Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado
Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

Modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en estudiantes del 1° grado de Secundaria de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert – Lima. 2025

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster Profesional en Didáctica de la Matemática

AUTORES

Mónica Mayumi MIYAGUI MIYAGUI

Miguel Angel MELO ALBORNOZ

ASESOR

Dr. Fidel Antonio CHAUCA VIDAL

Lima, Perú

2026



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Miyagui, M. & Melo, M. (2026). *Modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en estudiantes del 1° grado de Secundaria de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert – Lima. 2025*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios: dos autores / un asesor

Datos de autor 1	
Nombres y apellidos	Mónica Mayumi Miyagui Miyagui
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	10373512
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0001-6464-1243
Datos de autor 2	
Nombres y apellidos	Miguel Angel Melo Albornoz
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	43180819
URL de ORCID	https://orcid.org/0009-0009-6201-7776
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	Dr. Fidel Antonio Chauca Vidal
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	08657602
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0002-6235-8097
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	Dr. Sandy Dorian Isla Alcoser
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	40678008
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Dr. Iván Ángel Encalada Díaz
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	25779339
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	Dr. Angel Salvatierra Melgar
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	19873533
Datos de investigación	
Línea de investigación	E3.5 Proyecto Educativo . E3.5.2 Calidad de la educación
Grupo de investigación	No aplica

Agencia de financiamiento	Sin financiamiento
Ubicación geográfica de la investigación	Edificio: Institución Educativa Juana Alarco de Dammert País: Perú Departamento: Lima Distrito: Miraflores Calle: Av. Alfredo Benavides 2315 Latitud: -12.126772636215787 Longitud: -77.00878624783059
Año o rango de años en que se realizó la investigación	Agosto 2025 a Octubre del 2025.
URL de disciplinas OCDE	Educación general (Incluye capacitación, pedagogía) https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#5.03.01

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América
Facultad de Educación
Vicedecanato de Investigación y Posgrado – Unidad de Posgrado

Acta de Sustentación de Tesis para Optar el Grado Académico de **Magíster Profesional en Didáctica de la Matemática**.

Siendo las 11:00 horas del día 28 de agosto del dos mil veintiséis, en la sala de grados, el Jurado de Tesis conformado por los siguientes docentes:

Presidente : Dr. Sandy Dorian Isla Alcoser

Miembro : Dr. Angel Salvatierra Melgar

Miembro : Dr. Iván Ángel Encalada Díaz

Asesor(a) : Dr. Fidel Antonio Chauca Vidal

Se reunieron para la sustentación de la tesis **MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO, EN ESTUDIANTES DEL 1.° GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUANA ALARCO DE DAMMERT – LIMA. 2025,** presentado por los Bachilleres **MÓNICA MAYUMI MIYAGUI MIYAGUI** y **MIGUEL ANGEL MELO ALBORNOZ,** egresados del programa de **Maestría Profesional en Didáctica de la Matemática,** desarrollado en la Unidad de Posgrado de la Facultad de Educación**.**

Concluida la sustentación, los miembros del Jurado de Tesis procedieron a formular sus preguntas las que fueron absueltas por la graduanda; acto seguido se procedió con la evaluación correspondiente. En forma colegiada, el jurado asignó el calificativo de:

DIECIOCHO (18), APROBADO POR DESTACADO.

Habiendo sido probada la sustentación de la tesis, el jurado evaluador recomienda al Consejo de Facultad que se apruebe el otorgamiento de Grado Académico de Magíster en Educación Profesional en Didáctica de la Matemática a doña **MÓNICA MAYUMI MIYAGUI MIYAGUI,** y a don **MIGUEL ANGEL MELO ALBORNOZ.**

Siendo las 12:00 Horas, se levantó la sesión.

Se deja constancia del acto mediante las firmas del jurado de sustentación y asesor de la tesis en la presente acta:



Dr. Sandy Dorian Isla Alcoser
Presidente



Dr. Ángel Salvatierra Melgar
Jurado Informante



Dr. Iván Ángel Encalada Díaz
Jurado Informante



Dr. Fidel Antonio Chauca Vidal
Asesor

88-2026

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América

Anexo 1
CERTIFICADO DE SIMILITUD

Yo, Fidel Antonio Chauca Vidal en mi condición de asesor acreditado con el Dictamen Virtual N° 1711-DUPG-FE-2025 de la tesis cuyo título es, MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO, EN ESTUDIANTES DEL 1.° GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JUANA ALARCO DE DAMMERT – LIMA. 2025 presentada por los estudiantes Mónica Mayumi Miyagui Miyagui y Miguel Angel Melo Albornoz para optar el grado académico de Magister Profesional en Didáctica de la Matemática,

