	6.42	3.71	3.17	2.64	2.52	2.63	3.66	6.22
1983	11.7	10.49	10.62	9.18	7.62	7.21	6.27	4.81	4.96	4.89	6.65
1984	5.23	13.38	9.31	6.36	5.03	3.17	2.46	2.55	2.44	3.87	3.99
1985	5.3	4.75	4.77	4.73	3.06	2.08	2.02	2.09	2.44	3	4.74
1986	9.1	7.04	7.15	7.15	5.33	4	3.5	3.48	6.8	8.02	5.36
1987	17.36	12.5	5.36	5.79	4.42	3.82	3.17	2.81	2.87	3.47	4.07
1988	8.85	11.44	6.09	7.11	4.96	3.01	3.77	3.62	2.24	2.47	2.62
1989	4.15	5.1	3.81	3.22	2.17	3.25	3.13	2.5	2.89	5.03	6.51
1990	9.19	9.82	5.08	4.03	3.4	2.97	2.54	2.45	1.97	3.85	5.32
1991	6.73	8.23	12.92	7.08	4.62	3.63	0.5	3.15	1.58	2.08	2.79
1992	8.06	9.4	9.74	7.21	4.68	3.72	0.65	3.18	3.28	3.18	3.61
1993	5.35	8.47	15.35	11.05	7.97	5.84	4.05	4.28	4.4	3.8	7.16
1994	6.75	10.13	10.2	7.94	3.16	4.12	2.35	2.07	1.94	2.98	4.2
1995	6.92	7.31	7.48	6.17	3.69	3.57	3.45	3.33	3.25	2.4	3.3
1996	2.72	3.57	5.01	7.29	4.68	3.74	3.14	1.03	1.3	2.38	2.15
1997	4.22	9.01	6.56	3.56	2.78	2.64	2.19	2.33	2.82	4.08	5.58
1998	10.24	12.67	10.14	6.09	4.66	3.45	2.67	1.76	2.26	2.39	3.79
1999	6.47	9.39	13.37	9.56	5.8	4.38	3.23	3.85	3.44	4.55	5.15
2000	5.48	12.1	12.59	8.4	6.99	3.81	3.99	4.72	5.17	6.8	6.7
2001	7.84	7.99	6.92	5.94	6.21	5.62	4.91	3.92	5.55	7.41	8.59
2002	8.92	6.98	9.53	10.23	5.47	4.29	3.77	3.96	3.81	5.32	6.53
2003	6.47	9.81	9.25	6.39	4.28	2.74	3.14	3.49	3.57	4.29	5.11
2004	4.55	6.77	6.6	2.75	1.97	1.63	1.34	1.28	1.43	1.65	3.16
2005	4.54	9.42	8.79	2.69	2.9	4.07	4.07	4.51	4.46	4.36	4.8
2006	6.07	8.48	9.62	5.07	3.04	2.46	2.33	1.75	0.75	1.46	4.25
2007	9.05	9.26	9.24	5.54	4.25	3.51	2.46	1.99	1.68	3.01	3.49
2008	9.53	10.2	6.74	9.06	4.52	2.73	1.57	3.97	3.22	4.81	5.39

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Los Cedros

Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	3.8	3.48	4.19	2.9	2.19	2.02	2	1.97	2.21	2.92	2.91
1969	3.71	4.76	6.11	5.5	3.08	2.68	2.25	2.59	2.76	3.39	3.65
1970	6.09	3.99	4.79	4.98	3.86	3	2.97	2.93	2.67	4.48	3.02
1971	2.85	2.52	5.98	5.97	3.77	3.03	2.86	2.85	2.88	3	3.23
1972	3.91	3.99	6.55	7.65	4.31	3.05	2.85	2.92	2.33	2.82	3.46
1973	5.46	5.89	7.02	5.54	3.67	3.33	2.65	2.21	2.18	3.4	3.96
1974	5.11	5.04	5.74	4.99	3.84	2.43	2.28	2.25	2.35	2.64	3.05
1975	3.28	5.41	7.37	5.31	3.29	2.33	1.86	2.02	2.1	2.44	2.57
1976	3.14	2.96	3.96	3.74	2.81	2.34	2.16	1.92	1.79	2.45	2.47
1977	5.57	6.08	3.28	3.14	2.58	2.27	2.63	2.86	2.62	3.23	4.35
1978	3.6	5	3.66	3.99	3.92	2.71	2.13	2.45	2.77	2.67	3.33
1979	4.42	4.44	5.27	3.63	3.15	2.77	2.47	2.48	2.66	3.3	3.85
1980	3.68	3.95	3.57	3.55	2.89	3.2	2.51	2.56	3.43	3.38	3.47
1981	4.13	5.42	5.34	3.83	2.82	2.31	2.15	2	1.96	2.96	4.07
1982	4.3	5.07	4.34	4.26	2.89	2.36	1.94	2.12	2.27	2.87	3.59
1983	6.45	6.23	6.17	2.65	1.94	1.4	1.31	1.49	1.47	1.64	1.76
1984	5.74	8.55	5.03	4.48	3.58	2.51	1.88	1.85	2	2.78	2.49
1985	3.07	3.04	3.65	3.42	2.45	1.64	1.45	1.59	2.25	2.47	2.96
1986	3.93	3.45	3.39	5	2.86	2.45	1.79	1.68	2.11	2.71	3.13
1987	4.98	5.91	4.5	3.65	2.72	2.2	1.96	1.85	2.14	2.42	2.92
1988	4.88	6.34	5.57	5.61	3.5	2.72	2.48	2.39	2.52	3.18	3.69
1989	4.96	6.72	6.63	6.4	3.16	2.53	1.73	1.93	1.77	2.57	2.61
1990	3.51	4.07	3.82	2.8	2.54	1.99	1.88	2.18	1.87	2.97	3.88
1991	3.5	4.1	8.92	5.24	3.27	3.32	1.95	2.1	2.08	2.12	2.28
1992	3.11	3.17	4.08	3.6	2.77	2.24	2.16	2.72	1.64	1.91	1.7
1993	2.45	4.42	8.3	7.6	3.66	2.35	2.37	4.57	3.19	3.43	4.33
1994	5.53	6.73	6.2	5.25	3.44	1.86	3.4	2.47	2.05	1.94	2.44
1995	3.54	3.23	4.14	5.26	3.49	2.86	2.86	2.78	2.76	2.57	3.13
1996	3.84	5.3	6.73	6.14	3.45	2.54	2.47	3.58	3.92	2.91	2.83
1997	2.61	3.68	3.12	2.34	1.93	1.9	1.84	2.59	2.69	2.37	3.16
1998	4.23	4.89	4.3	3.29	2	1.44	1.83	1.47	1.16	3.46	4.49
1999	3.85	6.8	5.64	4.29	3.09	2.16	2.01	3.73	2.91	2.37	2.15
2000	2.06	3.59	4.27	3.31	2.88	2.24	2.16	2.42	1.88	1.93	2.05
2001	3.89	3.96	4.53	2.79	1.76	1.54	1.43	2.94	2.25	3.03	3.51
2002	5.24	6.72	5.42	3.93	3.18	2.44	2.14	1.54	2.15	2.16	2.57
2003	3.52	4.66	6.8	6.2	3.7	2.85	2.39	3.11	2.59	3.09	3.11
2004	2.94	5.86	6.33	5.39	4.3	2.77	2.89	3.76	3.43	3.9	3.61
2005	3.69	3.75	3.81	3.37	3.81	3.28	3.1	2.79	3.45	4.09	4.52
2006	4.14	3.31	5.05	6.1	3.34	2.66	2.55	3.02	2.66	3.42	3.79
2007	3.24	4.67	4.83	3.88	2.9	2.09	2.35	2.83	2.69	2.87	3.02
2008	2.48	3	3.64	1.54	1.8	1.49	1.43	1.34	1.86	2.08	2.5

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

de Diaz,2017

Datos hidrométricos de la estación Quitaracsa

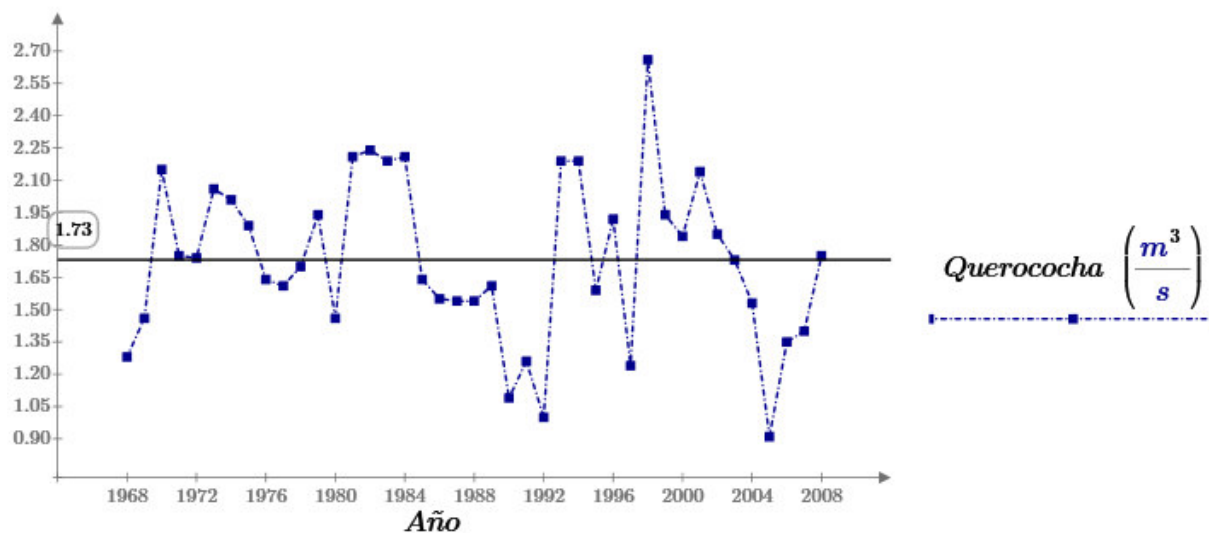
Año	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	Jun.	Jul.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.	Media
1968	13.59	11.8	12.78	9.59	6.17	5.61	4.55	4.45	5.12	8.76	8.68
1969	6.87	12.35	24.8	21.27	9.32	7.56	5.87	5.79	5.48	7.73	9
1970	21.02	16.59	15.39	18.04	9.51	6.94	5.58	5.33	5.78	8.22	9.39
1971	14	18.55	20.65	15.34	9.51	6.94	5.58	5.33	5.78	8.22	7.67
1972	12.26	15.21	16.85	19.88	9.51	6.94	5.58	4.55	4.84	7.49	11.49
1973	14.4	19.78	25.03	22.21	12	9.93	8.13	5.86	6.66	11.03	12.68
1974	17.96	34.75	24.82	17.14	10.26	8.7	7.63	7.31	6.24	7.94	7.77
1975	18.31	17.35	26.08	17.75	13.29	7.3	5.43	5.5	6.88	9.28	8.51
1976	14.02	13.03	16.42	12.27	7.18	5.84	5.01	4.64	4.75	5.71	6.07
1977	13.39	21.08	17.86	12.13	8.57	6.51	5.06	5.45	5.22	6.27	8.73
1978	7.56	12.15	11.83	8.41	6.43	5.77	5.64	5.01	6.63	6.04	7.46
1979	7.9	14.7	26.2	11.83	8.15	6.35	5.81	5.57	5.61	6.18	8.38
1980	9.3	9.39	10.73	10.15	6.88	6.57	5.04	5.38	6.3	8.89	9.48
1981	11.04	24.44	18.9	11.47	7.01	5.59	4.92	4.58	4	7.28	13.37
1982	13.89	16.56	13.7	13.94	8.35	5.96	4.88	4.89	5.19	9.3	10.75
1983	16.18	12.36	26.27	19.42	10.55	9.38	11.17	13.05	12.33	13.15	10.55
1984	11.25	22.19	16.55	14.48	13.01	11.95	8.11	6.17	6.07	8.73	7.39
1985	8.95	12.41	12.21	13.13	8.19	6.55	6.18	5.73	7.24	7.63	8.08
1986	14.15	14.14	14.31	17.88	8.33	5.75	4.19	3.74	4.87	6.01	9.45
1987	21.5	18.35	14.96	11.13	8.14	6	5.42	5.24	5.75	5.43	8.48
1988	19.64	20.58	14.03	17.05	10.53	7.02	6.14	5.87	6.06	9.24	10.31
1989	14.53	19.09	20.18	15.88	8.98	7.52	4.79	4.86	6	10.02	7.57
1990	9.3	11.85	11.21	8.37	6.72	7.03	5.43	4.72	4.65	8.51	9.76
1991	10.14	12.45	27.87	10.74	10.06	7.54	6.25	6.46	6.16	8.43	10.43
1992	9.59	10.12	15.97	11.64	9.88	7.13	5.95	5.62	7.17	12.43	9.54
1993	12.11	23.94	25.59	15.26	10.08	7.34	5.46	4.13	6.3	8.38	10.4
1994	19.25	24.61	28	24.58	11.8	7.13	5.61	5.21	5.39	5	6.85
1995	12.86	14.25	19.68	15.7	6.32	4.94	3.72	3.99	5.47	5.98	9.95
1996	21.46	26.8	25.66	24.64	10.85	7.53	6.48	6.11	5.95	8.84	8.14
1997	7.38	14.84	10.52	6.98	5.72	4.68	4.04	3.93	4.58	5.71	11.02
1998	22.44	25.21	19.82	17.96	9.57	8.23	6.97	6.22	6.36	10.12	12.72
1999	16.1	30.36	16.99	15.16	8.02	6.47	4.6	4.18	6.29	9.55	10.06
2000	18.14	26.54	20.71	13.68	9.73	7.02	5.41	4.11	5.41	5.99	9.1
2001	12.76	19.44	26.86	21.15	10.9	7.86	5.95	6.33	6.06	9.02	8.76
2002	9.19	24.56	24.94	18.57	13.34	8.05	7.42	8.15	8	12.03	8.59
2003	11.29	13.85	14.4	12.33	12.31	9.45	8.13	7.51	8.59	13.12	10.74
2004	12.29	11.02	18.98	21	9.68	7.3	6.21	6.35	6.28	10.21	9.97
2005	9.81	18.57	18.73	13.84	8.83	6.14	5.81	5.89	6.18	8.17	8.93
2006	7.66	12.13	14.26	6.46	5.68	4.71	3.54	2.62	4.08	5.07	8.98
2007	10.34	19.96	18.74	7.16	7.61	7.35	6.76	7.25	6.95	6.84	8.21
2008	10.48	16.31	19.73	11.61	7.07	5.61	4.71	3.61	3.82	6.02	10.94

Nota: La información fue recopilada por Suarez, 2011, Estudio hídrico de la cuenca del río Santa, extraído

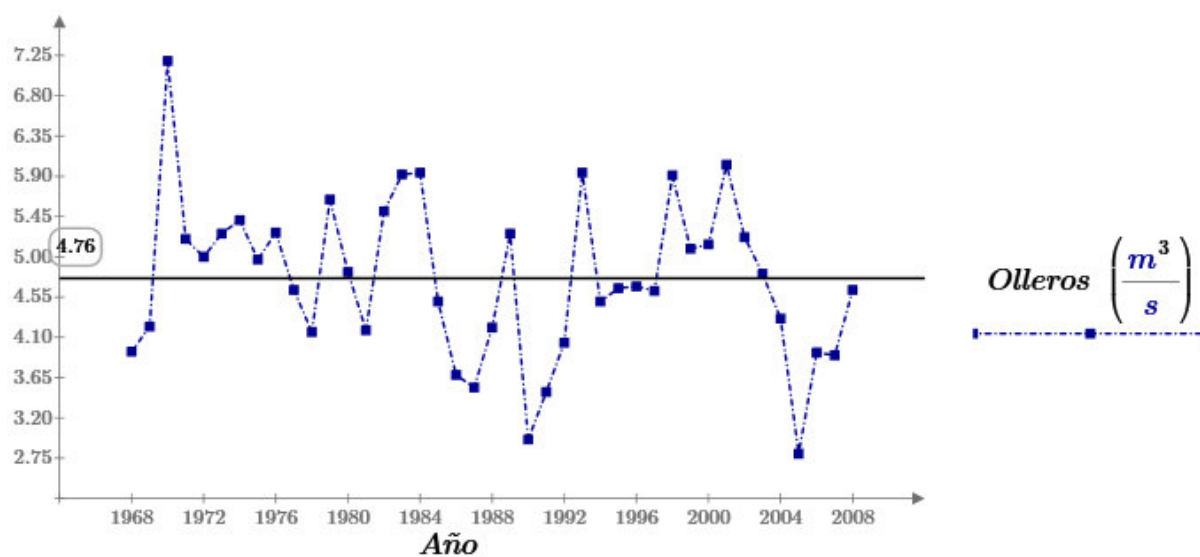
de Diaz,2017

Anexo II

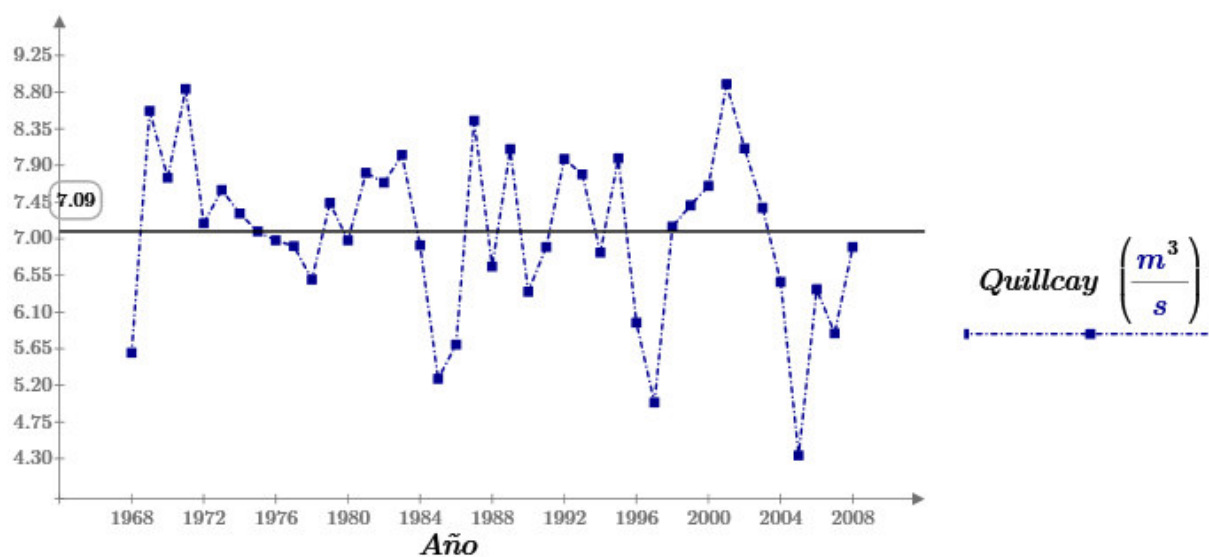
Serie de tiempo hidrológico de las estaciones hidrométricas



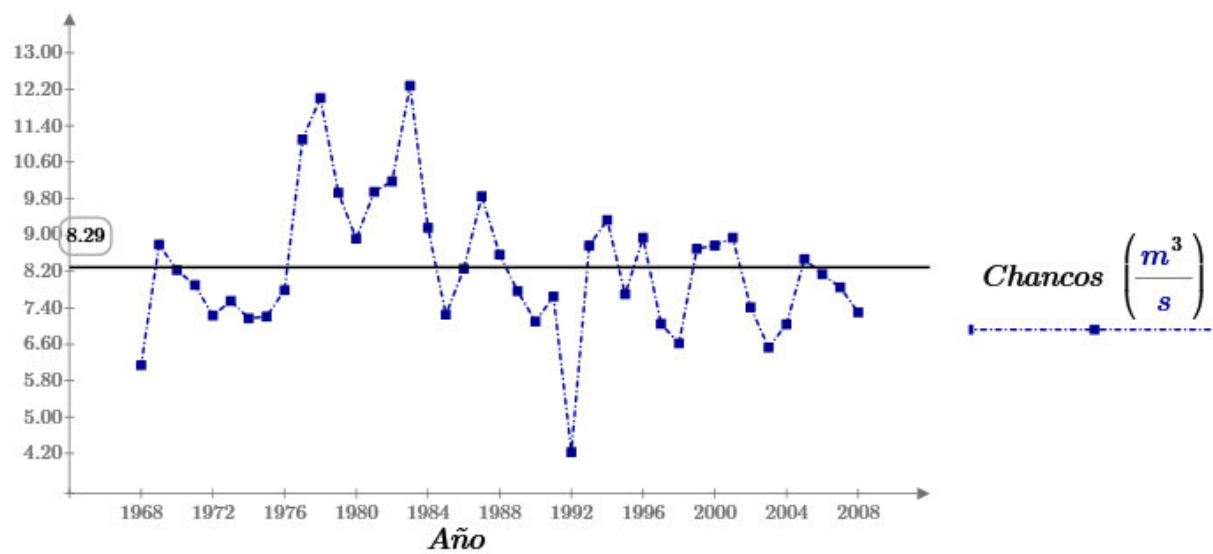
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Querococha, elaborado en Mathcad.



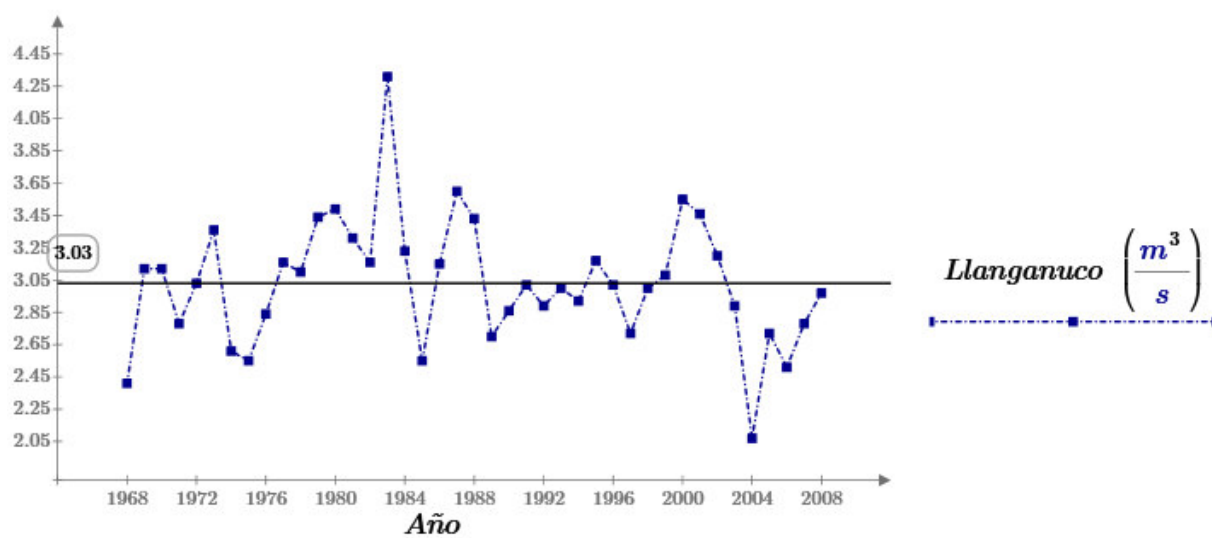
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Olleros, elaborado en Mathcad.



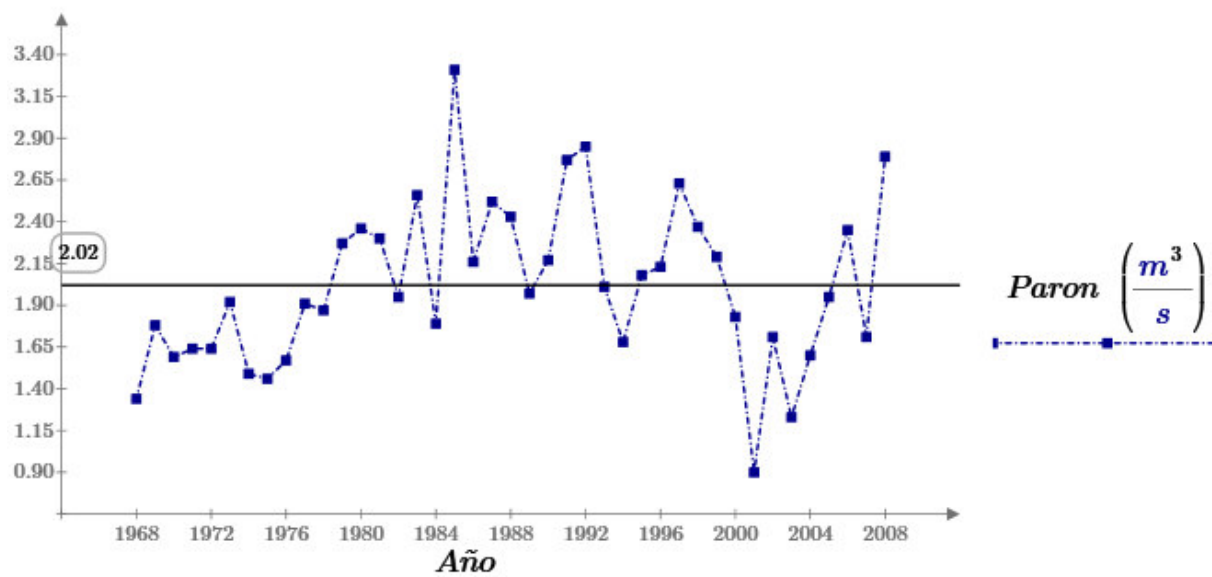
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Quillcay, elaborado en Mathcad.



