Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Matemáticas
Escuela Profesional de Investigación Operativa

Diseño de un modelo de asignación óptima de unidades tecnológicas usando programación lineal entera en la empresa Atento Perú

TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL

Para optar el Título Profesional de Licenciada en Investigación Operativa

AUTOR

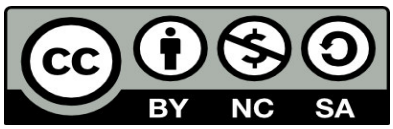
Helena Virginia CUYA GARCÍA

ASESOR

Carlos Enrique CALDERÓN RODRÍGUEZ

Lima, Perú

2022



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Cuya, H. (2022). *Diseño de un modelo de asignación óptima de unidades tecnológicas usando programación lineal entera en la empresa Atento Perú*. [Trabajo de Suficiencia Profesional de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Matemáticas, Escuela Profesional de Investigación Operativa]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios

Datos de autor	
Nombres y apellidos	Helena Virginia Cuya García
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	73020976
URL de ORCID	
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	Carlos Enrique Calderón Rodríguez
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	09910975
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0002-9662-1201
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	Lucy Haydeé De La Cruz Cuadros
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	06554824
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Flor Cagniy Cárdenas Mariño
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	45422233
Datos de investigación	
Línea de investigación	A.3.3.1. Optimización Matemática
Grupo de investigación	No aplica.
Agencia de financiamiento	Sin financiamiento.

Ubicación geográfica de la investigación	Universidad Nacional Mayor de San Marcos País: Perú Departamento: Lima Provincia: Lima Distrito: Lima Coordenadas geográficas Latitud: -12.058333 Longitud: -77.083333
Año o rango de años en que se realizó la investigación	Julio 2022
URL de disciplinas OCDE	Matemáticas aplicadas https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#1.01.02

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL EN LA MODALIDAD VIRTUAL PARA OBTENCIÓN DEL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO(A) EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA
(PROGRAMA DE TITULACIÓN PROFESIONAL 2022-I)

En la Ciudad Universitaria, Facultad de Ciencias Matemáticas, siendo las 10 :02 horas del día sábado 23 de julio del año 2022, se reunieron los docentes designados como Miembros del Jurado Evaluador del Trabajo de Suficiencia Profesional:

Mg. Lucy Haydee De la Cruz Cuadros	(Presidente)
Mg. Flor Cagniy Cárdenas Mariño	(Miembro)
Lic. Carlos Enrique Calderón Rodríguez	(Miembro-Asesor)

Para la sustentación del Trabajo de Suficiencia Profesional intitulada: DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE UNIDADES TECNOLÓGICAS USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA EN LA EMPRESA ATENTO PERÚ, presentada por la señorita Bachiller Cuya García, Helena Virginia, para obtener el Título Profesional de Licenciada en Investigación Operativa.

Luego de la exposición del Trabajo de Suficiencia Profesional, el Presidente invitó a la expositora a dar respuesta a las preguntas formuladas.

Realizada la evaluación correspondiente por los miembros del jurado, la expositora mereció la aprobación ***sobresaliente*** con un calificativo promedio de dieciocho (18).

A continuación, los miembros del jurado dan manifiesto que la participante señorita Bachiller Cuya García, Helena Virginia, en virtud de haber aprobado la sustentación de su Trabajo de Suficiencia Profesional, será propuesto para que se le otorgue el Título Profesional de Licenciada en Investigación Operativa.

Siendo las 10 :30 horas, se levantó la Sesión, firmando para constancia la presente Acta en tres (3) copias originales o archivo PDF.



PRESIDENTE
Mg. Lucy Haydee De la Cruz Cuadros



MIEMBRO
Mg. Flor Cagniy Cárdenas Mariño



MIEMBRO-ASESOR
Lic. Carlos Enrique Calderón Rodríguez

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú. Decana de América
FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

INFORME DE EVALUACIÓN DE ORIGINALIDAD

La Directora de la Escuela Profesional de Investigación Operativa, Mg. Carmela Catalina Velásquez Pino, informa lo siguiente:

1. Operador del programa informático de similitudes: Dr. Paulo Cesar Olivares Taipe
2. Documento evaluado:
   Diseño de un modelo de asignación óptima de unidades tecnológicas usando programación lineal entera en la empresa Atento Perú
3. Autor de la tsp: Helena Virginia CUYA GARCÍA
4. Fecha de recepción de la tesis: 04/05
5. Fecha de aplicación del programa informático de similitudes: 05/05
   - Software utilizado: Turnitin
6. Configuración del programa detector de similitudes:
   - Excluye textos entrecomillados
   - Excluye bibliografía
   - Excluye cadenas menores a 40 palabras
7. Porcentaje de similitudes según programa detector de similitudes:
8. Fuentes originales de las similitudes encontradas: 6%
   Fuentes de internet: 6%
   Publicaciones: 6%
9. Calificación de originalidad:
   - El documento mencionado cumple criterios de originalidad, sin observaciones

Lima, 05 de mayo 2023

UNMSM
Firmado digitalmente por VELASQUEZ PINO Carmela Catalina FAU 20148092282 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 08.06.2023 12:43:04 -05:00

Mg. Carmela Catalina Velásquez Pino
Directora

FICHA CATALOGRÁFICA

HELENA VIRGINIA CUYA GARCÍA

DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE UNIDADES TECNOLÓGICAS USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA EN LA EMPRESA ATENTO PERÚ.

Lima 2022.

Vi, 6 p., 42 p., 29.7 cm (UNMSM, Licenciada, Investigación Operativa, 2022).

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Facultad de Ciencias Matemáticas

Escuela Profesional de Investigación Operativa

UNMSM / FCM

DEDICATORIA

El presente lo dedico a Dios por haber permitido que cada una de mis decisiones me lleven a subir un peldaño más en mi vida académica.

Asimismo, a mis amados padres, Pedro y Elena, que siempre me apoyaron, aconsejaron y condujeron mis pasos para realizarme académica y profesionalmente.

AGRADECIMIENTO

Estoy agradecida a Dios, a la vida, a mis padres, mi hermanita Natali, mis tíos y demás familiares que me brindaron el soporte para culminar mis estudios, a los docentes de mi querida Escuela Profesional de Investigación Operativa, quiero mencionarlos a todos porque de una u otra forma aprendí un poquito de cada uno, a las profesoras Carmela Velásquez, Esther Berger, Lucy de La Cruz, María Álvarez, Gladys Melgarejo, a los profesores Ricardo López, a los hermanos Oré Luján, Juan Toledo, Carlos Calderón quién desde su primera clase nos hizo amar la carrera.

A todo el personal administrativo de la Facultad, en espacial a Ronald Sandoval, a los señores que atienden la biblioteca.

A todos los integrantes de la Oficina General de Bienestar Universitario que me evaluaron y dieron la oportunidad de residir en la Vivienda Universitaria.

Quisiera poder nombrar a todos los que directa o indirectamente contribuyeron a este paso profesional, porque les estoy profundamente agradecida.

Resumen

DISEÑO DE UN MODELO DE ASIGNACIÓN ÓPTIMA DE UNIDADES TECNOLÓGICAS USANDO PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA EN LA EMPRESA ATENTO PERÚ

HELENA VIRGINIA CUYA GARCÍA

JULIO 2022

Título obtenido : Licenciada en Investigación Operativa

El presente trabajo identifica la situación actual de una empresa que debe asignar unidades tecnológicas a cada servicio que externaliza procesos, en el diagnóstico de la metodología usada se identifica que el método actual de despacho es FIFO (First in, first out) y en el presente se propone diseñar un modelo matemático de asignación a través de la programación lineal entera optimizar la utilidad producida por cada asignación.

Palabras clave: Investigación operativa, optimización, asignación, programación lineal entera, unidades tecnológicas.

Abstract

DESIGN OF A MODEL OF OPTIMAL ASSIGNMENT OF TECHNOLOGICAL UNITS USING INTEGER LINEAR PROGRAMMING IN THE COMPANY ATENTO PERU

HELENA VIRGINIA CUYA GARCIA

JULY 2022

Graduate : Operations Research

The present work identifies the current situation of a company that must assign technological units to each service that outsources processes, in the diagnosis of the methodology used it is identified that the current dispatch method is FIFO (First in, first out) and in the present It is proposed to design a mathematical model of allocation through integer linear programming to optimize the utility produced by each allocation.

Keywords: Operational research, optimization, assignment, integer linear programming, technological units.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

I. INTRODUCCIÓN……1

II. INFORMACIÓN DEL LUGAR DONDE SE DESARROLLÓ LA ACTIVIDAD……. 3

3.1 Institución donde se desarrolló la actividad……..…3

3.2 Finalidad y Objetivos de la entidad…….. 3

3.3 Razón Social……. 3

3.4 Dirección Postal……..…3

3.5 Correo electrónico del profesional a cargo……3

III. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD……4

3.1 Organización de la actividad……..4

3.2 Finalidad y objetivos de la actividad……..6

3.3 Problemática……6

3.4 Metodología……7

3.5 Procedimientos……..9

3.6 Resultados de la actividad…… 10

IV. CONCLUSIONES……15

4.1 Justificación……..15

4.2 Metodología aplicada……23

4.3 Descripción de la implementación……26

V. RECOMENDACIONES……34

VI. BIBLIOGRAFÍA…… 35

VII. ANEXOS / ILUSTRACIONES…… 36

I. INTRODUCCIÓN.

El objetivo del presente trabajo de suficiencia profesional es describir la aplicación de una de las herramientas de la investigación de operaciones, programación lineal entera, que busca optimizar la asignación de los principales recursos tecnológicos (Laptops, computadoras, headphone) hacia sus trabajadores a través de un modelo matemático de asignación, con la finalidad de maximizar el rendimiento económico, minimizar la penalidad diaria del incumplimiento de un requerimiento no atendido.

Atento, antes de iniciar la pandemia por la covid 19, como toda empresa tenía una gestión de trabajo presencial, su especialidad es la externalización de procesos de empresas nacionales como extranjeras por ello Atento es conocido por ser una empresa de centro de atención telefónica; dicha gestión presencial se daba hasta en modalidades de part y full time en tres turnos: mañana, tarde y noche. Con la llegada de la pandemia, para cumplir con sus clientes se adecuó al trabajo virtual, para ello lo más rápido fue asignar los equipos que tenía en sus sedes físicas y trasladarlos a las casas de los trabajadores, el problema inicia por el stock disponible de las herramientas tecnológicas a todo su personal dado que un porcentaje de trabajadores compartían los equipos cuando estos se encontraban físicamente porque un equipo lo podían utilizar usuarios de distintas modalidades de trabajo, como por ejemplo: tres part time, un part y un full time y así otras distintas combinaciones; lo más rápido para la empresa fue alquilar la cantidad de equipos que hacían falta, antes consultando quiénes podían laborar con herramientas propias bajo un bono por la prestación de sus equipos. Actualmente, la empresa mantiene una gestión presencial y virtual, se adaptó a las exigencias del mercado y empezó a reajustar sus costos, los alquileres de los equipos que adquirió inicialmente vencieron y se tuvieron que devolver, el stock de equipos que mantiene la empresa van rotando, personal que termina su vínculo laboral debe devolver las herramientas prestadas para poder asignarlas a una nueva persona, aparentemente esta rotación es sencilla y no debería generar un problema para la empresa pero involucra otros procedimientos como el reclutamiento, la capacitación, el recupero de los equipos, actualmente el Área Waha, encargada de los procesos de recupero y nueva asignación o reemplazo de equipos registra los requerimientos ingresados en la herramienta ServiceNow, donde se detalla la cantidad de computadoras, fechas de requerimientos, entre otros datos, el registro se lleva en una libro de Excel que a su vez alimenta us dashboard de Power Bi donde se ve gráficamente la cantidad de equipos por día. Cada cierto periodo de tiempo aparece el problema de stock de equipos, la cantidad que se tiene en almacén no es suficiente para cubrir la demanda, el método de asignación que usa el área es bajo el método FIFO (First in, first out) primero en llegar y primero en ser atendido, teniendo en cuenta las fechas de necesidad de cada servicio, implicando que hayan solicitudes no atendidas, postergar la entrega implica que otras áreas no inicien su procedimiento y el

cliente haga efectivo las penalidades por no conexión diaria. Si bien la decisión más sencilla de la empresa sería adquirir (comprar o alquilar) nuevos equipos a la falta de stock el costo es muy alto por ello se busca una forma eficiente de asignación.

