

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

EAP. DE FÍSICA

Modelo del efecto de avalancha de fotones

MONOGRAFÍA

Para optar el Título de Licenciado en Física

AUTOR

Jaime Ulices Romero Menacho

LIMA – PERÚ
2011

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
(Universidad del Perú, Decana de America)

FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

"Modelo del Efecto de Avalancha de fotones"

Por el Bachiller

Jaime Ulices Romero Menacho

Monografía Técnica presentada a la Escuela Académico Profesional de Física de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos como parte de los pre-requisitos para la obtención del Título de Licenciado en Física.

Asesor Responsable: Lic. Lucas Arnaldo Alvarado Pinedo
Profesor de la EAP de Física

Lima-Perú

2011

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
(Universidad del Perú, Decana de América)

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE FÍSICA

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE LA MONOGRAFÍA TÉCNICA PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA

Siendo las 8:00 a.m. del miércoles 09 de marzo de 2011, en el Salón de Grados de la Facultad de Ciencias Físicas, bajo la Presidencia del Dr. Whualkuer Lozano Bartra, con la asistencia del Jurado Calificador: Lic. Gilberto Yactayo Yactayo (MIEMBRO), Lic. Lucas Alvarado Pinedo (ASESOR) y el Lic. Vittor Francisco García (SUPLENTE) se dio inicio a la Sesión Pública de Sustentación de la Monografía Técnica para la Licenciatura en Física, mediante la Modalidad M3, del Bachiller:

JAIME ULICES ROMERO MENACHO

Dando lectura al Resumen del Expediente, el Presidente del Jurado, invitó al Bachiller *JAIME ULICES ROMERO MENACHO*, a realizar una exposición de Trabajo de la Monografía Técnica titulada: "Modelo del efecto de avalancha de fotones".

Concluida la exposición del candidato y luego de las preguntas de rigor por parte del Jurado, el Presidente, invitó al Bachiller a abandonar momentáneamente la Sala de Sesión, para dar paso a la deliberación y calificación por parte del Jurado.

Al término de la deliberación del Jurado, se invitó al candidato a pasar a la Sala de Sesión, para dar lectura a la calificación de:

BUENO	16	DIECISEIS
(MENCIÓN)	(NÚMERO)	(LETRAS)

Obtenida por el Bachiller.
Finalmente, el Presidente del Jurado Dr. Whualkuer Lozano Bartra, a nombre de la Nación y de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, declara Licenciado en Física al Bachiller *JAIME ULICES ROMERO MENACHO*.

Siendo las 9:05 Horas, se levanta la Sesión.

Dr. WHUALKUER LOZANO BARTRA
Presidente

Lic. GILBERTO YACTAYO YACTAYO
Miembro

Lic. LUCAS ALVARADO PINEDO
Asesor

Lic. VITTOR FRANCISCO GARCIA
Suplente

Dirección: ciudad Universitaria, Pabellón de Ciencias Físicas
Av. Venezuela Cdra 34, Lima 1
Apartado Postal: 14-0149 – Lima 14 Perú

Escuela Académico Profesional de Física
6197000 Anexo 3805
E-mail eapfis@unmsm.edu.pe

A mis queridos padres Hilda y Ulices
A mi amada Luz

AGRADECIMIENTOS

A Dios primero que nada.

A mi asesor el señor Lic. Lucas Arnaldo Alvarado Pinedo por las valiosas discusiones que llevaron a la culminación de esta monografía.

A todos los profesores de la Facultad de Ciencias Físicas que participaron en el Ciclo de Actualización Profesional 2010 - UNMSM.

A la secretaria de la Escuela de Física la Srta. Glenda Pilar Salomon Rios.

A mis compañeros: Yoni, Martin, Rider, Jose Rabanal, Jose Benites, Wilson, Luis, Roberto, Elsi, Renaty, Aurora, por los gratos momentos en nuestra vida universitaria.

Al Dr. Whualkuer Enrique Lozano Bartra del laboratorio de Óptica No Lineal del Instituto de Física de la Facultad de Ciencias Físicas – UNMSM.

INDICE

CAPITULO 1: Introducción……..... .01

1.1 Absorción y emisión de radiación ……01

1.2 Probabilidades de transición, tiempos de vida, coeficientes de Einstein ……..02

1.3 Definición del Tiempo de Vida en estados inestables ……07

1.4 Secciones Eficaces ……...…… 07

1.5 Transiciones no radiactivas y eficiencia cuántica …….……..11

1.6 Iones Libres de Tierras Raras ……...……..12

1.7 Ensanchamiento del Ancho de Línea Natural …….……13

1.8 Láseres ……...…….14

1.9 Ecuaciones de Tasa ……..….19

1.10 Transferencia de Energía y Conversión ascendente de frecuencia ……23

1.10.1 Transferencia de Energía ……...……23

1.10.2 Transferencia de Energía Resonante ……..24

1.10.3 Carácter Microscópico de la Transferencia de Energía ….……24

1.10.4 Transferencia de Energía por Relajación Cruzada …….25

1.10.5 Conversión Ascendente de Frecuencia..…….……..25

1.10.5.1 Procesos de Absorción por Estados Excitados……...25

1.10.5.2 Absorción Secuencial de Dos Fotones ……26

CAPITULO 2: Análisis y Resultados …….……27

2.1 Modelo del Efecto de Avalancha ……. …..27

2.1.1 Solución Estacionaria …….…… …29

2.1.2 Solución General a Bajas densidades de Excitación …….…..31

2.2 Resultados Teóricos ……. …32

2.2.1 Interpretación debajo del Umbral de Excitación …….. …..32

2.2.2 Interpretación Arriba del Umbral de Avalancha ……. ...34

CAPITULO 3: CONCLUSIONES …….....35

REFERENCIAS ……..…...36

RESUMEN

Este trabajo monográfico está basado en un articulo científico publicado en "*Physical Review B*, vol 40, 10031−10037 (1993)" con el titulo original de "*Model of the photon-avalanche effect*" de autoría de M. F. Joubert, S. Guy, and B. Jacquier. El artículo propone, que el efecto de avalancha de fotones envuelve absorción de un nivel intermediario metaestable y una transferencia de energía por relajación cruzada. Ellos realizan un tratamiento teórico completamente general de este proceso, y fue aplicado satisfactoriamente al caso de un cristal de $LIYF_4:Nd^{3+}$. Mostrando claramente que este proceso puede ocurrir, arriba de un umbral de bombeo óptico, solo si la probabilidad de transferencia de energía por relajación cruzada es mayor que la tasa de relajación del estado excitado convertido ascendentemente para el nivel ubicado abajo del estado intermediario metaestable.

Mi tarea en esta monografía, fue entender el concepto del efecto óptico no lineal que da surgimiento al fenómeno de avalancha de fotones y verificar matemáticamente el tratamiento teórico de este fenómeno.

CAPITULO I

Para entender el fenómeno de avalancha de fotones, hemos creído necesario introducir primeramente algunos conceptos físicos importantes como son las probabilidades de transición, los coeficientes de Einstein, tiempo de vida, transiciones radiactivas y no radiactivas, secciones eficaces, iones libres de tierras raras, láseres, espectroscopia, ecuaciones de tasa, transferencia de energía y conversión ascendente de frecuencia. Conceptos físicos que son encontrados en la literatura básica [1-5].

1.1 Absorción y emisión de radiación

La radiación electromagnética en la región de las frecuencias ópticas tiene típicamente como origen o fuente, las transiciones electrónicas de los electrones que ocupan los orbitales más externos en átomos y moléculas. Por ejemplo, en las transiciones entre bandas de conducción y de valencia en semiconductores. La interacción mutua de la radiación y la materia modifica el estado físico de una y otra. De esta forma, si los estados energéticos de la materia en ausencia de radiación son conocidos, la evolución del sistema en presencia de la radiación puede entenderse como las transiciones energéticas de la materia entre dichos estados. Los tipos de interacción radiación - materia pueden ser diversos, por eso, nos centraremos en transiciones de un solo fotón. Consideremos el esquema de niveles de energía de la figura 2.1, allí están representados dos niveles de energía de - por ejemplo - un átomo, y se ha elegido el estado inferior como el estado fundamental 1 y el estado superior como el estado 2, con energías E_1 y E_2 respectivamente. La diferencia de energía entre los niveles es $\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$, con h siendo la constante de Planck, y ν la frecuencia de la transición. Si este sistema interacciona con la radiación, la evolución del sistema se puede calcular cuánticamente en el marco de las perturbaciones dependientes del tiempo, donde la perturbación resulta del acoplamiento del campo de radiación con el momento dipolar del átomo. En este tipo de cálculo, la evolución del sistema se entiende como el paso de un estado a otro de los originales del sistema, es decir de aquellos que existían cuando no había perturbación debiéndose evaluar la probabilidad del paso de un estado a otro. De este cálculo se extraen las tres probabilidades siguientes

$P^{abs}{}_{12}$: probabilidad de que un átomo pase del nivel 1 al 2 por absorción de un fotón de frecuencia ν.

$P^{esp}{}_{21}$: probabilidad de que un átomo pase del nivel 2 al 1 emitiendo espontáneamente un fotón de frecuencia ν.

$P^{est}{}_{21}$: probabilidad de que un átomo pase del nivel 2 al 1 emitiendo un fotón de frecuencia ν por haber sido estimulado por un fotón de frecuencia ν.

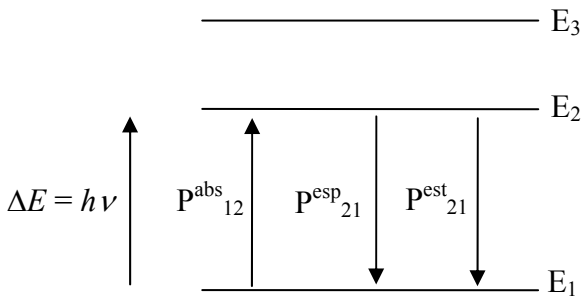


Fig. 1.1. Esquema de niveles de un átomo en general.