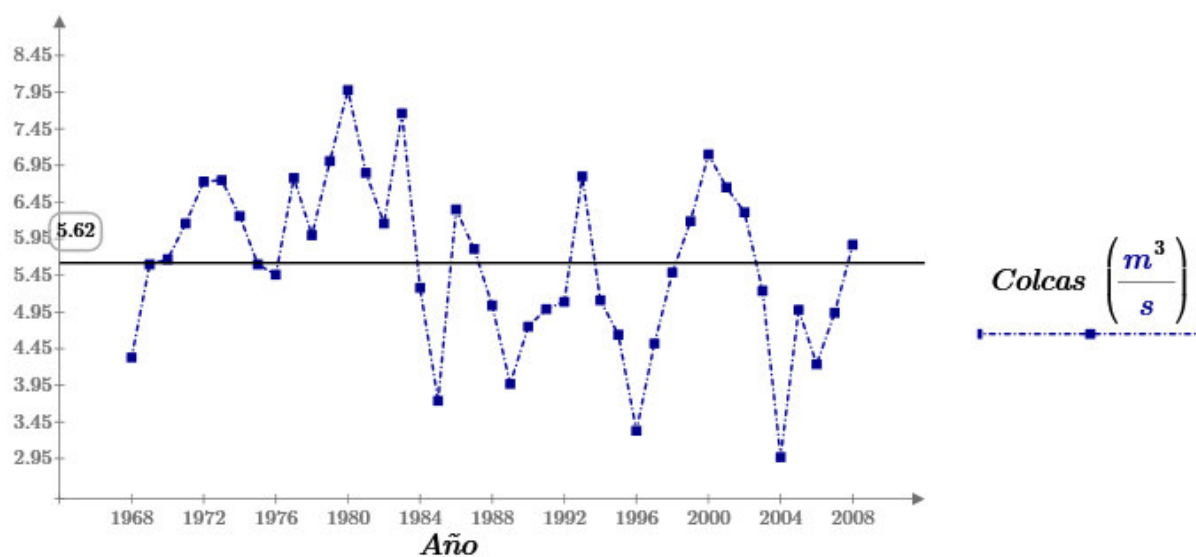
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Chancos, elaborado en Mathcad.



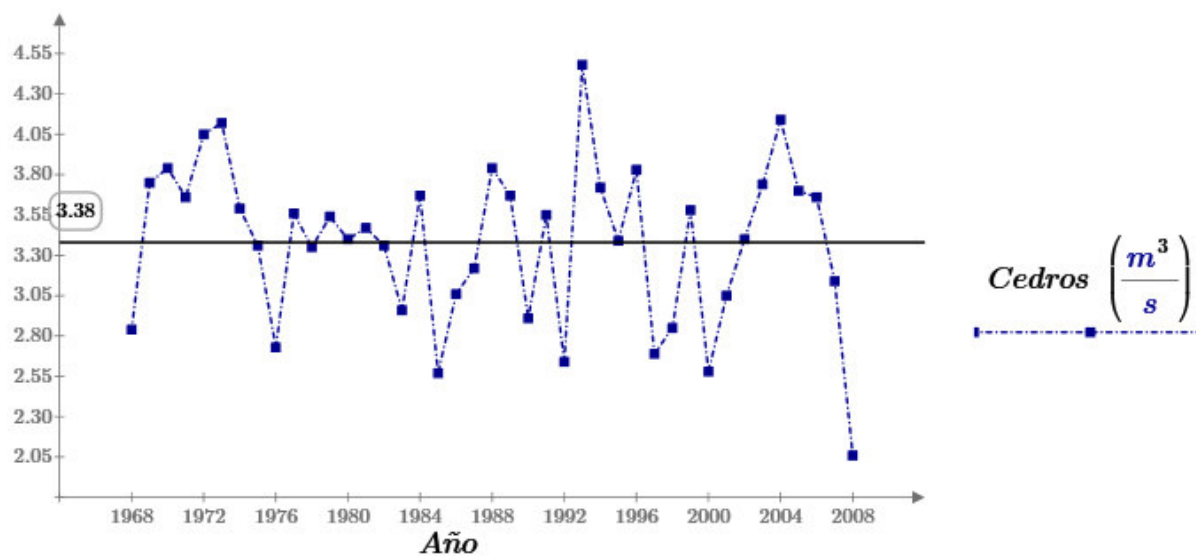
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Llanganuco, elaborado en Mathcad.



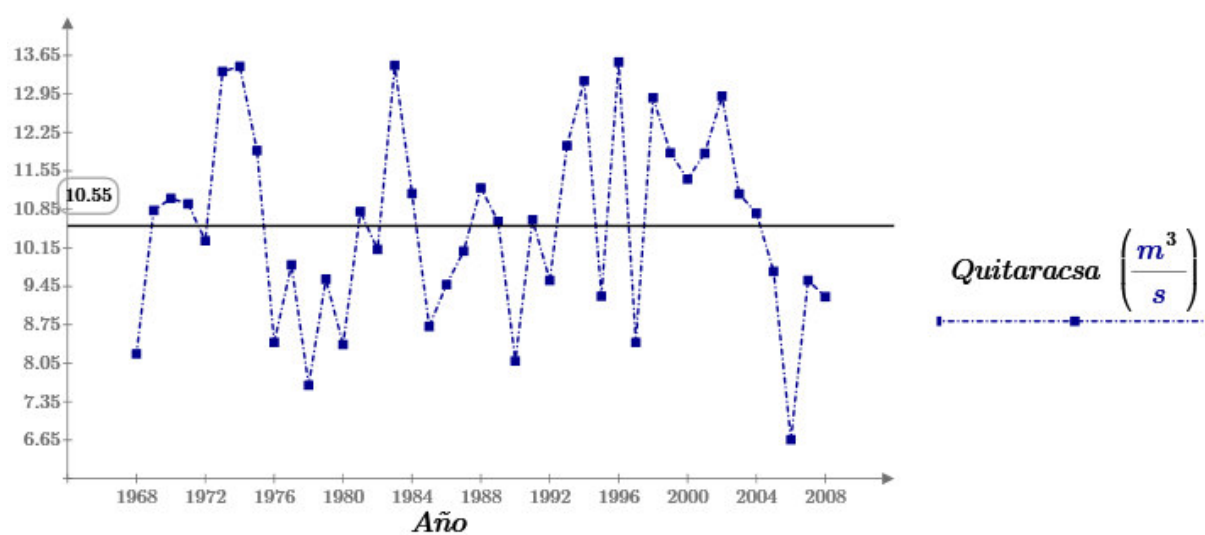
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Paron, elaborado en Mathcad.



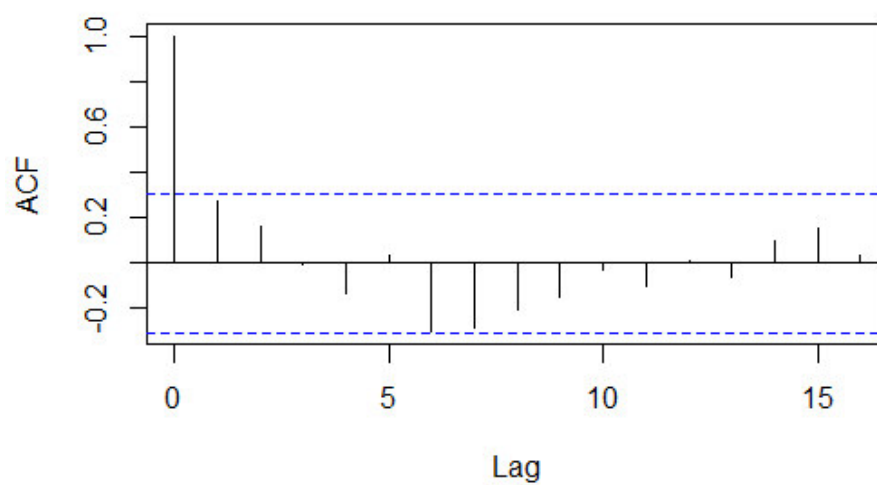
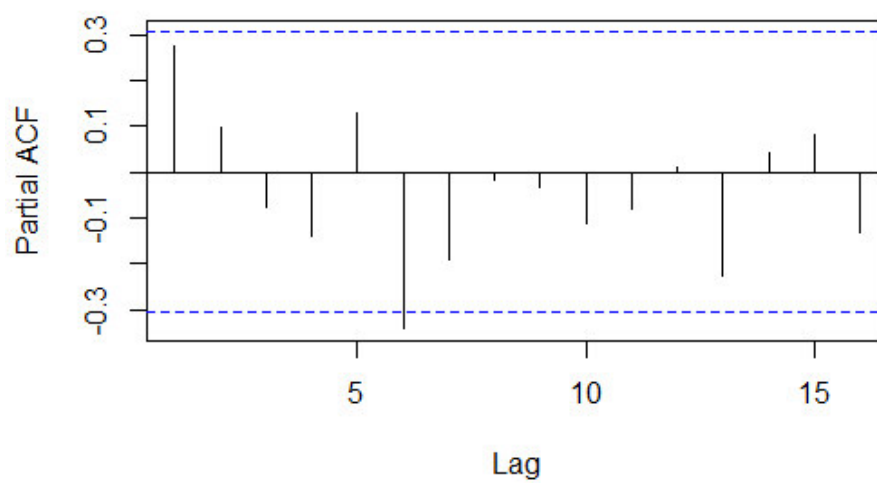
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Colcas, elaborado en Mathcad.



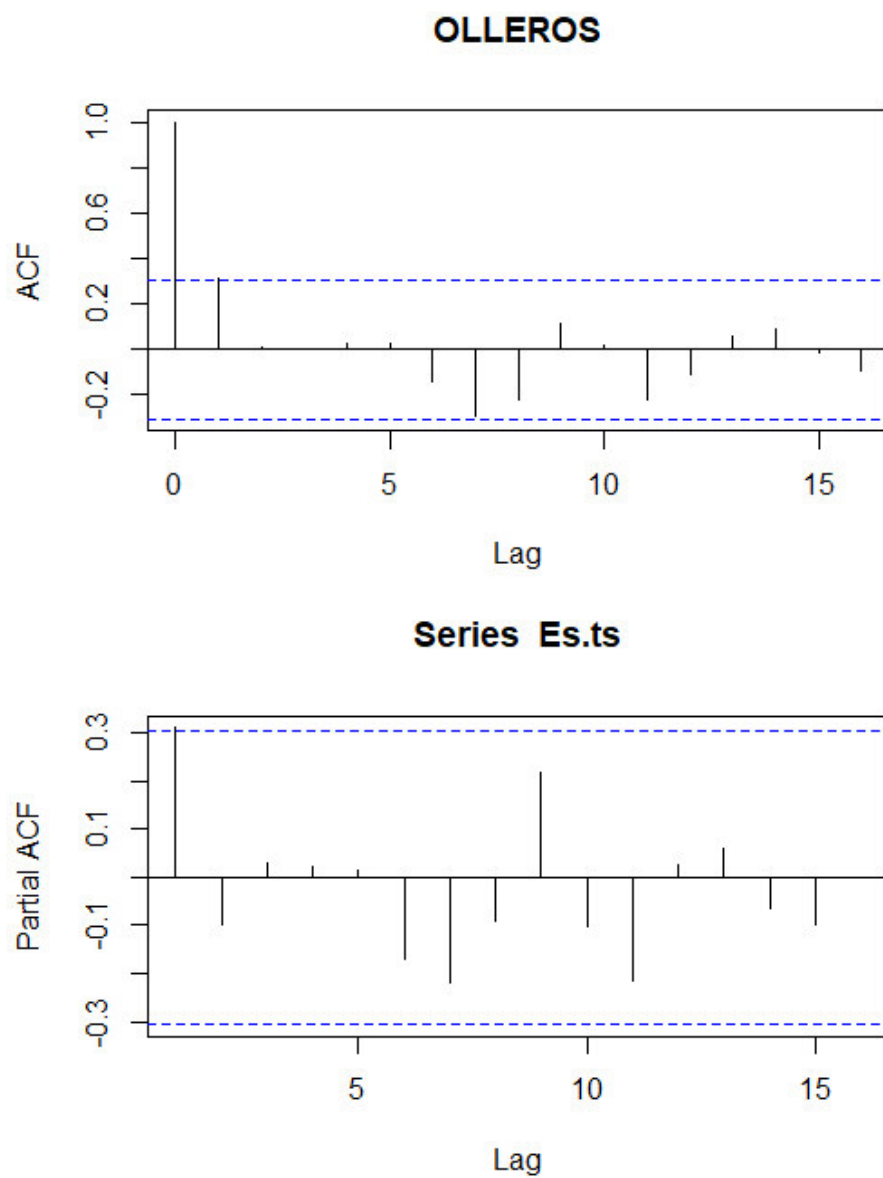
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Cedros, elaborado en Mathcad.



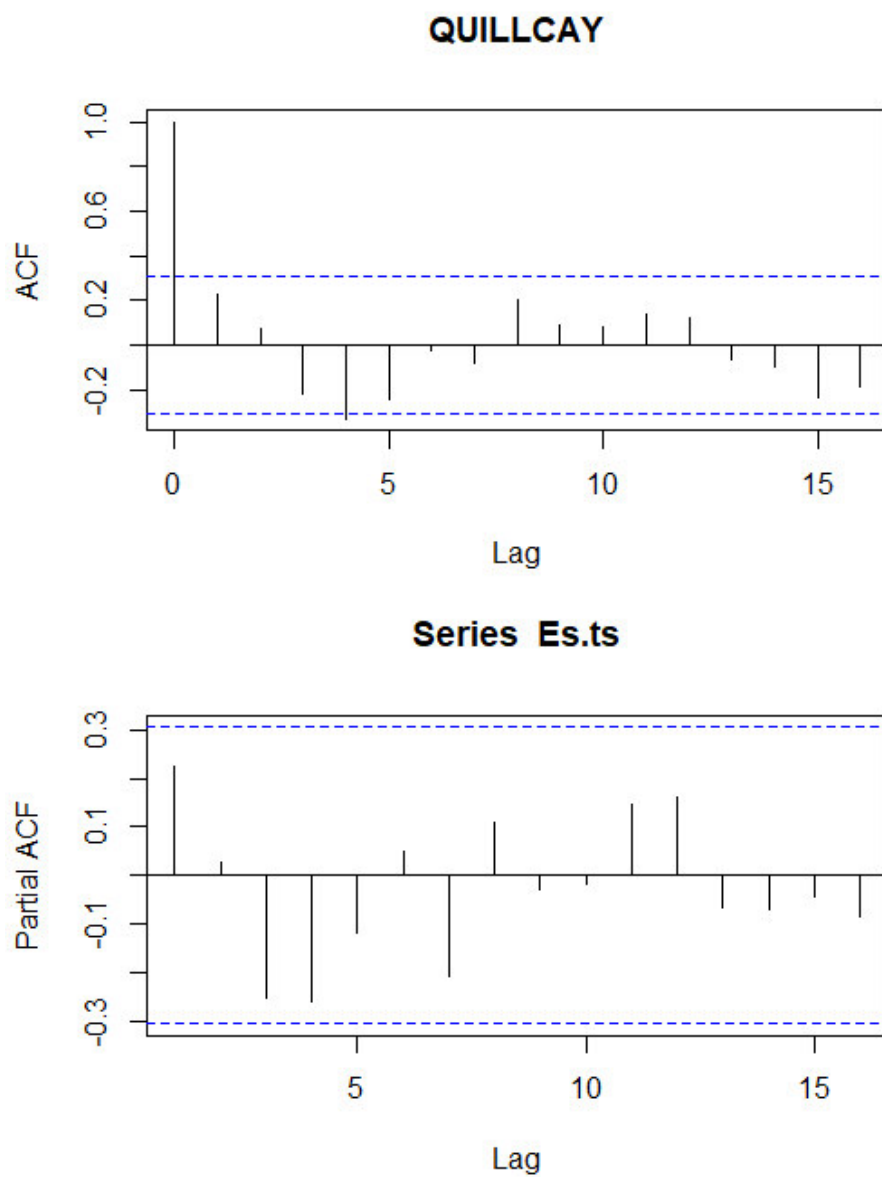
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 de la estación Quitaracsa, elaborado en Mathcad.

Anexo III**Correlograma de las estaciones hidrométricas****QUEROCOCHA****Series Es.ts**

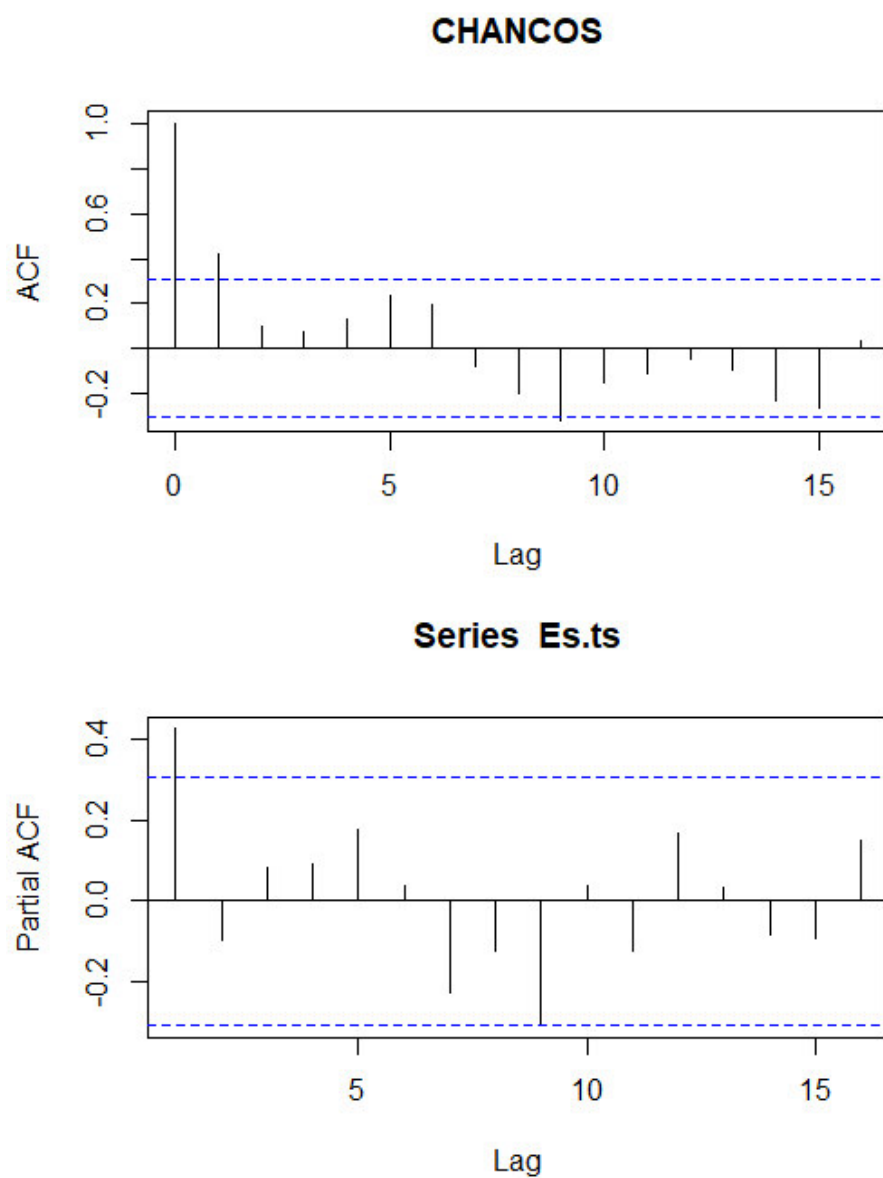
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



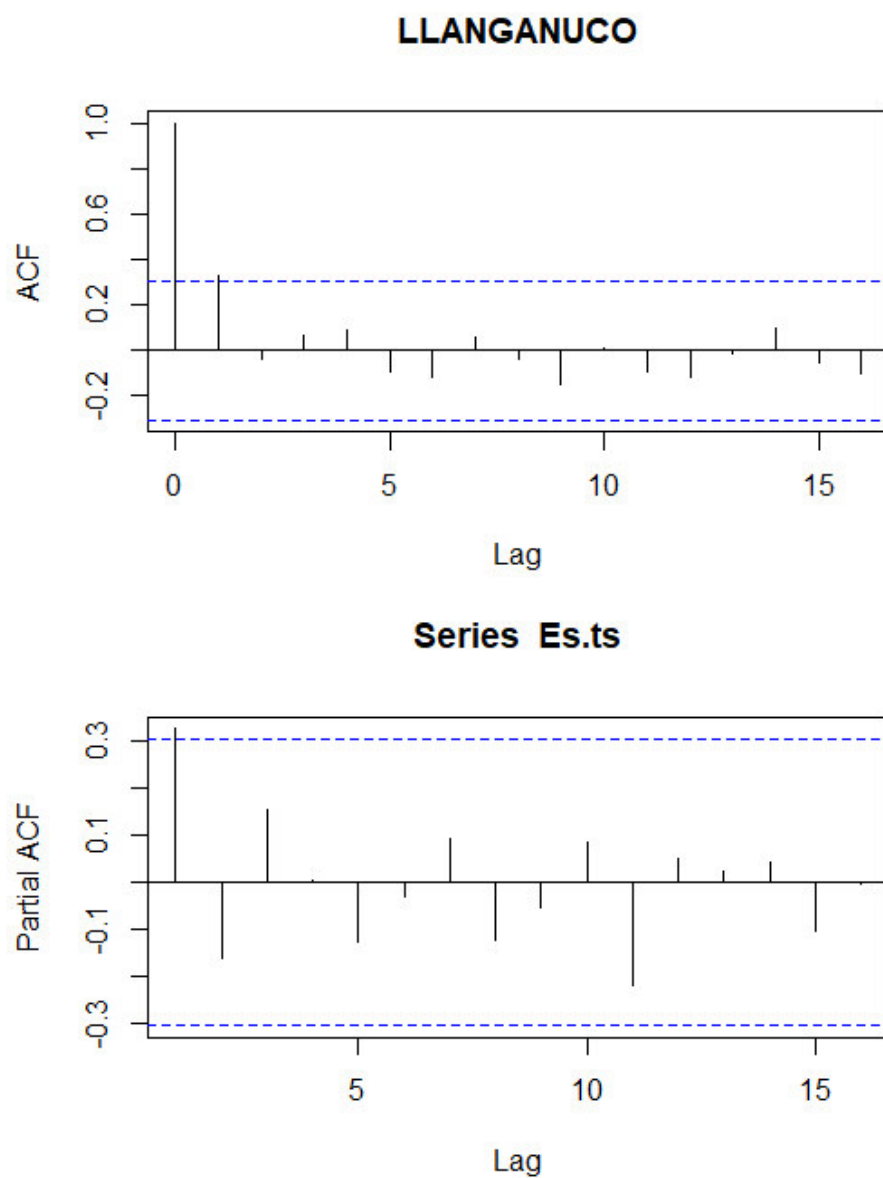
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



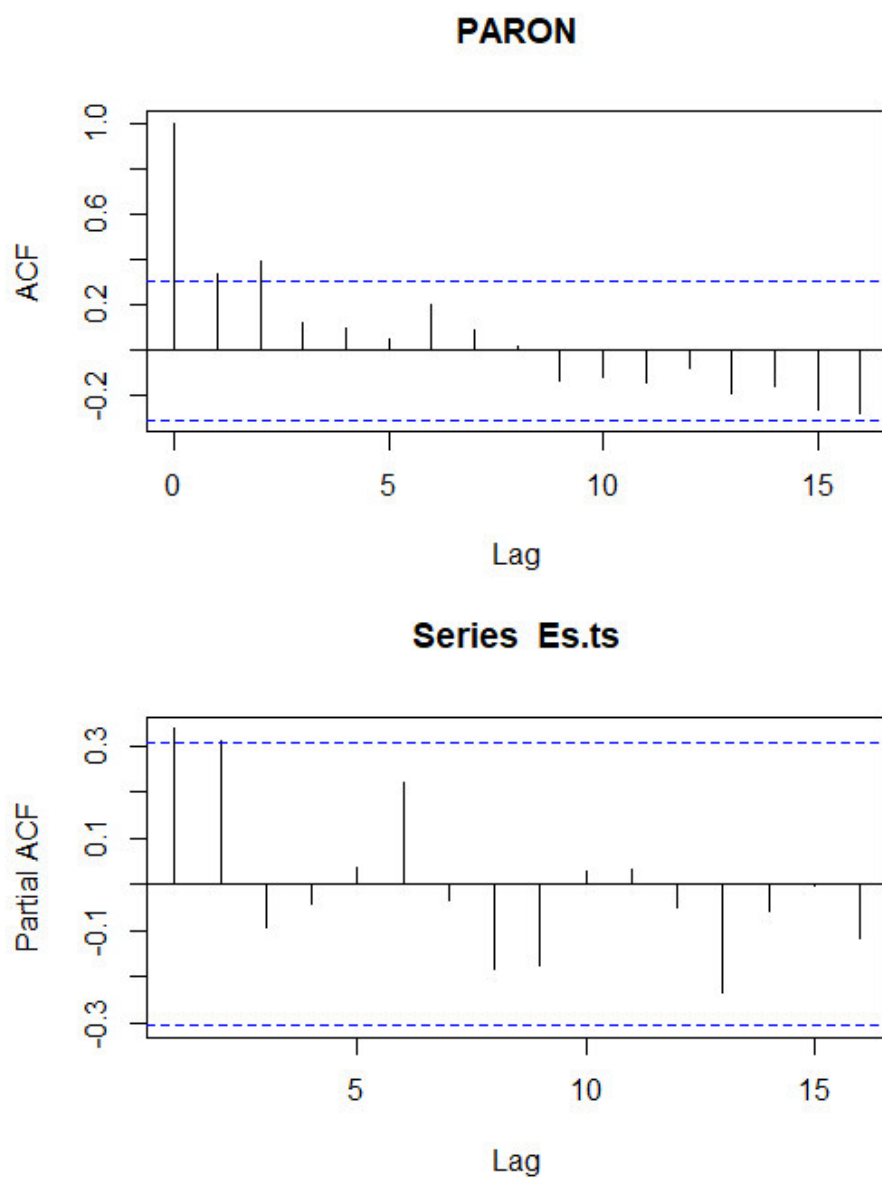
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