Dentro de la variedad de herramientas de investigación operativa que se adapta a la situación problemática del área de la empresa descrita en el párrafo anterior es la programación lineal entera, pues las variables involucradas dentro del proceso de asignación son personas, equipos tecnológicos, no es viable su fraccionamiento, así como la decisión de asignar. Para el modelo de asignación propuesto se ha observado todas las áreas involucradas y se han transformado en ecuaciones de restricción que al resolverse maximice la función objetivo.

El siguiente informe tiene la siguiente estructura:

En el capítulo I se ha desarrollado la introducción del presente trabajo de suficiencia profesional, se ha descrito los objetivos generales, una descripción de la situación problemática y la herramienta de investigación de operaciones que su utilizará y la descripción de los capítulos que abarca la investigación aplicada.

En el capítulo II, se detallará información de la empresa donde se desarrolló la aplicación del trabajo de suficiencia profesional, la duración, finalidad y objetivos de la entidad, entre otros datos importantes.

El capítulo III, describe la estructura orgánica del área donde se desarrolla la actividad, la finalidad y sus objetivos, la problemática, la metodología a usarse, detalle del procedimiento actual, la herramienta usada, los resultados obtenidos y los escenarios que planteamos para la toma de decisión de los responsables.

En el Capítulo IV, se dejan las conclusiones obtenidas de la ejecución del modelo propuesto.

En el Capítulo V, se dan las recomendaciones en base a los resultados obtenidos.

Finalmente se termina con la bibliografía, anexos e ilustraciones.

II. INFORMACIÓN DE LUGAR DONDE SE DESARROLLÓ LA ACTIVIDAD.

a) INTRODUCCIÓN DONDE SE DESARROLLÓ LA ACTIVIDAD:
El trabajo se desarrolló en la empresa Atento del Perú.

b) PERÍODO DE DURACIÓN DE LA ACTIVIDAD
La actividad se desarrolló durante 05 meses, de marzo a julio de 2022.

c) FINALIDAD DE LA ENTIDAD
Contribuir al éxito de las empresas garantizando la mejor experiencia para sus clientes, convertirse en el proveedor líder de soluciones de experiencias de clientes en sus mercados, desarrollando propuestas innovadoras.

d) OBJETIVOS DE LA ENTIDAD
El objetivo es establecer relaciones duraderas con sus clientes y ser percibidos por éstos con un aliado estratégico y no sólo como un proveedor de servicios

e) RAZON SOCIAL
Teleatento del Peru S.A.C

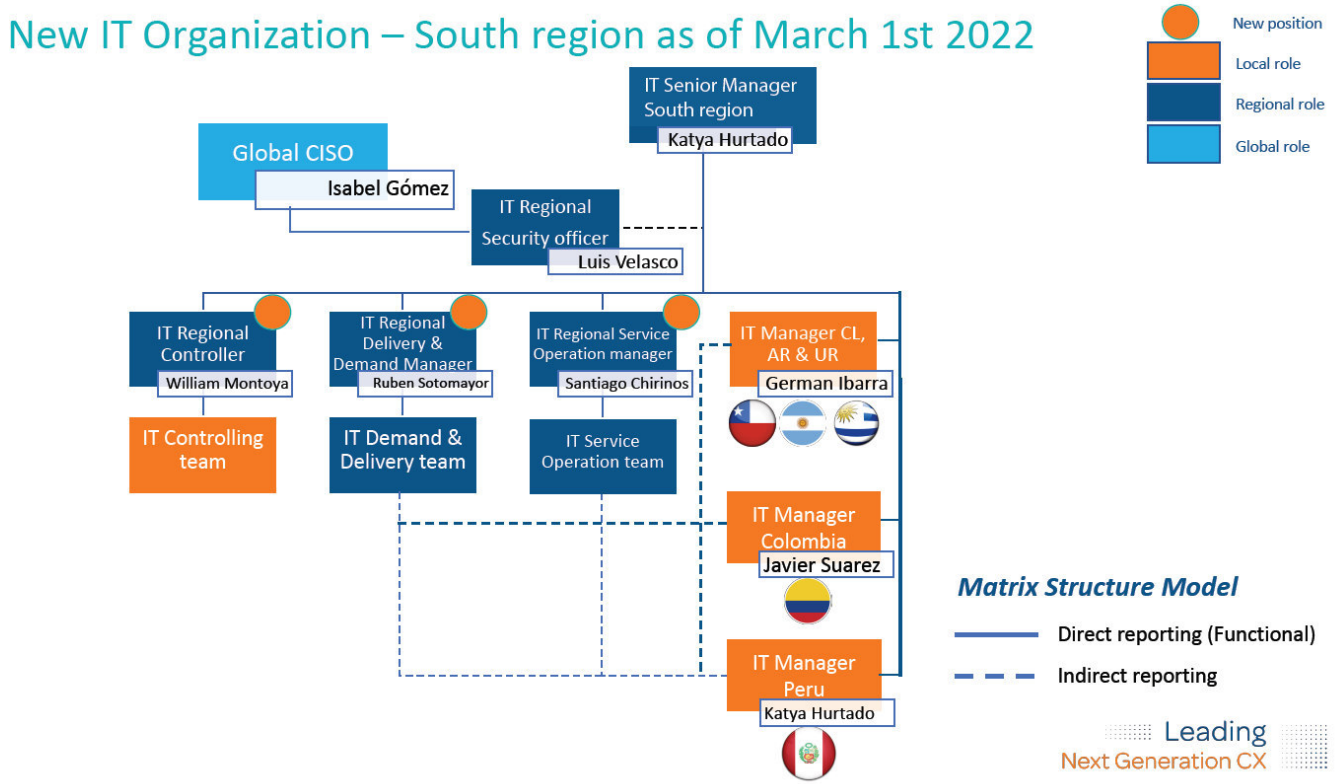
f) DIRECCIÓN POSTAL
Av. La Molina 190 – Ate.

g) CORREO ELECTRÓNICO DEL PROFESIONAL A CARGO:
Elmer Fidel Jauregui Araujo
ejauregui@atento.com

III. DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD.

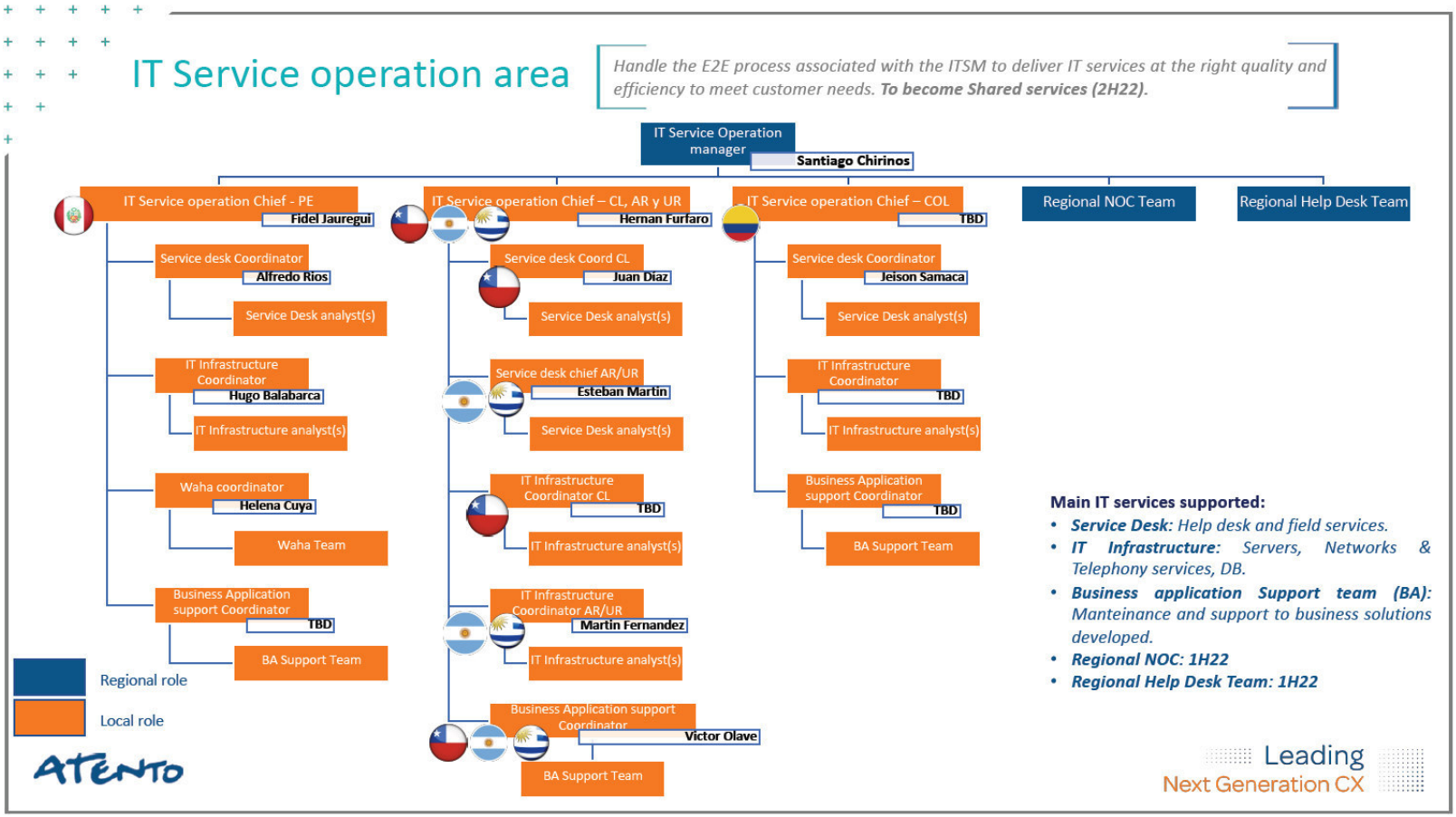
a) ORGANIZACIÓN, se detalla la estructura orgánica de la empresa, la actividad que se ha desarrollado se encuentra en la Gerencia de Sistemas y Tecnología, que en la Región Sur y en Perú se encuentra bajo la supervisión de Katya Rocio Hurtado Siu.

Figura 1: Organigrama interno del área de tecnología en Atento.



Específicamente el área de la Gerencia de Sistemas y Tecnología es la Jefatura Waha que depende directamente de IT Service Operation Chief, que se encuentra a cargo de Elmer Fidel Jauregui Araujo.

Figura 2: Organigrama de la Gerencia de Sistemas y Tecnología de IT Service Operation.



b) FINALIDAD Y OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD

La Jefatura Waha de Atento se crea al inicio de pandemia para realizar seguimiento y control de la asignación de recursos tecnológicos (Laptops, computadoras, headphones) que debe asignarse a cada trabajador. La Jefatura Waha tiene a cargo dos procesos: el de recupero y el de asignación:

La finalidad del proceso de recupero principalmente es de retornar a la empresa los equipos que se le asignó a personal que cesó de la empresa, la cantidad de equipos recuperados representa el stock para futuras asignaciones por ello diríamos coloquialmente que este proceso es el oxígeno de la gestión.

La finalidad del proceso de asignación es la programar las entregas a personal nuevo, previo a este proceso intervienen otros que responden a otras jefaturas como:

1. El proceso de planeamiento, donde se pronostica la cantidad de personal que cesará en un periodo de tiempo determinado.
2. El proceso de reclutamiento, que se encarga de lanzar la oferta de trabajo y determinar la cantidad necesaria para cubrir el pronóstico indicado de planeamiento.
3. El proceso de selección, que evalúa si todo el personal que ha ingresado cumple efectivamente con los requisitos que solicita el cliente.
4. El proceso de formación, acá se da los conocimientos al personal seleccionado y se va evaluando cada cierto periodo tiempo los que pasarían al servicio, siendo los que recibirán equipos tecnológicos para la gestión, este número no es el mismo que requiere el servicio sino representa una cantidad mayor, aproximadamente un ratio de 3, es decir, hasta el triple de lo que se necesita.