Sin embargo, antes de ser resuelto el problema de forma exacta, Einstein introdujo estos coeficientes de probabilidad en base a razones termodinámicas. Este tratamiento es mucho más sencillo que el producido por la teoría cuántica, de modo que será el que utilizaremos en esta monografía.

1.2. Probabilidades de transición, tiempos de vida, coeficientes de Einstein

Consideremos un sistema cuántico (figura 1.1) con niveles de energía E_1, E_2,… y sean N_1, N_2,… el número de átomos o moléculas por unidad de volumen que se encuentran en cada uno de los estados de estos niveles energéticos. Si el sistema está en equilibrio termodinámico con la radiación electromagnética a temperatura T, el número de absorciones y emisiones por cada frecuencia ν es el mismo y las poblaciones están

relacionadas por la ecuación de Boltzmann. Por ejemplo, para los estados de los niveles 1 y 2,

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp[-(E_2 - E_1)/K_B T] = \exp[-h\nu / K_B T] \qquad (1.1)$$

Consideremos ahora la figura 1.2a, un átomo que se encuentre en el estado inferior puede absorber un fotón de una energía $h\nu$ tal que E_2 - E_1 = $h\nu$ y pasar al estado excitado. Cada átomo tiene una probabilidad P_{12}^{abs} de absorber el fotón que debe ser proporcional a la densidad de energía $\rho\nu$. Por tanto, si tenemos N_1 átomos en el estado 1, el número de absorciones por unidad de tiempo y volumen será proporcional al número de átomos por unidad de volumen que se encuentran en el estado 1 y a la densidad de energía $\rho\nu$,

$$N_{\text{abs}} = B_{12}\rho\nu N_1 \qquad (1.2)$$

Donde B_{12} se denomina coeficiente de Einstein para la absorción.

Veamos ahora la figura 1.2b, si un átomo se encuentra en el estado excitado 2, este está en un estado inestable energéticamente y evolucionará desexcitándose para volver al estado inferior 1 liberando energía en forma de un fotón de energía $h\nu$. Se dice que este proceso es una emisión espontánea y tiene una probabilidad de ocurrir A_{21}, que es el coeficiente de Einstein para la emisión espontánea. El número de emisiones espontánea por unidad de tiempo y volumen será proporcional al número de átomos por unidad de volumen en el estado excitado,

$$N_{\text{esp}} = A_{21} N_2 \qquad (1.3)$$

Este tipo de procesos son los que predominan por ejemplo en una lámpara de descarga, en ellas se encuentra almacenado el gas sometido a descargas eléctricas producidas entre dos electrodos. Los electrones de descarga colisionan con los electrones de las capas externas del gas excitándolos. Los átomos o moléculas excitadas del gas tienden a liberar su exceso de energía emitiendo luz.

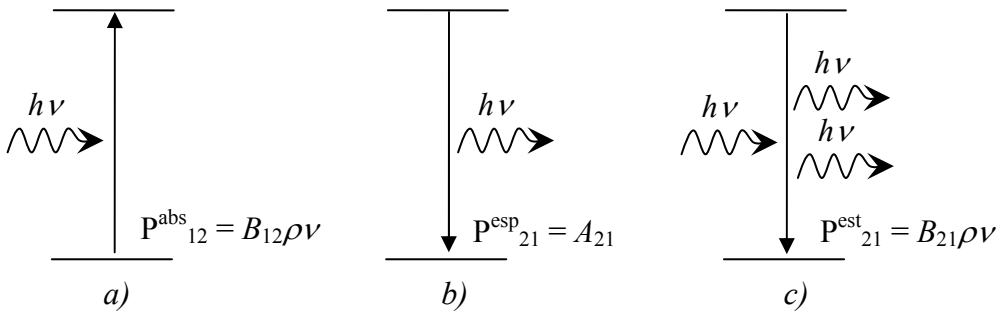


Fig. 1.2. Posibles transiciones radiactivas a un solo fotón entre dos niveles. *a)* absorción, *b)* emisión espontánea, *c)* emisión estimulada

Cada átomo o molécula se desexcita de una forma totalmente independiente de los demás, lo cual implica que los fotones emitidos por el colectivo de átomos o moléculas excitados son emitidos en todas las direcciones posibles y con todas las fases posibles y solo tendrán en común la frecuencia, ν, si provienen de átomos que estaban en el mismo estado excitado y pasan al mismo estado final. Este tipo de radiación es incoherente temporalmente.

En equilibrio termodinámico el número de emisiones y absorciones debe ser el mismo y por lo tanto,

$$A_{21}N_2 = B_{12}\rho\nu N_1 \tag{1.4}$$

$$\rho\nu = \frac{A_{21}}{B_{12}}\frac{N_2}{N_1} = \frac{A_{21}}{B_{12}\exp[h\nu / K_B T]} \tag{1.5}$$

La ecuación (1.5) está en contradicción con la ecuación

$$\rho\nu(\nu,T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{\exp(h\nu / K_B T)-1} \tag{1.6}$$

que es conocida como la fórmula de Planck. Esto llevó a Einstein a introducir otro mecanismo de emisión, figura 2.2c, que no había sido considerado hasta entonces, en el

que el fotón puede estimular la desexcitación de un átomo o una molécula a un estado inferior. Para entender este proceso imaginemos que el fotón (radiación) esta interactuando con el dipolo constituido por el electrón en el estado excitado y el resto del átomo. En una imagen clásica, la interacción produciría una oscilación en el dipolo que daría lugar a la re-emisión de radiación de la misma frecuencia que la perturbadora. Existe por tanto una probabilidad de que un fotón de energía $h\nu$ induzca la emisión de un fotón de esa misma energía por desexcitación del átomo. El fotón emitido tiene la propiedad de estar en fase con el fotón que ha inducido la emisión y la radiación es por lo tanto coherente temporalmente. Este modelo puede explicarse con un modelo cuántico del láser y es esencial para entender las características que identifican a la radiación láser.

Cada átomo tiene una probabilidad de emitir un fotón estimuladamente que es proporcional a la densidad espectral de energía $\rho\nu$. Por tanto, si tenemos N_2 átomos por unidad de volumen en el estado excitado el número de átomos que se encuentren en el estado 2 por unidad de volumen y a la densidad de energía.

$$N_{\text{est}} = B_{21}\rho\nu N_2 \tag{1.7}$$

donde B_{21} se denomina coeficiente de Einstein para la emisión estimulada.

Con este nuevo proceso, el equilibrio termodinámico conduce a,

$$A_{21}N_2 + B_{21}\rho\nu N_2 = B_{12}\rho\nu N_1 \tag{1.8}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12}\rho\nu}{A_{21} + B_{21}\rho\nu} = \exp[-h\nu / K_B T] \tag{1.9}$$

$$\rho\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}}\left(\frac{B_{12}}{B_{21}}e^{h\nu/K_B T} - 1\right)^{-1} \tag{1.10}$$

que coincide con la ley de radiación de Planck si

$$\frac{B_{12}}{B_{21}} = 1 \tag{1.11}$$

y

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \tag{1.12}$$

Las ecuaciones (1.11) y (1.12) han sido demostradas en el marco de la teoría cuántica, de modo que se acepta como válida la aproximación al problema de Einstein. Esta teoría calcula los coeficientes de Einstein en base a la teoría de perturbaciones dependientes del tiempo dando como resultado

$$A_{21} = \frac{16\pi^3 \nu^3 n |\boldsymbol{\mu}|^2}{3h\varepsilon_0 c^3{}_0} \tag{1.13}$$

$$B_{12} = B_{21} = \frac{2\pi^2}{3n^2 \varepsilon_0 h^2} |\boldsymbol{\mu}|^2 \tag{1.14}$$

Donde ε_0 es la permitividad dieléctrica del vacío, n el índice de refracción, μ es el momento dipolar del átomo evaluado entre el estado inicial y final, la densidad de energía $\rho = n^2 \varepsilon E^2{}_0/2$ se ha tomado en el medio. Es importante notar de la Ec. 1.13 que al ser A_{21} una probabilidad por unidad de tiempo, su inverso tiene unidades de tiempo y se la denomina tiempo de vida espontáneo τ_{21} del nivel excitado. La cual puede ser expresado, como

$$\tau_{21} = 1/A_{21} \tag{1.15}$$

Como $B_{12} = B_{21}$, a partir de ahora también podremos referirnos a los coeficientes de Einstein como A y B. El tiempo de vida, sin embargo, posee una definición mas precisa.

1.3 Definición del Tiempo de Vida en estados inestables

La experiencia muestra que la inestabilidad de un estado frecuentemente puede ser caracterizada por un solo parámetro τ, que tiene las dimensiones de tiempo, y que es llamado tiempo de vida de un estado. Con más precisión, si uno prepara el sistema en el tiempo $t = 0$ en un estado inestable 1, uno observa que la probabilidad $P(t)$ de este aún siendo excitado un tiempo después es igual a:

$$P(t) = e^{-t/\tau} \tag{1.16}$$

Este resultado puede ser también expresado de la siguiente manera. Considere un gran número N de sistemas independientes e idénticos, todos preparados en $t = 0$ en el estado 1. En el tiempo τ, permanecerán $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$ en este estado. Entre t y $t + dt$, un cierto número de $dn(t)$ de sistemas abandonan el estado inestable:

$$dn(t) = N(t) - N(t+dt) = -\frac{dN(t)}{dt}dt = N(t)\frac{dt}{\tau} \tag{1.17}$$

Para cada uno de estos sistemas $N(t)$ que aún permanecen en el estado 1 en t, una probabilidad es definida

$$d\omega(t) = \frac{dn(t)}{N(t)} = \frac{dt}{\tau} \tag{1.18}$$

Dejando este estado durante el intervalo de tiempo dt siguiente al tiempo t. vemos que $d\omega(t)$ es independiente de t: el sistema tiene probabilidad por unidad de tiempo $1/\tau$ de origen en el estado inestable.