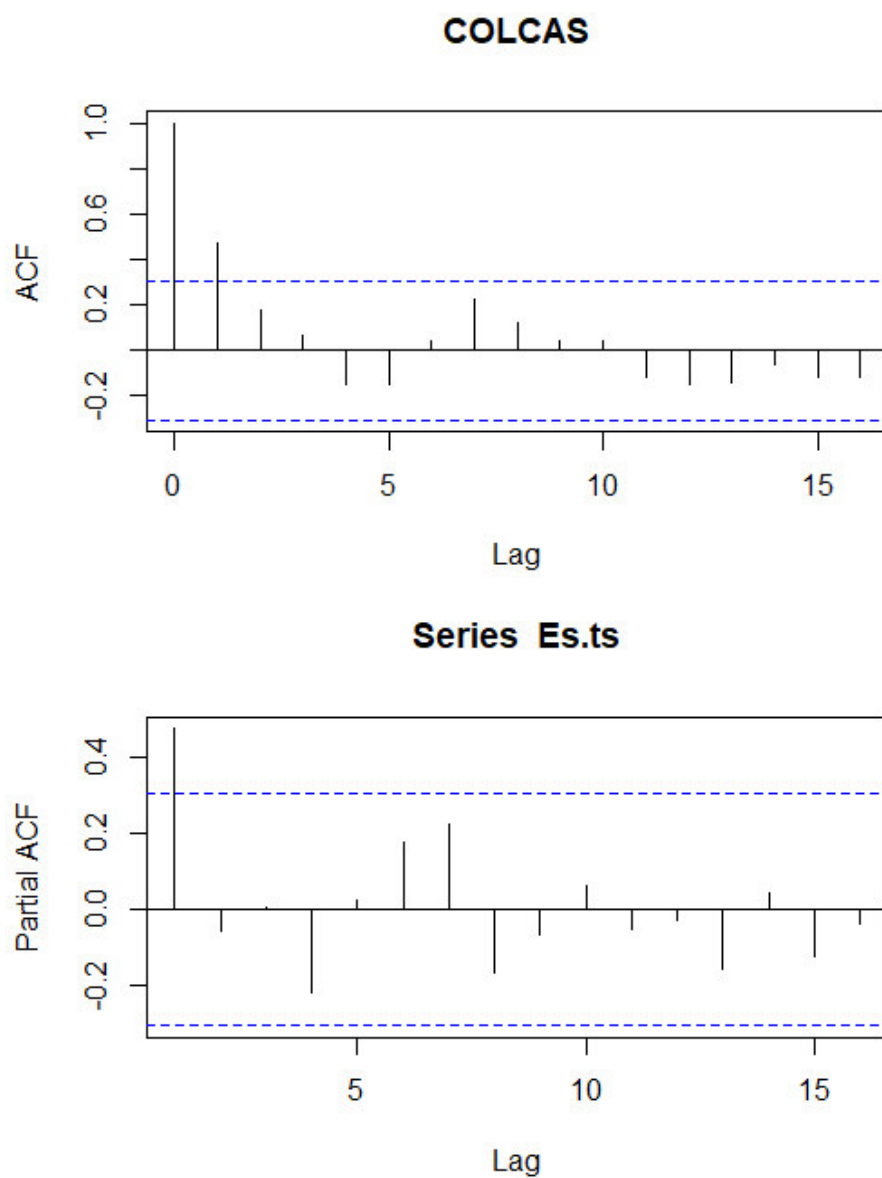
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



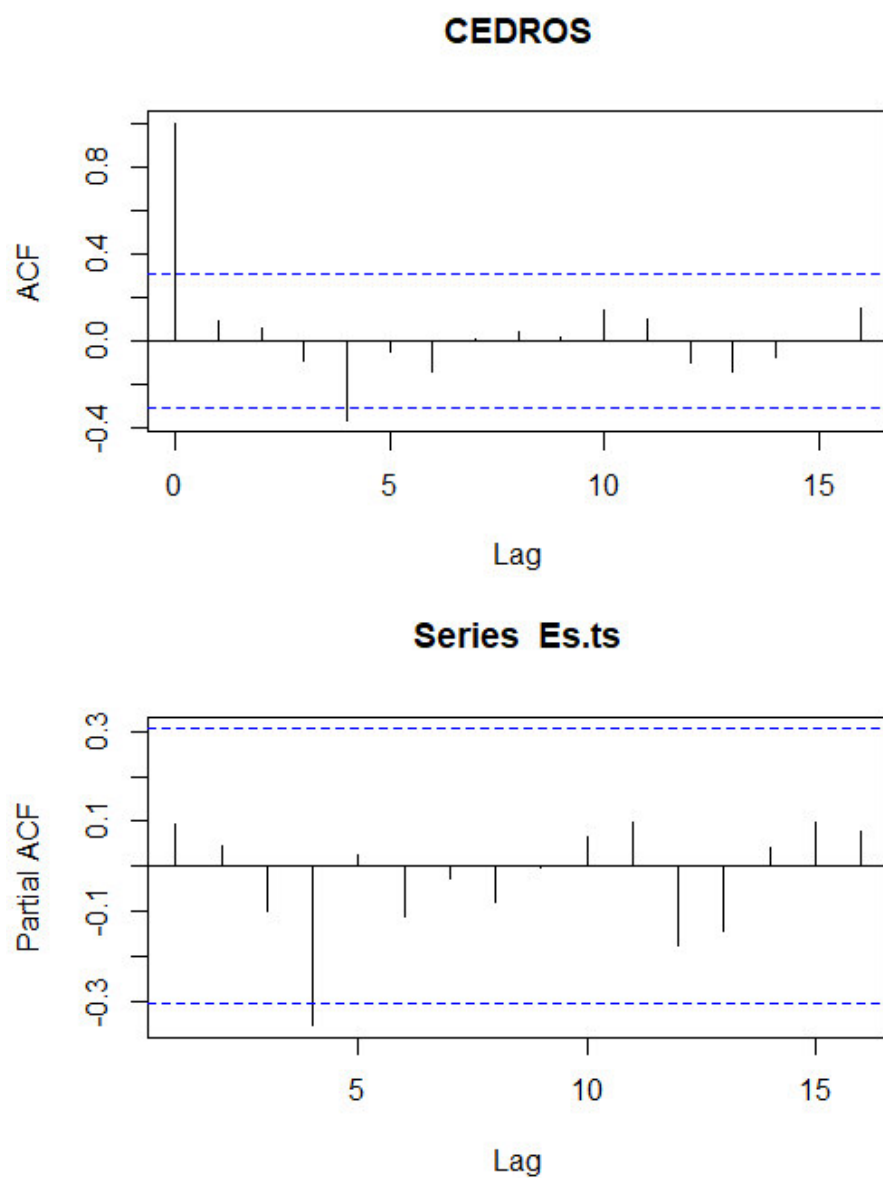
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio



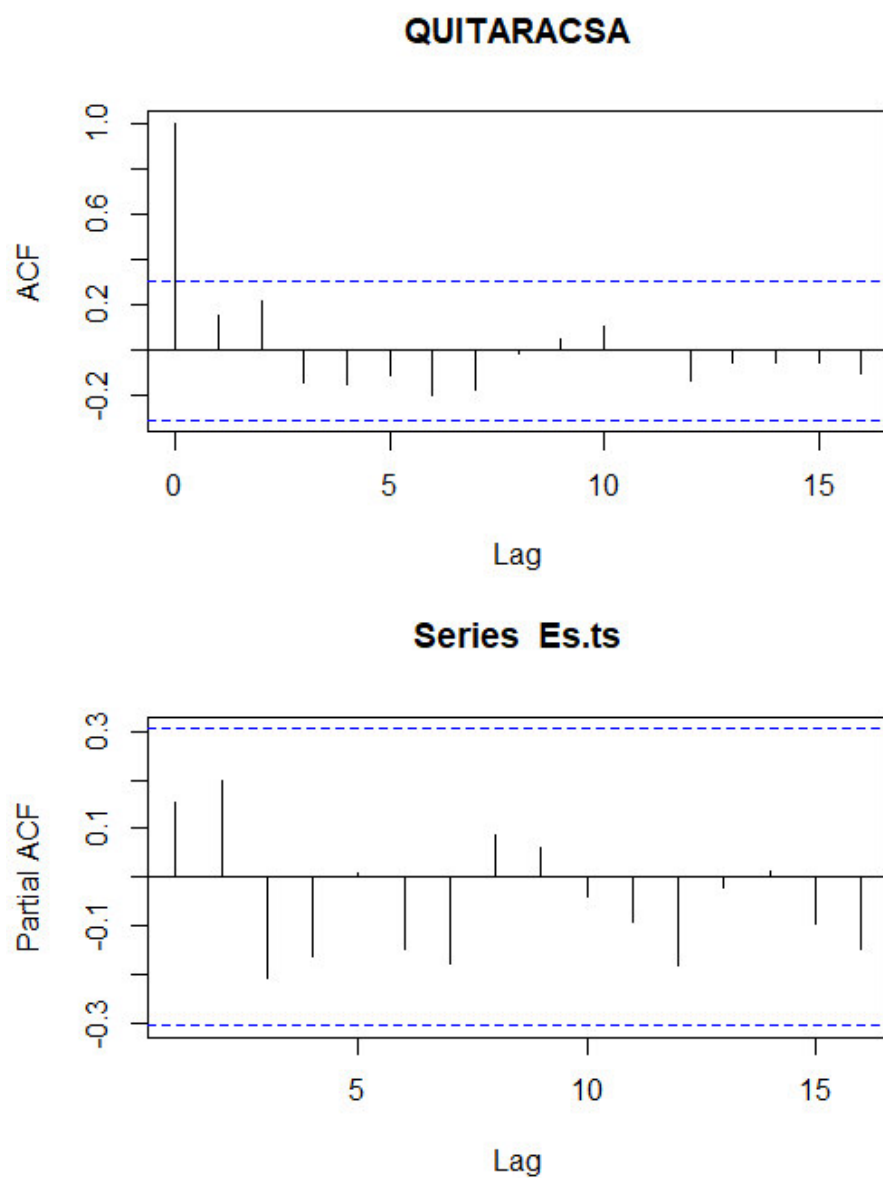
Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.



Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.

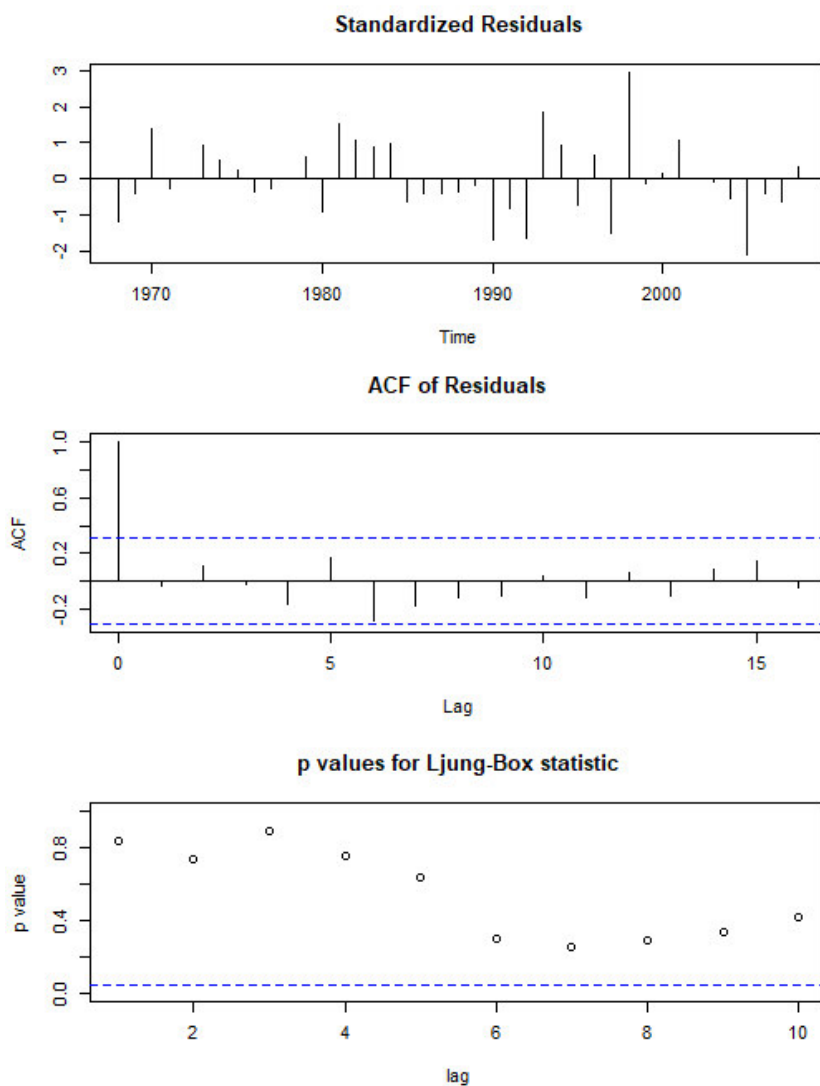


Nota: correlograma, elaborado en Rstudio.

Anexo IV

Análisis de residuos – Test de Ljung Box

Estacion Querococha

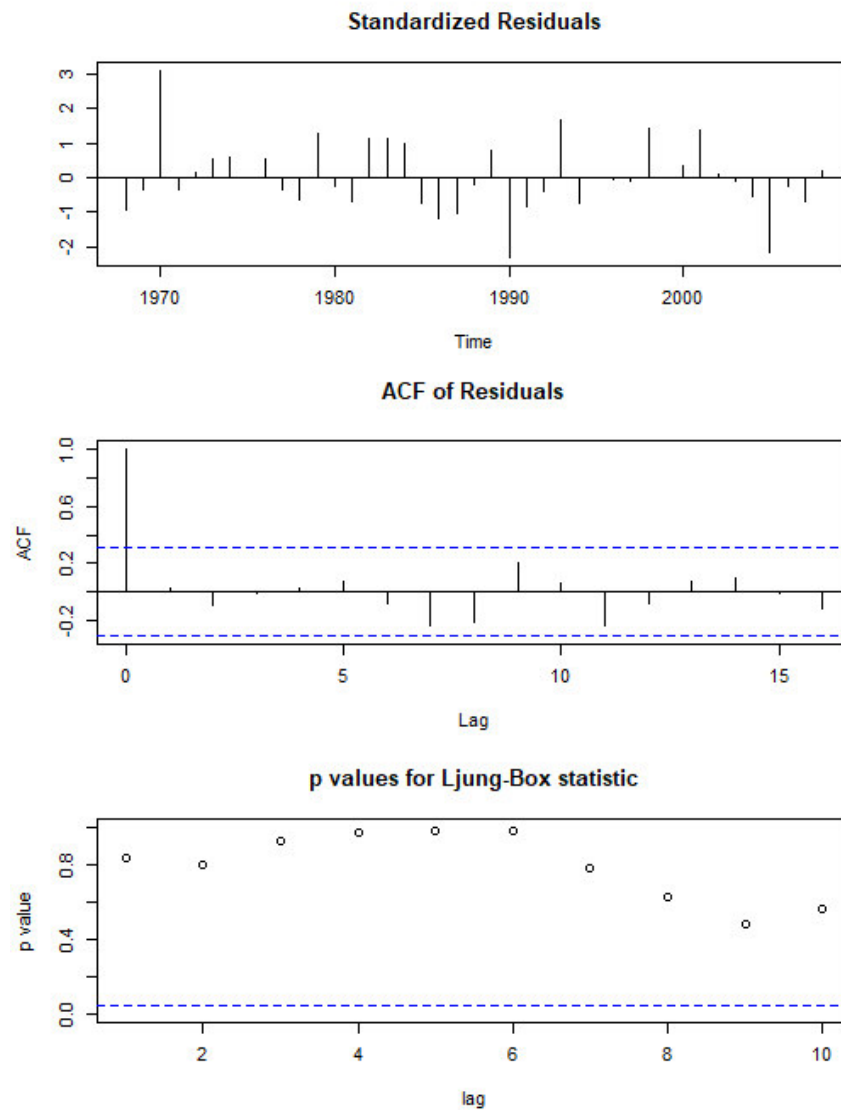


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.041719, df = 1, p-value = 0.8382
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Olleros

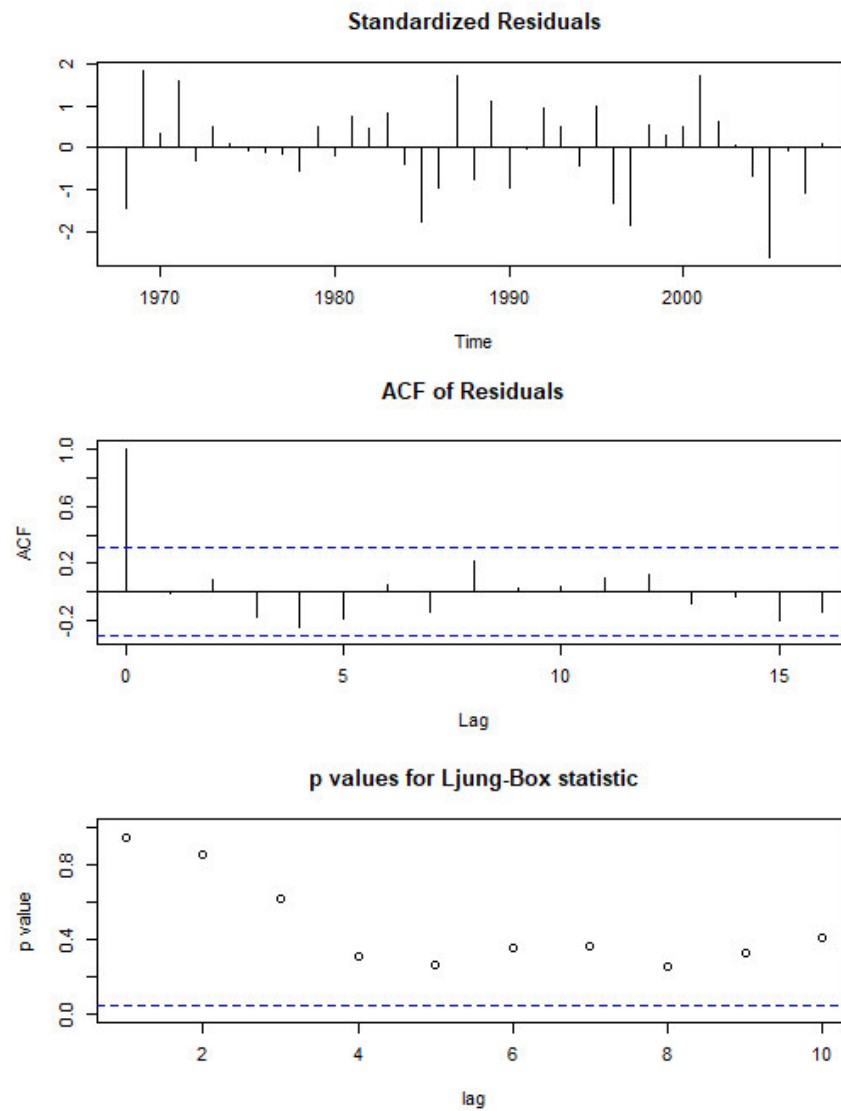


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.042579, df = 1, p-value = 0.8365
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Quillcay

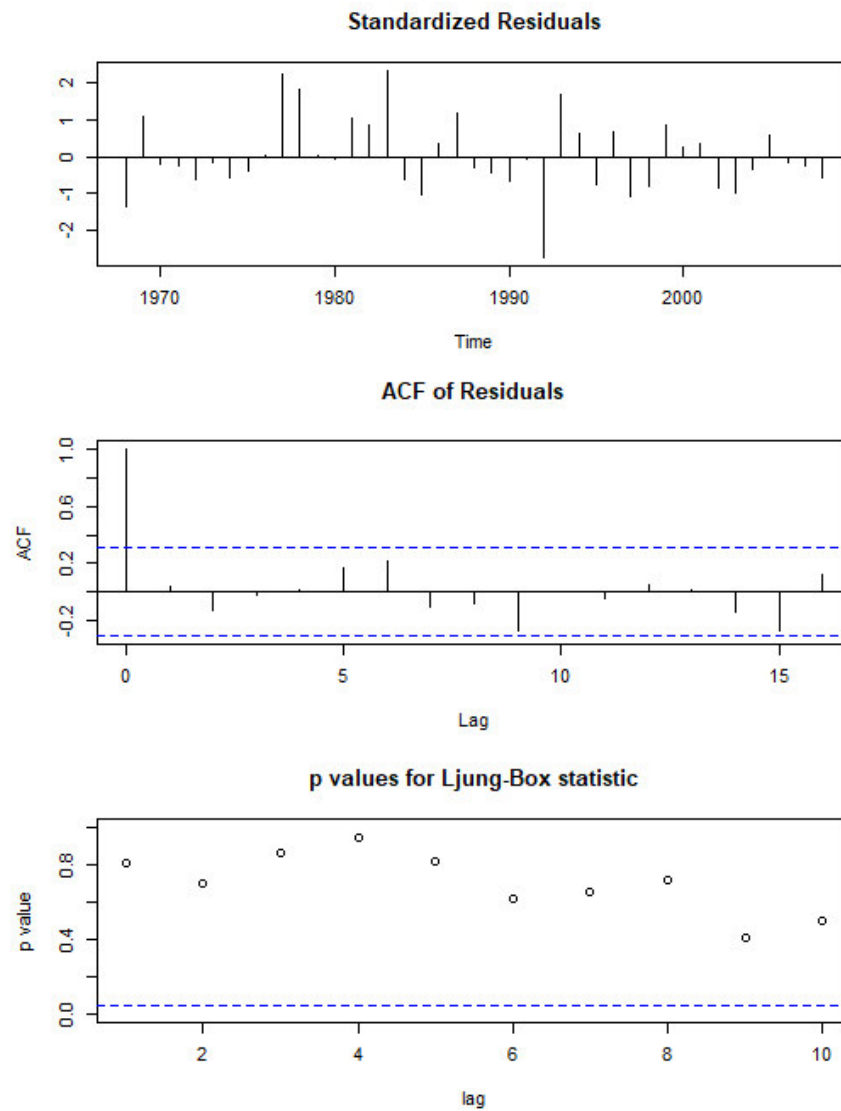


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.0054878, df = 1, p-value = 0.9409
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Chancos

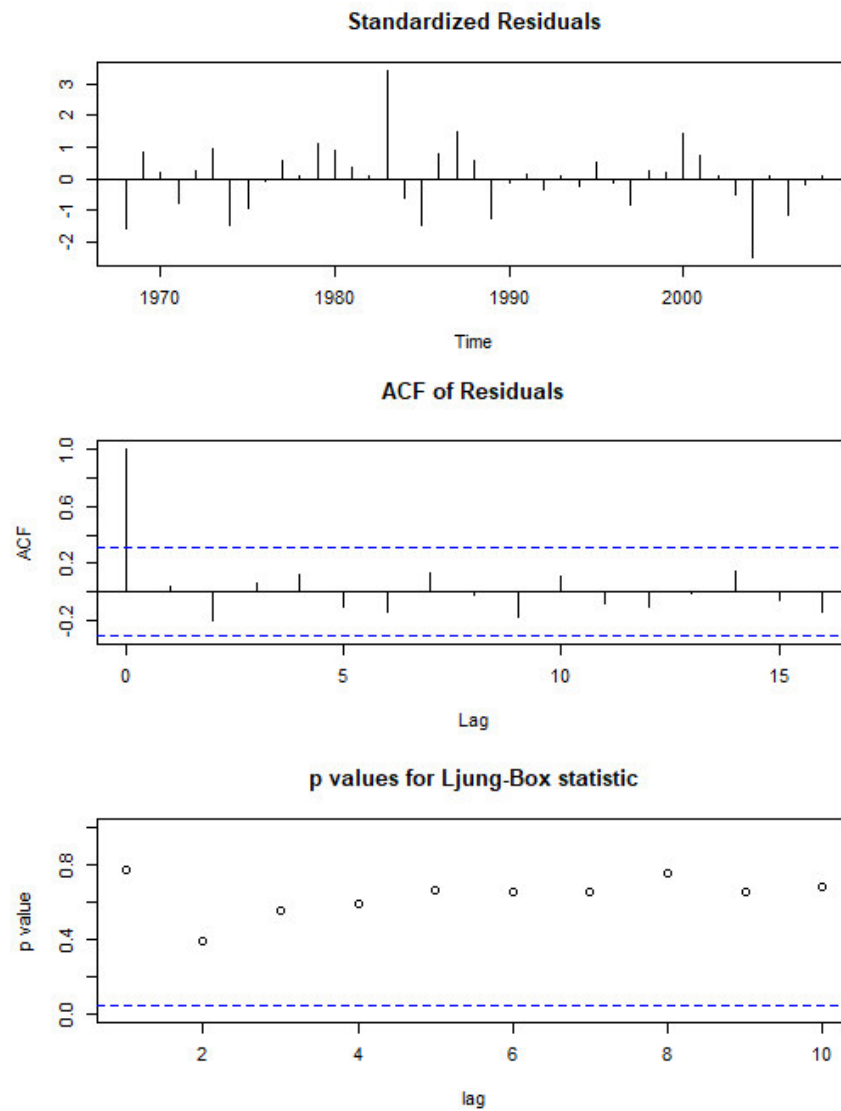


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.0582, df = 1, p-value = 0.8094
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Llanganuco