OBJETIVOS DE LA ACTIVIDAD:

Como el área maneja dos procesos vamos a detallar el objetivo de cada uno:

- Proceso de recuperación, es contactar y conseguir la devolución de todos los equipos entregados al personal cesado de la empresa.
- Proceso de asignación, es optimizar el reparto de los equipos recuperados a nuevo personal.

c) PROBLEMÁTICA.

El problema inicia por el stock disponible de las herramientas tecnológicas al nuevo personal, como se mencionaba en la introducción cada cierto periodo de tiempo la cantidad que se tiene en almacén no es suficiente para cubrir las demandas de los clientes, implicando hayan solicitudes no atendidas; los días que el stock cubre la demanda la asignación es directa caso contrario, el área

waha alerta la cantidad de Pcs faltantes y propone una entrega por orden de llegada, pero los servicios afectados al no estar de acuerdo porque impactan directamente la atención de los clientes obligan a volver a verificar las entregas, sincerar la cantidad de todos los requerimientos, es decir, reconfirmar si se requiere la cantidad inicial solicitada; con las nuevas cantidades (que en promedio representan una disminución que puede variar entre un 30 a 45%), si el stock que se tiene alcanza se termina el problema, de no ser así se informa la cantidad de equipos faltantes para la toma de decisión que puede ser solicitar un alquiler urgente cuyo costo es mayor al que se realiza con anticipación o retrasar la entrega y renegociar con el cliente, quién puede aceptar o cobrar una penalidad.

Por lo descrito, se evidencia que podríamos mejorar la forma de asignación, cambiando la asignación automática por una que formule una función objetivo, identifique los porcentajes de caídas, beneficios, penalidades, para ello vamos a formular el problema general y los específicos.

Formulación del Problema

¿Cómo formular un modelo de asignación que me permita en un tiempo determinado cumplir con los requerimientos que se reciben de los clientes actuales de la empresa?

Problemas Específicos

¿Cómo determinar la óptima asignación de los recursos tecnológicos teniendo en cuenta que la demanda es mayor a la oferta que se tiene?

¿Obtener el máximo rendimiento económico al asignar una unidad tecnológica?

¿Cómo minimizar la penalidad por no cumplir con la demanda en un periodo de tiempo determinado?

d) METODOLOGÍA

La metodología desarrollada siguió las siguientes etapas:

1. Plasmar la situación actual, en un modelo matemático, el cual fue resuelto a través del software lingo.
2. Formular el modelo de programación lineal actual, considerando la forma general indicada por (Docio Tomás, UVaDOC Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid, 2015)

$$Max\ Z = \sum_{i=1}^{n} C_i X_i$$

s.a:

$$\sum_{\substack{i=1 \\ j=1}}^{n} A_{ij} X_i \leq (\geq)(=) B_i, i \in M$$

$$X_i \; son \; variables \; enteras, j \in M \; subconjunto \; \{1, 2, \dots, n\}$$

3. En esta segunda etapa, se involucró a las áreas que se detallan en el liberal b del capítulo II, encontrando información que permite reformular el modelo matemático inicial, modificando la cantidad mínima de requerimiento, penalidades, tiempo de configuración, es decir, se mejoró la función objetivo, se añadieron restricciones.

4. En la tercera etapa se presenta el modelo matemático que se usará para contrastar los resultados obtenidos en la situación actual y comprobar si los resultados mejoraron o no.

5. Se definen las variables de decisión:

$$X_i = Cantidad \; de \; Unidades \; Tecnológicas \; a \; asignar \; al \; servicio \; i.$$
$$i = 1, 2, 3, \dots n$$

Si la empresa no llegara a cumplir con el requerimiento sufre un costo de penalización, por ello el objetivo es maximizar la utilidad neta, la cual se define:

$$Utilidad \; Neta = Utilidad \; Total - Penalización \; Total$$

De lo cual, se desprenden 02 variables:

$Y_i = Utilidad \; unitaria \; del \; servicio \; i$
$$i = 1, 2, 3, \dots n$$

$Z_i = Penalidad \; Unitaria \; del \; servicio \; i$
$$i = 1, 2, 3, \dots n$$

Se definen las nuevas restricciones

- 2.1 Demanda: Para ello definimos una nueva variable que represente la escasez de la unidad tecnológica a asignarse al servicio i.

$$X_i + S_i = D_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots n$$

- 2.2 Ratio de deserción en los procesos de reclutamiento, selección y formación: El personal inicial reclutado pasa por los procesos de selección y capacitación, con un ratio de deserción que varía de 1.3 a

2.4 dependiendo del servicio, esta variable es muy importante porque si a pesar de haber considerado un ratio de caídas, se implementan menos puestos a los previstos la empresa asumiría una penalidad monetaria.
Ejemplo:
Si el servicio i requiere 10 personas, y el ratio es de 1.8, la solicitud recibida es por 18 equipos cuando lo óptimo sería entregar sólo los 10 puestos.
La restricción de este proceso se representa con la siguiente ecuación:

- 2.3 Tiempo de preparación por equipo, el cual varía dependiendo los aplicativos que requiera cada servicio. La restricción de este proceso se representa con la siguiente ecuación:

$$T_i \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$i = 1, 2, 3, \dots n$$

e) PROCEDIMIENTO

Una vez identificadas las variables de decisión y las restricciones formularemos un nuevo modelo de programación lineal entera y reemplazaremos las variables con los datos reales del caso práctico.

Modelo Matemático:

Función Objetivo:

$$Max\ Z = Y_i \sum_{i=1}^{n} X_i - Z_i \sum_{i=1}^{n} X_i$$

s.a:

Tiempo de preparación:

$$T_i \sum_{i=1}^{n} X_i \leq T$$

Escasez de la demanda:

$$X_i * S_i = D_i$$

$$i, j \; son \; variables \; enteras$$

f) RESULTADOS DE LA ACTIVIDAD

En este inciso se muestran los resultados obtenidos en el software lingo del modelo matemático propuesto, asique como su análisis de sensibilidad y principalmente compararemos con el resultado de la situación actual y comprobar si hubo una mejora o no.

Considerando:

- Variables del modelo de programación lineal
  X_i: cantidad de unidades tecnologicas asignadas al servicio i

- Función Objetivo:
  Maximizar utilidad generada por las asignaciones;

$$Función\ Objetivo\ Máx = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12}$$

- Restricciones:

$$X_1 \leq 93 \quad \text{... (1)}$$
$$X_2 \leq 72 \quad \text{... (2)}$$
$$X_3 \leq 100 \quad \text{... (3)}$$
$$X_4 \leq 94 \quad \text{... (4)}$$
$$X_5 \leq 58 \quad \text{... (5)}$$
$$X_6 \leq 94 \quad \text{... (6)}$$
$$X_7 \leq 134 \quad \text{... (7)}$$
$$X_8 \leq 83 \quad \text{... (8)}$$
$$X_9 \leq 87 \quad \text{... (9)}$$
$$X_{10} \leq 129 \quad \text{... (10)}$$
$$X_{11} \leq 30 \quad \text{... (11)}$$
$$X_{12} \leq 133 \quad \text{... (12)}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000 \quad \text{... (13)}$$

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550 \quad \text{... (14)}$$

$$X_i \in Z^+, \quad \text{Donde } i = 1, 2, 3, \dots, 12 \quad \text{... (15)}$$

Los resultados fueron: (Ver anexo 03)

Variable	Value
X1	93.0000
X2	72.0000
X3	**73.0000**
X4	94.0000
X5	58.0000
X6	94.0000
X7	134.0000
X8	**33.0000**
X9	87.0000
X10	129.0000
X11	0.0000
X12	133.0000

Reemplazando en la función objetivo, el máximo beneficio es igual a:

$$Función\ Objetivo\ Máx\ Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12}$$

$$Máx\ Z = 1000$$

Resumen:

- Al ser esta asignación directa incluso no hubiese necesitado el uso del software, el objetivo es distribuir todo el stock disponible, la situación actual no contempla asignación en base a la utilidad.
- Total, de variables: 12
- Total, de restricciones: 15
- Cantidad de variables básicas: 11
- Identificación de variables básicas: X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 , X_6 , X_7 , X_8, X_9 , X_{10},X_{12}
- Cantidad de variables no básicas: 1
- Identificación de variables básicas: X_{11}
- Dado que tenemos una variable no básica y teniendo en consideración las ecuaciones (03 y 08), la empresa debe decidir si alquilar o postergar la entrega de al menos (100-73+83-33+30) 107 unidades tecnológicas.
- Podríamos revisar el análisis de sensibilidad (Ver anexo 04) para modificar algunos valores y volver a correr el modelo, pero en esta parte no se realizará porque es el modelo inicial y no tendría lógica cambiar el parámetro de los coeficientes de las variables básicas cuando no tenemos el valor de la utilidad, que se verá en la reformulación del modelo.
- Por último, si bien la asignación podría ser directa y rápida, el software me da la distribución óptima y rápida.

Habiendo analizado la situación actual, se redefinió el modelo matemático, cuyos resultados deberán ser comparados con los del original:

- Variables del modelo de programación lineal

  X_i: cantidad de unidades tecnologicas asignadas al servicio i

  S_i: cantidad de unidades tecnologicas no asignadas al servicio i, representa la escasez de la demanda.

  Donde $i = 1, 2, \dots, 12$

- Función Objetivo:

  Maximizar utilidad generada por las asignaciones;

$$Función\ Objetivo\ Máx\ Z = 1920 * (X_1 + X_2 + X_4 + X_{10}) + 2400 * (X_3 + X_5 + X_7) + 3600 * (X_6 + X_{12}) + 2880 * X_8 + 2160 * X_9 + 900 * X_{11} - 480 * (S_1 + S_2 + S_4 + S_5 + X_{10}) - 600 * S_3 - 1800 * (S_6 + S_{12}) - 240 * S_7 - 960 * S_8 - 540 * S_9$$

- Restricciones:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000 \dots (16)$$

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550 \dots (17)$$

$$X_1 \leq 93 \quad \dots (18)$$

$$X_2 \leq 72 \quad \dots (19)$$

$$X_3 \leq 100 \quad \dots (20)$$

$$X_4 \leq 94 \quad \dots (21)$$

$$X_5 \leq 58 \quad \dots (22)$$

$$X_6 \leq 94 \quad \dots (23)$$

$$X_7 \leq 134 \quad \dots (24)$$

$$X_8 \leq 83 \quad \dots (25)$$

$$X_9 \leq 87 \quad \dots (26)$$

$$X_{10} \leq 129 \quad \dots (27)$$

$$X_{11} \leq 30 \quad \dots (28)$$

$$X_{12} \leq 133 \quad \dots (29)$$

$$X_1 + S_1 \leq 93 \quad \dots (30)$$

$$X_2 + S_2 \leq 72 \quad \dots (31)$$

$$X_3 + S_3 \leq 100 \quad \dots (32)$$

$$X_4 + S_4 \leq 94 \quad \dots (33)$$

$$X_5 + S_5 \leq 58 \quad \dots (34)$$

$X_6 + S_6 \leq 94$ ... (35)

$X_7 + S_7 \leq 134$ ... (36)

$X_8 + S_8 \leq 83$ ... (37)

$X_9 + S_9 \leq 87$ ... (38)

$X_{10} + S_{10} \leq 129$ ... (39)

$X_{11} + S_{11} \leq 30$ ... (40)

$X_{12} + S_{12} \leq 133$ ... (41)

$X_i \, \epsilon \, Z^+,$ ... (42)

$i = 1, 2, 3, \ldots, 12$ ... (43)

Los resultados obtenidos son:

Variable	Value	Reduced Costo
X1	93.0000	0.0000
X2	72.0000	0.0000
X3	100.0000	0.0000
X4	94.0000	0.0000
X5	58.0000	0.0000
X6	94.0000	0.0000
X7	**84.0000**	**0.0000**
X8	83.0000	0.0000
X9	87.0000	0.0000
X10	**102.0000**	**0.0000**
X11	0.0000	1980.0000
X12	133.0000	0.0000
S1	0.0000	0.0000
S2	0.0000	0.0000
S3	0.0000	600.0000
S4	0.0000	0.0000
S5	0.0000	0.0000
S6	0.0000	2760.0000
S7	50.0000	0.0000
S8	0.0000	1200.0000
S9	0.0000	220.0000
S10	27.0000	0.0000
S11	30.0000	0.0000
S12	0.0000	4640.0000