1.4 Secciones eficaces

Una sección eficaz se define como la probabilidad de interacción entre dos partículas (estas pueden también ser fotones).Es útil definir los coeficientes diferenciales de Einstein dA y dB, como

$$dA = AS(\nu,\nu_0)d\nu \tag{1.19}$$

$$dB = BS(\nu,\nu_0)d\nu; \text{en ambos casos con } \int_0^\infty S(\nu,\nu_0)d\nu = 1 \tag{1.20}$$

donde $S(\nu,\nu_0)$ es el perfil espectral homogéneo de la transición y que integrados en todas las frecuencias ν proporcionan A y B, respectivamente. Las probabilidades de transición en el intervalo $d\nu$, serian por tanto

$$dP_{\text{em}}^{\text{esp}}(\nu) = AS(\nu,\nu_0)d\nu \tag{1.21}$$

$$dP_{\text{abs}}^{\text{est}}(\nu) = dP_{\text{em}}^{\text{est}}(\nu) = BS(\nu,\nu_0)\rho(\nu)n_1 \tag{1.22}$$

Donde $\rho(\nu)$ recordemos es la densidad de energía por unidad de volumen e intervalo de frecuencia. Si tenemos un medio con n_1, n_2 átomos por unidad de volumen en los estados 1 y 2 respectivamente, el número de absorciones por unidad de volumen, tiempo e intervalo de frecuencia será

$$\frac{dN_{\text{abs}}(\nu)}{dVdtd\nu} = BS(\nu,\nu_0)\rho(\nu)n_1 \tag{1.23}$$

Como el número de absorciones altera la densidad de energía

$$\frac{dN_{\text{abs}}(\nu)h\nu}{dVd\nu} = -d\rho(\nu) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho(\nu)}{dt} = -BS(\nu,\nu_0)\rho(\nu)n_1 h\nu \tag{1.24}$$

Análogamente para la emisión estimulada

$$\frac{dN_{\text{em}}(\nu)h\nu}{dVd\nu} = d\rho(\nu) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho(\nu)}{dt} = BS(\nu,\nu_0)\rho(\nu)n_2 h\nu \tag{1.25}$$

La ecuaciones (1.24) y (1.25) expresan el cambio por unidad de tiempo en la densidad de radiación por estar siendo absorbida o emitida de forma estimulada, respectivamente. Nos resultara útil expresar estas ecuaciones en otros términos. Como los fotones se mueven a velocidad c, en el intervalo dt recorren la distancia $dz = cdt$ y por tanto podemos expresar (1.24), como

$$\frac{d\rho(\nu,z)}{dz} = -BS(\nu,\nu_0)\rho(\nu)n_1\frac{h\nu}{c} \tag{1.26}$$

que nos dará la atenuación por unidad de longitud de la radiación al atravesar un medio absorbente. Frecuentemente en procesos de interacción se utiliza el concepto de sección eficaz σ, que en nuestro caso daría una medida del área efectiva alrededor del átomo para que se produzca una transición cuando un fotón la atraviesa. Designemos por σ_{abs} y σ_{emi} las secciones eficaces de absorción y emisión respectivamente. Consideremos un medio con n átomos por unidad de volumen, de los cuales n_1 están en el estado 1 y n_2 están en el estado 2. En un volumen Sdz habrá n_1Sdz átomos en el estado 1. Si sobre dicha área incide una intensidad de luz $I(\nu, z)$ (energía por unidad de área por unidad de tiempo en la posición z), el número de transiciones de absorción que se efectúen en ese volumen por unidad de tiempo será: el número de átomos existente por el número de transiciones de absorción que efectúa un átomo por unidad de tiempo; $n_{\text{abs}} = n_1Sdz \times I\sigma_{\text{abs}}/h\nu$ (ver figura 1.3). La energía absorbida en este volumen, por unidad de área y por unidad de tiempo es $E_{\text{abs}} = n_{\text{abs}}h\nu/S$, y por tanto, después de haber recorrido la distancia dz, la intensidad de la luz será

$$I(\nu,z+dz) = I(\nu,z) - n_1 dz I(\nu,z)\sigma_{\text{abs}}(\nu) \tag{1.27}$$

Y por tanto

$$\frac{dI(\nu,z)}{dz} = -n_1 I(\nu,z)\sigma_{\text{abs}}(\nu) \tag{1.28}$$

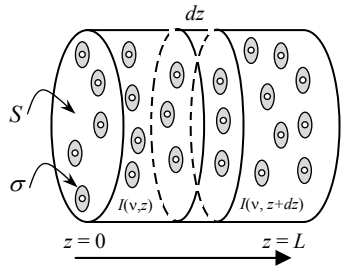


Fig.1.3. Volumen $S\times L$ con densidad de átomos n, σ sección eficaz de interacción de cada átomo.

Análogamente para la emisión estimulada

$$\frac{dI(\nu,z)}{dz} = n_2 I(\nu,z)\sigma_{\text{em}}(\nu) \tag{1.29}$$

Es posible encontrar una relación entre $I(\nu, z)$ y $\rho(\nu, z)$. En efecto, si I es la energía por unidad de área y tiempo, en el volumen Sdz, habrá contenida una energía $IS\,dt = ISc\,dz$, y por tanto una energía por unidad de volumen $\rho(\nu) = ISc\,dz/(S\,dz) = Ic$. Así, (2.4.9) puede ser expresada como

$$\frac{d\rho(\nu,z)}{dz} = -n_1\rho(\nu,z)\sigma_{\text{abs}}(\nu) \tag{1.30}$$

Comparando (2.30) con (2.24) se tiene

$$\sigma_{\text{abs}}(\nu) = \frac{h\nu}{c}BS(\nu) \tag{1.31}$$

$$\sigma_{\text{em}}^{\text{est}}(\nu) = \frac{h\nu}{c}BS(\nu) \tag{1.32}$$

1.5 Transiciones no radiactivas y eficiencia cuántica

Hasta ahora hemos considerado transiciones entre niveles en las que había implicado al menos un fotón. No obstante, un átomo o molécula puede excitarse o des-excitarse por otras vías (figura 2.4), por ejemplo con colisiones con otros átomos o moléculas. A este tipo de transiciones se las denomina no radiactivas y tienen asignada igualmente una probabilidad por unidad de tiempo.

La probabilidad de desexcitación por unidad de tiempo del nivel 2 vendrá dada por la suma de las probabilidades por unidad de tiempo radiactiva y no radiactiva. Expresada en función de los tiempos,

$$P = P_{\text{em}}^{\text{nr}} + P_{\text{em}}^{\text{esp}} = \frac{1}{\tau^{\text{nr}}} + \frac{1}{\tau^{\text{esp}}} = \frac{1}{\tau} \tag{1.33}$$

Para evaluar la capacidad del sistema de emitir por vía radiactiva definimos entonces la eficiencia cuántica de fluorescencia ϕ como el cociente entre el número de fotones emitidos desde el nivel 2, frente a los que fueron excitados y se des-excitaron por cualquier vía

$$\phi = \frac{P_{\text{em}}^{\text{esp}}}{P_{\text{em}}^{\text{esp}} + P_{\text{em}}^{\text{nr}}} = \frac{1/\tau^{\text{esp}}}{1/\tau} = \frac{\tau}{\tau^{\text{esp}}} \tag{1.34}$$

Una medida de ϕ y τ posibilita por tanto obtener τ^{esp} y τ^{nr}.

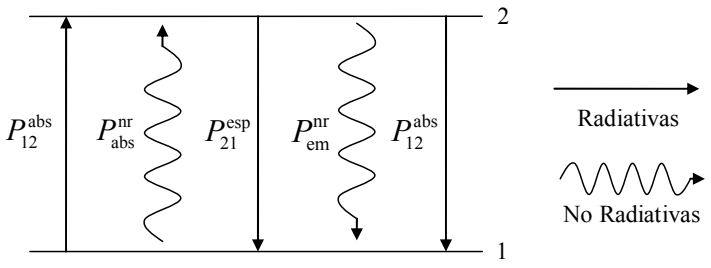


Fig. 2.4. Transiciones entre estados.

1.6. Iones libres de Tierras Raras

Los iones de tierras raras (TR) poseen propiedades espectroscópicas muy importantes debido a que sus transiciones ópticamente activas dentro de la capa $4f^N$ están blindadas de posible perturbaciones externas. Los lantánidos se caracterizan por tener llena la capa 4*f*, empiezan con el lantano (La, $Z = 57$), y finalizan con el lutecio (Lu, $Z = 71$). Los átomos de TR en el estado fundamental presentan una configuración electrónica del xenón [Xe, $Z = 54$], más la capa 4*f* parcialmente llena con N electrones, siendo su configuración de la forma

$$[\mathrm{Xe}]\ 4f^N 5s^2 5p^6 6s^2\ , \quad \text{donde } N = 0,1,2,\ldots,14.$$

Los números de oxidación que toman los lantánidos son +2, +3 y +4, siendo determinados en parte por la condición de completitud de la subcapa 4*f*: vacía, semi llena o totalmente llena. Los iones de TR pueden ser ionizados por la sucesiva remoción de sus electrones, tomando así, diferentes configuraciones. La configuración divalente (TR^{+2}), y la tetravalente (TR^{+4}) son menos estables y abundantes que la trivalente (TR^{+3}), donde la ionización preferentemente remueve dos electrones de las capas 6*s* y 5*d*. El espectro óptico visible e infrarrojo observado de los iones de TR trivalentes son así una consecuencia de las transiciones entre estados de la capa 4*f*.

Los niveles de energía de un ión de TR son usualmente comprendidos considerando solo interacciones entre los electrones de la capa 4*f*. Como todas las otras capas electrónicas son esféricamente simétricas (cerradas), sus efectos en todos los términos de una configuración es la misma en primer orden. Por lo tanto, podemos escribir el Hamiltoniano para los electrones de la capa 4*f* de un ión libre, como:

$$H_{libre} = \frac{-\hbar^2}{2m}\sum_{i=1}^{n}\nabla^2 - \sum_{i=1}^{n}\frac{Z^* e^2}{r_i} + \sum_{i=1}^{n}\frac{e^2}{r_{ij}} + \sum_{i=1}^{n}\xi(r_i)\vec{S}_i\cdot\vec{\ell}_i \qquad (1.35)$$

donde $n = 1, 2,..., 14$ (número de electrones de la capa $4f$), ($Z^* e^2$) es la carga del núcleo blindado por todas las capas cerradas y $\xi(r_i)$ es la función de acoplamiento espín-órbita. Los dos primeros términos representan la energía cinética de los electrones de la capa 4*f* y la atracción coulombiana con el núcleo respectivamente (H_c). Los dos términos

siguientes representan la interacción entre los electrones de la capa 4*f* (H_e) y su interacción espín-orbita ($H_{s\text{-}o}$). De este modo podemos representar el Hamiltoniano por

$$H_{livre} = H_c + H_e + H_{s-o} \tag{1.36}$$

Donde H_e y $H_{s\text{-}o}$ son los principales responsables por la estructura de los niveles de energía de los electrones de la capa 4*f*. $H_c >> H_e$, $H_{s\text{-}o}$ pues el electrón siempre está ligado al núcleo, ya que H_c es esféricamente simétrico dentro de la configuración 4*f*.