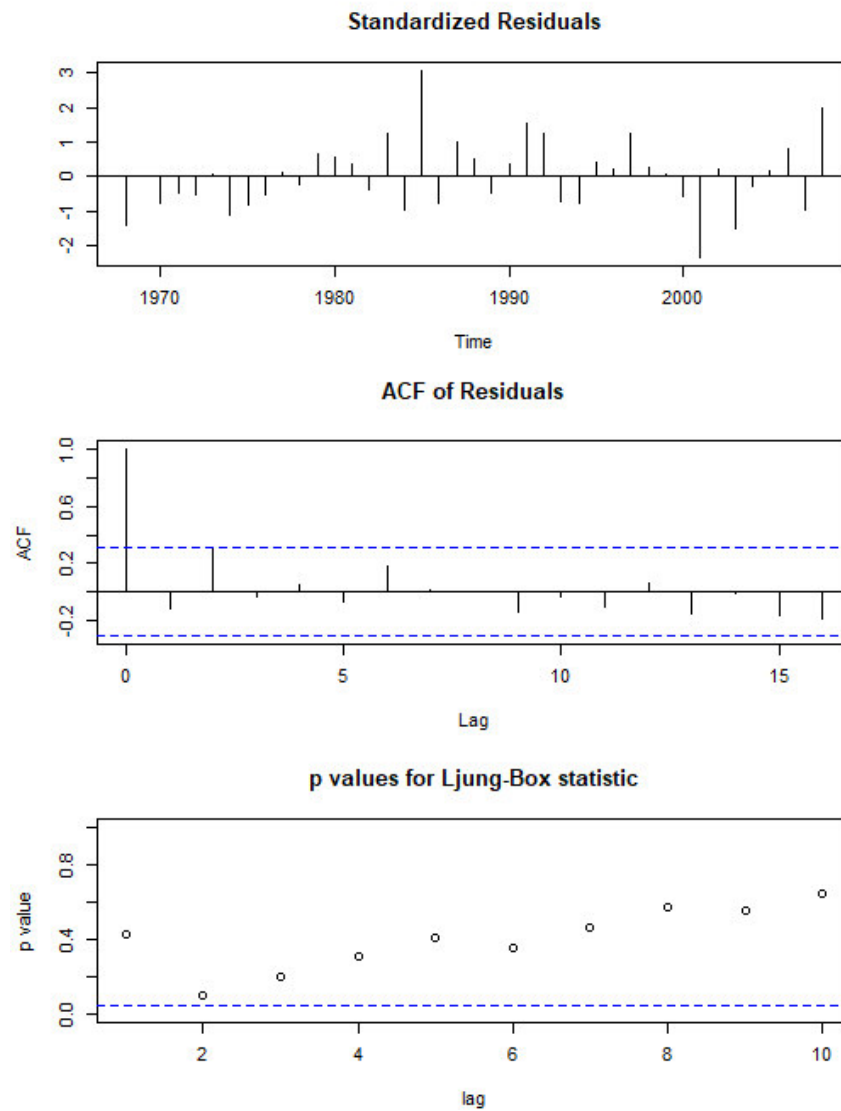


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.085752, df = 1, p-value = 0.7696
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Paron

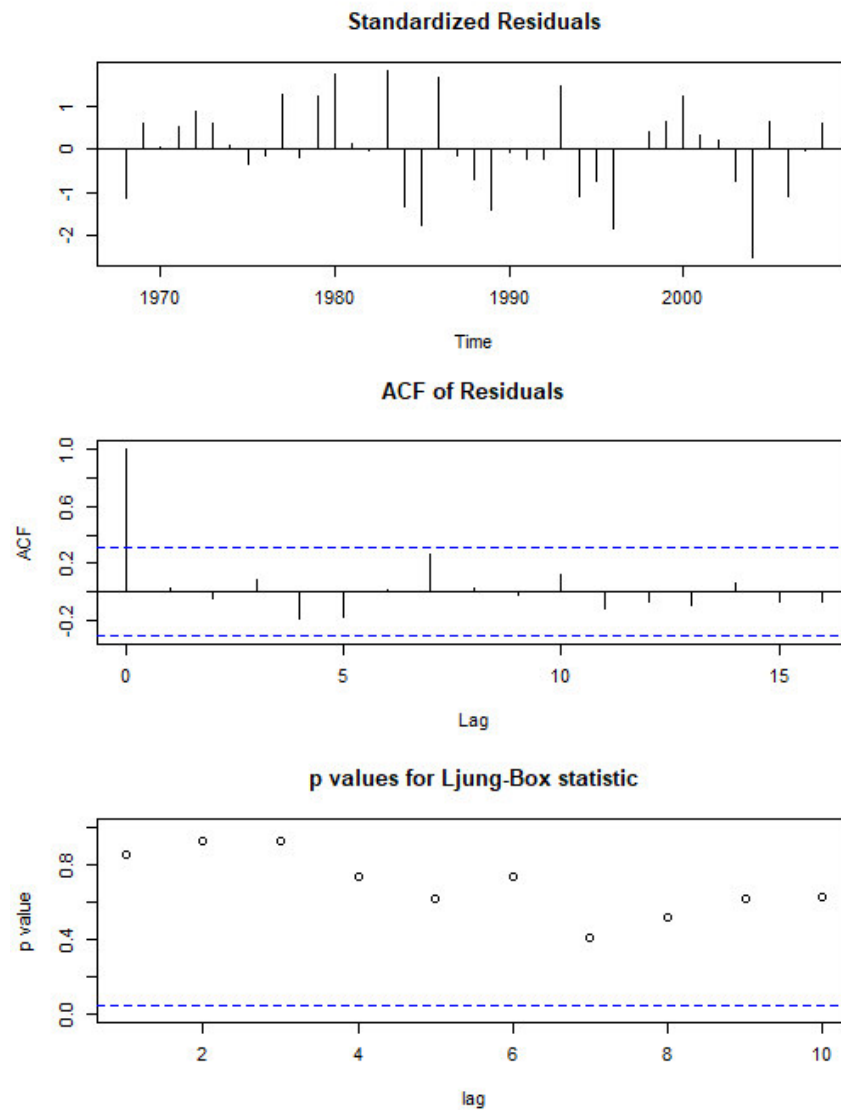


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.62476, df = 1, p-value = 0.4293
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Colcas

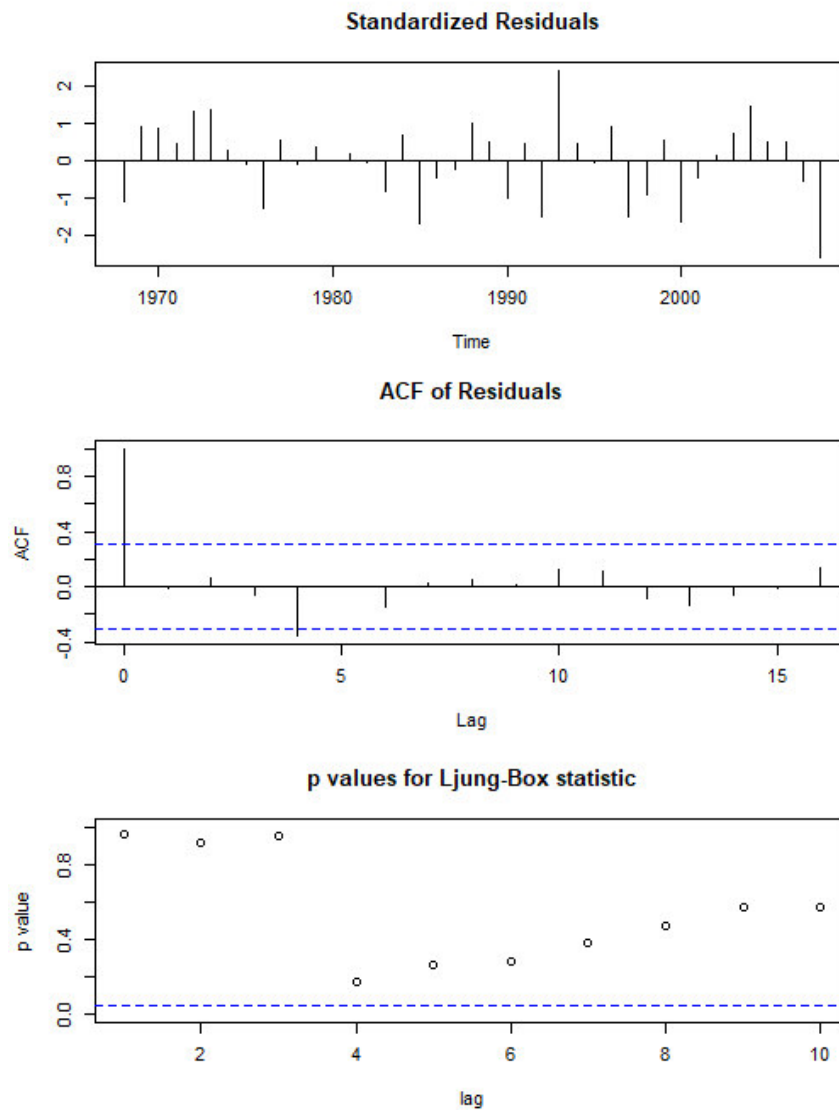


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.035476, df = 1, p-value = 0.8506
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Los Cedros

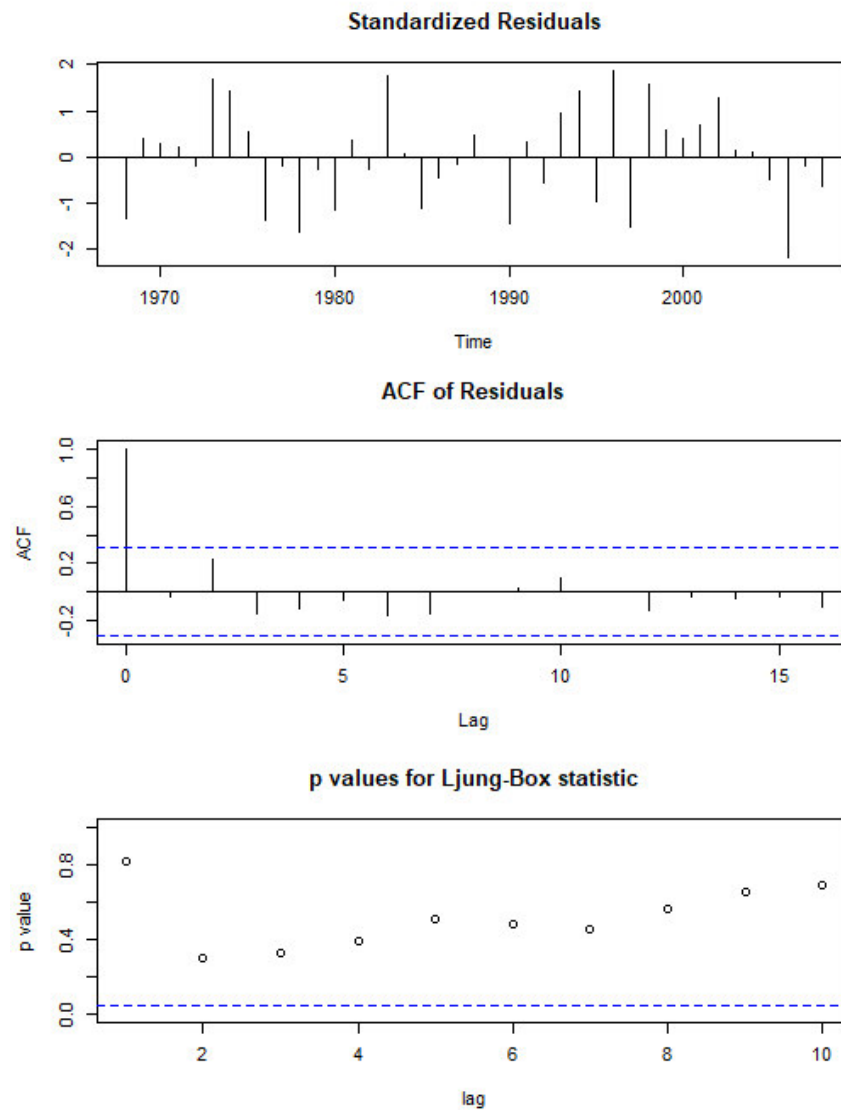


Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.0018651, df = 1, p-value = 0.9656
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Estación Quitarcasa



Box-Ljung test

```
data: residuals(modelo)
x-squared = 0.055799, df = 1, p-value = 0.8133
```

Nota: elaborado en Rstudio.

Anexo V

Algoritmos

Algoritmo A

SOLUCION DE LA ECUACIÓN CUASI ESTACIONARIA DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

ALGORITMO DESARROLLADO EN LENGUAJE PYTHON CON EL SOFTWARE SPYDER 4

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
EAP Ingeniería Civil

Tesis: MODELO HIDROLÓGICO REGIONAL CON CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL DE CAUDALES MEDIOS ANUALES DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO SANTA, APLICANDO LA ECUACIÓN DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

Author: Bach. Ing. Civil Castilla Chanco, Erick Vladimir

Variables:

I: primer momento estadístico

J: segundo momento estadístico

K: tercer momento estadístico

N: precipitación media

P: variación de precipitación (%)

```
import pandas as pd
```

```
def fpk(est,N,P):
```

```
    xls=pd.read_csv('estaciones.csv',header=0)
```

```
    es=xls[est]
```

```
    n=es.count()
```

```
    I=sum(es)/n
```

```
    J=sum(es**2)/n
```

```
    K=sum(es**3)/n
```

```
    a = (4*I*I-I-5*I*J+K)/(2*I-I-2*J)
```

```
    b0= (2*I*J-I*I-I*K)/(2*I-I-2*J)
```

```
    b1= (2*I*I-I-3*I*J+K)/(2*I-I-2*J)
```

```
    C = 2*N/(2*a-b1)
```

```
    Gcn= 2*N*b1/(2*a-b1)
```

```
    Gn= -4*N*b0/(2*a-b1)
```

```
    Cpr= C
```

```
    Gcnpr= Gcn
```

```
    Gnpr= Gn
```

```
    Npr= N*(1+P/100)
```

```
    apr = (Gcnpr+2*Npr)/(2*Cpr)
```

```
    b0pr= -Gnpr/(2*Cpr)
```

```
    b1pr= (2*Gcnpr)/(2*Cpr)
```

```

m1pr= apr-b1pr
m2pr= m1pr*apr-b0pr-2*m1pr*b1pr
m3pr= m2pr*apr-2*m1pr*b0pr-3*m2pr*b1pr

qpr= m1pr
if m2pr-qpr**2<0:
    qpr = "-88888"
    Cvpr = "-88888"
    Cspr = "-88888"

    print("Cvpr: " + str(Cvpr))
    print("Cspr: " + str(Cspr))
    print("qpr: " + str(qpr))
    print("apr: " + str(apr))
    print("b0pr: " + str(b0pr))
    print("b1pr: " + str(b1pr))

else:

    Cvpr = ((m2pr-m1pr**2)/(m1pr**2))*0.5

    Cspr = (m3pr-3*m2pr*m1pr+2*m1pr**3)/(Cvpr**3*m1pr**3)

    B= Cspr/Cvpr

    print(" ")
    print("*****Parametros de escenario futuro*****")
    print("Cvpr: " + str(round(Cvpr,4)))
    print("Cspr: " + str(round(Cspr,4)))
    print("qpr: " + str(round(qpr,4)))
    print("apr: " + str(round(apr,4)))
    print("b0pr: " + str(round(b0pr,4)))
    print("b1pr: " + str(round(b1pr,4)))
    print(" ")
    print(".....")
    print(" ")
return Cvpr,Cspr,qpr

```

Algoritmo B

PRUEBA DE SMIRNOV KOLMOGOROV

ALGORITMO DESARROLLADO EN LENGUAJE PYTHON CON EL SOFTWARE SPYDER 4

Universidad Nacional Mayor de San Marcos
EAP Ingeniería Civil

Tesis: MODELO HIDROLÓGICO REGIONAL CON CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL DE CAUDALES MEDIOS ANUALES DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO SANTA, APLICANDO LA ECUACIÓN DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

Author: Bach. Ing. Civil Castilla Chanco, Erick Vladimir

```
import presente as pr
import grafico as grf
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def error(est):
    dad=pd.read_csv('estaciones.csv',header=0)
    p=dad[est]
    n=len(p)
    t=1.36/np.sqrt(n)

    a,b=pr.weibull(est)

    a1,b1=grf.NORMALA(est)

    a2,b2=grf.LOGNOR2PA(est)

    a3,b3=grf.LOGNOR3PA(est)

    a4,b4=grf.GAMMA2PA(est)

    a5,b5=grf.GAMMA3PA(est)

    a6,b6=grf.GUMBELA(est)

    a7,b7=grf.LOGUMBELA(est)

    g1=np.amax(abs(a-a1))
    g2=np.amax(abs(a-a2))
    g3=np.amax(abs(a-a3))
    g4=np.amax(abs(a-a4))
    g5=np.amax(abs(a-a5))
    g6=np.amax(abs(a-a6))
    g7=np.amax(abs(a-a7))

    print("Prueba de Smirnov-Kolmogorov..... ")
    print(" ")
```

```

if g1<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Normal error maximo: " + str(round(g1,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Normal error maximo: " + str(round(g1,3)))

if g2<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Log Normal 2P error maximo: " + str(round(g2,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Log Normal 2P error maximo: " + str(round(g2,3)))

if g3<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Log Normal 3P error maximo: " + str(round(g3,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Log Normal 3P error maximo: " + str(round(g3,3)))

if g4<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Gamma 2P error maximo: " + str(round(g4,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Gamma 2P error maximo: " + str(round(g4,3)))

if g5<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Gamma 3P error maximo: " + str(round(g5,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Gamma 3P error maximo: " + str(round(g5,3)))

if g6<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Gumbel error maximo: " + str(round(g6,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Gumbel error maximo: " + str(round(g6,3)))

if g7<t:
    print("El ajuste es bueno, al 95%, Dist. Log Gumbel error maximo: " + str(round(g7,3)))
else:
    print("El ajuste NO es bueno, al 95%, Dist. Log Gumbel error maximo: " + str(round(g7,3)))
plt.grid()

```

Algoritmo C

SIMULACIÓN DE MONTE CARLO

ALGORITMO DESARROLLADO EN LENGUAJE PYTHON CON EL SOFTWARE SPYDER 4

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

EAP Ingeniería Civil

Tesis: MODELO HIDROLÓGICO REGIONAL CON CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL DE CAUDALES MEDIOS ANUALES DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO SANTA, APLICANDO LA ECUACIÓN DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

Author: Bach. Ing. Civil Castilla Chanco, Erick Vladimir

Variables:

n: Numero de iteraciones

u: Media

Cv: Coeficiente de variación

Cs: Coeficiente de sesgo

```

from scipy.stats import norm
from scipy.stats import lognorm
from scipy.stats import gamma
import math
import random
import numpy as np

def NORMAL(n,u,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt
    d = Cv*u
    a = []
    Z = []

    for i in range(0,n,1):
        a.append(random.random())
        b = a[i]
        c = norm.ppf(b,u,d)
        Z.append(c)

    plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
    plt.xlabel("Probabilidad (%)")
    plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
    plt.title("Funcion de distribucion")
    plt.legend(loc=2)
    """plt.grid()"""
    print(" ")
    return sorted(a),sorted(Z)

def LOGNOR2P(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    u = 0.5*np.log(u1**2/(1+Cv**2))
    d = np.sqrt(np.log(1+Cv**2))

```

```

a = []
Z = []

for i in range(0,n,1):
    a.append(random.random())
    b = a[i]
    c = lognorm.ppf(b,d,loc=0,scale=np.exp(u))
    Z.append(c)

plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
plt.xlabel("Probabilidad (%)")
plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
plt.title("Funcion de distribucion")
plt.legend(loc=2)
plt.grid()
print(" ")
return sorted(a),sorted(Z)

def LOGNOR3P(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    d1=u1*Cv
    d=np.sqrt((Cs-0.52)/(4.85))

    u=0.5*(np.log(((d1**2)/(np.exp(d**2)-1))-d**2))

    k=u1-np.exp(u+((d**2)/2))

    a = []
    Z = []

    for i in range(0,n,1):
        a.append(random.random())
        b = a[i]
        c = lognorm.ppf(b,d,loc=k,scale=np.exp(u))
        Z.append(c)

    plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
    plt.xlabel("Probabilidad (%)")
    plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
    plt.title("Funcion de distribucion")
    plt.legend(loc=2)
    plt.grid()
    print(" ")
    return sorted(a),sorted(Z)

def GAMMA2P(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    d1=Cv*u1

    u=u1**2/d1**2
    d=d1**2/u1

    a = []
    Z = []

```

```

for i in range(0,n,1):
    a.append(random.random())
    b = a[i]
    c = gamma.ppf(b,u,loc=0,scale=d)
    Z.append(c)

plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
plt.xlabel("Probabilidad (%)")
plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
plt.title("Funcion de distribucion")
plt.legend(loc=2)
"""plt.grid()"""
print(" ")
return sorted(a),sorted(Z)

def GAMMA3P(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    d1=Cv*u1

    u=4/(Cs**2)
    d=Cs*d1/2
    k=u1-2*d1/Cs

    a = []
    Z = []

    for i in range(0,n,1):
        a.append(random.random())
        b = a[i]
        c = gamma.ppf(b,u,loc=k,scale=d)
        Z.append(c)

    plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
    plt.xlabel("Probabilidad (%)")
    plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
    plt.title("Funcion de distribucion")
    plt.legend(loc=2)
    plt.grid()
    print(" ")
    return sorted(a),sorted(Z)

def GUMBEL(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    d1=Cv*u1

    d=0.78*d1
    u=u1-0.45*d1

    a = []
    Z = []

    for i in range(0,n,1):
        a.append(random.random())

```

```

    b = a[i]
    c = -1*d*np.log(-1*np.log(b))+u
    Z.append(c)

plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
plt.xlabel("Probabilidad (%)")
plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
plt.title("Funcion de distribucion")
plt.legend(loc=2)
plt.grid()
print(" ")
return sorted(a),sorted(Z)

def LOGUMBEL(n,u1,Cv,Cs):
    import matplotlib.pyplot as plt

    u2 = 0.5*np.log(u1**2/(1+Cv**2))
    d2 = np.sqrt(np.log(1+Cv**2))

    d=(6**0.5)*d2/3.1415
    u=u2-0.45*d2

    a = []
    Z = []

    for i in range(0,n,1):
        a.append(random.random())
        b = a[i]
        c = math.exp(-1*d*np.log(-1*np.log(b))+u)
        Z.append(c)

plt.plot(sorted(a),sorted(Z),'g',label="Distribucion clima futuro")
plt.xlabel("Probabilidad (%)")
plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
plt.title("Funcion de distribucion")
plt.legend(loc=2)
plt.grid()
print(" ")
return sorted(a),sorted(Z)

```

Algoritmo D

MODELO HIDROLOGICO DE CAUDALES MEDIOS CON CAMBIO CLIMATICO

ALGORITMO DESARROLLADO EN LENGUAJE PYTHON CON EL SOFTWARE SPYDER 4

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

EAP Ingeniería Civil

Tesis: MODELO HIDROLÓGICO REGIONAL CON CAMBIO CLIMÁTICO GLOBAL DE CAUDALES MEDIOS ANUALES DE LA CUENCA HIDROGRÁFICA DEL RÍO SANTA, APLICANDO LA ECUACIÓN DE FOKKER-PLANCK-KOLMOGOROV

Author: Bach. Ing. Civil Castilla Chanco, Erick Vladimir

Variables:

An: Área de cuenca nevada (Km2)

As: Área de cuenca sin nevada (Km2)

t: Longitud de simulación

est: Estación hidrométrica

```
def model(An,As,t,est):

    fi=0.2239+0.0045*An-0.000496*As
    de=-0.0155+0.009*An+0.0037*As
    u=-0.2826+0.0568*An+0.0216*As

    Q2 = []
    F2 = []

    xls=pd.read_csv('estaciones.csv', header=0)

    F1=xls["AÑO"]

    Q1=xls[est]

    f=max(F1)

    L=len(F1)

    p=L-1

    Q2.append(Q1[p])

    for i in range (0,t,1):
        e = norm.ppf(random.random(),0,de)
        aux1=u*(1-fi)+fi*Q2[i]+e
        Q2.append(aux1)

    for i in range(0,t+1,1):
        aux2=f+i
        F2.append(int(aux2))

    plt.plot(F2,Q2,'r',label="Serie sintetica "+str(est))
    plt.xticks(range(f, f+t+1,2))
```

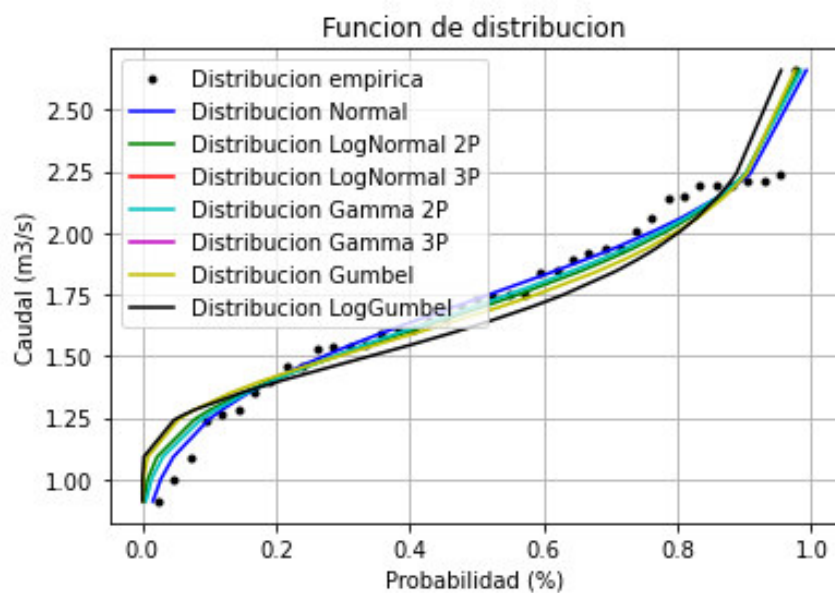
```
plt.legend(loc=1)
plt.xlabel("Tiempo (Años)")
plt.ylabel("Caudal (m3/s)")
plt.grid()
plt.show()

return F2,Q2
```