CERTIFICO que se ha cumplido con lo establecido en la Directiva de Originalidad y de Similitud de Trabajos Académicos, de Investigación y Producción Intelectual. Según la revisión, análisis y evaluación mediante la plataforma PIDS, el documento evaluado cuenta con el **16%** de similitud, nivel PERMITIDO para continuar con los trámites correspondientes y para su **publicación en el repositorio institucional.**

Se emite el presente certificado en cumplimiento de lo establecido en las normas vigentes, como uno de los requisitos para la obtención del grado académico de Magister Profesional en Didáctica de la Matemática.

Lima, 24 de agosto de 2026

Firma del Asesor: _____

Nombres y Apellidos del asesor: Fidel Antonio Chauca Vidal
DNI: 08657602

* Según corresponda: bachiller, magíster, doctor; título profesional o título de segunda especialidad

La vigencia del presente certificado corresponde a un período de noventa (90) días desde la fecha de su emisión; siempre que no haya observaciones en el texto durante el proceso de revisión por el jurado informante o surja alguna contingencia.

Dedicatoria

A todos los que me estuvieron acompañando en este objetivo, demostrando paciencia y sobre todo mucha confianza. Mis infinitos agradecimientos.

Miguel Ángel Melo Albornoz

Dedicatoria

Con especial cariño, dedico este trabajo a la memoria de mi amada mamá y mi inolvidable hermana Akemi, cuyos recuerdos e imágenes de valentía y perseverancia me han acompañado en este camino y me han animado a levantarme en medio de las dificultades.

A mi amada familia, esposo, hijos, mi padre y mis hermanos, que en todo momento estuvieron a mi lado, me dieron la confianza, me acompañaron con su alegría, y me apoyaron incondicionalmente.

Mónica Miyagui

Agradecimiento

A Dios, que, con su sabiduría divina, hizo posible el encuentro con personas que, desde su rol de formadores, compañeros, colegas y amigos, me guiaron, me acompañaron e hicieron posible la satisfacción de alcanzar esta anhelada meta, gracias infinitas por siempre.

Mónica Miyagui

Contenido

Dedicatoria..... I

Dedicatoria.....II

Agradecimiento III

Índice de Tablas VI

Índice de Figuras.....VII

RESUMEN VIII

INTRODUCCIÓN XII

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA 1

1.1 Situación Problemática.....1

1.2 Formulación del problema.....3

1.3 Justificación teórica 4

1.4 Justificación práctica.....4

1.5 Objetivos 5

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....7

2.1 Marco Filosófico.....7

2.2 Antecedentes de la investigación.....11

2.3 Bases Teóricas 14

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA.....47

3.1 Variables de la investigación.....47

3.1.2 Operacionalización de la variable dependiente: Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. 51

3.2 Tipo y diseño de la investigación.....56

3.3 Población y muestra 58

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos 58

3.5 Método de análisis de resultados. 61

CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....65

4.1 Análisis e interpretación de resultados 65

4.2 Prueba de Hipótesis.....89

4.3 Discusión 96

CONCLUSIONES 99

RECOMENDACIONES.....100

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....101

ANEXOS ..... **¡Error! Marcador no definido.**

Anexo 1: Tabla de especificaciones de la prueba Pretest y Postest.....¡Error! Marcador no definido.

Anexo 2 : Juicio de Expertos .....¡Error! Marcador no definido.

Anexo 3: Análisis de validez y confiabilidad del instrumento.....¡Error! Marcador no definido.

Anexo 4: Instrumento. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....105

Anexo 5: Fichas aplicadas 114

Anexo 6: Sesiones de clase 152

Índice de Tablas

Tabla 1 Resultados de la prueba de diagnóstico 3

Tabla 2 Equivalencia entre monedas.....33

Tabla 3 Tasas según casa de cambios 36

Tabla 4 Variable: modelación matemática.....48

Tabla 5 Operacionalización de la variable: Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....51