Reemplazamos los resultados obtenidos en la función objetivo:

$$\textit{Función Objetivo Máx } Z = 1920 * (X_1 + X_2 + X_4 + X_{10}) + 2400 * (X_3 + X_5 + X_7) + 3600 * (X_6 + X_{12}) + 2880 * X_8 + 2160 * X_9 + 900 * X_{11} - 480 * (S_1 + S_2 + S_4 + S_5 + X_{10}) - 600 * S_3 - 1800 * (S_6 + S_{12}) - 2880 * S_8 - 2160 * S_9 + 900 * S_{11}$$

$$Máx\ Z = 2493120$$

Resumen:

- Por observación directa los valores de las variables de decisión cambiaron con respecto al modelo inicial.
- Total, de variables: 24
- Total, de restricciones: 27
- Cantidad de variables básicas: 14
- Identificación de variables básicas: X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 , X_6 , X_7 , X_8, X_9 , $X_{10}, X_{12}, S_7, S_{10}, S_{11}$
- Cantidad de variables no básicas: 13
- Identificación de variables básicas: X_{11}, S_1, S_2, S_3, S_4 , S_5 , S_6 , S_8, S_9 , S_{12}
- Ahora compraremos los resultados de ambos modelos:

Variable	Modelo Inicial	Modelo Propuesto
X1	93.0000	93.0000
X2	72.0000	72.0000
X3	73.0000	100.0000
X4	94.0000	94.0000
X5	58.0000	58.0000
X6	94.0000	94.0000
X7	134.0000	84.0000
X8	33.0000	83.0000
X9	87.0000	87.0000
X10	129.0000	102.0000
X11	**0.0000**	**0.0000**
X12	133.0000	133.0000
S1		0.0000
S2		0.0000
S3		0.0000
S4		0.0000
S5		0.0000
S6		0.0000
S7		50.0000
S8		0.0000
S9		0.0000
S10		27.0000
S11		30.0000
S12		0.0000
Máx Z	**2481120**	**2493120**

- Se demuestra que la función objetivo del modelo propuesto es óptimo en comparación a la inicial, en 12000 dólares mensuales.
- Si la asignación se hiciera en base a los datos obtenidos en el primer modelo y considerando las penalidades identificadas en el segundo modelo, se mejoraría en 76200 dólares mensuales.

Función Objetivo	Primer Modelo	Segundo Modelo
Utilidad sin penalidad	2481120	-
Utilidad con penalidad	2416920	2493120

- Análisis de sensibilidad:
  Como se observa, en ambos modelos la variable X_{11} tiene coeficiente 0, por lo que, interpretando la solución obtenida en el software de Lingo si la empresa decidiera que al menos se debe asignar un equipo tecnológico al servicio X_{11} los ingresos disminuirían en 1980 dólares o para que no se afecte la rentabilidad sería necesario que la utilidad de dicho servicio aumente en al menos 1980 dólares. (Ver anexo 07).
- El modelo de asignación propuesto me permite cumplir con una programación de entrega mensual.
- Formular un modelo matemático de programación lineal entera me permite optimizar la asignación de recursos tecnológicos.
- Asimismo, dicho modelo permite maximizar el rendimiento económico como mínimo en 76200 dólares.
- El modelo de asignación me permite al inicio del periodo identificar la cantidad mínima de recursos tecnológicos que harían falta para no caer en penalidades.

IV. CONCLUSIONES.

a) JUSTIFICACIÓN

Para la empresa es de vital importancia maximizar las utilidades, para ello debe cumplir con las entregas de unidades tecnológicas solicitadas por sus clientes, la alta rotación de personal que tiene implica que las demandas superen a la oferta, por ello cada vez que un requerimiento no es atendido Atento paga una penalidad o deja la posibilidad de incrementar sus ganancias, actualmente si el stock no cubre la demanda surgen reuniones para evaluar y decir sobre las posibles soluciones las cuales pueden extenderse a toda una mañana o toda una tarde, siendo dichas asignaciones manuales y a las prioridades en dicho instante. Como se observa en el análisis de los resultados la asignación manual da una menor contribución en comparación al modelo matemático propuesto por lo que, formular este tipo de problemas de programación lineal entera de maximización con restricciones o limitantes mejora el máximo Z.

Requerimiento	Servicio	Cantidad Mensual Solicitada	Minutos por Unidad
X1	TEF PERU - BO - P - CCEE 1ERA LINEA	93	30
X2	TEF PERU - BO - H - NP WHATSAPP Y VOZ	72	30
X3	TEF MEXICO - PORTABILIDAD - BO – H	100	30
X4	TEF PERU - I - M - FACTURACION FIJA 1 – OJT	94	30
X5	FLASH MOBILE - I - LL - ATC MEX IN/CHA	58	45
X6	MEDIC.SER - I - Q+LL - MS CLINICA DELGADO	94	45
X7	SEDAPAL-I-H-ATENCION AL CLIENTE	134	45
X8	SAMSUNG - BO - P - GESTION BO	83	45
X9	TEF MOV.ARG - O - Q - TLV – PORTABILIDAD	87	35
X10	TEF PERU - I - Q - MASIVO MOVIL TRUJILLO – OJT	129	30
X11	SERV. ADM - CUSTOMER EXPERIENCE ANALYTICS	30	60
X12	AFP PROFUTURO	133	40
Capacidad		1000	36550

Modelamiento matemático inicial, el cual no debió correrse en el software pues su aplicación es directa se asigna las unidades de acuerdo con la fecha de solicitud, pero a fines de corroborar se define el modelo:

Identificación de las Variables de decisión:

$X_1 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú -Back Office - Primera Línea Canales Escrito.

$X_2 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú Back Office-WhatsApp y Voz.

$X_3 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica México - Back Office.

$X_4 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú - Facturación Fija.

$X_5 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Flash Mobile México – Gestión In.

$X_6 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Clínica Delgado – Servicios Médicos.

$X_7 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Sedapal – Atención al Cliente.

$X_8 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Samsung – Gestión Back Office.

$X_9 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica Argentina Televentas.

$X_{10} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú – Trujillo.

$X_{11} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio administrativo de customer experience analytics.

$X_{12} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio de AFP – Profuturo.

Identificación de las restricciones:

Con respecto a la demanda las unidades tecnológicas asignadas no deben superar las 1000 que se encuentran en stock:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000$$

Tiempo en minutos que se tiene para la configuración de cada unidad tecnológica.

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550$$

Cantidad mínima que debe asignarse por servicio:

$$X_1 \leq 93$$
$$X_2 \leq 72$$
$$X_3 \leq 100$$
$$X_4 \leq 94$$
$$X_5 \leq 58$$
$$X_6 \leq 94$$
$$X_7 \leq 134$$
$$X_8 \leq 83$$
$$X_9 \leq 87$$

$$X_{10} \leq 129$$
$$X_{11} \leq 30$$
$$X_{12} \leq 133$$

Identificación de Función Objetivo

Asignar la máxima cantidad de Unidades Teconlógicas:

$$Máx\ Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12}$$

Restricción de variables enteras:

$X_i \in Z^+$,

$$i = 1, 2, 3, \dots, 12$$

Formulación del modelo matemático inicial:

$$Máx\ Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12}$$

s.a:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000$$

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550$$

$$X_1 \leq 93$$
$$X_2 \leq 72$$
$$X_3 \leq 100$$
$$X_4 \leq 94$$
$$X_5 \leq 58$$
$$X_6 \leq 94$$
$$X_7 \leq 134$$
$$X_8 \leq 83$$
$$X_9 \leq 87$$
$$X_{10} \leq 129$$
$$X_{11} \leq 30$$
$$X_{12} \leq 133$$

$X_i \in Z^+$,

$$i = 1, 2, 3, \dots, 12$$

Modelamiento matemático propuesto, en el cual se considera el beneficio/utilidad, ratio de deserción (cantidad mínima que debe enviarse), penalización de incumplimiento por cada unidad no entregada.

Los datos del nuevo modelo matemático se resumen en la siguiente tabla:

Requerimiento	Servicio	Cantidad Mensual Solicitada	Minutos por Unidad	Penalidad Unitaria Mensual	Utilidad Unitaria Mensual ($)
X1	TEF PERU - BO - P - CCEE 1ERA LINEA	93	30	480	1920
X2	TEF PERU - BO - H - NP WHATSAPP Y VOZ	72	30	480	1920
X3	TEF MEXICO - PORTABILIDAD - BO - H	100	30	600	2400
X4	TEF PERU - I - M - FACTURACION FIJA 1 - OJT	94	30	480	1920
X5	FLASH MOBILE - I - LL - ATC MEX IN/CHA	58	45	480	2400
X6	MEDIC.SER - I - Q+LL - MS CLINICA DELGADO	94	45	1800	3600
X7	SEDAPAL-I-H-ATENCION AL CLIENTE	134	45	240	2400
X8	SAMSUNG - BO - P - GESTION BO	83	45	960	2880
X9	TEF MOV.ARG - O - Q - TLV - PORTABILIDAD	87	35	540	2160
X10	TEF PERU - I - Q - MASIVO MOVIL TRUJILLO - OJT	129	30	480	1920
X11	SERV. ADM - CUSTOMER EXPERIENCE ANALYTICS	30	60	0	900
X12	AFP PROFUTURO	133	40	1800	3600
Capacidad		1000	36550		

Identificación de las Variables de decisión:

$X_1 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú -Back Office - Primera Línea Canales Escrito.

$X_2 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú Back Office-WhatsApp y Voz.

$X_3 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica México - Back Office.

$X_4 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú - Facturación Fija.

$X_5 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Flash Mobile México – Gestión In.

$X_6 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Clínica Delgado – Servicios Médicos.

$X_7 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Sedapal – Atención al Cliente.

$X_8 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Samsung – Gestión Back Office.

$X_9 =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica Argentina Televentas.

$X_{10} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio Telefónica del Perú – Trujillo.

$X_{11} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio administrativo de customer experience analytics.

$X_{12} =$ Cantidad de unidades tecnológicas a asignar al servicio de AFP – Profuturo.

$S_1 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica del Perú -Back Office - Primera Línea Canales Escrito.

$S_2 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica del Perú Back Office-WhatsApp y Voz.

$S_3 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica México - Back Office.

$S_4 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica del Perú - Facturación Fija.

$S_5 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Flash Mobile México – Gestión In.

$S_6 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Clínica Delgado – Servicios Médicos.

$S_7 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Sedapal – Atención al Cliente.

$S_8 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Samsung – Gestión Back Office.

$S_9 =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica Argentina Televentas.

$S_{10} =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio Telefónica del Perú – Trujillo.

$S_{11} =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio administrativo de customer experience analytics.

$S_{12} =$ Cantidad de unidades tecnológicas no asignadas al servicio de AFP – Profuturo.

Identificación de las restricciones:

Con respecto a la demanda las unidades tecnológicas asignadas no deben superar las 1000 que se encuentran en stock:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000$$

Tiempo en minutos que se tiene para la configuración de cada unidad tecnológica.