Anexo VI

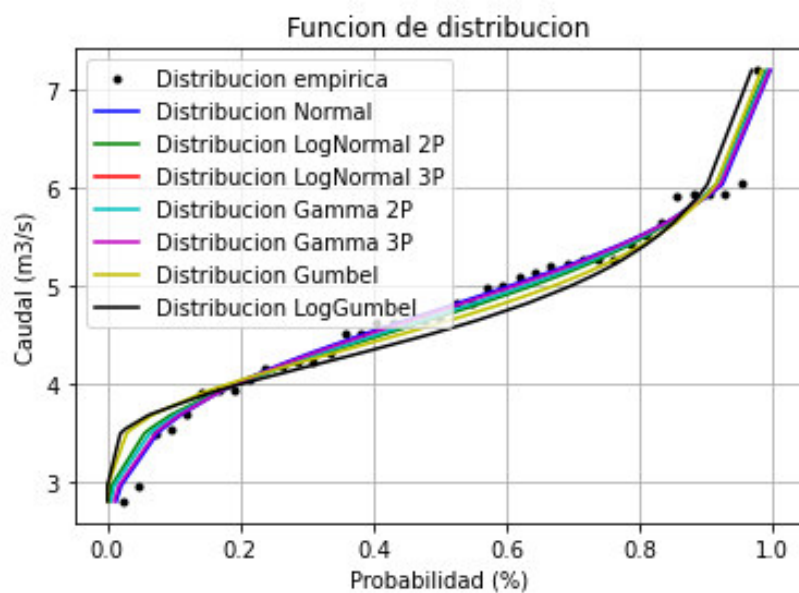
Curvas de densidad probabilística actual

Curva de densidad probabilística estación Querococha



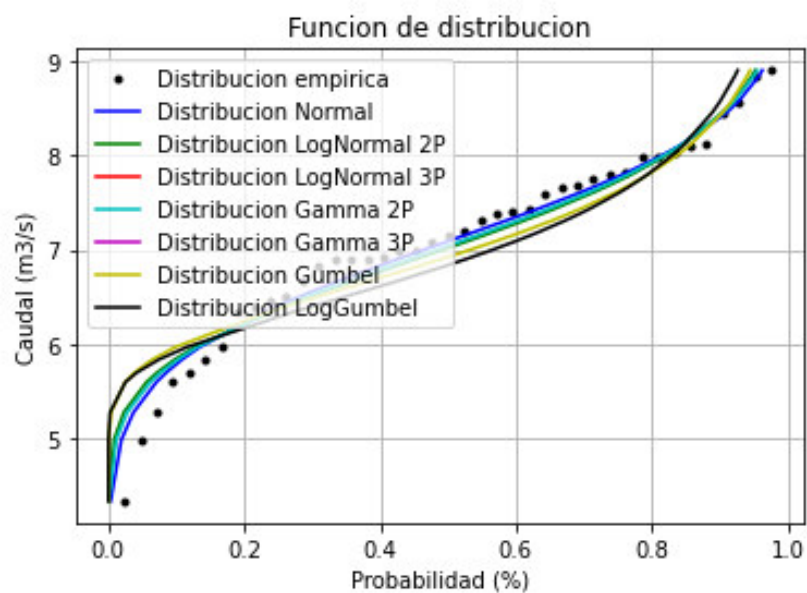
Nota: Curva que mejor se ajusta es Gamma 2 parámetros, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Olleros



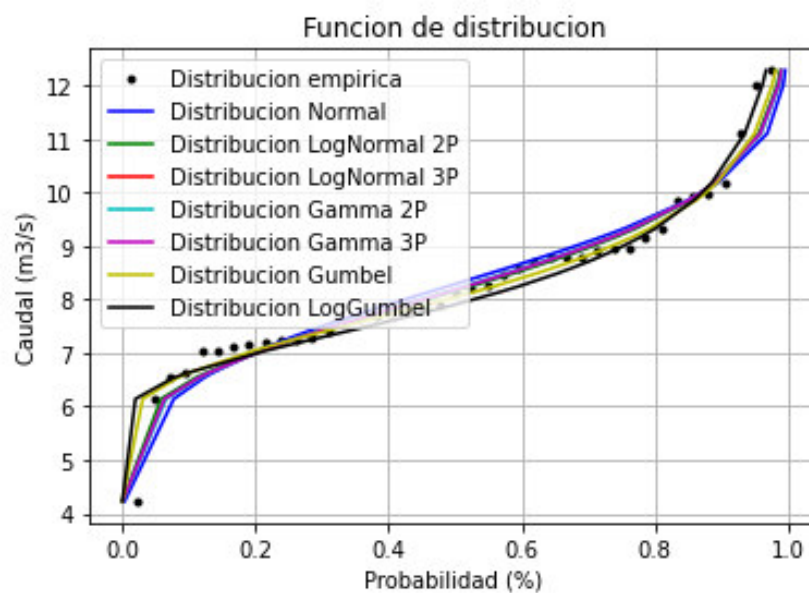
Nota: Curva que mejor se ajusta es Gamma 3 parámetros, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Quillcay



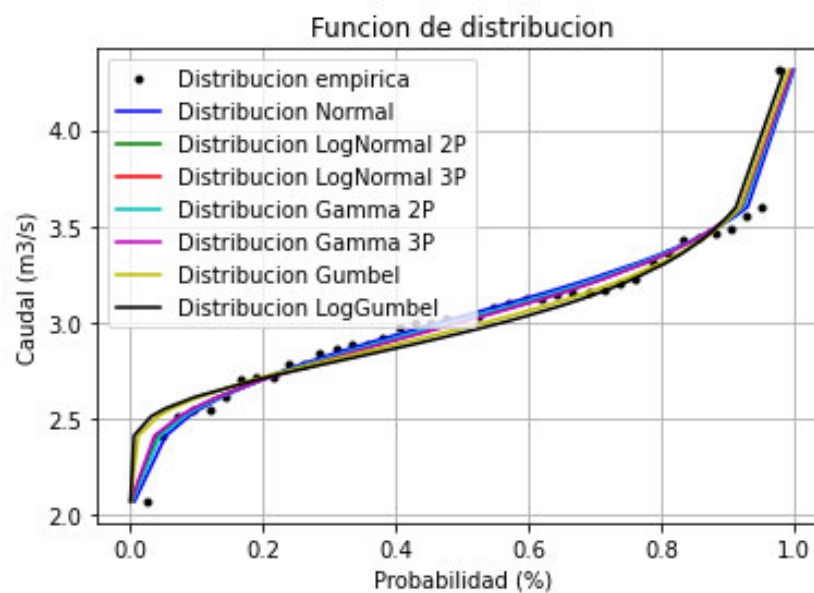
Nota: Curva que mejor se ajusta es Normal, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Chancos



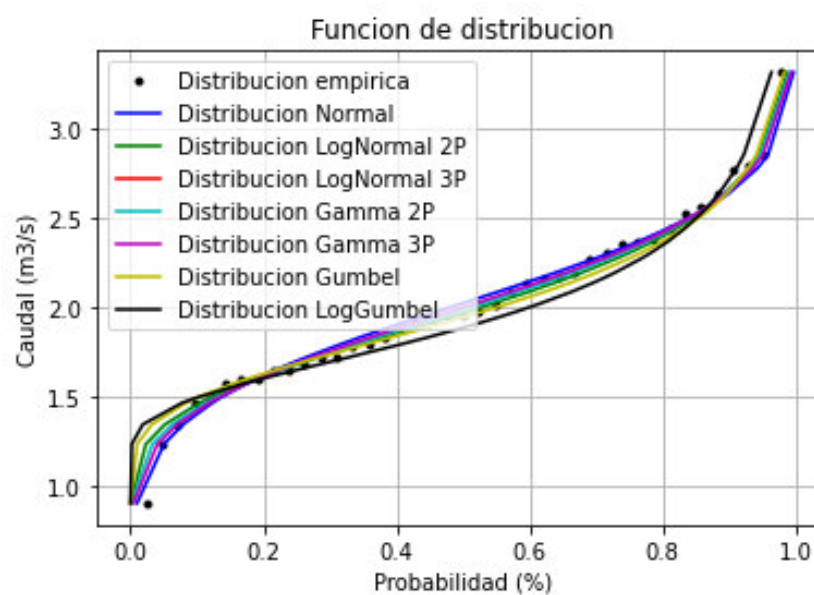
Nota: Curva que mejor se ajusta es Gumbel, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Llanganuco



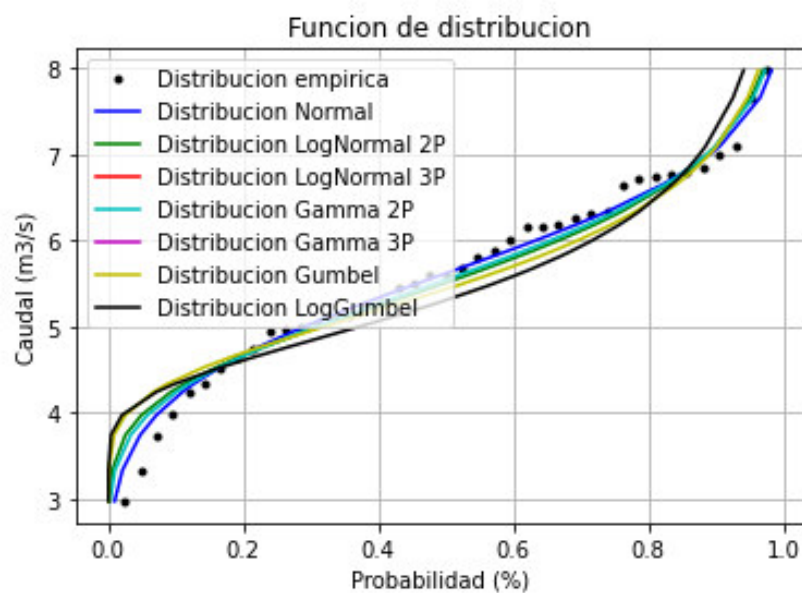
Nota: Curva que mejor se ajusta es Gamma 2 parámetros, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Paron



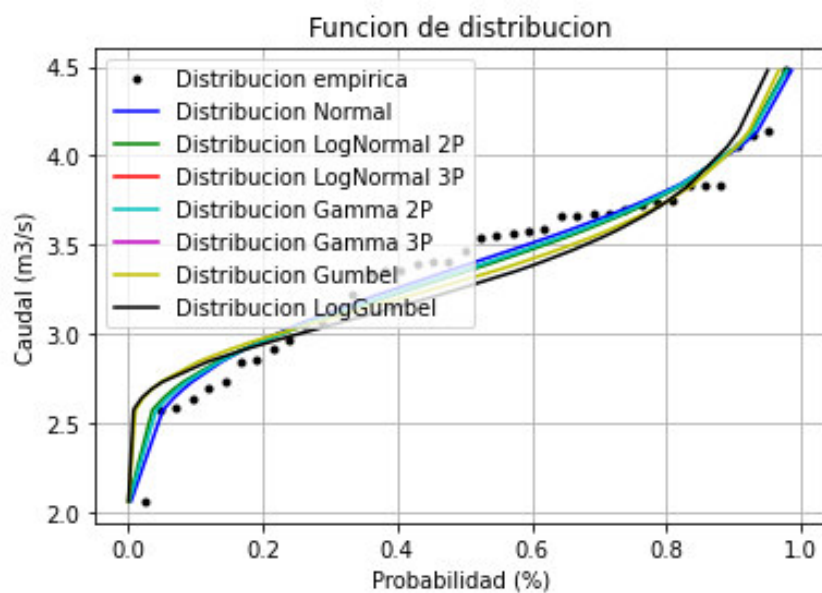
Nota: Curva que mejor se ajusta es Gamma 2 parámetros, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Colcas



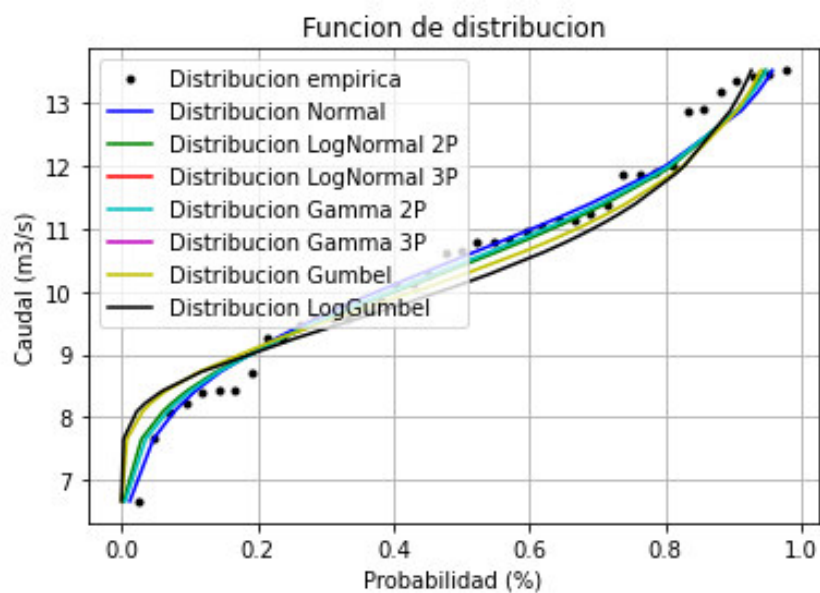
Nota: Curva que mejor se ajusta es Normal, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Cedros



Nota: Curva que mejor se ajusta es Normal, elaborado en Spyder 4.

Curva de densidad probabilística estación Quitarcasa

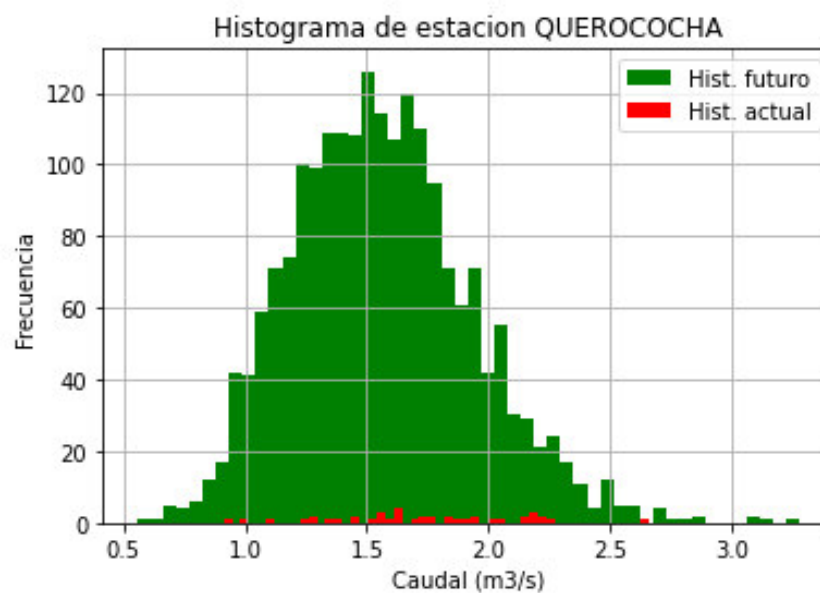


Nota: Curva que mejor se ajusta es Gamma 2 parámetros, elaborado en Spyder 4.

Anexo VII

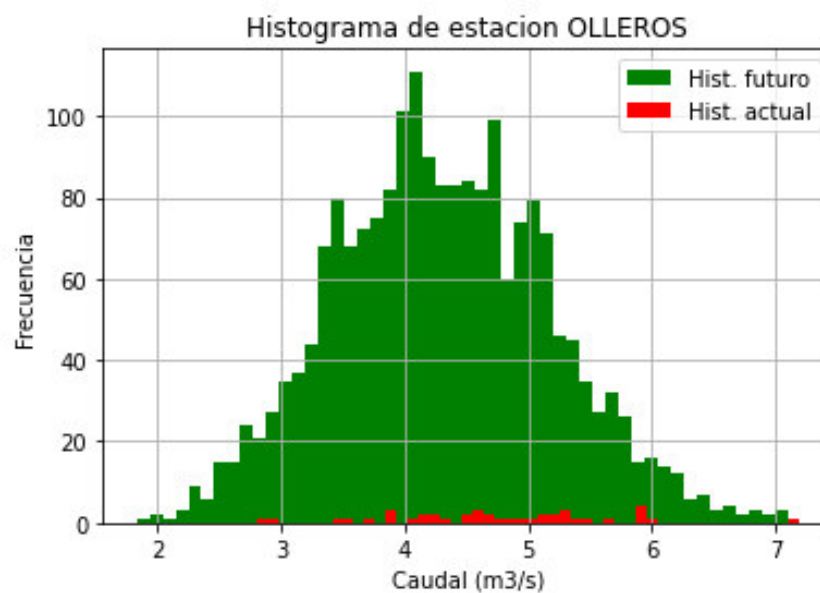
Histograma de caudales simulados

Estación Querococha



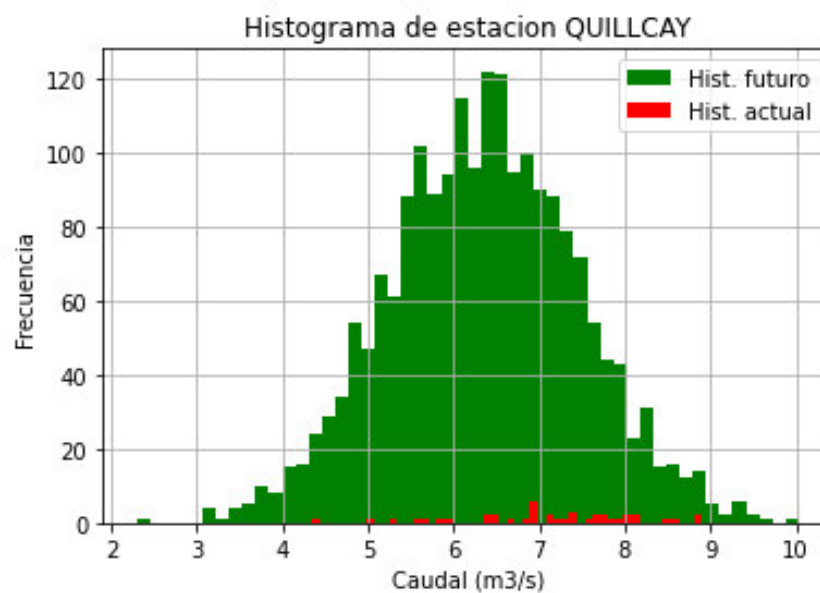
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Olleros



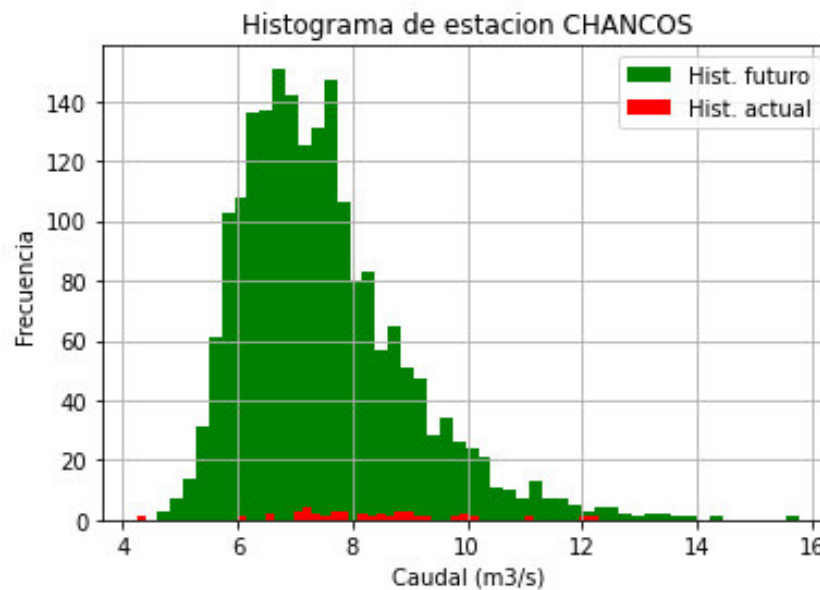
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Quillcay



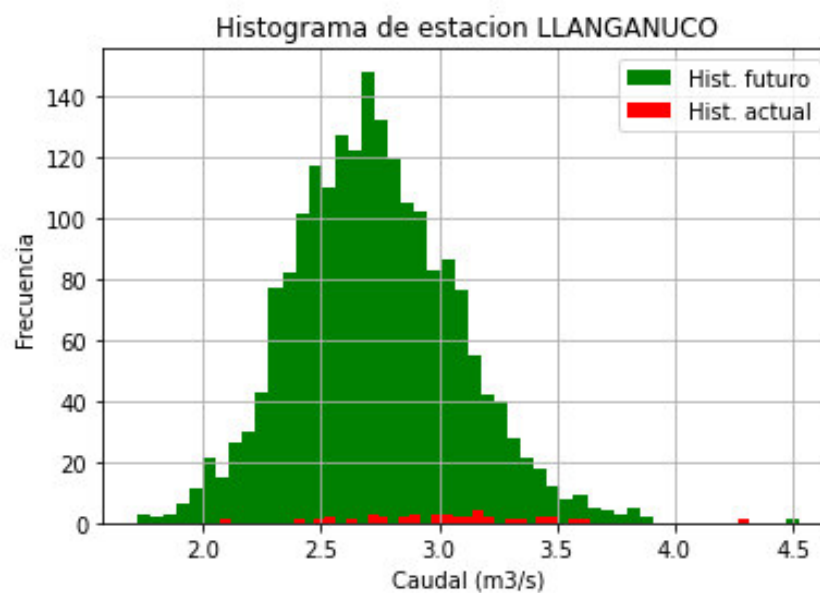
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Chancos



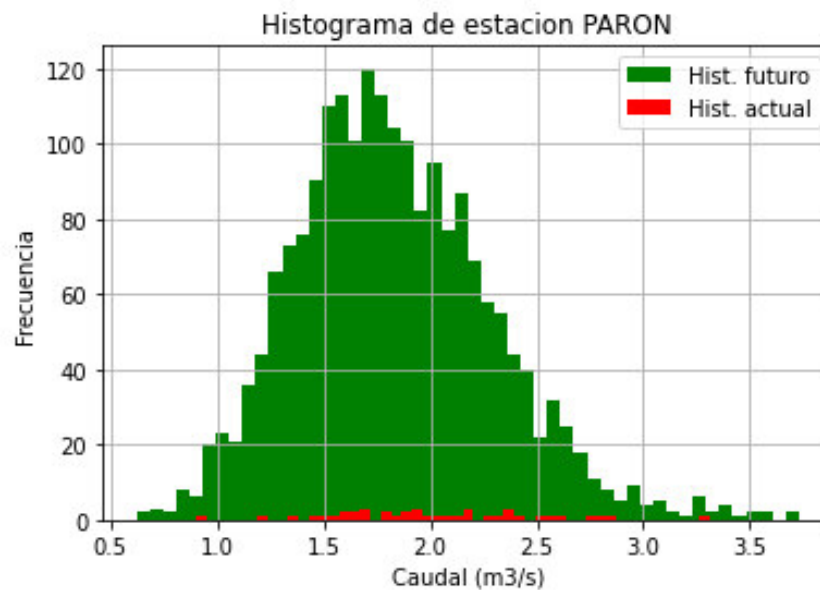
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Llanganuco



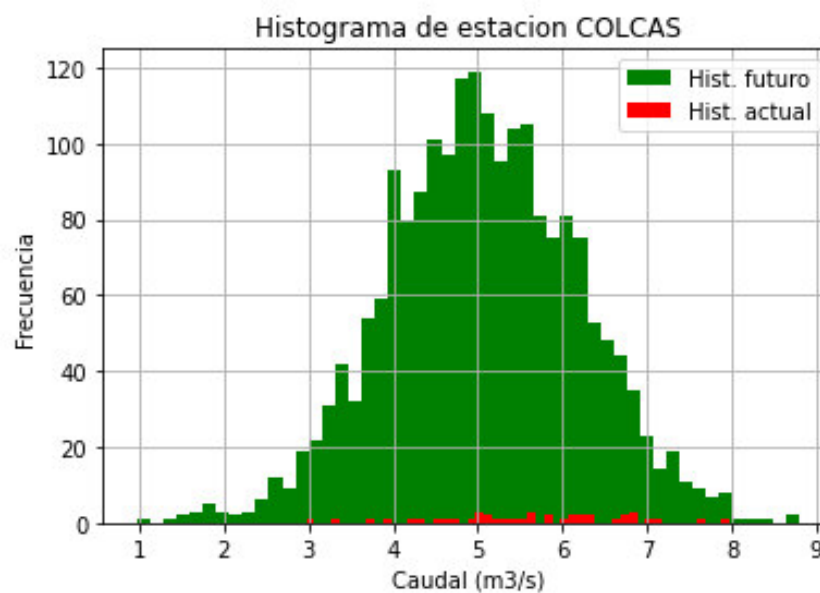
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Paron