1.7 Ensanchamiento del ancho de línea natural

El ensanchamiento del ancho de línea se puede manifestar como homogéneo y no homogéneo. En el ensanchamiento homogéneo**,** los átomos son idénticos y las degeneraciones son completamente removidas. Su perfil de línea en los espectros de emisión y absorción está representado por una función Lorentziana de las frecuencias, tal como se muestra en la figura 1.5a. En el ensanchamiento no homogéneo (Fig.1.5b), los átomos son distinguibles, distribuyéndose en grupos durante el proceso de crecimiento de la muestra. En general el alargamiento no homogéneo es causado por la

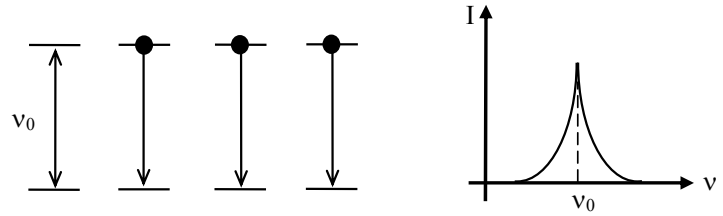


Fig. 1.5a. Ensanchamiento homogéneo del ancho de línea.

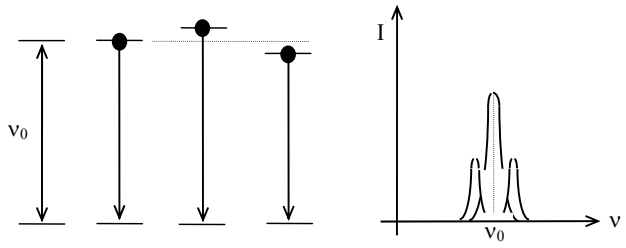


Fig. 1.5b. Ensanchamiento no homogéneo del ancho de línea.

Presencia de dislocaciones, de impurezas no intencionales y fallas durante el crecimiento del cristal. Todos estos, son fuentes de heterogeneidades en los sitios cristalinos, originando variaciones correspondientes a los subniveles de energía.
En comparación con los cristales, los vidrios en una escala microscópica son sistemas no homogéneos inherentemente desordenados de un orden local muy bajo, de modo que la vecindad de cada ión en un vidrio no está bien definida como en un cristal. Debido a los diferentes enlaces de los iones vecinos, a los varios componentes que forman el vidrio y a la distribución estadística existente en el material, los campos locales de los iones individuales varían de sitio a sitio. A pesar de esto, los vidrios son materiales de alto interés, ya que con ellos se pueden fabricar fibras ópticas para diferentes aplicaciones y con diferentes características.

1.8. Láseres (amplificación de luz mediante emisión estimulada de radiación)

Láseres son dispositivos que generan o amplifican radiación coherente de luz en las regiones visible, infrarroja y ultravioleta del espectro electromagnético, y su nombre proviene de la abreviación en ingles de *"Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation"*. El campo teórico de los láseres es en general tratado por la electrónica cuántica, sin embargo, así como en general se trata de forma clásica los dispositivos electrónicos tales como los transistores y válvulas que generan y amplifican señales eléctricas de baja frecuencia, se puede tratar la teoría de láseres de una manera clásica y no cuántica. Debe quedar claro que las propiedades más interesantes de los láseres son cuánticas, sin embargo esto lo dejamos para cursos más avanzados. Las aplicaciones de los láseres se extienden desde la microbiología, medicina, hasta las industrias, como fabricas de carros, de tejidos, etc. La intensa luz coherente (en fase) en un láser es el resultado de la emisión estimulada. En un láser, se pueden usar voltajes para poner más electrones en estados excitados que en el estado base. Este proceso se llama inversión de población. El estado excitado del sistema debe ser un estado metaestable, lo cual significa que su tiempo de vida debe ser relativamente largo. Cuando este es el caso, ocurrirá emisión estimulada antes que emisión espontánea. Finalmente los fotones producidos se deben retener en el sistema durante un rato para que puedan estimular la producción de todavía más fotones. Este paso se puede realizar con espejos, uno de los

cuales es parcialmente transparente. Vamos a describir el sistema de ganancia hablando de átomos o moléculas, o de las propiedades intrínsecas del material, como en los semiconductores. Se puede bombear los átomos para estados superiores de energía de varias maneras, por ejemplo con el pasaje de corriente eléctrica, con la absorción de mucha luz, con energía química, etc. Átomos "preparados" están en estados excitados (o sea, niveles quánticos altos), y tienden a relajarse para estados de menor energía. Por eso no basta excitar algunos átomos, es necesario excitar todos los átomos posibles hasta crear la condición de "inversión de población" (en la cual hay más átomos excitados en un nivel superior del que en un nivel de menor energía).

Se dice que cualquier medio puede ser "láser" desde que halla un bombeo suficientemente intenso. Esto fue observado en la práctica en la década de los 60 en un grande número de casos. Un amplificador es un sistema que da, cuando excitado externamente, una señal de mayor salida que el de entrada. Un amplificador de audio, por ejemplo, genera un sonido idéntico al sonido de entrada (al decirse "alo" la señal amplificada también es "alo", a costa de la electricidad). La ganancia del amplificador es definida como la amplitud de la señal dividida por la de entrada. Si esta razón fuese menor que la unidad, se tiene un medio absorbedor, y no un amplificador. Cuando se prepara un átomo en el estado excitado, él retorna espontáneamente al estado de más baja energía dentro de un cierto periodo (tiempo de relajación). Pero es posible que esta transición sé de estimulada por presencia de un campo electromagnético que interactué con el átomo excitado. Para que el átomo "perciba" el campo es necesario que la longitud de onda de radiación λ sea muy próxima de la longitud de onda característica de la transición entre los estados excitados. En general, es fácil reconocer cuando la luz es emitida a través de emisión espontánea o de emisión estimulada. Cuando la emisión

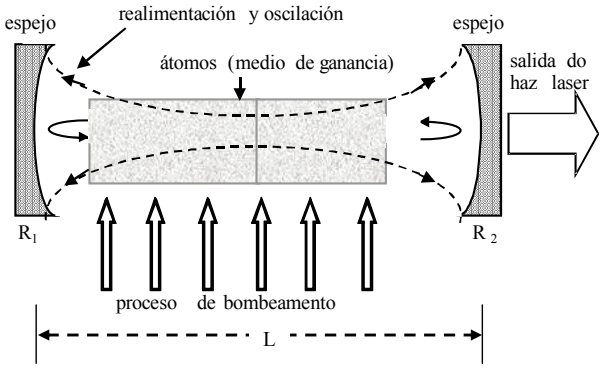


Fig.1.6. Diseño de una cavidad laser Fabry-Perot.

es espontánea, luz es emitida sin dirección preferencial (si el medio fuera homogéneo), y con una región de frecuencias en general mucho más ancha (consecuentemente sin relación de fase). Cuando la emisión es estimulada, la señal luminosa de entrada es amplificada coherentemente, esto es, la emisión de luz esta en fase con la señal de entrada, tiene la misma dirección de propagación, y mismo color. Así, la señal de salida es una replica del de entrada, con mayor amplitud. [Note que como cualquier sistema físico real, en un amplificador óptico hay una pequeña distorsión, cambio de fase e introducción de ruido.] Además de los casos del medio absorbedor o amplificador, hay un caso intermediario, en la cual señales ópticas relativamente débiles debido a emisión espontánea son amplificados en un amplificador óptico de alta ganancia. En este caso se tiene emisión de amplitud espontánea (Amplitud Spontaneous Emission ASE). Básicamente los láseres contienen, un medio de ganancia (amplificador), un mecanismo de bombeo (pump), y un sistema de realimentación. El funcionamiento del láser, mostrado en la Fig.1.6, puede ser entonces descrito de la siguiente manera. Con el bombeo del medio láser, luz es emitida espontáneamente. Una pequeña fracción de esta luz ilumina uno de los espejos y es dirigida nuevamente para el medio de ganancia óptica, siendo amplificada. Al iluminar el otro espejo, ella es reflectada de nuevo para el medio de ganancia óptica y amplificada de nuevo. Desde que la ganancia total sea mayor que la perdida, la señal se torna cada vez mayor. La inversión de población entonces comienza a disminuir (lo que se llama de saturación de ganancia). Finalmente la ganancia se torna igual a las perdidas, y el láser entra en un régimen estacionario de oscilación. Note que el haz láser es la salida del oscilador, en general obtenida con la transmisión parcial de luz a través de uno de los espejos. Típicamente la reflexión de uno de los espejos es ~ 100% y el otro reflecte ~ 80%, dejando pasar ~ 20% de la intensidad incidente. Hay láseres que solo entran en oscilación se a reflexión de los espejos es superior a ~ 95% (es el caso del láser de He-Ne), en cuanto otros funcionan con apenas 4% de realimentación (feedback).