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550$$

Cantidad mínima que debe asignarse por servicio:

$$X_1 \leq 93$$
$$X_2 \leq 72$$
$$X_3 \leq 100$$
$$X_4 \leq 94$$
$$X_5 \leq 58$$
$$X_6 \leq 94$$
$$X_7 \leq 134$$
$$X_8 \leq 83$$
$$X_9 \leq 87$$
$$X_{10} \leq 129$$
$$X_{11} \leq 30$$
$$X_{12} \leq 133$$

Cantidad mínima que debe de asignarse considerando que el stock no cubrirá la demanda total:

$$X_1 + S_1 \leq 93$$
$$X_2 + S_2 \leq 72$$

$$X_3 + S_3 \leq 100$$
$$X_4 + S_4 \leq 94$$
$$X_5 + S_5 \leq 58$$
$$X_6 + S_6 \leq 94$$
$$X_7 + S_7 \leq 134$$
$$X_8 + S_8 \leq 83$$
$$X_9 + S_9 \leq 87$$
$$X_{10} + S_{10} \leq 129$$
$$X_{11} + S_{11} \leq 30$$
$$X_{12} + S_{12} \leq 133$$

Restricción de variables enteras:

$X_i , S_i \epsilon Z^+,$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 12$$

Identificación de Función Objetivo

Maximizar la Utilidad Unitaria Mensual generada por las asignaciones

$$Función\ Objetivo\ Máx\ Z = 1920 * (X_1 + X_2 + X_4 + X_{10}) + 2400 * (X_3 + X_5 + X_7) + 3600 * (X_6 + X_{12}) + 2880 * X_8 + 2160 * X_9 + 900 * X_{11} - 480 * (S_1 + S_2 + S_4 + S_5 + X_{10}) - 600 * S_3 - 1800 * (S_6 + S_{12}) - 240 * S_7 - 960 * S_8 - 540 * S_9$$

Formulación del modelo matemático mejorado:

El modelo matemático

$$Función\ Objetivo\ Máx\ Z = 1920 * (X_1 + X_2 + X_4 + X_{10}) + 2400 * (X_3 + X_5 + X_7) + 3600 * (X_6 + X_{12}) + 2880 * X_8 + 2160 * X_9 + 900 * X_{11} - 480 * (S_1 + S_2 + S_4 + S_5 + X_{10}) - 600 * S_3 - 1800 * (S_6 + S_{12}) - 240 * S_7 - 960 * S_8 - 540 * S_9$$

s.a

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} \leq 1000$$

$$30 * (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{10}) + 45 * (X_5 + X_6 + X_7 + X_8) + 35X_9 + 60X_{11} + 40X_{12} \leq 36550$$

$$X_1 \leq 93$$
$$X_2 \leq 72$$
$$X_3 \leq 100$$

$$X_4 \leq 94$$
$$X_5 \leq 58$$
$$X_6 \leq 94$$
$$X_7 \leq 134$$
$$X_8 \leq 83$$
$$X_9 \leq 87$$
$$X_{10} \leq 129$$
$$X_{11} \leq 30$$
$$X_{12} \leq 133$$
$$X_1 + S_1 \leq 93$$
$$X_2 + S_2 \leq 72$$
$$X_3 + S_3 \leq 100$$
$$X_4 + S_4 \leq 94$$
$$X_5 + S_5 \leq 58$$
$$X_6 + S_6 \leq 94$$
$$X_7 + S_7 \leq 134$$
$$X_8 + S_8 \leq 83$$
$$X_9 + S_9 \leq 87$$
$$X_{10} + S_{10} \leq 129$$
$$X_{11} + S_{11} \leq 30$$
$$X_{12} + S_{12} \leq 133$$

$X_i , S_i \epsilon Z^+,$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 12$$

El planteamiento matemático propuesto en el cual aumentan las variables de decisión pudo ser resuelto por el software Lingo encontrándose una solución óptima global.

b) METODOLOGÍA APLICADA.

Investigación de Operaciones

Podemos definir que "La investigación de operaciones (con frecuencia llamada ciencia de la administración) es, simplemente, un enfoque científico en la toma de decisiones que busca el mejor diseño y operar

> un sistema, por lo regular en condiciones que requieren la asignación de recursos escasos" (Winston W. L., 2004)

Las primeras actividades formales de investigación de operaciones (IO) se

> iniciaron en Inglaterra durante la Segunda Guerra Mundial, cuando un equipo de científicos empezó a tomar decisiones con respecto a la mejor utilización del material bélico. Al término de la Guerra, las ideas formuladas en operaciones militares se adaptaron para mejorar la eficiencia y productividad del sector civil. (Taha, Investigación de Operaciones, 2012)

Como bien describen los autores la investigación de operaciones es una ciencia del área matemática que a través del modelamiento se obtiene un resultado óptimo para la toma de decisiones de todo tipo de problemas, entre ellos el de asignación como es el caso del presente trabajo.

Programación Lineal

La Programación Lineal (PL) es una herramienta para resolver problemas de

> optimización. En 1947, George Dantzing desarrolló un método efectivo, el algoritmo símplex, para resolver problemas de programación lineal también conocido como (PL). Desde que surgió dicho algoritmo, la PL se utiliza para resolver problemas de optimización. (Winston W. L., 2004)

La programación lineal (PL) es una técnica de modelado matemático ampliamente utilizada, que está diseñada para ayudar a los gerentes en la planeación y toma de decisiones respecto a la asignación de recursos. (Render, Stair, & Hanna, 2012)

De acuerdo con los conceptos definidos por los autores podemos deducir que la programación lineal es una técnica o herramienta que ayuda a resolver problemas de optimización y en el presente trabajo de suficiencia profesional,

nos ayudara a maximizar la utilidad generada de las asignaciones de unidades tecnológicas.

Programación lineal entera

La técnica más importante de Investigación Operativa más importante es la

> programación lineal. Está diseñada para modelos con funciones objetivos y restricciones lineales. Otras técnicas incluyen la programación entera (en la cual las variables asumen valores enteros). (Taha, Investigación de Operaciones, 2012)

Una característica común a la mayoría de estos métodos de solución es que

> comienzan resolviendo el P.L. Continuo (en adelante P.L.C.) asociado y a partir de su solución óptima introducen técnicas específicas para alcanzar la solución óptima entera. Los primeros intentos surgieron en 1958 de la mano de R. Gomory, se trataba del primer algoritmo finito, conocido como "Método de los Cortes de Gomory". Tan sólo dos años después, en 1960, A. Lang y A. Doig, a partir del método de Gomory desarrollaron "Los Métodos de Branch and Bound ", también conocidos como métodos de ramificación y acotación. En 1965, E. Balas desarrolló "Los Métodos de Enumeración Implícita" (Docio Tomás, Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid, 2015)

Para el caso de estudio del presente, el modelo matemático de programación lineal entera fue resuelto como un problema de programación lineal y como el software nos dio valores enteros no fue necesario introducir una técnica específica para alcanzar la solución óptima.

Análisis de Sensibilidad

El coste reducido de una variable X que tome el valor 0 es lo que debe mejorar el coeficiente de X en la función objetivo para que el valor óptimo de X pase a ser no nulo. (Las variables que ya son no nulas tienen coste reducido nulo.)

El precio dual de una restricción indica aproximadamente lo que mejorara la función objetivo por cada unidad que aumente el término independiente de la restricción. (Ivorra, 2022)

Los resultados que se obtienen no necesariamente son los que una empresa aplicará por ello con el análisis de sensibilidad podemos responder que tanto mejorará o empeorará la función objetivo siempre que los valores varíen dentro de los rangos que nos de el software, caso contrario debería cambiarse las restricciones o la función objetivo y volver a correr el modelo de programación lineal entera.

c) DESCRIPCIÓN DE LA IMPLEMENTACIÓN

Modelamiento matemático inicial, el cual no debió correrse en el software pues su aplicación es directa se asigna las unidades de acuerdo a la fecha de solicitud, pero a fines de corroborar usamos Lingo para resolver:

```
Funcion_Objetivo:
Max = X1 + X2 + X4 + X10+ X3 + X5 + X7 + X6 + X8 + X9 + X11 + X12;

Restricciones:

X1 <= 93;
X2 <= 72;
X3 <= 100;
X4 <= 94;
X5 <= 58;
X6 <= 94;
X7 <= 134;
X8 <= 83;
X9 <= 87;
X10 <= 129;
X11 <= 30;
X12 <= 133;

X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 + X10 + X11 + X12 <= 1000;
30*(X1 + X2 + X3 + X4 + X10) + 45*(X5 + X6 + X7 + X8)+35*X9 + 60*X11 +
40*X12 <=36550;
No negatividad: Xi >= 0  , Si >= 0;

Global optimal solution found.
  Objective value:                              1000.000
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             2
  Elapsed runtime seconds:                          0.05
```

Model Class: LP

Total variables:	12
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	0
Total constraints:	15
Nonlinear constraints:	0
Total nonzeros:	48
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value	Reduced Cost
X1	93.00000	0.000000
X2	72.00000	0.000000
X4	94.00000	0.000000
X10	129.0000	0.000000
X3	73.00000	0.000000
X5	58.00000	0.000000
X7	134.0000	0.000000
X6	94.00000	0.000000
X8	33.00000	0.000000
X9	87.00000	0.000000
X11	0.000000	0.000000
X12	133.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
FUNCION_OBJETIVO	1000.000	1.000000
2	0.000000	0.000000
3	0.000000	0.000000
4	27.00000	0.000000
5	0.000000	0.000000
6	0.000000	0.000000
7	0.000000	0.000000
8	0.000000	0.000000
9	50.00000	0.000000

10	0.000000
11	0.000000
12	30.00000
13	0.000000
14	0.000000
15	0.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	1.000000	INFINITY	0.000000
X2	1.000000	INFINITY	0.000000
X4	1.000000	INFINITY	0.000000
X10	1.000000	INFINITY	0.000000
X3	1.000000	0.000000	0.3333333
X5	1.000000	INFINITY	0.000000
X7	1.000000	INFINITY	0.000000
X6	1.000000	INFINITY	0.000000
X8	1.000000	0.000000	0.000000
X9	1.000000	INFINITY	0.000000
X11	1.000000	0.000000	INFINITY
X12	1.000000	INFINITY	0.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	93.00000	73.00000	27.00000
3	72.00000	73.00000	27.00000
4	100.0000	INFINITY	27.00000
5	94.00000	73.00000	27.00000

```
                          6            58.00000            33.00000
50.00000
                          7            94.00000            33.00000
50.00000
                          8            134.0000            33.00000
50.00000
                          9            83.00000            INFINITY
50.00000
                         10            87.00000            99.00000
40.50000
                         11            129.0000            73.00000
27.00000
                         12            30.00000            INFINITY
30.00000
                         13            133.0000            49.50000
75.00000
                         14            1000.000            9.000000
24.33333
                         15            36550.00            750.0000
405.0000
```

Modelamiento matemático propuesto, en el cual se considera el beneficio/utilidad, ratio de deserción (cantidad mínima que debe enviarse), penalización de incumplimiento por cada unidad no entregada:

Funcion_Objetivo:

```
Max = 1920*(X1 + X2 + X4 + X10)+ 2400*(X3 + X5 + X7) + 3600*X6 + 2880*X8
+ 2160*X9 + 900*X11 + 3600*X12 - 480*(S1+ S2 + S4 + S5 + S10)-600*S3 -
1800*(S6 + S12)- 240*S7 - 960*S8 -540*S9;
```

Restricciones:

```
X1 <= 93;
X2 <= 72;
X3 <= 100;
X4 <= 94;
X5 <= 58;
X6 <= 94;
X7 <= 134;
X8 <= 83;
X9 <=87;
X10 <= 129;
X11 <= 30;
X12 <= 133;
X1 + S1 = 93;
X2 + S2 = 72;
X3 + S3 = 100;
X4 + S4 = 94;
X5 + S5 = 58;
X6 + S6 = 94;
X7 + S7 = 134;
X8 + S8 = 83;
X9 + S9 = 87;
X10 + S10 = 129;
X11 + S11 = 30;
X12 + S12 = 133;
X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 + X10 + X11 + X12 <= 1000;
30*(X1 + X2 + X3 + X4 + X10) + 45*(X5 + X6 + X7 + X8)+35*X9 + 60*X11 +
40*X12 <=36550;
No negatividad: Xi >= 0  , Si >= 0;
```

Global optimal solution found.