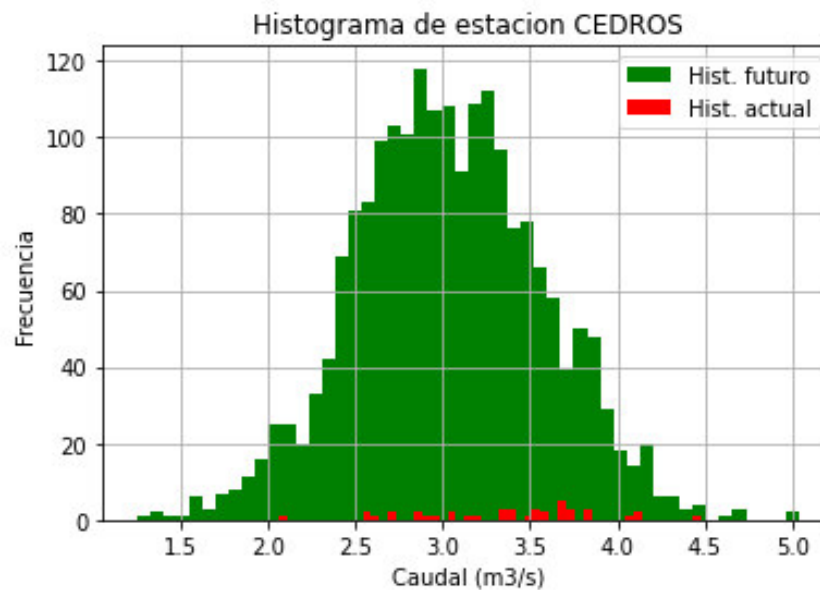
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Colcas



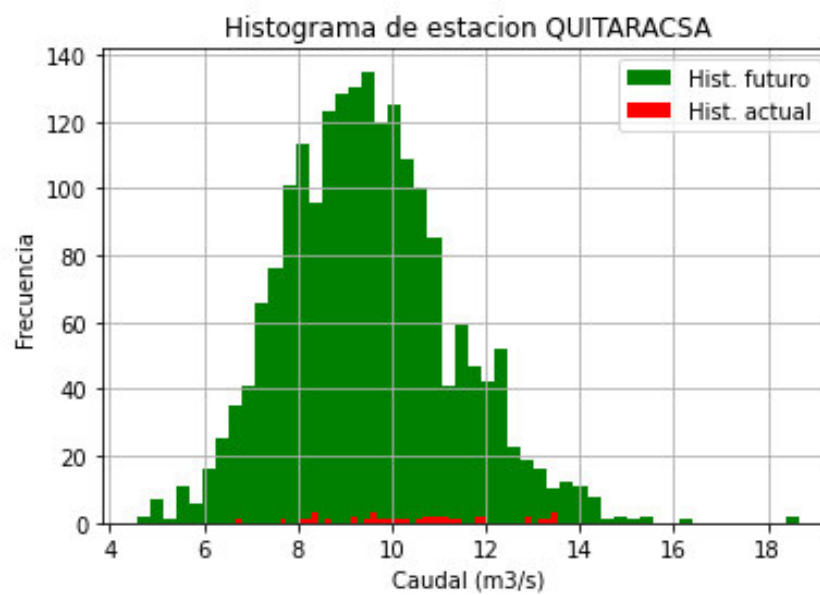
Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Los Cedros



Nota: simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Estación Quitaracsa

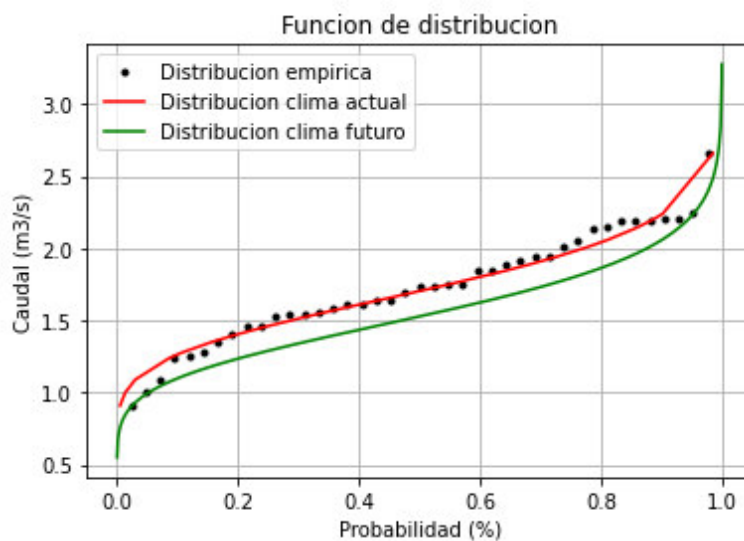


Nota: Simulación de 2000 años, elaborado en Spyder 4.

Anexo VIII

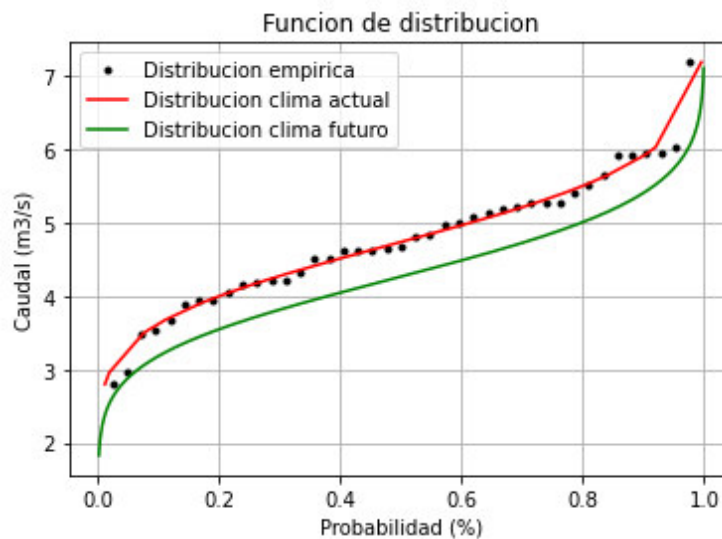
Curvas de densidad probabilística con cambio climático

Estación Querococha



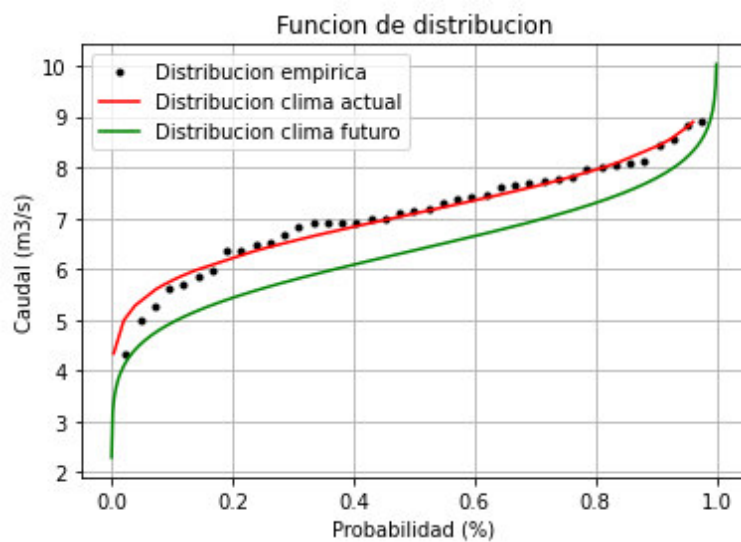
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Olleros



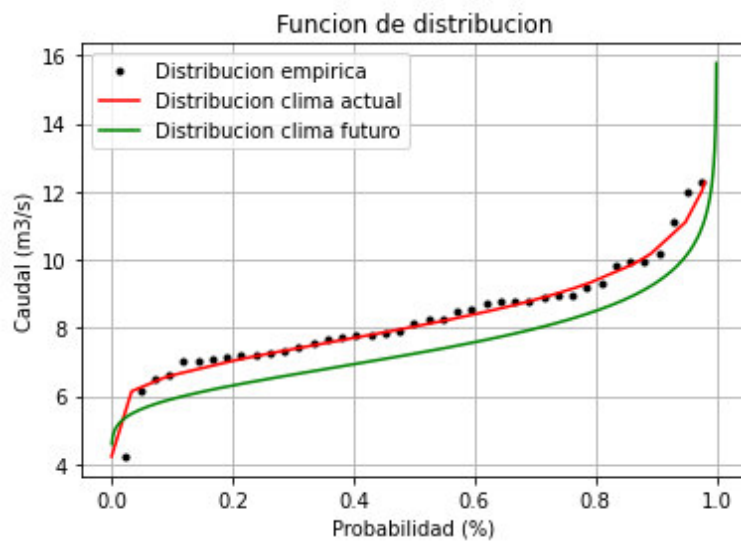
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Quillcay



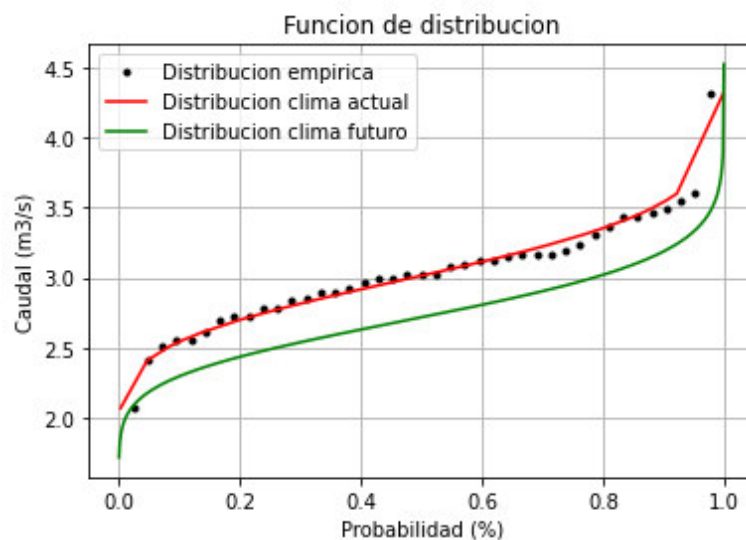
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Chancos



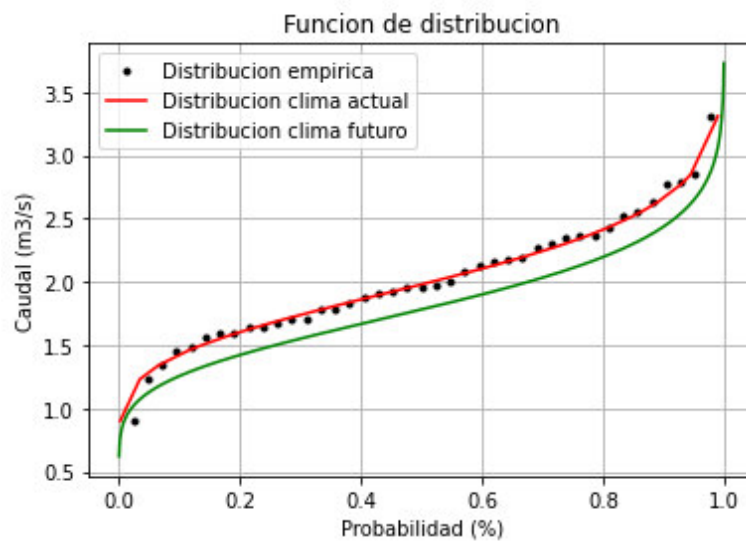
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Llanganuco



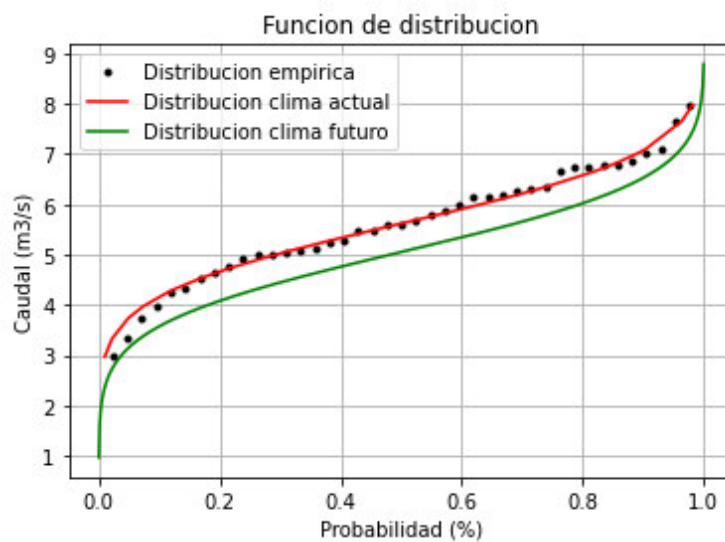
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Paron



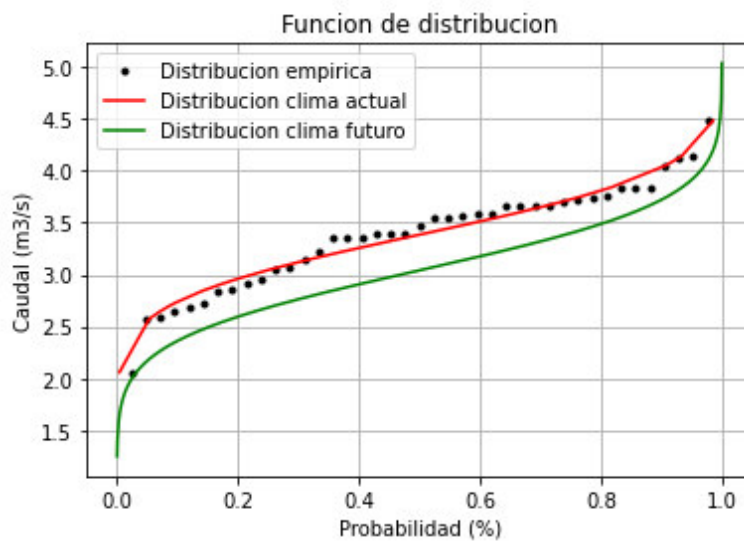
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Colcas



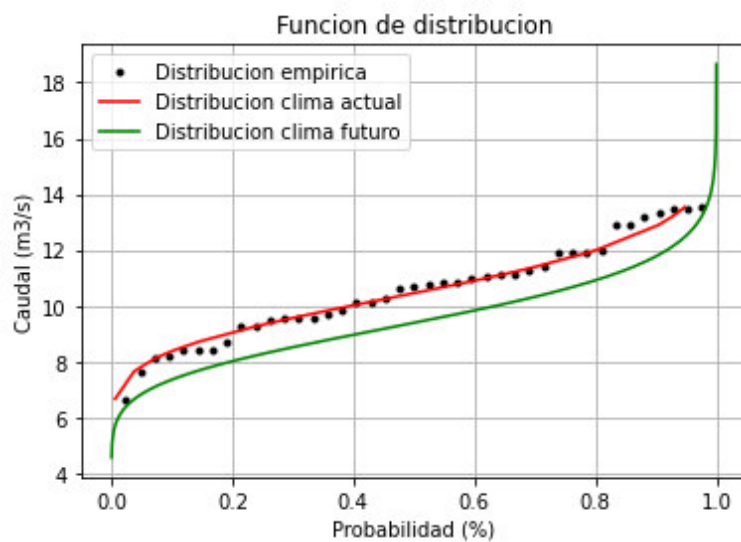
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Estación Cedros



Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

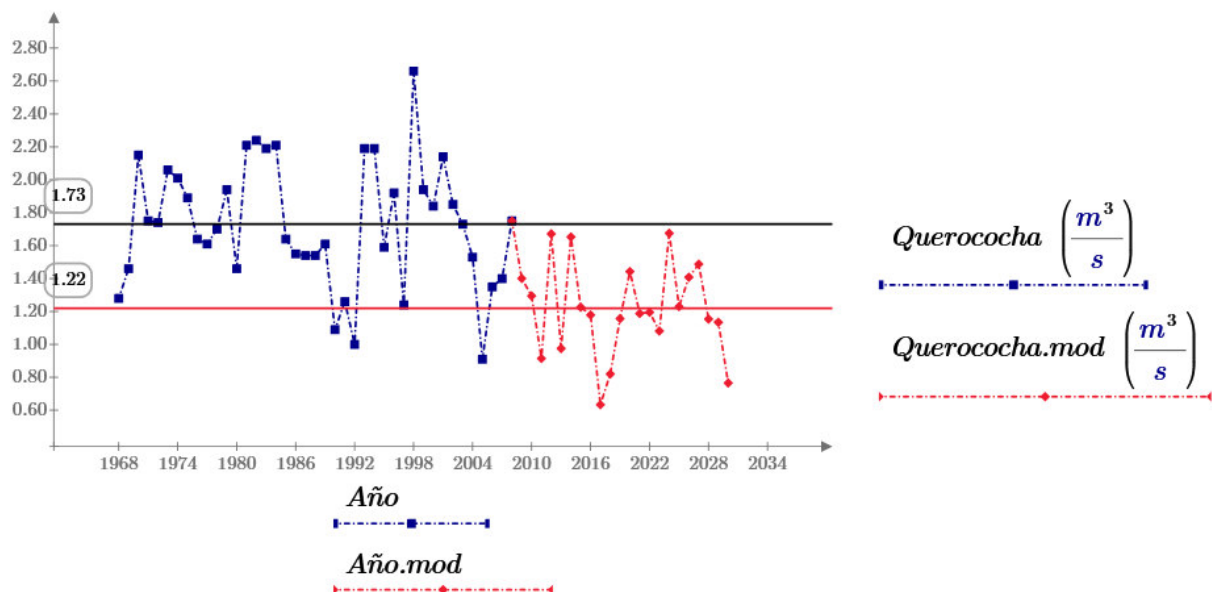
Estación Quitaracsa



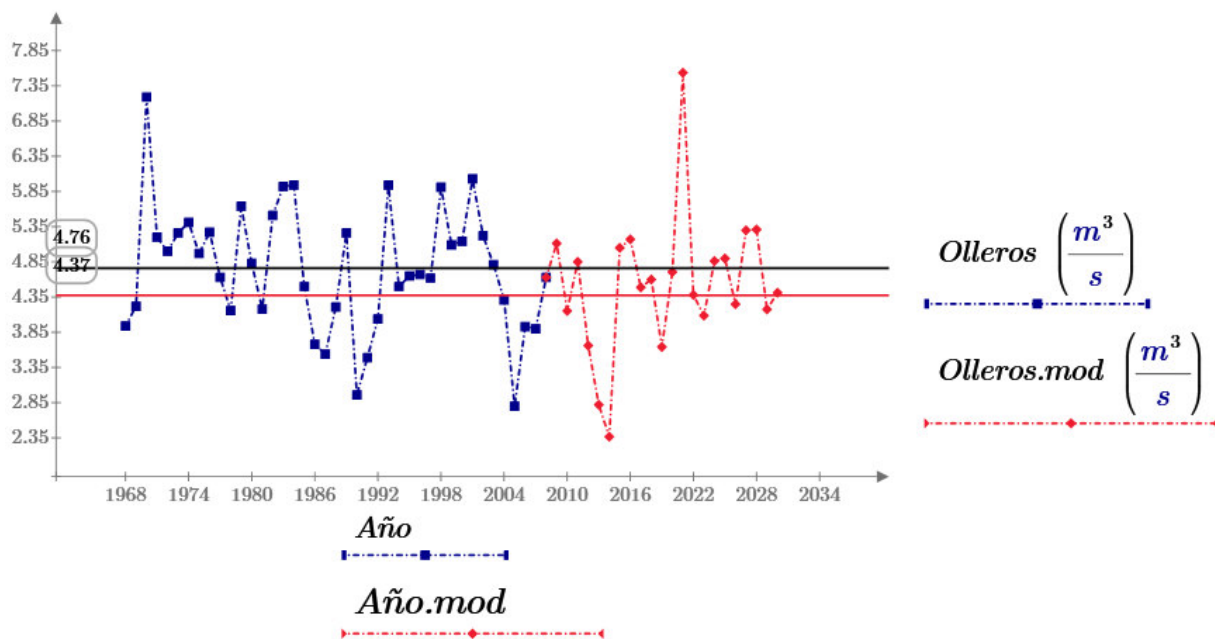
Nota: Curva de distribución de probabilidad por influencia del cambio climático, elaborado en Spyder 4.

Anexo IX

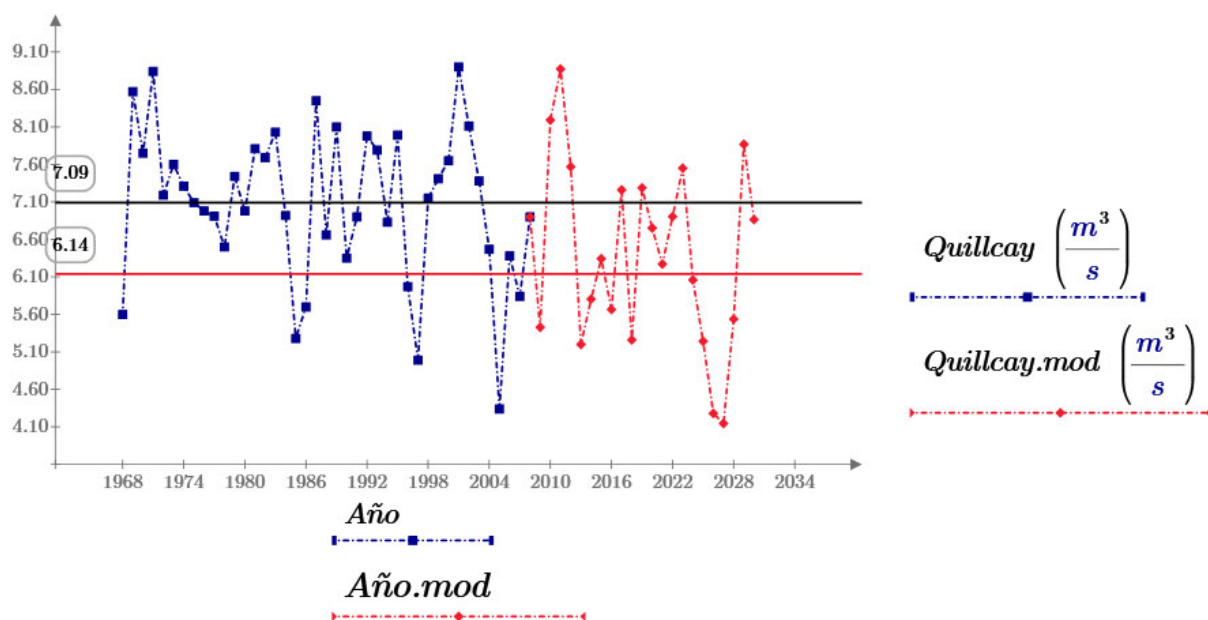
Caudales medios anuales simulados del modelo hidrológico regional



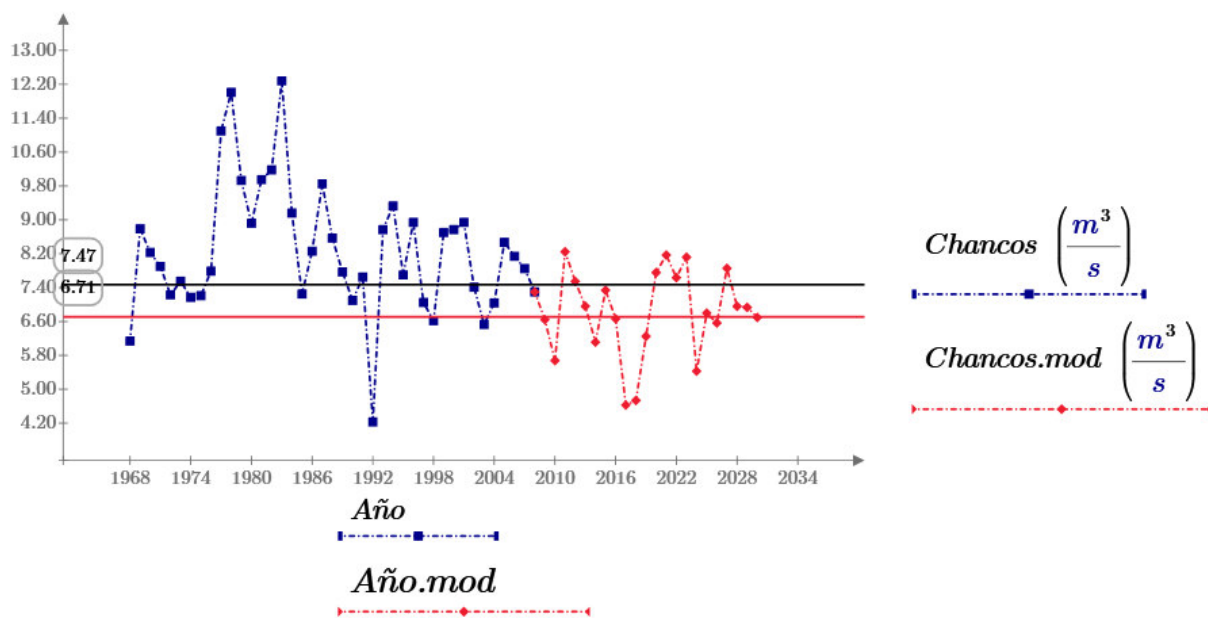
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