Tabla 6 Ficha Técnica del instrumento 59

Tabla 7 Índice de dificultad.....62

Tabla 8 Baremos para las dimensiones 63

Tabla 9 Prueba de normalidad.....89

Tabla 10 Hipótesis General - Correlaciones de muestras emparejadas 90

Tabla 11 Hipótesis General - Prueba de muestras emparejadas 91

Tabla 12 Hipótesis 1- Resultados Postest - Pretest 91

Tabla 13 Hipótesis 1. Estadísticos de prueba.....92

Tabla 14 Hipótesis 2- Rangos Postest - Pretest.....93

Tabla 15 Hipótesis 2 - Estadísticos de prueba. 93

Tabla 16 Hipótesis 3. Rangos Postest - Pretest. 94

Tabla 17 Hipótesis 3 Estadísticos de prueba.....94

Tabla 18 Hipótesis 4 Correlación de muestras emparejadas.....95

Tabla 19 Hipótesis 4 – Prueba de muestras emparejadas 96

Índice de Figuras

Figura 1 Fases del Ciclo de Modelización de Blum y LeiB 18

Figura 2 Gráfica de la tasa de cambio : SOL – DÓLAR 34

Figura 3 Niveles de algebrización.....40

Figura 4 Diseño de Pretest y Postest sin grupo control.....57

Figura 5 Comparación de Niveles de Logro. Pretest-Postest.....65

Figura 6 Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Traduce datos y condiciones.....66

Figura 7 Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Comunica su Comprensión 67

Figura 8 Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión 3 - Usa estrategias y procedimientos 68

Figura 9 Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Argumenta Afirmaciones 69

RESUMEN

La presente investigación se ha realizado con el fin de determinar la influencia de las situaciones de modelación en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025. El enfoque empleado en el estudio fue cuantitativo de tipo aplicado de diseño pre experimental en la que se desarrollaron actividades de modelación matemática bajo el enfoque de la resolución de problemas establecido por el Ministerio de Educación del Perú , así también, el recojo de datos se realizó mediante la aplicación de una prueba de entrada (Pretest) y de salida (Postest). Se empleó el muestreo no probabilístico por intención o conveniencia para aplicar la investigación en 50 estudiantes del 1.° grado de Secundaria de la IE en mención. El instrumento de Pretest y Postest estuvo constituida por 20 ítemes, de alternativa múltiple, los mismos que coberturaron los aprendizajes relevantes de cada una de las dimensiones de la variable de la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. A fin de asegurar la idoneidad de contenido, el instrumento fue validado por 3 expertos, quienes con sus opiniones y recomendaciones, permitieron obtener el instrumento expedito para su aplicación.

Para determinar la confiabilidad del instrumento, se aplicó el instrumento en una muestra piloto de 23 estudiantes, cuyos resultados fueron procesados mediante el programa SPSS 27, con el cálculo del estadístico KR-20, como corresponde, dado que las pruebas eran de respuesta dicotómica, siendo su resultado de 0,76, que se traduce en un instrumento confiable y otorga el nivel de confianza necesario para su aplicación. Complementariamente se hizo el análisis del nivel de dificultad de la prueba, del cual se obtuvo un nivel de dificultad media. En cuanto al análisis de datos obtenidos en la aplicación, se hizo mediante una comparación de los resultados del Pretest y Postest mediante tablas y gráficos estadísticos, en los que se evidenció el desplazamiento en los niveles “Previo”y en “Inicio” hacia los

superiores de “Proceso” y “Logrado”, finalmente se emplearon las pruebas paramétricas para identificar el nivel de cambio, del cual se obtuvo el cambio/mejora significativa en cada una de las dimensiones de la variable, de esta manera se ha comprobado la influencia positiva de la modelación matemática, en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de la muestra.

Palabras clave: Modelación matemática, Resolución de problemas, Regularidad, equivalencia y cambio, Competencia, estrategias metodológicas.

ABSTRACT

This research was conducted to determine the influence of modeling situations on problem-solving related to regularity, equivalence, and change among first-grade secondary education students at IE Juana Alarco de Dammert, Lima, in 2025. The study employed a quantitative applied approach with a pre-experimental design, in which mathematical modeling activities were developed based on the problem-solving framework established by the Ministry of Education of Peru. Data collection was carried out through the administration of an entry test (pretest) and an exit test (posttest). Non-probabilistic sampling by intention or convenience was used to apply the research to 50 first-grade secondary students at the aforementioned institution.

The pretest and posttest instrument consisted of 20 multiple-choice items covering the relevant learning outcomes for each dimension of the problem-solving variable on regularity, equivalence, and change. To ensure content validity, the instrument was validated by three experts, whose opinions and recommendations enabled the refinement of the instrument for application.