Objective value:	2493120.
Infeasibilities:	0.000000
Total solver iterations:	2
Elapsed runtime seconds:	0.06
Model Class:	LP
Total variables:	24
Nonlinear variables:	0
Integer variables:	0
Total constraints:	27
Nonlinear constraints:	0
Total nonzeros:	83
Nonlinear nonzeros:	0

Variable	Value	Reduced Cost
X1	93.00000	0.000000
X2	72.00000	0.000000
X4	94.00000	0.000000
X10	102.0000	0.000000
X3	100.0000	0.000000
X5	58.00000	0.000000
X7	84.00000	0.000000
X6	94.00000	0.000000
X8	83.00000	0.000000
X9	87.00000	0.000000
X11	0.000000	1980.000
X12	133.0000	0.000000
S1	0.000000	0.000000
S2	0.000000	0.000000
S4	0.000000	0.000000
S5	0.000000	240.0000
S10	27.00000	0.000000
S3	0.000000	600.0000
S6	0.000000	2760.000
S12	0.000000	2840.000

	S7		50.00000
0.000000			
	S8		0.000000
1200.000			
	S9		0.000000
220.0000			
	S11		30.00000
0.000000			

	Row	Slack or Surplus	Dual
Price			
	FUNCION_OBJETIVO		2493120.
1.000000			
	2		0.000000
0.000000			
	3		0.000000
0.000000			
	4		0.000000
0.000000			
	5		0.000000
0.000000			
	6		0.000000
0.000000			
	7		0.000000
0.000000			
	8		50.00000
0.000000			
	9		0.000000
0.000000			
	10		0.000000
0.000000			
	11		27.00000
0.000000			
	12		30.00000
0.000000			
	13		0.000000
0.000000			
	14	0.000000	-
480.0000			
	15	0.000000	-
480.0000			
	16		0.000000
0.000000			
	17	0.000000	-
480.0000			
	18	0.000000	-
240.0000			
	19		0.000000
960.0000			
	20	0.000000	-
240.0000			
	21		0.000000
240.0000			
	22	0.000000	-
320.0000			
	23	0.000000	-
480.0000			
	24		0.000000
0.000000			
	25		0.000000
1040.000			

	26	0.000000
1920.000		
	27	0.000000
16.00000		

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	1920.000	INFINITY	0.000000
X2	1920.000	INFINITY	0.000000
X4	1920.000	INFINITY	0.000000
X10	1920.000	0.000000	640.0000
X3	2400.000	INFINITY	600.0000
X5	2400.000	INFINITY	240.0000
X7	2400.000	240.0000	240.0000
X6	3600.000	INFINITY	2760.000
X8	2880.000	INFINITY	1200.000
X9	2160.000	INFINITY	220.0000
X11	900.0000	1980.000	INFINITY
X12	3600.000	INFINITY	2840.000
S1	-480.0000	0.000000	INFINITY
S2	-480.0000	0.000000	INFINITY
S4	-480.0000	0.000000	INFINITY
S5	-480.0000	240.0000	INFINITY
S10	-480.0000	640.0000	0.000000
S3	-600.0000	600.0000	INFINITY
S6	-1800.000	2760.000	INFINITY
S12	-1800.000	2840.000	INFINITY
S7	-240.0000	240.0000	240.0000
S8	-960.0000	1200.000	INFINITY
S9	-540.0000	220.0000	INFINITY
S11	0.000000	INFINITY	1980.000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	93.00000	INFINITY	0.000000
3	72.00000	INFINITY	0.000000
4	100.0000	INFINITY	0.000000
5	94.00000	INFINITY	0.000000
6	58.00000	INFINITY	0.000000
7	94.00000	INFINITY	0.000000
8	134.0000	INFINITY	50.00000
9	83.00000	INFINITY	0.000000
10	87.00000	INFINITY	0.000000
11	129.0000	INFINITY	27.00000
12	30.00000	INFINITY	30.00000
13	133.0000	INFINITY	0.000000
14	93.00000	0.000000	27.00000
15	72.00000	0.000000	27.00000
16	100.0000	0.000000	27.00000
17	94.00000	0.000000	27.00000
18	58.00000	0.000000	50.00000
19	94.00000	0.000000	50.00000
20	134.0000	INFINITY	50.00000
21	83.00000	0.000000	50.00000
22	87.00000	0.000000	40.50000
23	129.0000	INFINITY	27.00000
24	30.00000	INFINITY	30.00000
25	133.0000	0.000000	75.00000
26	1000.000	9.000000	25.00000
27	36550.00	750.0000	405.0000

V. RECOMENDACIONES.

Podemos indicar lo siguiente:

1. Para obtener la máxima contribución por las unidades tecnológicas revisar al inicio de cada periodo con las áreas de planeamiento, reclutamiento y formación los ratios de caída ya que de acuerdo a lo que varíen se puede afirmar si el stock alcanzará o no, en el presente trabajo se han tomado los valores en un tiempo determinado y no necesariamente se mantendrán en el tiempo.
2. Se sugiere al área de planeamiento considerar el stock mensual para proyectar la máxima cantidad de servicios que puede atender y la diferencia pueda ser adquirida antes del inicio de las configuraciones a fin de no estar expuestos a pagos de penalidad por cada unidad no asignada.
3. Con respecto al estudio, se ha analizado la asignación en un periodo determinado queda para un siguiente estudio la implementación para mas periodos.
4. Si bien el presente trabajo es para la resolución de una asignación básica su modelamiento mejora la función objetivo.

VI. BIBLIOGRAFÍA.

Docio Tomás, M. R. (Julio de 27 de 2015). Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid. Obtenido de UVaDOC Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid: https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/15593/TFG-E-125.pdf?sequence=7

Docio Tomás, M. R. (27 de Julio de 2015). *UVaDOC Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid.* Obtenido de Repositorio documental de la Universidad de Valladolid: uva.es/bitstream/handle/10324/15593/TFG-E-125.pdf;jsessionid=9A69061179F1E50A0FC6F1E0BA0A1CFF?sequence=7

Ivorra, C. (14 de Julio de 2022). *Departamento de Matemáticas para la Economía y la Empresa de la Universidad de Valencia.* Obtenido de Docencia Manual de LINGO: https://www.uv.es/vbolos/docencia/mii/manual_lingo.pdf

Render, B., Stair, R., & Hanna, M. (2012). *Métodos cuantitativos para los negocios* (Undécima ed.). (G. López Ballesteros, Ed.) Ciudad de México, Ciudad de México, México: PEARSON EDUCACIÓN.

Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones* (Novena ed.). (G. López Ballesteros, Ed.) Ciudad de México, Ciudad de México, México: PEARSON EDUCACIÓN. Recuperado el 30 de Junio de 2022

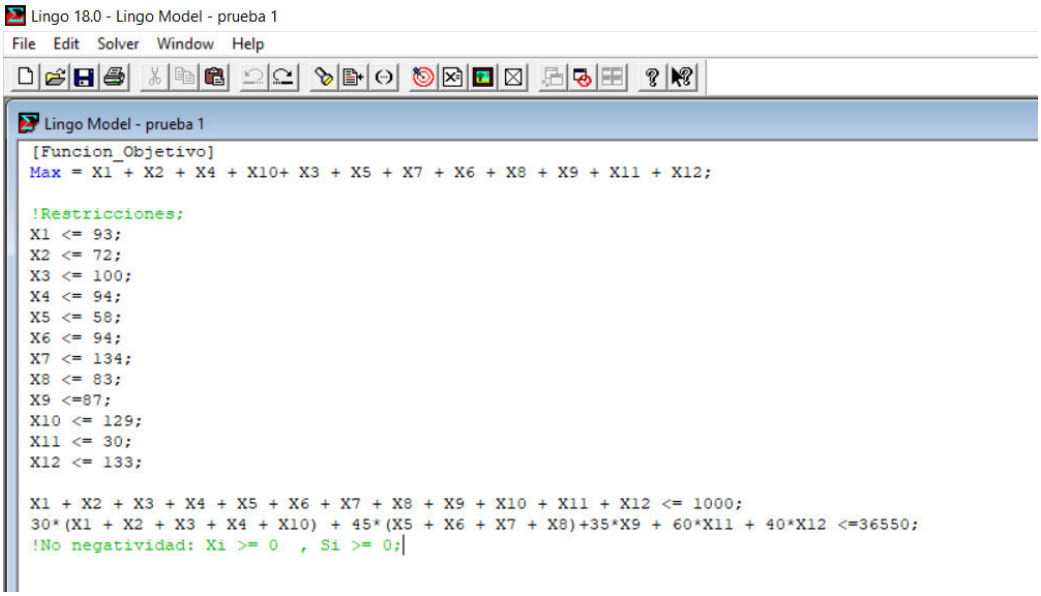
Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones* (Novena ed.). (G. López Ballesteros, Ed.) Ciudad de México, Ciudad de México, México: PEARSON EDUCACIÓN.

Winston, W. L. (2004). Introducción a la construcción de modelos. En W. L. Winston, *Investigación de Operaciones Aplicaciones y algoritmos* (Cuarta ed., pág. 1). Ciudad de México, Mexico: THOMSON. Recuperado el 05 de Julio de 2022

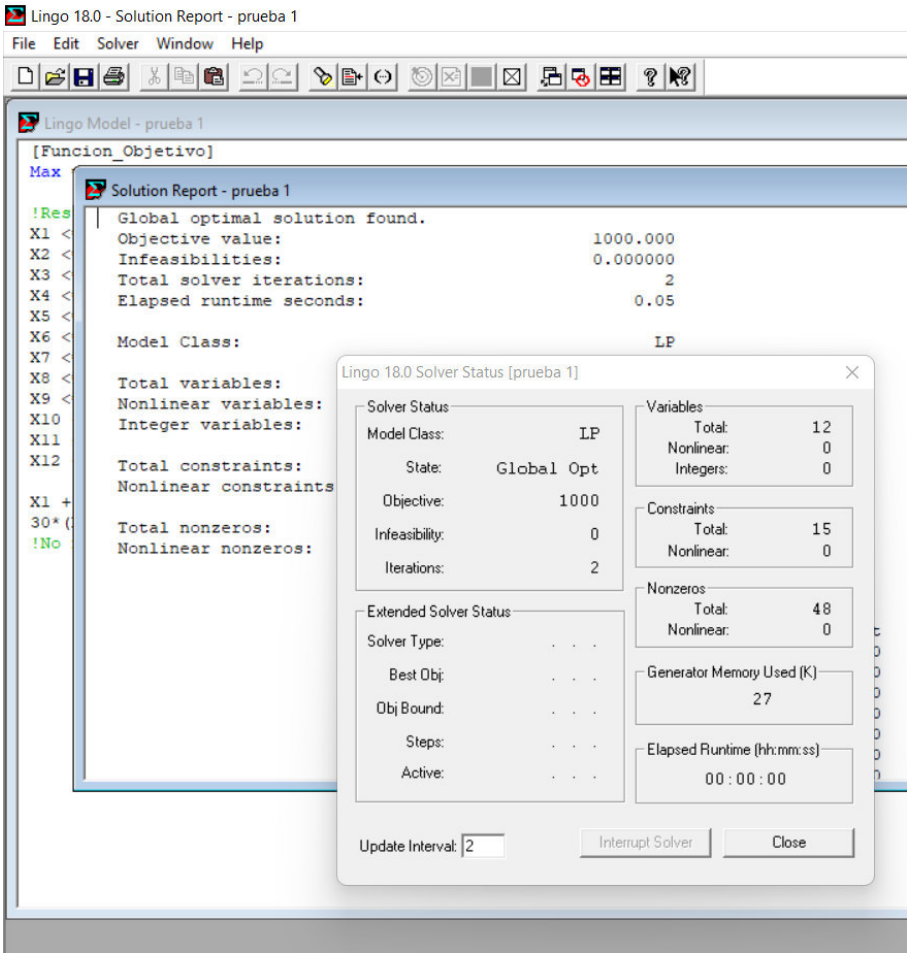
Winston, W. L. (2004). *Investigación de operaciones Aplicaciones y Algoritmos* (Cuarta ed.). Ciudad de México, Ciudad de México, México: THOMSON. Recuperado el 15 de Julio de 2022