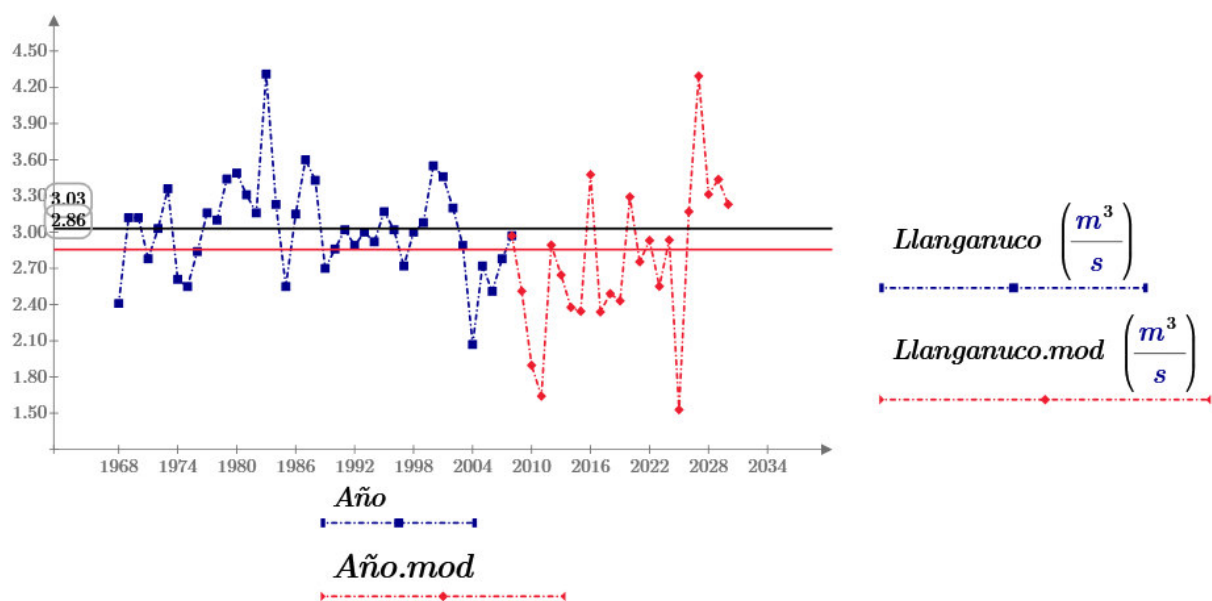
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



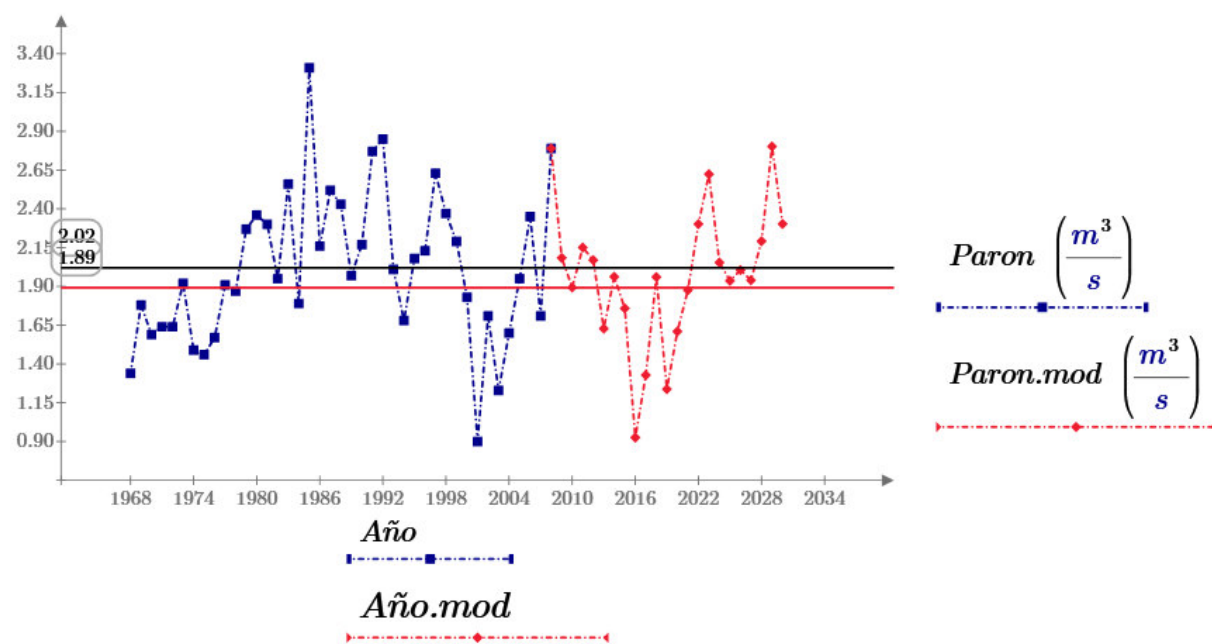
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



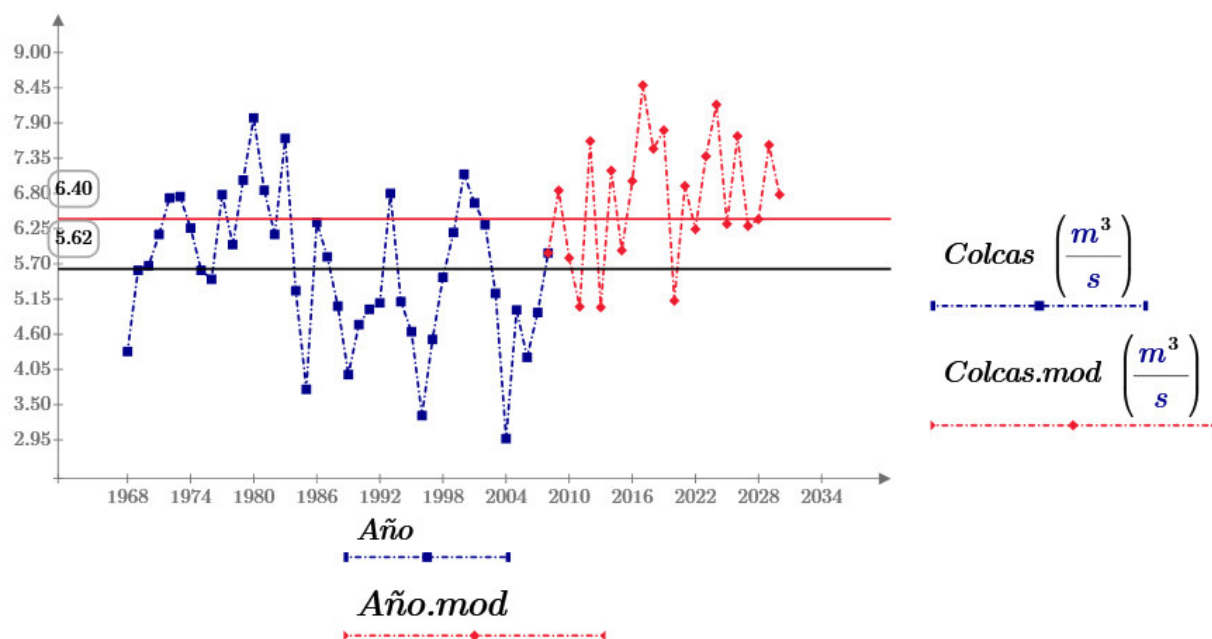
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



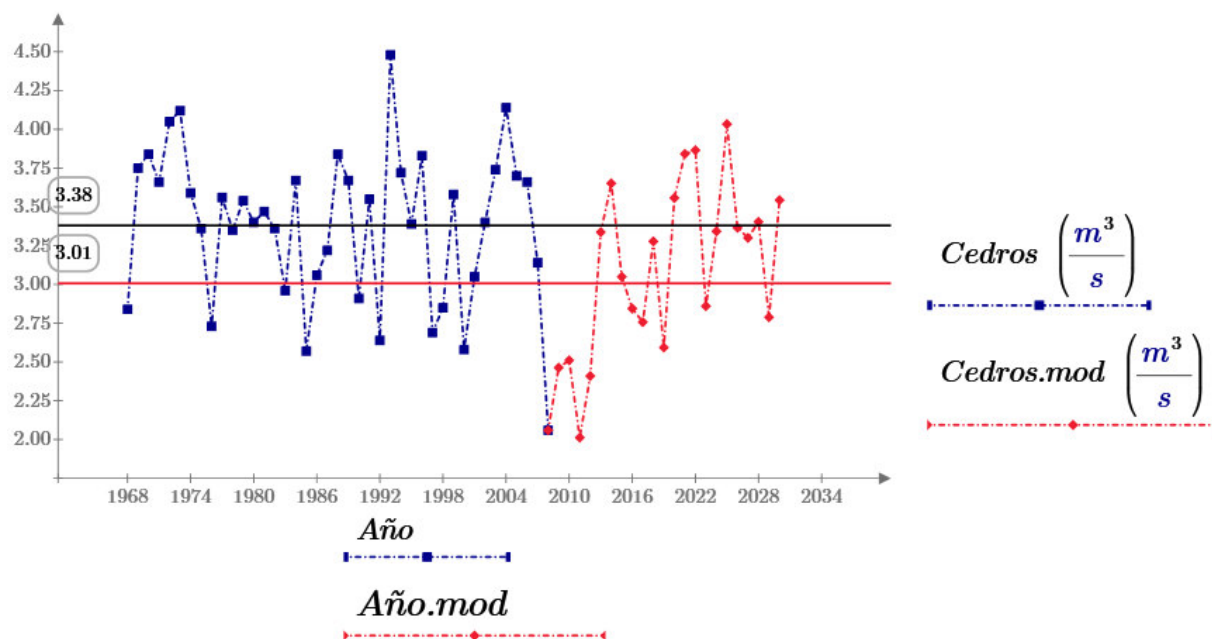
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



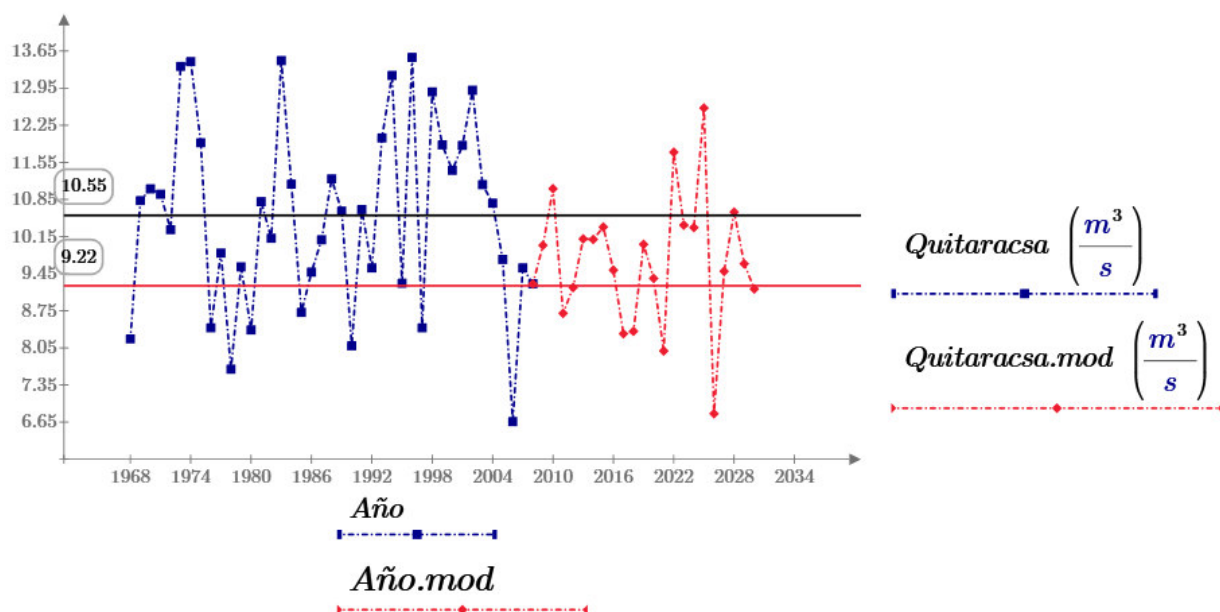
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



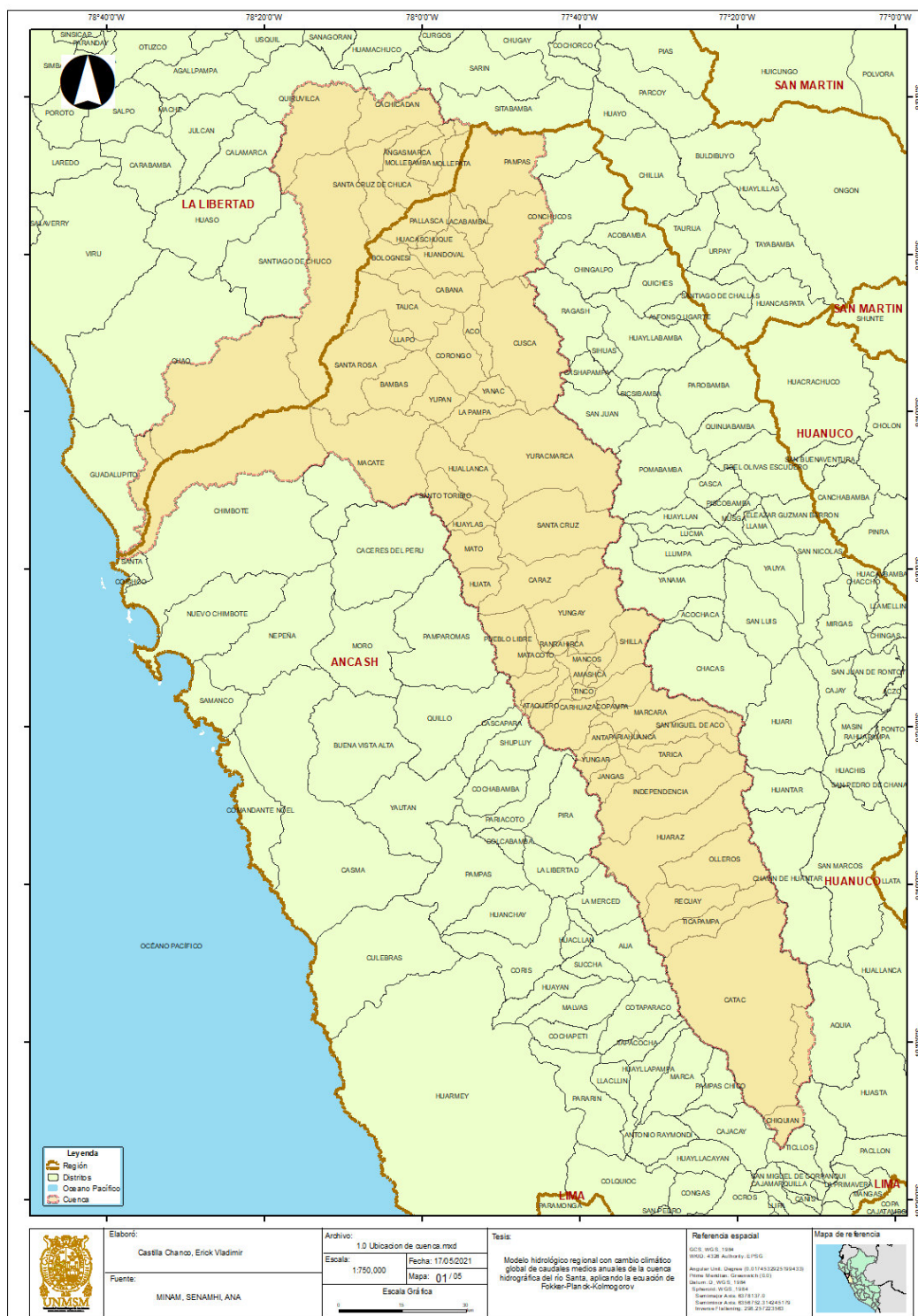
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030



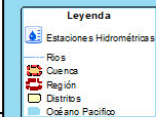
Nota: Gráfico de serie tiempo del año 1968 al 2008 y modelada del 2009 al 2030

Anexo X

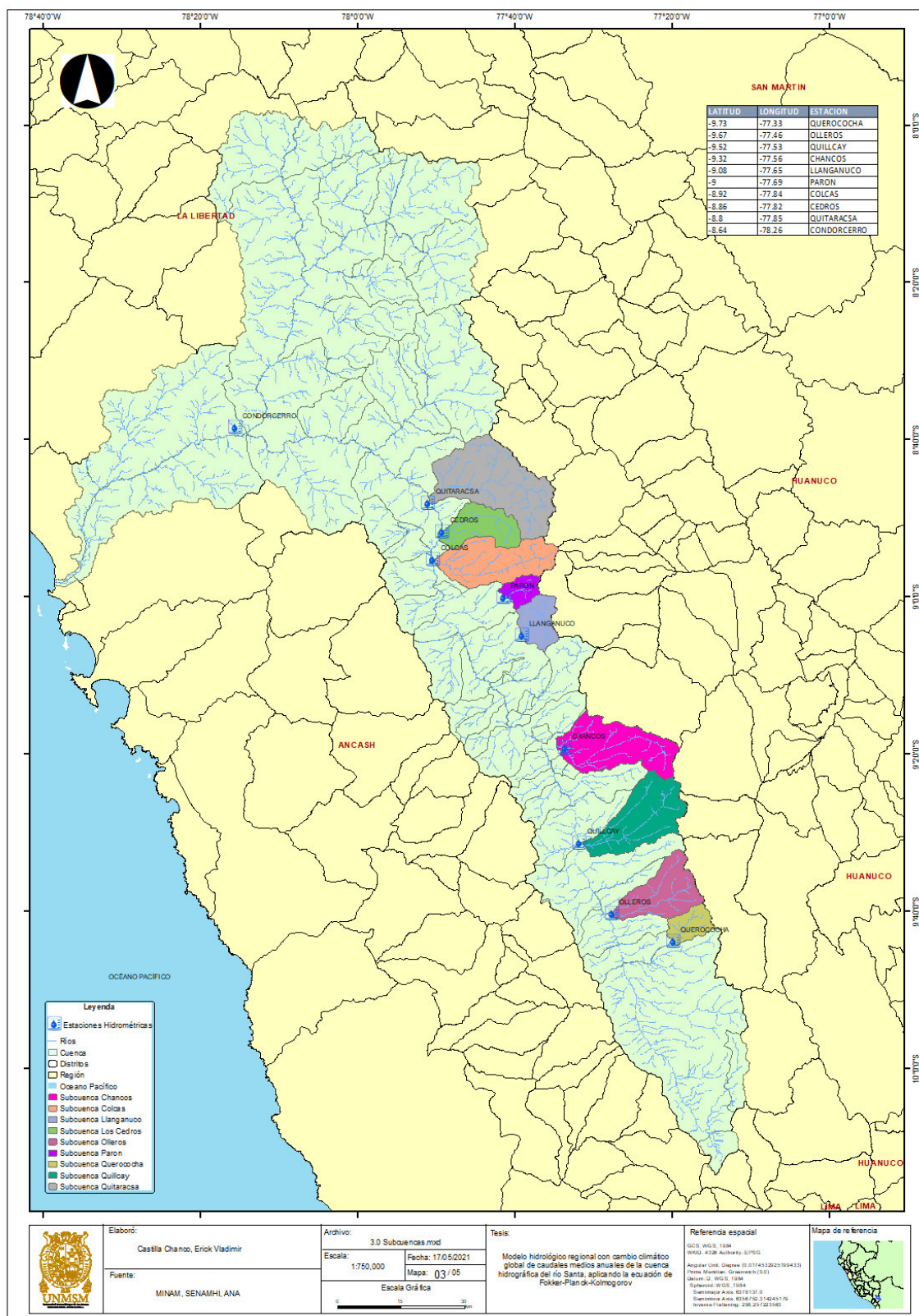
Laminas



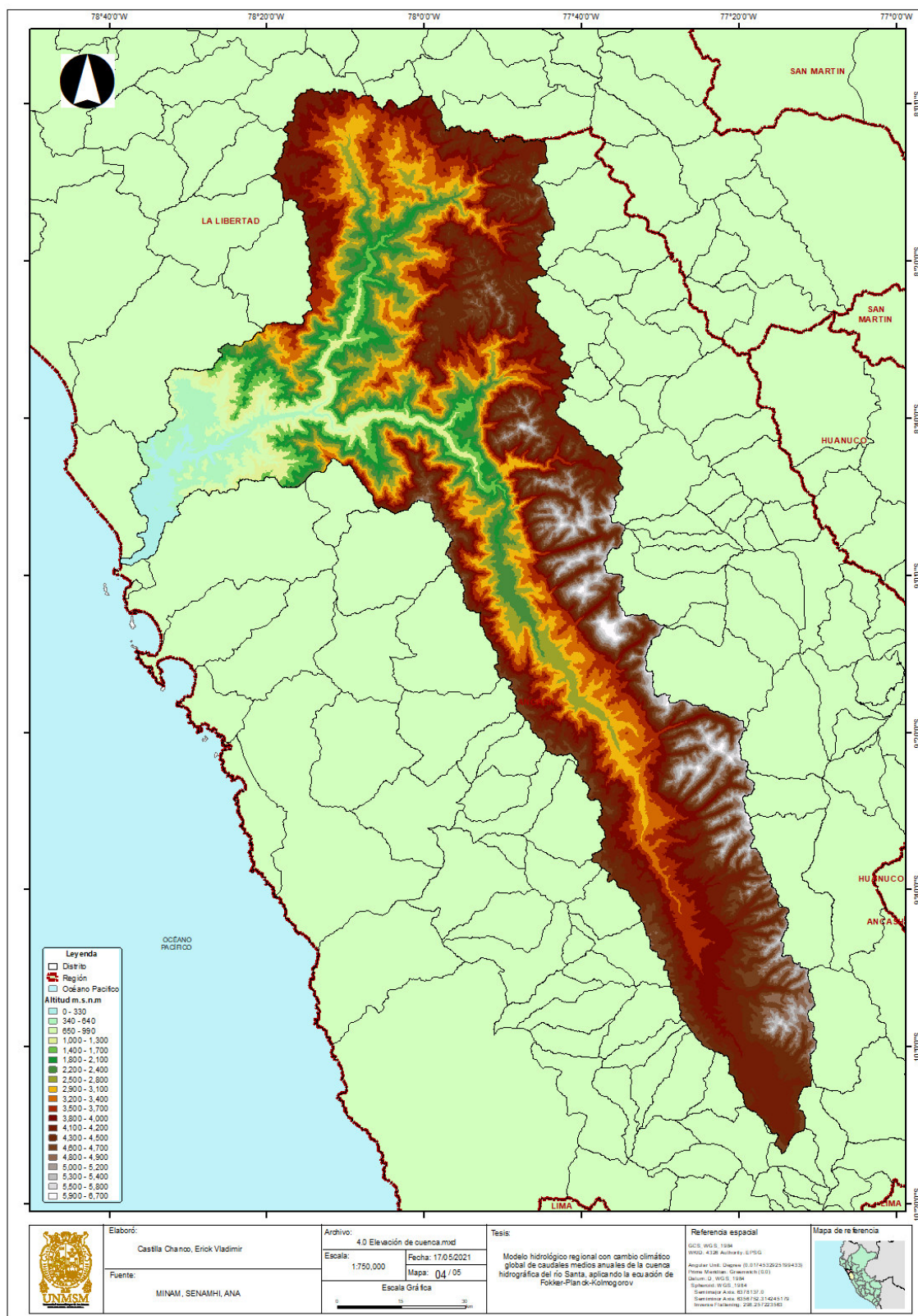
Nota: Ubicación de cuenca del río Santa.



Nota: Ubicación estaciones hidrométricas.



Nota: Ubicación de subcuencas analizadas.



Nota: Lamina de elevación en la cuenca del río Santa.

Anexo XI

Artículo publicado e indexado por SCOPUS

Artículo Presentado en “The 5th International Conference on Sustainable Development of Water and Environment, Shanghai, China”, 17 Marzo 2022. El artículo será indexado por SCOPUS y publicado en Springer Nature Switzerland AG.

Regional Hydrological Model with Global Climate Change of Mean Annual Flows of the Santa River Basin, Applying the Fokker-Planck-Kolmogorov Equation

Erick Vladimir Castilla Chanco ¹ and Samuel Quisca Astocahuana ²

¹ Graduate student at National University of San Marcos, Lima, Peru

² Principal Professor, School of Civil Engineering, National University of San Marcos, Lima, Peru

Abstract. Global climate change generates a variation in precipitation and temperature throughout the planet, consequently altering the average, maximum and minimum values of river flows in various parts of the world, causing floods and droughts. Between 1932 and 1994, the glaciers of the tropical Andes in Peru suffered a setback due to the increase in temperature, causing an increase in flow rates. Commonly, hydrological studies applied to the development of hydraulic works consider a stationary hydrological regime; however, with the development and research on global climate change, the need to evaluate the hydrological regime as a non-stationary one arises. This non-stationarity approach can foresee hydraulic projects of maximum and minimum flows not expected determined by current methodologies. The objective of the research was to develop a regional hydrological model of annual mean flows under the influence of global climate change (climate change scenario estimated by SENAMHI for the year 2030) in the Santa River basin. This research used as data the mean annual flow series of the following hydrometric stations: Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros and Quitaraca; applying the methodology of linear stochastic models and the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, for the development of a regional hydrological model designed to predict future mean annual flows. A regional hydrological model is presented that depends on the basin area with and without snowfall; in addition, it was identified that the model that best describes the stochastic behavior of the mean annual flows is the AR model (1), and that due to the influence of climate change the estimated mean flow decreased by 10%.

Keywords: Fokker-Planck-Kolmogorov, Hydrological Model.

1. Introductions and Antecedents

According to reports by numerous researchers such as Earls (2008), the impact of global warming is very evident in areas close to the planet's polar circles, as well as in tropical highlands (tropical Andes of South America). Likewise, Rodríguez (2011) reports that in 2010 there was a climatic anomaly that affected several Latin American countries, causing droughts and forest fires.

Vuille (2013) indicates that studies on the future of climate change are very limited, focusing mainly on temperature variation and precipitation by the end of the 21st century, according to the consensus of scenarios of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC).