To determine the instrument's reliability, it was pilot-tested on a sample of 23 students. The results were processed using SPSS version 27, calculating the KR-20 statistic, which is appropriate for dichotomous-response tests. The result was 0.76, indicating a reliable instrument with the necessary level of confidence for its application. Additionally, an analysis of the test's difficulty level was conducted, yielding a medium difficulty level.

Regarding the analysis of data obtained from the application, a comparison of pretest and posttest results was performed using statistical tables and graphs. This

revealed a shift from the "Prior" and "Beginning" levels to the higher "Process" and "Achieved" levels. Finally, parametric tests were employed to identify the level of change, which demonstrated a statistically significant improvement in each dimension of the variable. Thus, the positive influence of mathematical modeling on problem-solving related to regularity, equivalence, and change was confirmed among the sample students.

Keywords: Mathematical modeling, Problem-solving, Regularity, equivalence and change, Competence, Methodological strategies.

INTRODUCCIÓN

Los resultados obtenidos por los estudiantes peruanos en las evaluaciones nacionales como internacionales, en el área de Matemática, dan cuenta de las dificultades que enfrentan al resolver problemas, lo que les implica: identificar las variables, interpretar las interrelaciones entre estas variables, hacer uso de las representaciones semióticas (tabular, gráfica, algebraica), producto de estas dificultades muchas veces optan por procesos mecánicos sin reflexión. En este sentido, una de las estrategias propuestas para revertir esta problemática, está referida a la modelación matemática, que promueve el desarrollo del razonamiento, a través del vínculo que se establece entre los problemas de contexto y los modelos matemáticos, potenciando las habilidades matemáticas y de pensamiento crítico.

En este sentido, el presente trabajo se trata de la implementación de actividades de modelación matemática, a través de los cuales los estudiantes reconocen, y aplican modelos matemáticos en la resolución de problemas. El trabajo de investigación consta de cuatro capítulos que se describen a continuación:

Capítulo I: este primer capítulo, describe el contexto de las necesidades de desarrollo de las competencias en los estudiantes, desde el panorama mundial, basado en los resultados de las evaluaciones nacionales, como también internacionales en este caso PISA (2022). Esta problemática de los bajos resultados, impacta también en los logros de aprendizaje de los estudiantes del 1.° grado de Secundaria de la Insittución Educativa Juana Alarco de Dammert. Es así que se plantea la problemática de los aprendizajes y la necesidad de revertir estos resultados, para lo cual resulta fundamental el abordaje de la modelación matemática, como estrategia para la comprensión del modelo matemático implicado en cada situación problemática y ello le conduzca a una comprensión de

la noción matemática implicada, que favorecerá su resolución. Se plantea la problemática, que justifica el trabajo de investigación, basado en fuentes confiables, así como también los respectivos objetivos que permitirán su concreción.

Capítulo II: en el capítulo, se presenta el marco específico de enfoque positivista, en el que se sitúa la investigación, y seguidamente describe las teorías que sustentan las variables de estudio. De esta manera, las teorías presentan las bases relativas a la modelación matemática, su definición y características, considerando los aportes de autores diversos, y de manera similar se presentan las bases teóricas relativas a la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Finalmente, se presentan las dimensiones e indicadores que permitirán el tratamiento de la información que requiere la investigación para su concreción.

Capítulo III: el capítulo contiene la metodología del trabajo de investigación que se constituye por las definiciones tanto teóricas como operacionales de las variables, y una tabla que resume la información relativa a la operacionalización de las variables. Así también presenta las características e información general de la naturaleza de la investigación, la descripción de los instrumentos, proceso y resultados de su validez y confiabilidad.

Capítulo IV: en el capítulo, se detallan los hallazgos de la investigación, a través de un tratamiento estadístico tanto descriptivo, con el uso de tablas y gráficos, como también inferencial, empleado para la prueba de las hipótesis. Entre otros contenidos del capítulo, se incluye la discusión de resultados, las conclusiones y sugerencias, las fuentes bibliográficas y documentos sustentatorios de la información del contenido, que respalda y amplía la información de respaldo de la tesis.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Situación Problemática

El informe de la OCDE (2023) sobre los resultados de los países latinoamericanos en la evaluación PISA revela que 75% de los estudiantes de la región tienen bajo desempeño, es decir, no alcanzan las competencias básicas en Matemática (definido por PISA como el nivel 2). Así también, los resultado comparativos de los informes de las evaluaciones PISA a lo largo de los años, mantienen la media latinoamericana muy inferior a la media de los países OCDE en las competencias de las tres áreas evaluadas, así también, la diferencia en el puntaje promedio entre Latinoamérica y los países OCDE y, la media peruana es muy inferior a la OCDE en los tres dominios, con una diferencia relevante en Matemática(MINEDU, 2024)