VII. ANEXOS / ILUSTRACIONES.

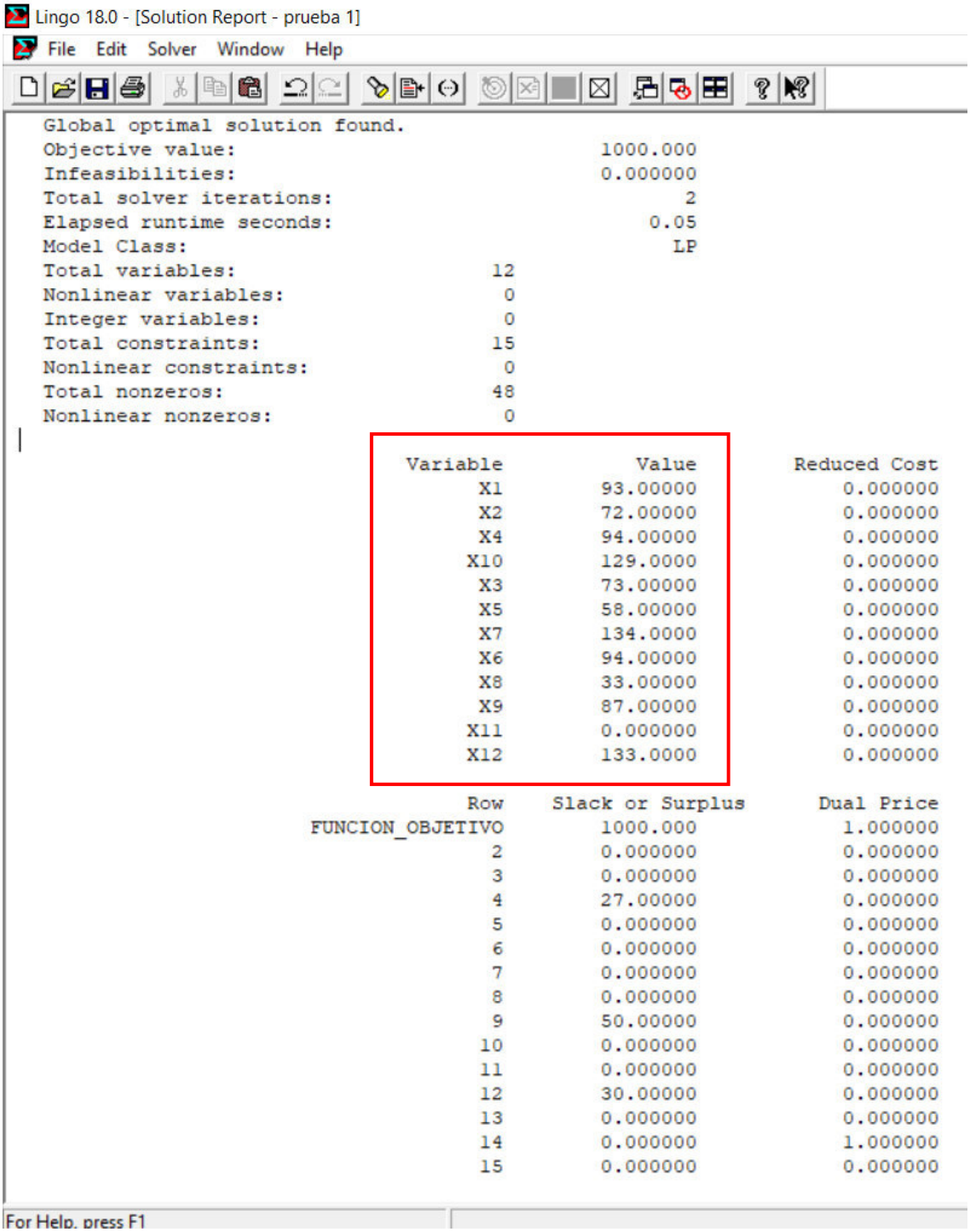
Anexo 01: Planteamiento matemático de la situación actual en Lingo



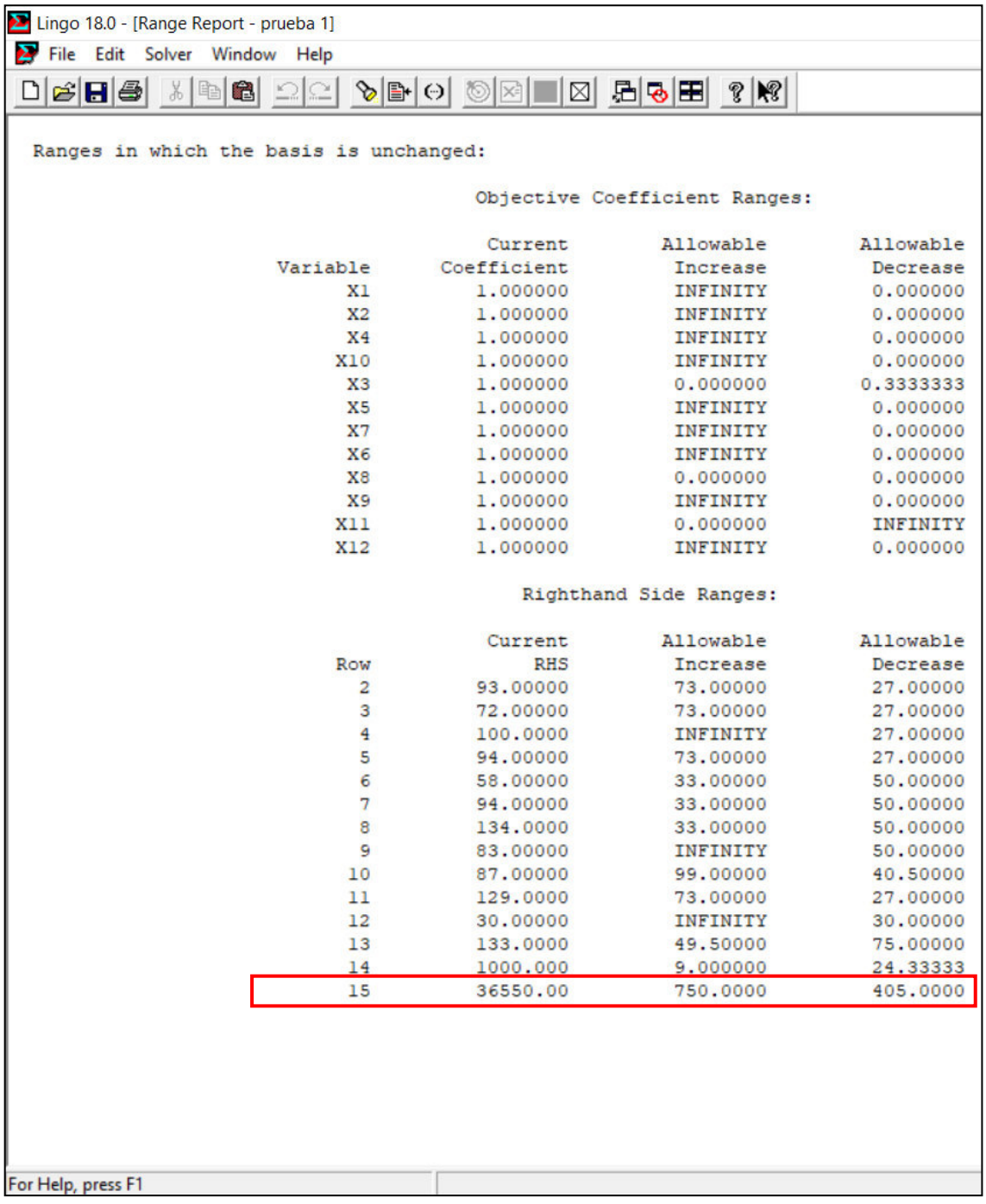
Anexo 02: Desarrollo del Modelo en Lingo



Anexo 03: Resultados del Modelo en Lingo



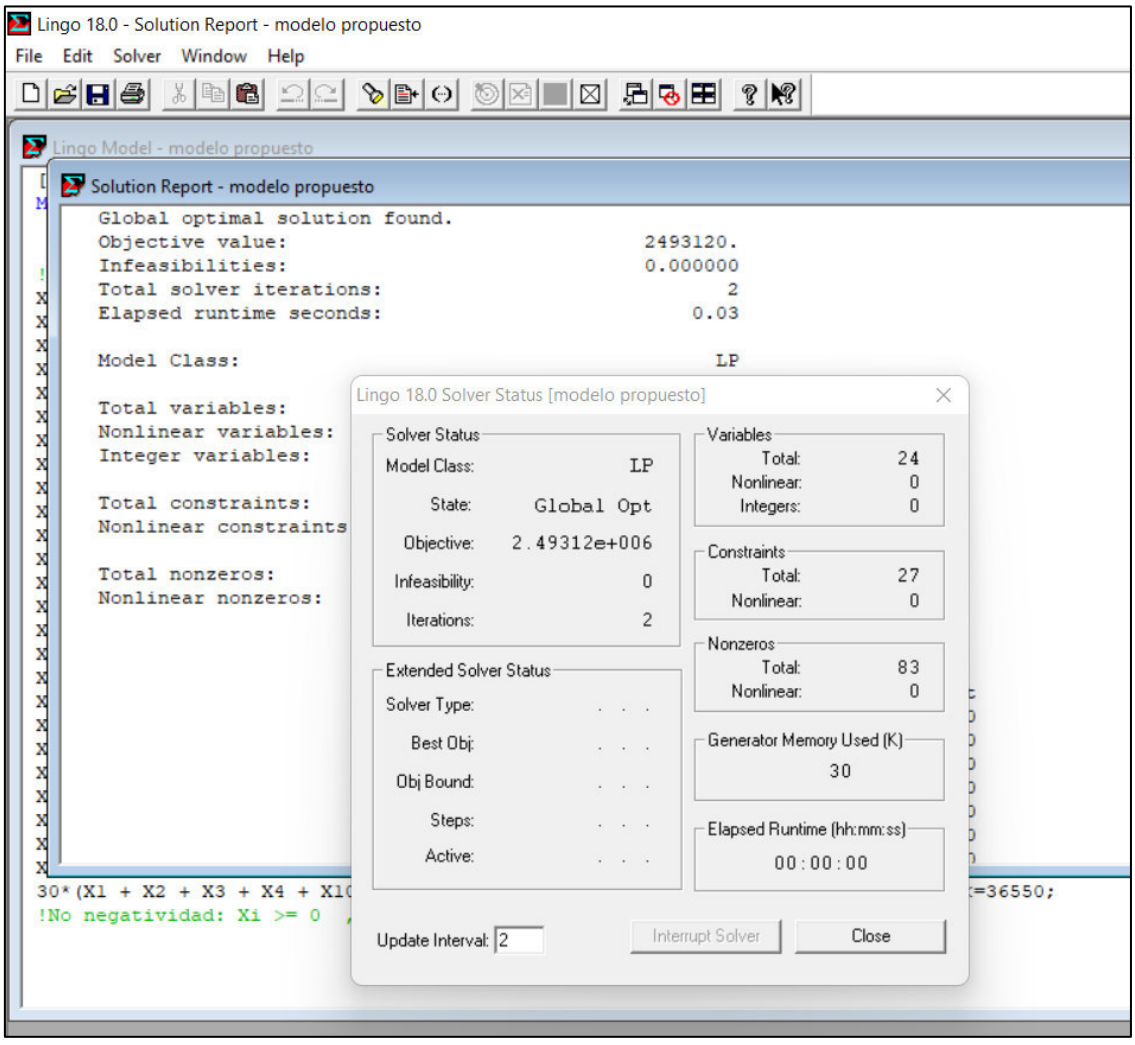
Anexo 04: Resultados del Análisis de Sensibilidad en Lingo, rangos de variación de los coeficientes de la función objetivo y de las del lado derecho