Por el hecho de la luz ser reflejada entre espejos paralelos, la salida del láser se da en general bajo la forma de un haz paralelo de luz, altamente colimado (paralelo), monocromático e coherente (una sola fase define la onda electromagnética emergente). La coherencia del láser puede ser medida por la memoria que el láser tiene por lo que emitió antes. Una lámpara incandescente emite luz blanca (varios colores), en varias direcciones, y sin relación de fase, una vez que la emisión es toda espontánea siguiendo el bombeo térmico (el filamento es calentado por efecto Joule con el pasaje de corriente

eléctrica.) En el caso de láser, por causa de amplificación coherente y de la realimentación, la luz emitida en cualquier instante aún permanece durante un periodo considerable en relación de fase con la luz emitida anteriormente. Este periodo es llamado de "tiempo de coherencia", medida de la memoria de fase del láser. Multiplicando este tiempo por la velocidad de la luz se tiene la "longitud de coherencia" del láser. Más coloquialmente, una señal es llamada "temporalmente coherente" si existe una fuerte correlación en algún sentido entre la amplitud y/o la fase de la señal en cualquier tiempo y en tiempos anteriores y posteriores. La auto consistencia de la fase después de una ida y vuelta por la cavidad (round trip) es también una condición importante. Debe quedar claro que la oscilación (los láseres son también llamados osciladores) solo puede ocurrir cuando hay ganancia suficiente en el sistema. Esta condición depende del bombeo, de la realimentación y de la eficiencia del medio láser. Sin embargo, ni todas las frecuencias generadas por el medio de ganancia alcanzan un estado estacionario en la cavidad. En una cavidad Fabry-Perot tal como es mostrada en la Fig.1.6, solo frecuencias que sean un múltiplo de las frecuencias naturales de la cavidad sobreviven. Esta condición hace posible la formación de una onda estacionaria y puede ser expresada como:

$$\omega_m = 2\pi \frac{c}{2L} m \tag{1.37}$$

Donde ω_m es la frecuencia angular del *m-ési*mo modo, L es la longitud de la cavidad láser y c es la velocidad de la luz. De esta forma, la salida del láser consiste de longitudes de onda discretos. Estas longitudes son llamados de modos longitudinales de la cavidad ya que ellos representan frecuencias resonantes en la cual hay exactamente m medios longitudes de onda, como puede ser visto en la Fig.1.7.

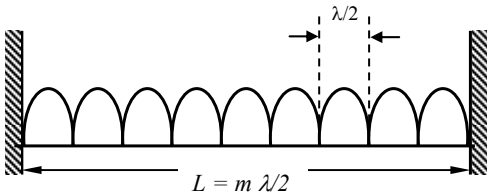


Fig.1.7. Condición de resonancia de los modos longitudinales en una cavidad láser.

La frecuencia de separación de estos modos longitudinales $\Delta\omega_{ax}$ puede ser expresada como:

$$\Delta\omega_{ax} = \omega_{m+1} - \omega_m = 2\pi \frac{c}{2L} \tag{1.38}$$

De esta forma habrá diversos modos longitudinales dentro de la curva del medio de ganancia, como es mostrado en la Fig.1.8. El láser puede entonces oscilar en el modo central de estos modos longitudinales o en muchos modos longitudinales simultáneamente.

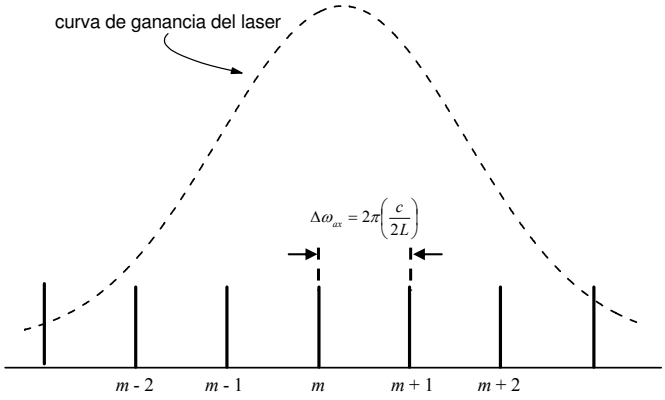
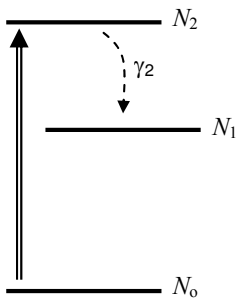


Fig.1.8. Perfil de ganancia en un sistema láser típico con los modos longitudinales permitidos en la cavidad.

1.9. Ecuaciones de Tasa (*Rate Equations*)

Supongamos tener muchos átomos idénticos, cada de los cuales tiene dos niveles de energía, E_1 y E_2. Supongamos que $N_1(t)$ de los átomos presentes están en el nivel E_1 y $N_2(t)$ átomos están en el nivel E_2. Esta situación puede ser ilustrada por un diagrama de población de niveles de energía, como se ilustra en la figura de abajo.



La tasa a la cual los átomos decaen espontáneamente o relajan hacia abajo de cualquier nivel superior N_2 es dado por una tasa de decaimiento de energía espontánea, frecuentemente llamada γ_2, veces el número instantáneo de átomos en el nivel, o:

$$\frac{dN_2}{dt}\Big|_{espon} = -\gamma_2 N_2 \equiv -\frac{N_2}{\tau_2} \tag{1.39}$$

Si un número inicial de átomos N_{20} son bombeados dentro del nivel en $t = 0$, por ejemplo, por un intenso pulso de bombeo, y el proceso es entonces desligado, el número de átomos en el nivel superior decae exponencialmente en la forma

$$N_2(t) = N_{20}e^{-\gamma_2 t} = N_{20}e^{-t/\gamma_2} \tag{1.40}$$

Donde $\tau_2 \equiv 1/\gamma_2$ es el tiempo de vida del nivel superior E_2 para decaimiento de energía para todos los niveles inferiores. Note que el tiempo de vida del estado 2 no depende de la población del nivel inferior.

De aquí podemos establecer que la tasa de relajación espontánea del nivel E_2 para el nivel E_1 es directamente proporcional a la población del nivel superior $N_2(t)$ y no es

influenciado en todo por la población del nivel inferior $N_1(t)$. De aquí la tasa de emisión espontánea fuera del nivel 2 y dentro del nivel 1 esta dada por

$$\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{espont} = -\left.\frac{dN_1(t)}{dt}\right|_{espont} = -\gamma_{21}N_2(t) \tag{1.41}$$

En general ω_{21} indica la tasa de transición espontánea total o tasa de decaimiento (radiactiva más no radiactiva) del nivel 2 para el nivel 1.

Consideremos ahora el caso en que hay un campo electromagnético presente en el medio, cuya frecuencia es muy próxima da aquella característica de la transición $2 \rightarrow 1$. Esta frecuencia está por tanto dentro del ancho de línea de la transición atómica. Como discutido arriba, la presencia de radiación en esta región induce transiciones, tanto estimulando emisión de luz si el átomo esta excitado, como siendo absorbida si el átomo esta en el nivel fundamental. La señal puede ser medida a través de su intensidad *I*, o aun de la amplitud del campo electromagnético $\vec{E}$. Normalmente, él es medido a través de la densidad de energía del campo dividido por la energía de los cuanto $h\nu$. El número así obtenido es el "número de fotones" del campo, que denominaremos *n(t)*.
El número de átomos que dejan el estado fundamental y absorben un quantum de energía, saltando para el estado excitado, independe del número de átomos en el estado excitado. Pero el depende de la intensidad del campo, y del número total de átomos en el estado fundamental, que son por tanto candidatos a hacer esta transición. Se puede por tanto escribir

$$\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{estimulada\uparrow} = Kn(t)N_1(t) \tag{1.42}$$

El proceso descrito arriba es de absorción estimulada. Note que el mismo campo es capaz de inducir la emisión estimulada, trayendo átomos que encuentran en el nivel excitado para el nivel fundamental. De esta forma se puede escribir:

$$\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{estimulada\downarrow} = -Kn(t)N_2(t) \tag{1.43}$$

Note que la constante *K* que relaciona la tasa de transiciones de absorción estimulada es la misma que mide la emisión estimulada. Ella depende aun de cuan próximo se esta del centro de la frecuencia de la transición atómica, cayendo a cero cuando la frecuencia del campo sale del ancho de línea de la transición.

De las ecuaciones (1.41), (1.42) y (1.43) se puede sacar una tasa total de población de los niveles en este sistema, llevándose en cuenta una emisión espontánea, y la emisión y absorción estimuladas:

$$\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{total} = \left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{estimulda\uparrow} + \left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{estimulada\downarrow} + \left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right|_{espon\,\tan ea}$$

$$\left.\frac{dN_2(t)}{dt}\right]_{total} = Kn(t)\left[N_1(t) - N_2(t)\right] - \gamma_{21}N_2(t) = -\left.\frac{dN_1(t)}{dt}\right]_{total} \tag{1.44}$$

donde *n(t)* es directamente proporcional a la intensidad de la señal aplicada o densidad de potencia. El primer término describe la suma de transiciones estimuladas por el campo del tipo 1→2 con aquellas del tipo 2→1. Si multiplicamos por el quantum de energía tendremos una tasa de absorción de energía del campo por los átomos:

$$\frac{dU_a}{dt} = k\,n(t)\left[N_1(t) - N_2(t)\right]h\nu \tag{1.45}$$

esta energía esta siendo retirada con la misma tasa del campo. El número de fotones en la señal por tanto decrece de la siguiente forma:

$$\frac{dn(t)}{dt} = -k\,n(t)\left[N_1(t) - N_2(t)\right] \tag{1.46}$$

Esta ecuación tiene los fundamentos de amplificación en láseres. Note que si la población del nivel 2 es muy pequeña [$N_2(t) \rightarrow 0$], la absorción de la luz por la muestra es considerable, pues *dn(t)/dt* es muy negativo. Si las poblaciones son iguales, la absorción se torna nula. Esto significa que la muestra pasa a ser totalmente transparente. Pero, si la población del nivel excitado es mucho mayor que la del nivel fundamental,

de acuerdo con la expresión de arriba el número de fotones crece con el pasaje por el medio y por tanto la señal es amplificada. El parámetro que controla la amplificación y absorción de la señal es la diferencia de población entre los estados. Consiguiéndose invertir la población, se tiene amplificación de luz.