.Las competencias matemáticas en PISA se definen en base a la resolución de problemas del contexto real movilizando sus capacidades de razonar, formular y emplear conocimientos, estrategias y procedimientos que le permitan relacionar variables, emitir juicios y tomar decisiones, y argumentarlas. Cabe también mencionar que, para la OCDE, el nivel 2, es la línea que denota el nivel de inicio de las competencias de los estudiantes que le permitirán un desempeño efectivo y productivo en la vida, sea como estudiantes, empleados y ciudadanos en general (OECD, 2023), en este sentido, si prestamos atención el Perú está por debajo de ese nivel umbral, por tanto las evidencias nos muestran que nuestros estudiantes no están preparados para asumir de manera satisfactoria, los retos de la vida cotidiana y real (MINEDU, 2024)

Para Medina-Gorozabel y Giler-Medina (2023), las acciones docentes deben implicar el empleo de estrategias y situaciones diversas en el proceso de enseñanza de la matemática, de manera que sostengan la motivación de sus estudiantes, sin embargo observan que los aspectos de motivación y autorregulación son desafíos que enfrentan los estudiantes, ello significan dificultades que potencialmente, puede generar desequilibrios tanto individuales como grupales en la conceptualización de las nociones matemáticas. (Morales Samayoa, 2024).

La problemática respecto del bajo nivel en el desarrollo de las competencias de matemática, evidenciado en los resultados de Pisa, se reflejan también a nivel nacional, como muestran los resultados obtenidos en la Evaluación de Logros de Aprendizaje ENLA 2022 – 2023 (UMC, 2024), en el que da cuenta de solo un 11,3% de estudiantes del 2.° grado de secundaria ubicados en el nivel satisfactorio y cerca del 70 % de los estudiantes se encuentra en los dos niveles de logro más bajos, evidenciando la necesidad de atención prioritaria y apoyo, ya que enfrenta rezagos que obstaculizan la adquisición de nuevos aprendizajes a lo largo de su escolaridad. Es esencial abordar estos rezagos para garantizar que alcancen los niveles de logro esperados al concluir el ciclo VI.

Todo proceso educativo se inicia con el diagnóstico de necesidades de aprendizajes, en el marco de la centralidad del estudiante y la evaluación formativa que conlleva el enfoque de competencias. Es así que, en la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert, al inicio del año escolar, se aplicó una evaluación de diagnóstico, a fin de recoger información sobre las necesidades de aprendizajes e identificar del nivel de desarrollo de la competencia en el que se encontraban los estudiantes del 1.° grado de Secundaria.

Las pruebas de evaluación diagnóstica, evalúan las competencias de matemática, alineadas con el enfoque del área de matemática del Currículo Nacional (CNEB-2016).

El conjunto de preguntas de cada prueba evalúa los aprendizajes que el estudiante debió haber logrado en los grados anteriores al que está cursando. La prueba está diseñada en base a los aprendizajes básicos que debió adquirir en el grado anterior, en este caso, el 6.° de Primaria, de manera que su aplicación y sus resultados permiten que los docentes:

- Reconozcan los aprendizajes logrados de los estudiantes y están aptos para el 1.° de Secundaria, y los que requieren ser reforzados para alcanzar el nivel esperado.
- Identifiquen a los estudiantes con mayores necesidades de aprendizaje.

Tabla 1 *Resultados de la prueba de diagnóstico*

Competencia	Nivel: Inicio	Nivel: Proceso	Nivel: Logrado
Evaluación de diagnóstico.	71 %	28%	1%
Estudiantes: 142			

Los resultados, muestran a un 71% de estudiantes que están en un nivel de inicio, esto significa que un porcentaje mayoritario aún se encuentra en el nivel de los aprendizajes del grado anterior, y quizá hasta en el 5.° grado. Es así que podemos validar cómo los resultados de las evaluaciones aplicadas en grados diferentes, sea
2.° grado de Secundaria o 4.° grado de Primaria, también impacta en un 1.° grado de Secundaria . Estos resultados deben ser interpretados como situaciones de alerta y tomar acciones para revertir y encaminarse hacia la mejora.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿Cómo influye la modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025?