Kovalenko et al. (2020) mention that the assumption of self-sufficiency of the actual discharge series (under the assumption of statistical stationarity) is of concern. At present, these assumptions are supported under the climate change scenario, as watershed surfaces show a change in their flow formation factors due to deforestation, plowing, etc. Therefore, not only do we need real runoff series on which to build empirical probabilistic density curves

and approximate analytical distributions, but we also need to generate long-term mathematical models of river runoff that include climate change scenarios and changing watershed surface characteristics. Also, Quisca (2019), indicates that the reliability of the hydraulic works designed with the existing international technical guidelines and regulations, are based on the assumption that the hydrological regime (of the catchment basin where the project is located) does not change statistically, before design and during its useful life. However, concrete evidence of global climate change and changes in the characteristics of the watershed surfaces demonstrate the opposite. In fact, the records of the flow series may be statistically stable, but become unstable due to climate change, causing changes in precipitation. If the climate system is currently in disequilibrium, we should no longer consider stationary flow series but enter the new field of unstable hydrology, and redefine reliability based on the concept of design flow security. This involves reconciling the concept of the useful life of the hydraulic work and the time it takes for the unbalanced climatological system to return to its equilibrium state.

To this end, we must consider the climatic imbalance and the statistical variability of river flows.

Given the scenario of global climate change that we are experiencing, hydrology and the design of large hydraulic works require the development of new conceptual approaches, methodologies and calculation procedures that allow us to estimate with the necessary reliability the water supply and the hydrological parameters for the design of hydraulic works under the scenario of global climate change.

2. Methodology

Weber et al. (2010) mention that a hydrological model aims to represent the various factors involved in the distribution of precipitation and flow formation in a given watershed. Hydrological models can be physical, where the basin can be represented by a small-scale model, or a mathematical model, which is characterized by estimating hydrological responses by means of empirical or conceptual equations, varying parameters and hydrometeorological conditions. Chow et al. (1994) also indicate that a hydrological model can be classified as: physical models and abstract models. Physical models are the scaled representation of reality while an abstract model describes a system by means of a set of equations that relate hydrological variables and responses. The input variables can be functions located in a given space and time, and they can also be random or probabilistic, which do not have a specific value in space and time but are described by a probabilistic distribution curve.

The purpose of the research consists of the analysis and generation of linear stochastic models (ARIMA), the determination of the basin area with and without snowfall, the obtaining of distribution parameters with climate change and regionalization of ARIMA parameters due to the influence of climate change.

2.1. ARIMA Model

Gujarati and Porter (2010) mention that in the publication of George E. P. Box and Gwilym Jenkins (Time Series Analysis: Forecasting and Control), they proposed a new tool for the generation of forecasts, called ARIMA methodology and popularly known as the Box-Jenkins methodology.

González (2009) mentions that ARIMA models aim to generate a time series based on the interrelation of its elements. This model was proposed by Yule and Slutsky in the 1920s, and

they proposed that a model can be characterized by sum, difference, weighted or not, of stochastic variables, being the antecedent of the autoregressive processes and moving averages of the ARIMA model, which was published in Box-Jenkins' book in 1970.

To identify the order p and q , which could have generated the stationary series, the FAC and FACP instruments are used, which have the following characteristics (Table 1).

Pindyck and Rubinfeld (2001) mention that the weighted averages of the stochastic variable evaluated in q or p periods can explain the observed y_t values. The equation that explains the MA(q), AR(q) and ARMA (p , q) and ARIMA (p , d , q) process are as follows:

Table 1. Structure of FAC and FACP.

Process	FAC	FACP
MA(q)	It cancels out for $j > q$	Rapidly decreasing, does not cancel out
AR(p)	Rapidly decreasing, does not cancel out	It cancels out for $j > q$
ARMA(p, q)	Rapidly decreasing, does not cancel out	Rapidly decreasing, does not cancel out

$$MA(q) \quad y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

$$AR(P) \quad y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$ARMA(p, q) \quad y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad (3)$$

After differentiating "y", so that it can be modeled as an ARMA (p , q) stationary series, then it can be said to be an integrated autoregressive moving average process of order (p , d , q) or ARIMA (p , d , q).

2.2. Fokker-Planck-Kolmogorov Equation

Alexandrovich (1999) indicates that the solution to the stochastic equation of the Fokker-Planck-Kolmogorov equation is a Markovian process, since it states that future values do not depend only on the present and past. Kovalenko (1993) indicates that the FPK model is based on the mass balance relationship in a control volume.

$$X - E - I = kX \quad (4)$$

where, X = precipitation intensity, E = evaporation, I = infiltration y K = runoff coefficient.

Considering the effective runoff time τ , which characterizes the inertial properties of the watershed, transforms into the differential equation (Equation 5).

$$\frac{\partial Q_{max}}{\partial t} + \frac{Q_{max}}{k\tau} = \frac{X}{\tau} \quad (5)$$

where Q_{max} is the liquid flow rate, $-\frac{1}{k\tau} = C_{(t)}$, $\frac{X}{\tau} = N_{(t)}$. If $C_{(t)}$ and $N_{(t)}$ are non-random functions, then the solution of this equation is non-random, but a dynamic process $Q = f(t)$. Considering that $C(t)$ and $N(t)$ are Random parameters, it is assumed that $C = \bar{C} + \tilde{C}_{(t)}$ y $N = \bar{N} + \tilde{N}_{(t)}$, where $\tilde{C}_{(t)}$ y $\tilde{N}_{(t)}$ are the Random processes of white noise.

The solution to this stochastic equation is a Markovian process, whose future state depends only on the present (not on the past).

The equation describing the probability density curve was strictly derived by A.I. Kolmogorov, hence the name Fokker - Planck - Kolmogorov equation. In this case, the evolution of the probability density of water discharge is described by the equation (Equation 6).

$$\frac{\partial p_{(Q,t)}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial Q} [A_{(Q,t)} p_{(Q,t)}] + 0.5 \frac{\partial^2}{\partial Q^2} [B_{(Q,t)} p_{(Q,t)}] \quad (6)$$

Where the functions A (Q, t) and B (Q, t) are the translation and diffusion coefficients, defined by the following expressions:

$$A_{(Q,t)} = -(\bar{C} - 0.5C_{\bar{C}})Q - 0.5G_{\bar{C}\bar{N}} + \bar{N} \quad (7)$$

$$B_{(Q,t)} = C_{\bar{C}}Q^2 - 2G_{\bar{C}\bar{N}}Q + G_{\bar{N}} \quad (8)$$

where, $C_{\bar{C}}$, $G_{\bar{N}}$ y $G_{\bar{C}\bar{N}}$ he mutual intensities and intensities of "white noise".

Since the purpose is to analyze the hydrological regime in a stationary case, the transient regimes are excluded, so from equation 6 we consider $\frac{\partial p_{(Q,t)}}{\partial t} = 0$, transforming the Fokker-Planck-Kolmogorov equation into the Pearson equation.

$$\frac{\partial p}{\partial Q} = \frac{Q-a}{b_0+b_1Q+b_2Q^2} p \quad (9)$$

where, depending on the coefficients b_0 , b_1 and b_2 different distributions of the Pearson family of curves will be obtained and determined from the following expressions.

$$a = \frac{G_{\bar{C}\bar{N}} + 2\bar{N}}{2\bar{C} + C_{\bar{C}}} \quad (10)$$

$$b_0 = -\frac{G_{\bar{N}}}{2\bar{C} + C_{\bar{C}}} \quad (11)$$

$$b_1 = \frac{G_{\bar{C}\bar{N}}}{2\bar{C} + C_{\bar{C}}} \quad (12)$$

$$b_2 = -\frac{G_{\bar{C}}}{2\bar{C} + C_{\bar{C}}} \quad (13)$$

Due to the short length of the historical series being counted, it is possible to solve equation 10 with a system of algebraic equations with 4 unknowns based on the first centered statistical moments.

$$\alpha_{n-1}nb_0 + \alpha_n[(n+1)b_1 - a] + \alpha_{n+1}[(n+2)b_2 + 1] = 0 \quad (14)$$

Being, n= statistical moments not centered (0,1,2,3)

To evaluate the variation of the flow due to climate change as a function of its non-central moments, we proceed as follows.

Paso 1: Knowing the non-central moments of the historical flow record, equation 14 is solved by obtaining the current climate parameters a , b_0 , b_1 and b_2 .

Paso 2: Once the current climate parameters are obtained, the future climate scenario parameters (white noise intensities) are obtained from equations 10 to 13. Replacing the parameters of the future climate scenario in equation 14 will give the non-centered moments of the future climate.

2.3. Application of the quasi-stationary Fokker-Planck- Kolmogorov equation to determine the variation of the flow rate due to climate change

The determination of the effect of climate change on flows will be evaluated as follows. From equation 9 which represents a family of Pearson Probabilistic Density Curves, which due to the short length of historical data to be evaluated (which are the annual flow records), the Pearson parameters can be determined in terms of their statistical moments as shown in equation 14. These statistical moments of current and future climate are generally represented in isovalue maps, as shown in the research of Dominguez (2004). Solving equation 14 with the current climate moments, the stabilized values of a , b_0 , b_1 and b_2 will be obtained and then replaced in equations 10 to 13 to determine the current climate white noise intensities, which will be assumed constant, to solve again equations 22 to 24 with the values of white noise and precipitation of the future scenario.

With this information, isoline maps will be constructed to characterize the corresponding hydrological scenario. Considering the short length of the hydrological data collected and available, the values a , b_0 and b_1 solving equation 14 as follows, it is considered that the anthropic noise.

$$b_1 - a = -\alpha_1 \quad (15)$$

$$2\alpha_1 b_1 + b_0 - \alpha_1 a = -\alpha_2 \quad (16)$$

$$3\alpha_2 b_1 + 2\alpha_1 b_0 - \alpha_2 a = -\alpha_3 \quad (17)$$

Solving the equations of 15, 16 and 17 in terms of the unknowns a , b_0 and b_1 gives the following expressions:

$$a = \frac{0.5(-\alpha_3 - 4\alpha_1^3 + 5\alpha_1\alpha_2)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (18)$$

$$b_0 = \frac{0.5(-2\alpha_2^2 - \alpha_2\alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (19)$$

$$b_1 = \frac{0.5(3\alpha_1\alpha_2 - 2\alpha_1^3 - \alpha_3)}{(\alpha_2 - \alpha_1^2)} \quad (20)$$

By solving the white noise parameters of equations 10 to 13 as a function of the parameters a , b_0 and b_1 , they are represented as follows:

$$\bar{C} = \frac{N}{(a - 0.5b_1)} \quad (21)$$

$$G_{\bar{C}\bar{N}} = \frac{Nb_1}{(a - 0.5b_1)} \quad (22)$$

$$G_{\bar{N}} = -\frac{2Nb_0}{(a-0.5b_1)} \quad (23)$$

where N is the average precipitation of the current climate.

To identify the parameters of the future scenario, the N_{pr} will be used, it represents the average precipitation of the future climate scenario estimated by the competent Institution. For the magnitudes of the white noise intensities for the future scenario will be estimated as follows, for $\bar{C}_{pr}$ is considered equal to $\bar{C}$ o $\bar{C} = \frac{1}{K}$ (K is the runoff coefficient that can be determined as a function of precipitation, temperature or agroindustrial activities.). Regarding the parameters of $G_{\bar{C}\bar{N}_{pr}} = G_{\bar{C}\bar{N}}$ y $G_{\bar{N}_{pr}} = G_{\bar{N}}$. There is currently insufficient information available to estimate these future scenario parameters.

Solving equations 10 to 13 without considering anthropogenic noise is determined as follows:

$$a_{pr} = \frac{G_{\bar{C}\bar{N}_{pr}} + 2N_{pr}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (24)$$

$$b_{0pr} = -\frac{G_{\bar{N}_{pr}}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (25)$$

$$b_{1pr} = \frac{2G_{\bar{C}\bar{N}_{pr}}}{2\bar{C}_{pr}} \quad (26)$$

where, a_{pr} , b_{0pr} , b_{1pr} are future climate parameters.

Solving the equation system of equations 15 to 17 for future scenario generates:

$$\alpha_{1pr} = q_{pr} = a_{pr} - b_{1pr} \quad (27)$$

$$\alpha_{2pr} = \alpha_{1pr}a_{pr} - 2\alpha_{1pr}b_{1pr} - b_{0pr} \quad (28)$$

$$\alpha_{3pr} = \alpha_{2pr}a_{pr} - 3\alpha_{2pr}b_{1pr} - 2\alpha_{1pr}b_{0pr} \quad (29)$$

$$C_{Vpr} = \sqrt{\frac{\alpha_{2pr} - q_{pr}^2}{q_{pr}^2}} \quad (30)$$

$$C_{Spr} = \left(\frac{\alpha_{3pr} - 3\alpha_{2pr}\alpha_{1pr} + 2\alpha_{1pr}^3}{C_{Vpr}^3 q_{pr}^3} \right) \quad (31)$$

$$\beta = \frac{C_{Vpr}}{C_{Spr}} \quad (32)$$

From the values q_{pr} , C_{Vpr} and β isovalue maps are constructed for a given climate change scenario. Likewise, by applying the Monte Carlo method, the evolution of the probabilistic density curve for the future scenario is generated.

2.4. Study watershed

The study was carried out in the Santa River basin, which is located on the central coast of Peru, between parallels 8°4' and 10°8' south latitude and meridians 77°12' and 78°38' west

longitude. It includes the regions of Ancash and La Libertad, and belongs to the Pacific Ocean basins, limited to the east by the Cordillera Blanca, formed by the glacier chain, and to the west by the Cordillera Negra, a group of mountain chains without glaciers; it has a basin area of 11,661.53 km² of which 10,400.5 km² is above 2000 masl, and has a basin length of 316 km to its mouth in the Pacific Ocean, with an average width of 38 km.

Table 2. Glacier surface distribution in the Santa River basin.

Station	Sub-basin surface area (km ²)	Surface area with snow (km ²)	Surface area without snow (km ²)
Querococha	62,70	4,10	58,6
Olleros	174,30	25,10	149,2
Quillcay	249,50	29,00	220,5
Chancos	209,90	69,50	140,4
Llanganuco	84,00	37,50	46,5
Parón	53,30	29,00	24,3
Colcas	234,30	45,90	188,4
Cedros	114,50	23,05	91,45
Quitaracsa	384,90	33,32	351,58

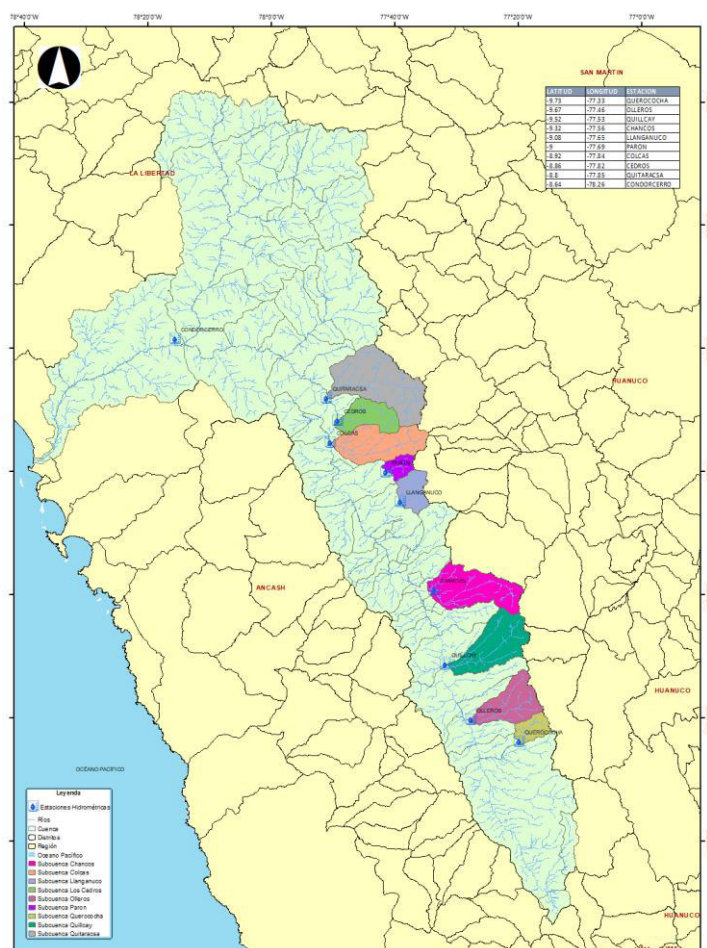


Fig.1. The location of the hydrometric stations and delimitation of the Santa River basin and sub-basins are shown.

The data used to generate the regional model in the Santa river basin with climate change are the historical and completed records of the mean annual flow of the Querococha, Olleros, Quillcay, Chancos, Llanganuco, Parón, Colcas, Los Cedros and Quitaracsa hydrometric stations (see Fig.1). As well as the area of snowed and non-snowed basin in the study basin. For the application of the Fokker-Planck-Kolmogorov methodology, we used the total multiannual precipitation and percentage variation of precipitation due to climate change, presented in the report on climate scenarios in Peru for the year 2030 by SENAMHI, indicating a 10% decrease in precipitation.

3. Results

Applying the Box-Jenkins methodology in RStudio to generate and estimate the best ARIMA model to represent the mean annual flow values, we began with the evaluation of the stationarity of the hydrometric stations.

Using the `adf.test` function (`Es.ts`, `alternative = "stationary"`) on the data series of each hydrometric station, a p-value < 5% is obtained, thus testing the stationarity of the series, as shown in Table 3.

Table 3. Summary of statistical values of instantaneous peak flow rates for current weather.

Station	Parameter (ϕ)	$\phi < 1$?	Does it comply with stationarity?
Querococha	0.2772	No	Yes
Olleros	0.3104	No	Yes
Quillcay	0.2310	No	Yes
Chancos	0.4402	No	Yes
Llanganuco	0.3407	No	Yes
Parón	0.3701	No	Yes
Colcas	0.4784	No	Yes
Cedros	0.1178	No	Yes
Quitaracsa	0.1600	No	Yes

In order to select the possible ARIMA models to represent the time series, the ACF and PACF diagrams were evaluated. Selecting as the possible models AR(1), MA(1) and ARMA(1,1), as shown in Table 4.

Table 4. Selected models and modified Schwarz values.

Station	AR(1)	MA(1)	ARMA(1,1)
Querococha	-38.68	-37.94	-35.19
Olleros	30.19	29.83	33.53
Quillcay	43.55	43.86	47.26
Chancos	69.71	69.15	72.57
Llanganuco	-38.59	-40.61	-36.96
Parón	-21.03	-18.56	-19.79
Colcas	43.40	43.72	46.84
Cedros	-13.00	-12.95	-9.32
Quitaracsa	88.62	88.97	91.90

The reliability of the model was determined by the Ljung-Box test since the p-values are greater than 0.05, therefore, the null hypothesis is rejected, and it is concluded that the residuals are independent of each other. In conclusion, it is said that the AR(1) model does represent the series of annual mean flows.

The equations of the AR(1) models without climate change are shown in Table 5.

Table 5. Model AR(1) equations.

Station	AR(1)
Querococha	$y_t = 1.252 + 0.277y_{t-1} + \varepsilon_t$
Olleros	$y_t = 3.282 + 0.310y_{t-1} + \varepsilon_t$
Quillcay	$y_t = 5.453 + 0.231y_{t-1} + \varepsilon_t$
Chancos	$y_t = 4.639 + 0.44y_{t-1} + \varepsilon_t$
Llanganuco	$y_t = 1.998 + 0.3407y_{t-1} + \varepsilon_t$
Parón	$y_t = 1.272 + 0.37y_{t-1} + \varepsilon_t$
Colcas	$y_t = 2.931 + 0.478y_{t-1} + \varepsilon_t$
Cedros	$y_t = 2.984 + 0.118y_{t-1} + \varepsilon_t$
Quitaracsa	$y_t = 8.859 + 0.16y_{t-1} + \varepsilon_t$

Due to the non-stationarity of the values, the Fokker-Planck-Kolmogorov methodology will be applied to estimate the statistical values of the maximum flows considering the effect of climate change.

To estimate future statistical values, the historical data on mean annual flows, predicted precipitation and determination of the climate scenario to be considered will be analyzed. For the study, the 2030 scenario estimated by SENAMHI was considered, which indicates that the percentage variation in precipitation will be -10%. These will be the input data for the generation of future statistical values obtained by applying the quasi-stationary solution of the Fokker-Planck-Kolmogorov equation. Once the future climate statistical values have been determined, we will proceed to estimate the distribution function that best fits the current climate flows, which will be used to readjust the distribution parameters to the new future climate parameters.

Table 6. Statistical parameters of future climate.

Station	μ	C_{Vpr}	C_{Spr}
Querococha	1.5584	0.242	-0.0122
Olleros	4.2854	0.2025	0.1254
Quillcay	6.3678	0.1742	-0.5087
Chancos	7.4747	0.1898	0.4539
Llanganuco	2.7326	0.1274	0.5148
Parón	1.8207	0.2557	0.3045
Colcas	5.0514	0.2284	-0.2129
Cedros	3.0402	0.1743	-0.3662
Quitaracsa	9.4925	0.1823	-0.0022

The regionalization of the parameters ϕ , standard deviation of error and mean annual discharge with snowed and non-snowed basin area yields the following equations

$$\phi_r = 0.2239 + 0.0045N - 0.000496A \quad (33)$$

$$\sigma_{\varepsilon} = -0.0155 + 0.0099N + 0.0037A \quad (34)$$

$$\mu_p = -0.2826 + 0.0568N + 0.0216A \quad (35)$$

$$Q_{t+1} = \mu_p(1 - \phi_r) + \phi_r Q_t + \varepsilon_t \quad (36)$$

where:

Q_{t+1} : estimated flow

μ_p : regional average flow

ϕ_r : ϕ regional

t : time in years

ε_t : white noise process with mean 0 and standard deviation $\sigma_{\varepsilon r}$

$\sigma_{\varepsilon r}$: standard deviation of regional error

4. Conclusions

The regional hydrological model of the mean annual flow, considering the 2030 climate change scenario, depends on the value of the basin area with and without snowfall to determine the value of the regional parameters.

The parameters of basin area with snowfall and without snowfall explain 93% of the mean annual mean flow with climate change in the Santa River basin.

The regional hydrological model of the sub-basins analyzed shows an average future mean flow value lower than the historical mean flow, with the exception of the Colcas sub-basin, which shows an increase of 13.9%.

The regional hydrological model determined, and the stochastic models do not allow for simulating a precise behavior of the mean annual flows over time, however, they are a good tool for predicting maximum and minimum flood events.

According to the climate change scenario for the year 2030, it is estimated that precipitation would decrease by 10%, which generates an approximate 10% decrease in the value of the mean annual flow, which was obtained by applying the Fokker-Planck-Kolmogorov methodology.

Applying the Fokker-Planck-Kolmogorov methodology, the distribution parameters with climate change are obtained, providing the relevant information to estimate the probabilistic distribution curve of future mean flows, which indicate a decrease to the mean value, variation of the bias coefficients and coefficient of variation.

Applying the Fokker-Planck-Kolmogorov equation, the probabilistic density curves can be determined with the influence of global climate change, to estimate the design flow values for different return periods and apply them to various hydraulic engineering projects.

References

- Alexandrovich J. Estabilidad de la probabilidad de las características de la escorrentía anual por la acción antrópica. Universidad Estatal Hidrometeorológica de Rusia, San Petersburgo, Federación de Rusia, 1999, 155 pág. (1999)
- ANA. Construcción del sistema de Irrigación Conchan, Vol. II (2009)
- Chow V., Maidment D., y Mays L. (1994). Hidrología aplicada. McGraw-Hill.

- Díaz A. (2017). Modelación estocástica de los caudales en la cuenca del río Santa. Tesis de Doctoris Philosophiae. Universidad Nacional Agraria la Molina. <http://repositorio.lamolina.edu.pe/handle/UNALM/2912>
- Domínguez, E. (2004). Predicción estocástica del ingreso del flujo de agua a los embalses de las centrales hidroeléctricas de la República de Colombia. Universidad Estatal Hidrometeorológica de Rusia. San Petersburgo, Federación de Rusia, 231 pág. (2004)
- Earls J. (2008). Manejo de cuencas y cambio climático. Los Andes y las poblaciones altoandinas en la agenda de la regionalización y la descentralización, 1, 113–126.
- González M. (2009). Análisis de series temporales económicas: Modelos ARIMA.
- Gujarati D., y Porter D. (2010). Econometría (quinta edición). México: Editorial Mc. Graw Hill.
- Ivanova, Y., Corredor, J. Evaluación de la sensibilidad de los caudales máximos de diseño ante la influencia del cambio climático. Avances en recursos hídricos, 89-98 (2006)
- Kovalenko V.V. Modelación de procesos hidrológicos, San Petersburgo, Editorial Hidrometeoizdat, Rusia, 256 pág. (1993)
- Kovalenko V.V., Viktorova N.V., Gaidukova E.V. Khaustov V. A. y Devyatov V.S. Resultados de las investigaciones de los procesos hidrológicos probabilísticos en RHSMU, Universidad Hidrometeorológica Estatal de Rusia, 60, 255-268 (2020)
- Quisca S.I. (2019). Apunte de clases del curso de Ingeniería de Recursos Hidráulicos, Capítulo 4, Escuela de Ingeniería Civil de la FIGMMG, Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima, Perú.
- Rodríguez, A. (2011). Cambio climático, precipitaciones, sociedad y desastres en América Latina: relaciones y necesidades. Revista Peruana de Medicina Experimental y Salud Publica, 28(1), 165-166.
- SENAMHI. Escenarios climáticos en el Perú para el año 2030, 26 pág. (2009)
- Vuille M. (2013). El cambio climático y los recursos hídricos en los andes tropicales. Banco Interamericano de Desarrollo, 21
- Weber, J., Dasso, C., y Jorquera, E. (2010). Desarrollo y calibración de un modelo hidrológico de simulación mixta. Mecánica Computacional, 29(39), 4013–4037.