Es instructivo observar que el proceso de emisión espontánea difiere del proceso estimulado, de absorción o emisión. Átomos excitados decaen espontáneamente para niveles inferiores, y espontáneamente no sufren saltos quánticos que los lleven para niveles más altos. Ya en los procesos estimulados, como mencionado arriba, la tasa de transiciones estimuladas $\uparrow$ o $\downarrow$ es igual, descrita por la misma constante K [esta constante K es proporcional al coeficiente $B_{21} = B_{12}$ de Einstein, derivado en 1917. El coeficiente A_{21} describe la emisión espontánea, esto es, la tasa de decaimiento radiactivo.] Otra diferencia es que el proceso estimulado depende de la intensidad del campo electromagnético, al contrario del proceso espontáneo. Como descrito en (1.1) y (1.2) la absorción o emisión estimulada dependen aun de la población del nivel de donde comienza la transición, esto es del número de átomos capaces de contribuir para el proceso.

El principio de Boltzmann, una de las leyes fundamentales de la termodinámica, dice que cuando un conjunto de átomos esta en equilibrio térmico a una cierta temperatura positiva T, las poblaciones relativas de cualquiera de los dos niveles de energía E_1 y E_2 son dadas por la expresión:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-(E_2-E_1)}{KT}} \tag{1.47}$$

o aun

$$N_2 = \frac{N_1}{e^{\frac{E_2-E_1}{KT}}} \tag{1.48}$$

Esto muestra que si a diferencia de energía entre los niveles es grande cuando comparada con KT, el tiempo exponencial del denominador se torna enorme, y por tanto la población en el nivel 2 es muchísimo inferior al del nivel 1. Como ejemplo numérico, si la diferencia de energías es de 2 eV, correspondiendo a luz naranja, y si tomamos KT a temperatura ambiente (0.025 eV), la población del nivel excitado es e^{80} veces menor

que la del estado fundamental, esto es, 5.5 x 10^{34} están en el estado fundamental para cada átomo en el estado excitado! Obviamente es necesario un esfuerzo considerable para alterar esta situación tal que el sistema pueda presentar ganancia. Esto tal vez explique porque se demoro tanto en construirse el láser.

1.10. Transferencia de Energía y Conversión Ascendente de Frecuencia

1.10.1 Transferencia de Energía

Algunos tipos de dinámicas envolviendo el estado excitado de iones en sólidos aparecen de las interacciones ión-ión que ocurren frecuentemente cuando se aumenta la concentración del dopaje, resultando en transferencia de energía y /o difusión dentro del sistema activo. La transferencia de energía puede ser usada para aumentar la eficiencia de bombeo de los iones activos o moléculas en sus hospederos, sin embargo, también pueden causar la disminución en la emisión de la fluorescencia a través de interacciones que reducen el tiempo de vida del estado emisor.

La transferencia de energía puede ser radiactiva o no radiactiva. La Transferencia radiactiva ocurre cuando el perfil de emisión del ión donador se superpone al espectro de absorción del ión aceptador, pudiendo los iones donadores y aceptadores ser del mismo elemento químico. La transferencia no radiactiva, ocurre con el auxilio de la red, pasa de un ión a otro envolviendo oscilaciones que se propagan en la red (fonones). La transferencia de energía es generalmente tratada en uno de los siguientes casos: el primero es una transferencia directa de un "sensitador" excitado a un no excitado ("aceptador"). El segundo caso es de la transferencia de energía para activadores después de ocurrir difusión entre sensitizadores.

La intensidad de la luminescencia puede aumentar o reducirse drásticamente aumentando la concentración y/o incorporando otros tipos de iones trivalentes de tierra rara. El fenómeno sucede como resultado de la transferencia de energía no radiactiva de un ión de tierra rara que se comporta como donador de energía para otro ión de tierra rara que actúa como aceptador de energía. Dependiendo de las concentraciones y de la distribución de donadores y aceptadores, es posible obtener un comportamiento más complejo. La transferencia de energía puede ser resonante o no resonante. La

transferencia de energía no resonante es asistida por fonones. En tal proceso la diferencia de energía es proporcionada o recibida de la red vía fonones.

1.10.2 Transferencia de Energía Resonante

Entre los procesos básicos de transferencia de energía entre iones de tierra rara en cristales está la posibilidad de transferencia resonante, tal como es mostrado en la Fig.1.9 El ión donador va de su estado excitado A* a su estado fundamental A y por ese medio excita otro ión, el aceptador, de su estado fundamental B a su estado excitado B*. En este proceso la energía es totalmente conservada, significando que la transición $A^* \rightarrow A$ y la transición $B \rightarrow B^*$ tienen la misma energía.

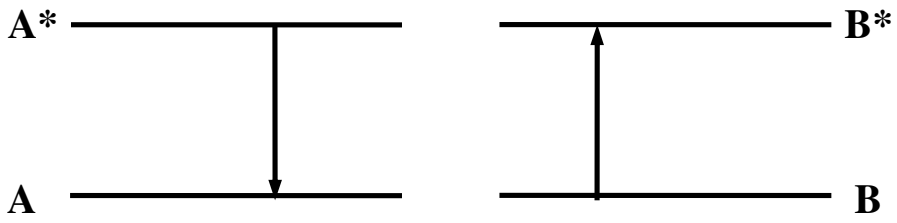


Fig.1.9 Transferencia de energía resonante..

1.10.3 Carácter Microscópico de la Transferencia de Energía

Es tema trata de la conversión de los parámetros microscópicos para los observables macroscópicos a través de un promedio por todo el cristal. Una buena manera de estudiar procesos de transferencia de energía es midiendo el tiempo de vida de la fluorescencia del donador. Esto se debe a la posibilidad de ocurrir transferencia de energía para un ión aceptador y también para donador a donador, lo cual constituye otro canal de decaimiento para el estado fundamental aparte de los decaimientos radiactivos y no radiactivos, reduciendo el tiempo de vida del estado excitado del donador.

A seguir son ilustrados dos procesos de transferencia de energía que pueden ser observados en vidrios y cristales con iones de tierras raras.

1.10.4 Transferencia de Energía por Relajación Cruzada

En este caso de transferencia de energía (Fig.1.10, el ión donador pasa de un nivel 3 hasta un nivel abajo 2, en cuanto que el ión aceptador pasa del nivel 1 hasta el nivel 2, con la condición de que la diferencia de energía entre los niveles 3 a 2 sea aproximadamente igual a la diferencia de energía entre los niveles 2 y 1 (los iones donador y aceptador pueden ser o no del mismo elemento).

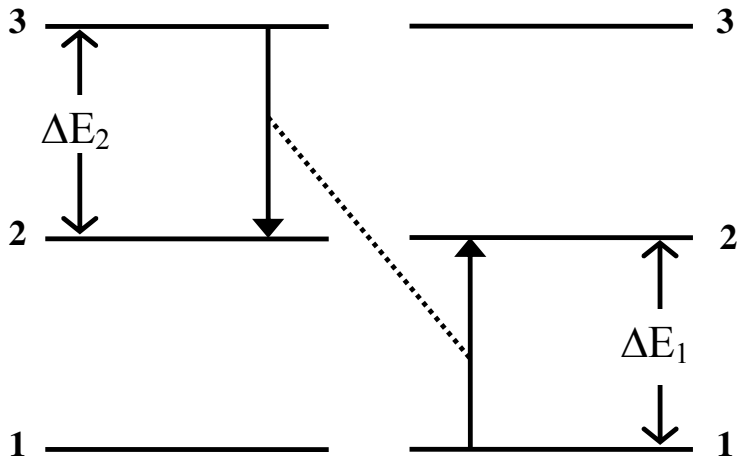


Fig.1.10 Transferencia de energía por relajación cruzada.

1.10.5 CONVERSIÓN ASCENDENTE DE FRECUENCIA

El fenómeno de conversión de frecuencia en iones de tierra rara, fue propuesto e investigado por primera vez por el Prof. Auzel en la Escuela Politécnica en Francia. En este fenómeno, luz con menor longitud de onda de que la fuente de bombeo es generada por el medio. Para un mecanismo CAF, la intensidad de luz generada (I_{UC}) será proporcional a una potencia n de la intensidad de excitación (I), o sea, $I_{UC} \propto I^n$, donde n (=2,3,..) es el número de fotones absorbidos por fotón generado. En un grafico $log(I_{UC})$ versus $log(I)$ nos dará una recta con inclinación n.

1.10.5.1 Procesos de Absorción por Estados Excitados

Este es un proceso que envuelve un solo ión. En la Fig.1.11 un fotón de energía E_1 es absorbido, y a seguir otro fotón de energía E_2 genera una transición de un estado

meta estable 2 para un nivel de energía mayor. La energía del estado final 3 es, en lo máximo, igual a la suma de la energía de los dos fotones. El decaimiento anti-Stokes caracteriza la relajación del estado 3.

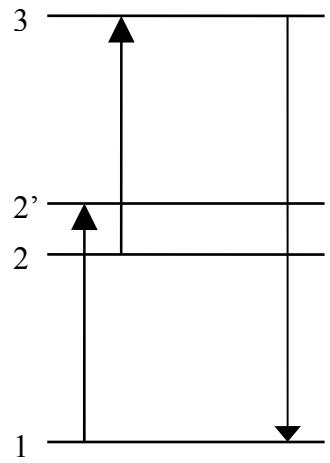


Fig.1.11 Esquema general para absorción de estados excitados.

1.10.5.2 Absorción Secuencial de Dos Fotones

Este fenómeno también es un proceso de un solo ión en el cual dos fotones de Energía E_1 y E_2 son absorbidos a través de un estado cuántico intermediario. En la Fig.1.12 la energía del estado final 3 es igual a $E_1 + E_2$. Como en el caso anterior, el decaimiento de la fluorescencia anti Stokes caracteriza la relajación del estado 3.

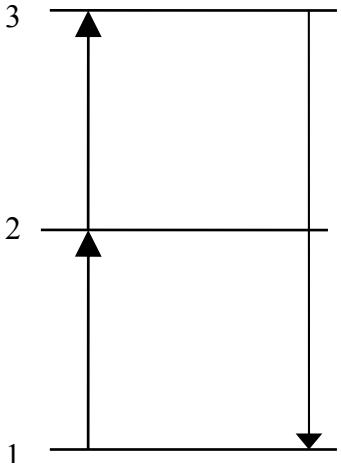


Fig.1.12 Esquema de CAF por absorción secuencial de dos fotones.