*1.2.2 **Problemas específicos***

- ¿Cómo influye la modelación matemática, en la traducción de datos en expresiones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025?
- ¿Cómo influye la modelación matemática en la comunicación de las relaciones algebraicas, en los estudiantes de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima? 2025?
- ¿Cómo influye la modelación matemática en el uso de estrategias de búsqueda de regularidades y reglas generales, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima? 2025?
- ¿Cómo influye la modelación matemática en los procesos de la argumentación, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025?

1.3 Justificación teórica

La justificación teórica de una investigación de modelación matemática se centra en utilizar modelos para analizar, comprender y predecir fenómenos del mundo real, vinculando así la teoría matemática con la práctica y el contexto social o científico. Se justifica en la capacidad de los modelos para simplificar sistemas complejos, resolver problemas y proponer soluciones, sirviendo tanto como herramienta de investigación como estrategia didáctica para fomentar el pensamiento crítico y el aprendizaje significativo (adaptar es internet).

La diversidad de contextos, así como también las características de los estudiantes, demandan del empleo de estrategias y recursos diversos, sin embargo, dadas las limitaciones, sean de índole material (infraestructura, materiales concretos, impresos, etc) como también pedagógicos, entre otros, la problemática identificada, de los bajos niveles de desarrollo de las competencias del área, nos lleva con interés a la necesidad de modelar la construcción de los conceptos matemáticos. Esta modelación permitirá la profundización y el análisis de las relaciones entre las variables del contexto de estudio matemático en los estudiantes a través de las representaciones de un fenómeno del mundo real, el uso de lenguaje matemático y la evaluación e interpretación matemática de una situación concreta que impactará en las competencias de resolución de problemas matemáticos, Gómez -Chacón y Maestre (2008) en (Rodríguez, 2021)

La modelación matemática, fomenta en los estudiantes: la conexión de las matemáticas con otras disciplinas del saber; un mayor interés por las matemáticas debido a su utilidad; una mejora en la comprensión de los conceptos matemáticos; la habilidad de leer, interpretar, formular y resolver problemas situacionales; la estimulación de la creatividad en la formulación y solución de problemas; el uso de la tecnología; las capacidades de trabajo en equipo y la investigación, entre otros (Biembengut y Hein, 2004) en Hernández (2021).

1.4 Justificación práctica

La presente investigación, tiene entre sus propósitos, validar las estrategias que favorezcan la mejora de los aprendizajes de los estudiantes, a través del modelado de los conceptos, que les permitan movilizar sus capacidades, con representaciones de los

objetos matemáticos, la identificación de las relaciones que se establecen, las interpretaciones, explicaciones y justificaciones que ello posibilite.

A la investigación implicará el fortalecimiento pedagógico de los maestros, con una estrategia pedagógica que a través de sus procesos organizados de manera didáctica y conceptual, posibilitará la consolidación de las nociones matemáticas fundamentales de la competencia matemática en estudio (Reid & Gioda, 2020).

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Determinar la influencia de las situaciones de modelación en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

1.5.2 Objetivos específicos

- Identificar la influencia de la modelación matemática en la traducción de datos en expresiones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025
- Identificar la influencia de la modelación matemática en la comunicación de las relaciones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025
- Identificar la influencia de la modelación matemática en el uso de estrategias de búsqueda de regularidades y reglas generales, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025
- Identificar la influencia de la modelación matemática en los procesos de la argumentación, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

1.6 Hipótesis

1.6.1 Hipótesis general

- La modelación matemática influye en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

1.6.2 Hipótesis específicas

- La modelación matemática influye en la traducción de datos en expresiones algebraicas en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.
- La modelación matemática influye en la comunicación de las relaciones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.
- La modelación matemática influye en el uso de estrategias de búsqueda de regularidades y reglas generales, e en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025
- La modelación matemática influye en los procesos de la argumentación, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Marco Filosófico

La práctica de utilizar las matemáticas para comprender y predecir el mundo es tan antigua como la ciencia misma, sin embargo, emerge a esta a manera de concepto de "modelo", hacia los años de 1930, y para comprender el sentido de este concepto, es fundamental considerar la diferenciación que propone Michel Armatte entre la "matematización", dominante hasta aproximadamente 1930, y la "modelización", que se consolida después de esa fecha. Esta transición marca una ruptura epistemológica en la relación entre las matemáticas y las ciencias sociales (Armatte, 2000).