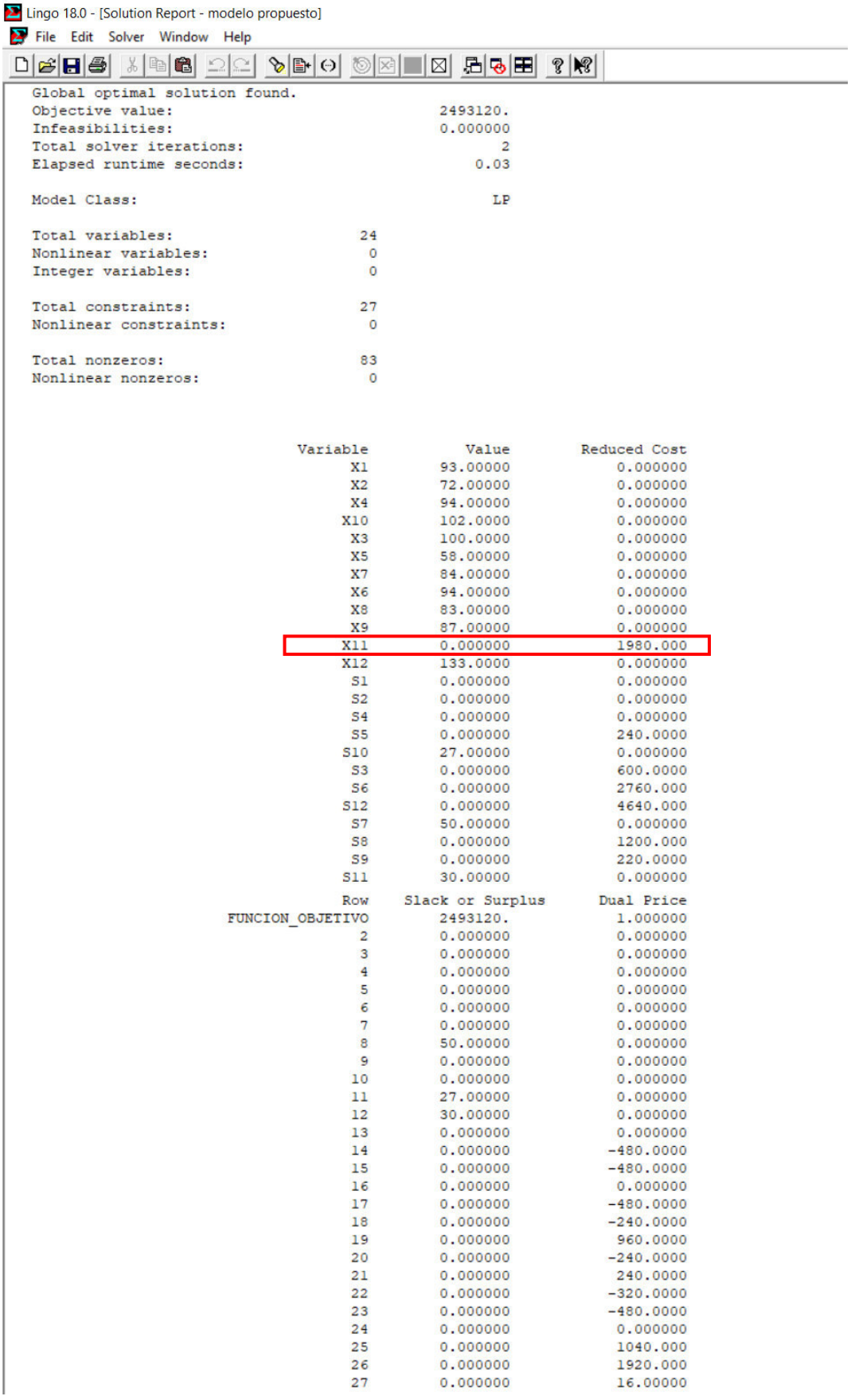
Anexo 05: Replanteamiento del modelo matemático inicial en Lingo



Anexo 06: Desarrollo del Modelo en Lingo



Anexo 07: Resultados del Modelo mejorado en Lingo



Lingo 18.0 - [Solution Report - modelo propuesto]

File Edit Solver Window Help

```
  Global optimal solution found.
  Objective value:                              2493120.
  Infeasibilities:                              0.000000
  Total solver iterations:                             2
  Elapsed runtime seconds:                          0.03

  Model Class:                                        LP

  Total variables:                    24
  Nonlinear variables:                 0
  Integer variables:                   0

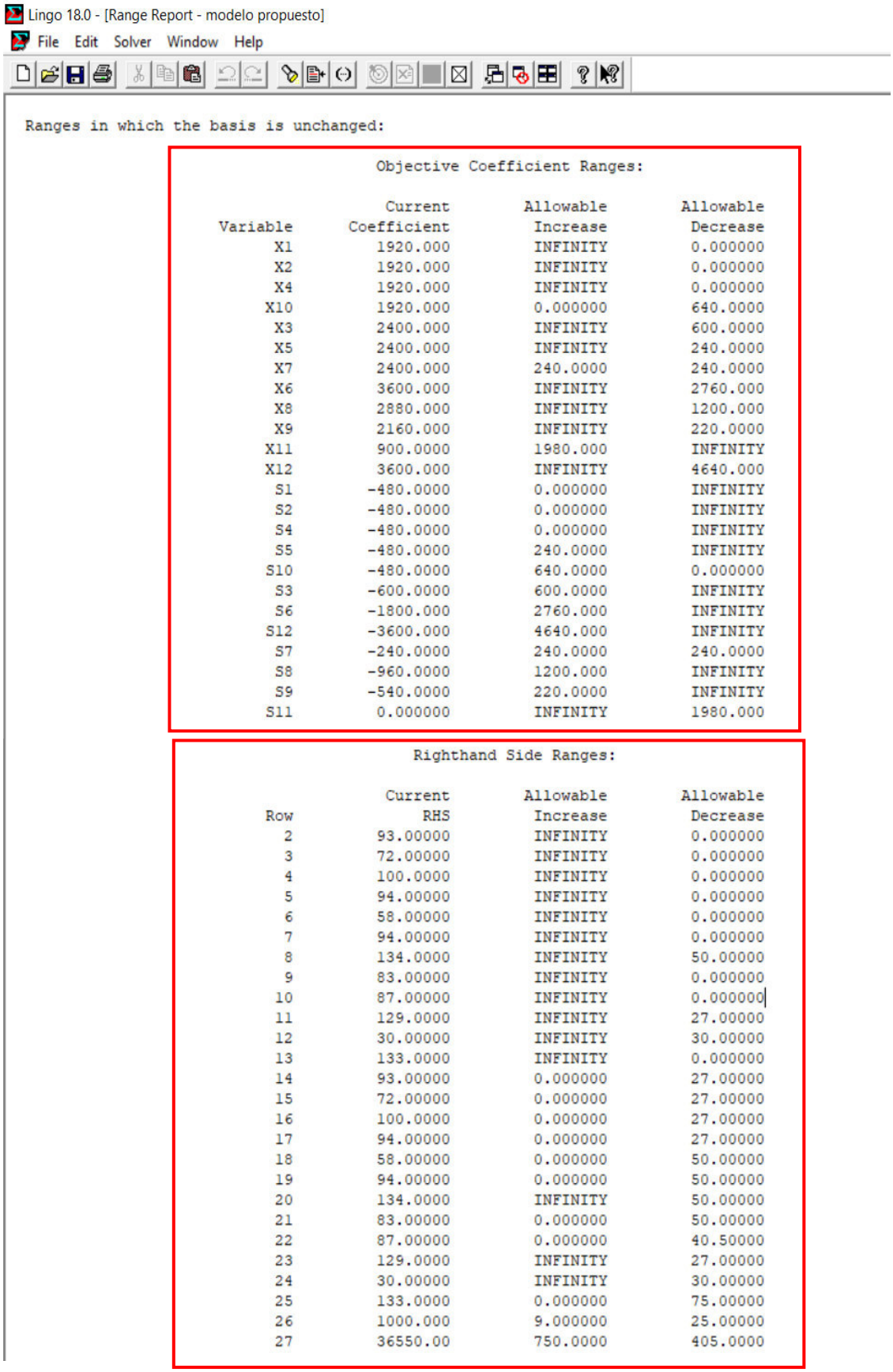
  Total constraints:                  27
  Nonlinear constraints:               0

  Total nonzeros:                     83
  Nonlinear nonzeros:                  0


                      Variable           Value        Reduced Cost
                            X1        93.00000            0.000000
                            X2        72.00000            0.000000
                            X4        94.00000            0.000000
                           X10        102.0000            0.000000
                            X3        100.0000            0.000000
                            X5        58.00000            0.000000
                            X7        84.00000            0.000000
                            X6        94.00000            0.000000
                            X8        83.00000            0.000000
                            X9        87.00000            0.000000
                           X11        0.000000            1980.000
                           X12        133.0000            0.000000
                            S1        0.000000            0.000000
                            S2        0.000000            0.000000
                            S4        0.000000            0.000000
                            S5        0.000000            240.0000
                           S10        27.00000            0.000000
                            S3        0.000000            600.0000
                            S6        0.000000            2760.000
                           S12        0.000000            4640.000
                            S7        50.00000            0.000000
                            S8        0.000000            1200.000
                            S9        0.000000            220.0000
                           S11        30.00000            0.000000

                           Row    Slack or Surplus      Dual Price
             FUNCION_OBJETIVO        2493120.            1.000000
                             2        0.000000            0.000000
                             3        0.000000            0.000000
                             4        0.000000            0.000000
                             5        0.000000            0.000000
                             6        0.000000            0.000000
                             7        0.000000            0.000000
                             8        50.00000            0.000000
                             9        0.000000            0.000000
                            10        0.000000            0.000000
                            11        27.00000            0.000000
                            12        30.00000            0.000000
                            13        0.000000            0.000000
                            14        0.000000           -480.0000
                            15        0.000000           -480.0000
                            16        0.000000            0.000000
                            17        0.000000           -480.0000
                            18        0.000000           -240.0000
                            19        0.000000            960.0000
                            20        0.000000           -240.0000
                            21        0.000000            240.0000
                            22        0.000000           -320.0000
                            23        0.000000           -480.0000
                            24        0.000000            0.000000
                            25        0.000000            1040.000
                            26        0.000000            1920.000
                            27        0.000000            16.00000
```

Anexo 08: Análisis de sensibilidad del Modelo Mejorado en Lingo rangos de variación de los coeficientes de la función objetivo y de las del lado derecho



Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	1920.000	INFINITY	0.000000
X2	1920.000	INFINITY	0.000000
X4	1920.000	INFINITY	0.000000
X10	1920.000	0.000000	640.0000
X3	2400.000	INFINITY	600.0000
X5	2400.000	INFINITY	240.0000
X7	2400.000	240.0000	240.0000
X6	3600.000	INFINITY	2760.000
X8	2880.000	INFINITY	1200.000
X9	2160.000	INFINITY	220.0000
X11	900.0000	1980.000	INFINITY
X12	3600.000	INFINITY	4640.000
S1	-480.0000	0.000000	INFINITY
S2	-480.0000	0.000000	INFINITY
S4	-480.0000	0.000000	INFINITY
S5	-480.0000	240.0000	INFINITY
S10	-480.0000	640.0000	0.000000
S3	-600.0000	600.0000	INFINITY
S6	-1800.000	2760.000	INFINITY
S12	-3600.000	4640.000	INFINITY
S7	-240.0000	240.0000	240.0000
S8	-960.0000	1200.000	INFINITY
S9	-540.0000	220.0000	INFINITY
S11	0.000000	INFINITY	1980.000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	93.00000	INFINITY	0.000000
3	72.00000	INFINITY	0.000000
4	100.0000	INFINITY	0.000000
5	94.00000	INFINITY	0.000000
6	58.00000	INFINITY	0.000000
7	94.00000	INFINITY	0.000000
8	134.0000	INFINITY	50.00000
9	83.00000	INFINITY	0.000000
10	87.00000	INFINITY	0.000000
11	129.0000	INFINITY	27.00000
12	30.00000	INFINITY	30.00000
13	133.0000	INFINITY	0.000000
14	93.00000	0.000000	27.00000
15	72.00000	0.000000	27.00000
16	100.0000	0.000000	27.00000
17	94.00000	0.000000	27.00000
18	58.00000	0.000000	50.00000
19	94.00000	0.000000	50.00000
20	134.0000	INFINITY	50.00000
21	83.00000	0.000000	50.00000
22	87.00000	0.000000	40.50000
23	129.0000	INFINITY	27.00000
24	30.00000	INFINITY	30.00000
25	133.0000	0.000000	75.00000
26	1000.000	9.000000	25.00000
27	36550.00	750.0000	405.0000

Glosario:

- Investigación de operaciones: “Es la aplicación de los métodos científicos a los complejos problemas que se presentan en la dirección y administración de grandes sistemas de hombres, máquinas, materiales, y dinero, en la industria, los negocios, el gobierno y la defensa. El enfoque distintivo es desarrollar un modelo científico del sistema, incorporando medidas de factores tales como riesgos y oportunidad, con los cuales se pueda predecir y comparar los resultados de cursos alternativos de decisión, estrategias y controles. El propósito es ayudar a la gerencia a determinar sus políticas y acciones científicamente”. (Munguía Ulloa & Protti Quesada, 2005).

- Modelo Matemático: Representación de un sistema, mediante el uso de representaciones matemáticas.

- Optimización: La optimización es la búsqueda y el hecho de mejorar el rendimiento de un sistema.

- Restricciones: Limitación o reducción impuesta en el suministro de productos de consumo, generalmente por escasez de estos.

- Solución Óptima: De un conjunto de soluciones es la mejor alternativa de solución para un problema determinado.

- Unidades Tecnológicas: En el presente representa una computadora, una laptop.

- WAHA: Esta sigla pronunciada como palabra significa Work at Home Agent