CAPITULO 2

ANALISIS Y RESULTADOS

En este capitulo analizaremos el trabajo de M. F. Joubert et. al., titulado "Modelo del Efecto de Avalancha de Fotones". Haremos una descripción casi literal del artículo y desarrollaremos los cálculos matemáticos para explicar gráficamente sus resultados obtenidos, lo cual es materia de este trabajo monográfico.

2.1 Modelo del Efecto de Avalancha de fotones

M. F. Joubert, S. Guy, and B. Jacquier

Recientes demostraciones en láseres de estado sólido por conversión ascendente de frecuencia han renovado el interés en mecanismos de excitación que resulten en una emisión a una menor longitud de onda de la luz de bombeo. Una eficiente conversión ascendente de frecuencia es posible en materiales dopados con tierras raras, con niveles intermediarios metaestables que puedan actuar como un reservorio para almacenar la energía de bombeo.

La principal meta de este artículo es estudiar el proceso de avalancha de un punto de vista teórico y aplicar la teoría a los resultados experimentales obtenidos para el caso del cristal de $LiYF_4:Nd^{3+}$. El fenómeno de avalancha puede ocurrir en el caso donde una eficiente transferencia de energía por relajación cruzada induce un mecanismo de absorción por estados excitados. Sin embargo, esto no es una condición suficiente para la avalancha ocurrir. El desarrollo teórico que sigue nos permitirá determinar las condiciones necesarias y suficientes para observar una avalancha de fotones.

La figura 2.1, muestra el esquema general de energía para un proceso de avalancha. La absorción no resonante del estado fundamental puebla el nivel 2´, la cual relaja no radiactivamente al nivel metaestable 2. La absorción resonante $2 \rightarrow 3´$, seguido por la relajación no radiactiva $3´ \rightarrow 3$, conduce a la población del nivel emisor 3. Entonces, el proceso de relajación cruzada, representada por la flecha punteada en la

Fig.2.1, permite una población muy eficiente del nivel 2 y aumenta la absorción por estados excitados 2 $\rightarrow$ 3´. Desde que las relajaciones fononicas sean rápidas comparadas a todos los otros procesos envueltos, los procesos de excitación pueden ser adecuadamente descritos por las siguientes ecuaciones de tasa donde n_1, n_2 y n_3 representan las poblaciones en los niveles 1, 2 y 3, respectivamente:

$$\frac{dn_1}{dt} = -R_1 n_1 + W_2 n_2 + bW_3 n_3 - sn_1 n_3 \ ,$$

$$\frac{dn_2}{dt} = R_1 n_1 - (W_2 + R_2) n_2 + (1-b) W_3 n_3 + 2sn_1 n_3 \ , \qquad (2.1)$$

$$\frac{dn_3}{dt} = R_2 n_2 - W_3 n_3 - sn_1 n_3 \ ,$$

con

$n_1 + n_2 + n_3 = 1$.

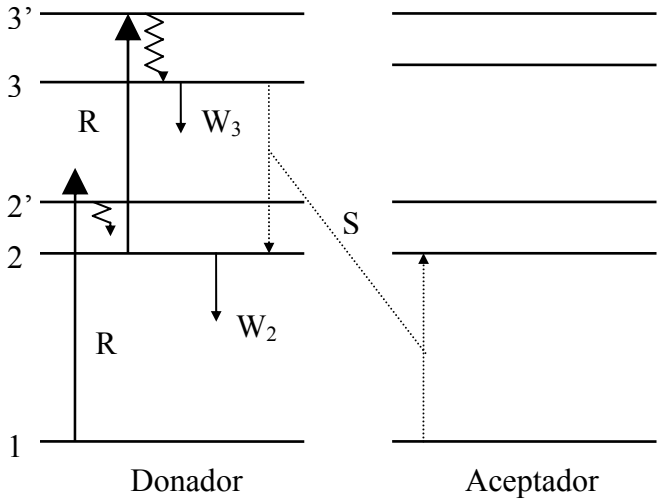


Fig.2.1. Esquema general de energía para un proceso de avalancha de fotones.

La absorción no resonante del estado fundamental y la absorción resonante por estados excitados son representadas por las tasas de bombeo R_1 y R_2, respectivamente. W_2 y W_3 son las tasas de relajación de los niveles 2 y 3, respectivamente. La ramificación en el decaimiento del nivel 3 es descrito por el parámetro b con (1- b)W, siendo la tasa de decaimiento del nivel 2. El proceso de transferencia de energía que acoplan los iones de tierra rara es descrito por el parámetro S.

2.1.1 Solución estacionaria

De las ecuaciones (2.1), podemos escribir:

$$n_1 = \frac{R_2 - (W_3 + R_2)n_3}{R_2 + Sn_3}$$

$$n_2 = \frac{(W_3 + S)n_3 - Sn_3^2}{R_2 + Sn_3}$$

Reemplazando los valores de n_1 y n_2 en el sistema de ecuaciones de tasa, para el límite de un tiempo muy largo, obtenemos una ecuación cuadrática solo en función de n_3 que puede ser calculado fácilmente. De esta manera, la solución estacionaria para la población del nivel 3 la podemos escribir como

$$n_3^{\infty} = \frac{B}{2A}\left[-1 + sgn(B)\left(1 + \frac{4AR_1}{B^2}\right)^{1/2}\right], \qquad (2.2)$$

Con

$$A = \frac{s}{R_2}\left[R_2 + W_3(1+b) - W_2\right],$$

$$B = \frac{1}{R_2}\left[W_2(W_3 + s) - R_2(s - bW_3) + R_1W_3 + R_1R_2\right],$$

Como mencionamos antes, R_1 es la tasa de bombeo del estado fundamental la cual corresponde a la absorción no resonante. De esta forma podemos asumir que R_1 es muy pequeño comparado a todos los otros términos. Entonces

$$\left(1 + \frac{4AR_1}{B^2}\right)^{1/2} \approx 1 + \frac{2AR_1}{B^2},$$

Esto conduce a las siguientes soluciones para n_3^{∞}: si B>0,

$$n_3^{\infty} = \frac{R_1 R_2}{W_2(W_3 + s) - R_2(s - bW_3) + R_1 R_2 + R_1 W_3}$$

$$n_3^{\infty} \approx \frac{R_1 R_2}{s - bW_3} \frac{1}{R_{2\,limite} - R_2} \tag{2.3}$$

y si B < 0,

$$n_3^{\infty} = \frac{-W_2(W_3 + s) + R_2(s - bW_3) - R_1 R_2 - R_1 W_3}{s\left[W_3(1 + b) + R_2 - W_2\right]}$$

$$n_3^{\infty} \approx (s - bW_3) \frac{R_2 - R_{2\,limite}}{s\left[W_3(1 + b) + R_2 - W_2\right]}, \tag{2.4}$$

donde

$$R_{2\,limite} = \frac{W_2(s + W_3)}{s - bW_3}, \tag{2.5}$$

Note que

$$B < 0 \quad \Leftrightarrow R_2 > R_{2\,limite},$$

$$B > 0 \quad \Leftrightarrow R_2 < R_{2\,limite},$$

Si $s < bW_3$, $B > 0$. Entonces, solo el primer régimen existe, cualquiera que sea la excitación. Por otro lado,, si $s > bW_3$, los dos regimenes existen. Arriba del umbral ($R_2 = R_{2\ limite}$), existe el efecto avalancha. En conclusión, el efecto de avalancha puede ocurrir solo si la probabilidad de relajación cruzada (s) es mayor que la probabilidad del nivel 3 al nivel 1 (bW_3).

2.1.2 Solución General a bajas densidades de Excitación

En el sistema (1), la expresión analítica de $n_3(t)$ no puede ser encontrada explícitamente en el caso general. Sin embargo, para bajas densidades de excitación, es razonable asumir que $n_1 \approx 1$. De esta forma, si hacemos el cambio de variable $n_1 = 1 - \alpha_1$, donde n_2, n_3 y α_1 son muy pequeños comparados a 1. Entonces, podemos despreciar el termino $s\alpha_1 n_3$ en primer orden. El sistema (1) es reducido al siguiente sistema lineal;

$$\begin{aligned} \frac{dn_2}{dt} &= -\alpha n_2 + \beta n_3 + R_1 \ , \\ \frac{dn_3}{dt} &= R_2 n_2 - \gamma n_3 \ , \\ \alpha_1 &= n_2 + n_3 \ , \end{aligned} \tag{2.6}$$

con

$$\alpha = R_2 + R_1 + W_2 \ , \quad \beta = (1-b)W_3 + 2s - R_1 \ , \ \gamma = W_3 + s \ .$$

Como mencionamos anteriormente, R_1 es la tasa de bombeo del estado fundamental la cual corresponde a una absorción no resonante. De esta forma podemos asumir que R_1 es muy pequeño comparado a los otros términos. Esto conduce a

$$\alpha \approx R_2 + W_2, \quad \beta \approx (1-b)W_3 + 2s \ .$$

La solución analítica del sistema (6) es

$$n_3(t) = \left[1 + (C - 0.5)^{-(D+E)t} - (C + 0.5)e^{-(D-E)t}\right] n_3^{\infty} \tag{2.7}$$

Con

$$D = 0.5(\alpha + \gamma) \ ,$$

$$E = 0.5\sqrt{(\alpha - \gamma)^2 + 4R_2\beta} \ ,$$

$$C = \frac{E\gamma}{2R_2\beta} + \frac{\alpha - \gamma}{4E} - \frac{\gamma(\alpha - \gamma)^2}{8R_2\beta E} = \frac{\alpha + \gamma}{4E} \ ,$$

$$n_3^{\infty} = \frac{R_1 R_2}{W_2(W_3 + s) - R_2(s - bW_3)R_1 R_2 + R_1 W_3} + R_1 s \, .$$

La Ec.(2.7) es una buena solución tan luego como los coeficientes en la parte experimental sean negativos, de esta forma $n_3(t)$ no diverge. Esto conduce a soluciones estables solo sí

$$s < bW_3 \quad o \quad s > bW_3 \, , \qquad R_2 < R_{2\,limite} = \frac{W_2(s + W_3)}{s - bW_3} \, .$$

En otras palabras, esta solución analítica para n_3(t) es valida solo abajo del umbral de avalancha.