Los años previos a 1930 período estuvo profundamente influenciado por el ideal de las ciencias físicas y se caracterizó por una dualidad en sus métodos hipotético deductivos, como también inductivos, no se hacía uso del término "modelos", pero sí se vinculaba a las matemáticas con los fenómenos. Si era por la vía hipotético-deductiva, implicaba postular hipótesis sobre el mundo y deducir sus consecuencias lógicas mediante herramientas matemáticas, una de las figuras representativas lo es Antoine Augustín Cournot (1838) quien, sobre las bases de la economía matemática, introdujo el uso de funciones abstractas para analizar conceptos económicos como la demanda. Por la vía inductiva, el punto de partida eran los datos empíricos recolectados de formas diversas, de los que se identificaban

regularidades que permitían plantear leyes estadísticas. Entre los representantes de esta línea tenemos a Adolphe Quetelet (Armatte, 2000).

De la probabilística al "Modelo" (Post-1930)

La transición hacia la "modelización" fue impulsada por cambios fundamentales en la ciencia y la filosofía, en el caso de la física de gases,obra de Maxwell, y Darwin, con la biología evolucionista, introdujeron una noción de azar inherente a los fenómenos, que irrumpe con el determinismo laplaciano donde el azar era solo una manifestación de la ignorancia. Ernst Mach, es uno de los filósofos que reorienta los objetivos de la ciencia, pasando de la explicación de las causas hacia la descripción de las regularidades, en esta línea, encontramos entre los representantes a Karl Pearson, figura clave en la estadística moderna, quien demostró que, la curva de una distribución no representaba una ley subyacente de la cual los datos eran desviaciones imperfectas; sino que, por el contrario, la curva era más bien, un "resumen estenográfico" de los datos, que constituían la única realidad tangible (Armatte, 2000).

En este proceso de desarrollo intelectual, la palabra "modelo" emerge formalmente en las ciencias sociales durante la década de 1930, cuya consolidación proporcionó un marco lógico para entender la relación entre una teoría formal y un dominio empírico, y de esta manera, se establece la modelización como la práctica científica dominante, unificando las vías deductiva e inductiva que habían permanecido separadas durante un siglo.

Enfoques en la educación Matemática

La forma en la que los maestros enseñan y las formas en las que los estudiantes aprenden a través de una tarea de modelización revela sus supuestos sobre la naturaleza del conocimiento matemático y el rol del estudiante en su construcción, para ello, a continuación analizaremos los vínculos de la modelización con el constructivismo, el socioconstructivismo y la Educación Matemática Realista.

Modelización y Constructivismo

En un enfoque constructivista, el estudiante no recibe un modelo previamente definido, sino que lo construye de manera activa en su proceso de resolución del un problema.]En la lógica del ciclo de ciclo de Blum y Leiß (2007), vistas las etapas de la "simplificación", la "estructuración" y la "matematización" el estudiante debe tomar decisiones, aún cuando la formulación de supuestos y la creación de una estructura matemática no se encuentra explícita en la situación original. De esta manera, la actividad constructiva es el núcleo del aprendizaje significativo.

Esta perspectiva pedagógica, implica mantener el equilibrio entre la autonomía del estudiante y la mediación del maestro, como lo señalan Blum y Borromeo Ferri (2009). En esta línea, el enfoque constructivista de la modelización valora la autonomía del estudiante para explorar, cometer errores y validar sus propias soluciones, entendiendo que el conocimiento es un producto de esta interacción activa con el problema.

Modelización y Socioconstructivismo

Como sabemos, el constructivismo resalta el rol activo del individuo, mientras que el socioconstructivismo enfatiza que la construcción del conocimiento no es un acto individual, sino que es un proceso mediado social y culturalmente. Luis Radford (2010) quien postula que la generalización de patrones —una actividad central en la modelización— es un "proceso cultural-cognitivo complejo" que se objetiva a través de medios semióticos como el lenguaje, los gestos y, fundamentalmente, la interacción social, en este sentido, el conocimiento no reside únicamente en la mente del individuo, sino que emerge en la actividad conjunta.

En el marco del enfoque, las actividades matemáticas, requieren de espacios para la discusión, la confrontación de ideas y la construcción de un lenguaje común permiten a los estudiantes refinar sus modelos, identificar errores y alcanzar una comprensión más profunda que la que podrían lograr de manera aislada. Para este fin, las herramientas pedagógicas como los foros virtuales o el trabajo colaborativo, así como el uso de software dinámico como GeoGebra que facilita la visualización

y validación de conjeturas son ejemplos prácticos de este enfoque.(Aguerrea et al., 2025).

Modelización y la Educación Matemática Realista (EMR)

En el marco del enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR), de Hans Freudenthal (1973), la matematización emerge de la necesidad de organizar y comprender una situación contextualizada, es decir que, el estudiante se enfrenta a situaciones reales de resolución de problemas de manera que requiere de partir de una representación concreta a una abstract.