2.2 Resultados Teóricos

Ahora verificaremos los resultados experimentales de la Profesora Joubert y colaboradores, mediante el uso de herramientas computacionales y de todas las soluciones analíticas verificadas en esta monografía. Como fue comentado al inicio, la teoría del efecto avalancha fue aplicado para el caso de un cristal de $LiYF_4:Nd^{3+}$. Los niveles de energía 1, 2, 2´, 3, y 3´ mostrados en la Fig.1.1, están relacionados a los estados $^4I_{9/2}$, $^4F_{3/2}$, $^2H_{11/2}$, $^2P_{3/2}$, y $^4D^{3/2}$ del Nd^{3+}. Los valores medidos de las tasas de relajación mostrados en el artículo para W_2 y W_3, son 1905 s^{-1} y 20000 s^{-1}, correspondientemente.

2.2.1 Interpretación Abajo del Umbral de Avalancha

La figura 2.2, fue obtenida usando la Ec.(2.7), la cual es valida solo abajo del umbral de avalancha. Los tres parámetros son la razón de ramificación b y la probabilidad de transferencia de energía por relajación cruzada s, las cuales son constantes, y la tasa de bombeo R_2, la cual aumenta con la potencia de excitación. Las figuras mostradas son obtenidas con b = 0.2, s = 15 600 s^{-1}, y R_2 = 2 900 s^{-1}, 4 100 s^{-1}, y 5 800 s^{-1}. Se muestra que la probabilidad de transferencia de energía por relajación cruzada s es mayor que bW_3 = 4 000 s^{-1}. De acuerdo a la teoría, esto significa que una avalancha es posible arriba del valor umbral de $R_{2\text{limite}}$ = 5 846 s^{-1}.

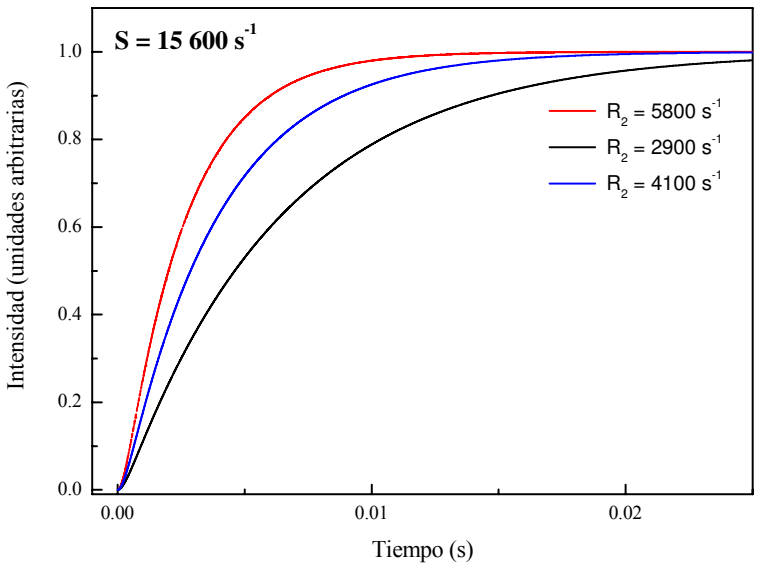


Fig.2.2. Dinámica de la fluorescencia con la potencia de bombeo para el valor constante de S = 15 600 s^{-1}.

Usando las Ecs.(2.3) y (2.4) se obtuvo la Fig. 2.3. Este grafico muestra la dependencia con la potencia de la población del nivel n_3^{∞}, verificando de esta manera, los cálculos realizados por la Profesora Joubert y colaboradores los cuales concordaban perfectamente con sus resultados experimentales, mostrando que para valores de R_2 mayores que ~ 5850 s^{-1}, n_3^{∞} se hacía mucho mayor. Debajo de este umbral, el trazo logarítmico de la Fig.2.3 indicaba una conducta cuadrática a tasas muy bajas (R_2 < 1000 s^{-1}).

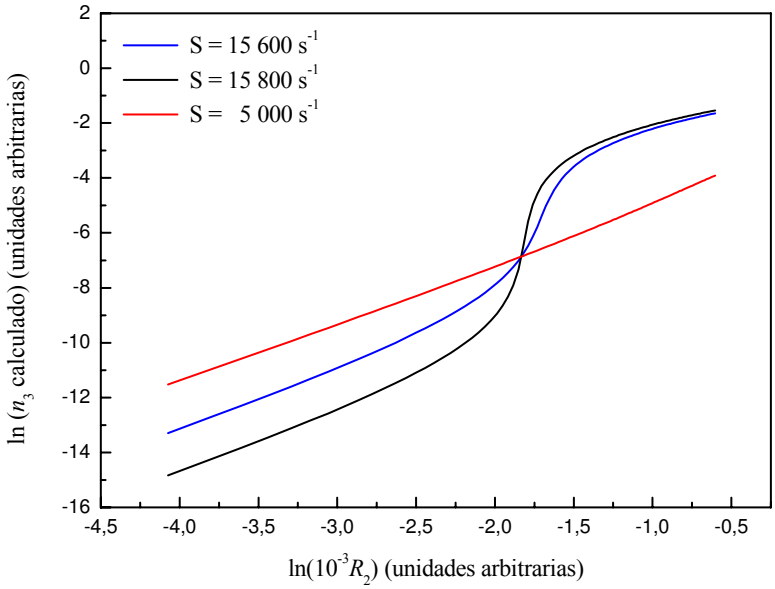


Fig.2.3. Dependencia de la Intensidad de fluorescencia con la potencia de bombeo, para diferentes valores de *S*.

2.2.2 Interpretación Arriba del Umbral de Avalancha

Arriba del umbral, el único camino para realizar una aproximación es calculando numéricamente el sistema (1). La figura (2.4), muestra el resultado del calculo usando los parámetros b = 0.2, s = 15 600 s^{-1}, R_2 = 5 846 s^{-1}, 4100 s^{-1}, y R_2/R_1=5882. Esta resolución es bastante satisfactoria ya que muestra ahora que R_2 es mayor que $R_{2\text{limite}}$ = 5846 s^{-1}. Además, el valor de R_2/R_1 es grande como fue asumido en la sección 2. Obsérvese que para una tasa de bombeo R_2 = 4 100 s^{-1}, el efecto de avalancha no aparece.

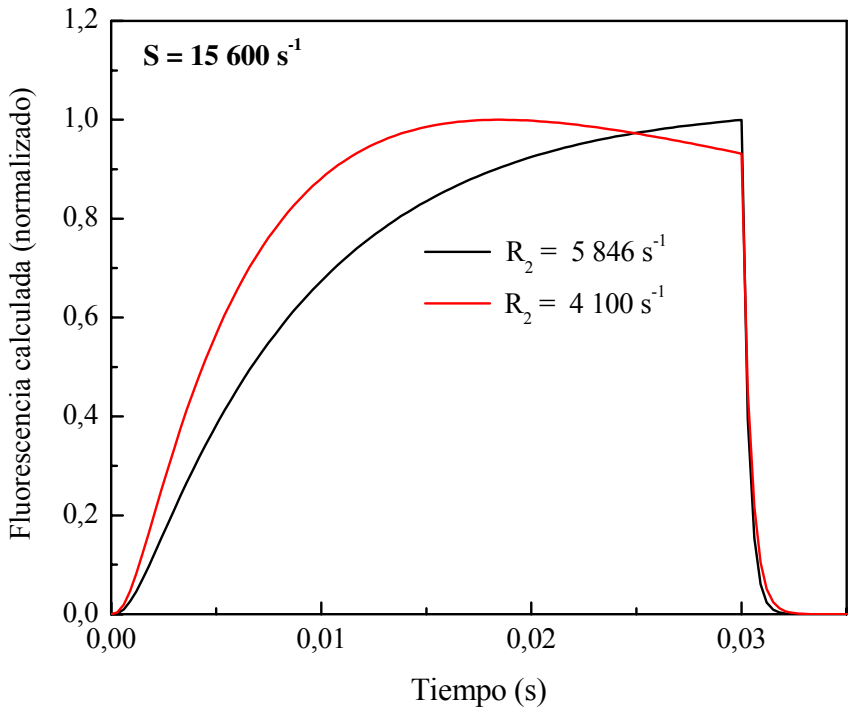


Fig.2.4. Dinámica de la Fluorescencia (n_3) en función de la tasa de bombeo R_2.

CAPITULO 3

CONCLUSIONES

En esta monografía, verificamos un estudio teórico del proceso de avalancha siguiendo el tratamiento realizado por la Profesora M. F. Joubert y colaboradores. Se observo, que tal fenómeno puede ocurrir en el caso donde una eficiente transferencia de energía por relajación cruzada induce un mecanismo de absorción por estados excitados. Donde, una condición para que la transferencia de energía por relajación cruzada sea eficiente es la perfecta coincidencia entre los gaps de las bandas de energía envueltos en el proceso. Sin embargo, esta no es la única condición para que el efecto de avalancha suceda. El modelo teórico de la Profa. Joubert, muestra claramente que el efecto de avalancha puede ocurrir, solo si la probabilidad de transferencia de energía por relajación cruzada envuelto en el proceso es mayor que la probabilidad de relajación del nivel 3 al nivel 1.

REFERENCIAS

[1] "Física Cuántica – Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos y Partículas", por Eisberg – Resnick. Limusa Wiley (2008)

[2] "Quantum Mechanics Vol.2", por Claude Cohen – Tannoudji, Bernard Diu y Franck Laloe. A Wiley – Interscience Publication, John Wiley & Sons. New York 1977.

[3] "Óptica", por Eugene Hecht. Addisson Wesley Iberoamericana, Madrid – 2002.

[4] "Óptica Avanzada", por María Luisa Calvo Padilla. Editorial Ariel S.A. Barcelona – Primera Edición 2002.

[5] Antonhy E. Siegman, "Lasers", University Science Books, Hill Valley - California