La "Modelación realística o aplicada" identificada por Kaiser & Sriraman (2006), aborda la resolución de problemas extra-matemáticos en los que la matemática no es el fin en sí mismo, sino que tiene por analizar para dar sentido a un objeto, hecho o fenómeno relevante dado, como son las situaciones de: el llenado del tanque de gasolina (Blum y Borromeo Ferri, 2009) o el análisis del contexto genético de Mendel para explorar la probabilidad (Zaldívar et al., 2017).

Si bien, se puede visibilizar aquí una tensión entre el constructivismo, focalizado en el aprendizaje desde la mente del individuo que atraviesa el ciclo de modelización, el socioconstructivismo lo sitúa en la interacción social mediada por herramientas semióticas. Debemos destacar que no son perspectivas contradictorias, sino que se orientan desde distintas facetas del mismo proceso de construcción, mientras la EMR proporciona el contexto de problemas significativos donde estas construcciones, tanto individuales como colectivas, pueden articularse. Estas filosofías, con sus distintos énfasis que brindan en conjunto un marco teórico robusto para una enseñanza de la modelización matemática que sea a la vez activa, colaborativa y significativa.

2.2 Antecedentes de la investigación

Antecedentes Internacionales

Pérez & Mora (2023), realizan un estudio cualitativo de tipo investigación-acción, , en la ciudad de Bogotá – Colombia, con estudiantes de educación Secundaria, sobre la " Implementación de la modelación matemática en educación media: una oportunidad de articular el contexto y los contenidos escolares". El estudio permitió confirmar el ciclo de la modelación propuesta por Blum y Borromeo Ferri (2009), a la vez de dar cuenta de la mejora en los procesos de resolución de problemas de sus estudiantes, quienes lograron vincular sus problemáticas locales con los contenidos curriculares de la matemática, representar variables, analizar las relaciones, emplear estrategias de cálculo y procedimientos con ecuaciones gráficos y otros.

Reid & Gioda (2020), desarrollan un trabajo de investigación de tipo cualitativo con el propósito de motivar el trabajo matemático y establecer fuertes vínculos cognitivos entre los conceptos de función lineal y cuadrática con la incorporación de la modelización matemática. La experiencia se realizó con estudiantes del cuarto año en distintos colegios de Educación Secundaria. Se emplearon una variedad de técnicas de recolección de datos y métodos de análisis e interpretación. La modelización matemática como estrategia pedagógica contribuye a la construcción del significado de los conceptos matemáticos; los estudiantes, además de tener la oportunidad de entender cómo son necesarios para resolver un problema determinado, también encuentran anclajes de análisis y comprensión de otros conceptos matemáticos involucrados en la resolución del problema.

Montero y Alejo (2022), realizan un trabajo de investigación en base al análisis de los ciclos de modelación generado por un grupo de estudiantes de licenciatura en administración de empresas, al realizar una actividad provocadora de modelos, en el que subyace el concepto de función. La metodología fue cualitativa con 10 estudiantes cuyas edades fluctuaban entre 23 y 32 años. Los resultados mostraron que los estudiantes exhibieron ideas de linealidad en sus primeros modelos los

cuales evolucionaron para convertirse en modelos exponenciales; al mismo tiempo, el razonamiento covariacional de los estudiantes se modificó, amplió y refinó a través de distintos niveles.

González Rojas, (2021), realiza un estudio que tuvo como objetivo desarrollar y validar una estrategia didáctica basada en la modelación matemática para mejorar esta competencia en estudiantes de cuarto año de Educación Básica Elemental. El estudio se enmarcó en un enfoque mixto y un nivel explicativo, utilizando un diseño preexperimental que tuvo como instrumentos una preprueba y posprueba, y entrevista a docentes que permitió complementar los hallazgos y profundizar en las causas de estos. Los resultados de datos cuantitativos y cualitativos, de las variables independientes, cualitativas continuas, del pensamiento matemático: numérico y su empleo en situaciones modeladas y reales, se estructuró de manera constante, con miras a mejorar el trabajo de investigación-acción, que se cimentó en la meta inicial propuesta y esbozada a lograr un reconocimiento y aprendizaje con sentido, significado y apropiación de conceptos propios del pensamiento numérico.

Sáez et al. (2021), realizaron un estudio para validar una propuesta didáctica de una tarea de modelación de funciones. La propuesta consistió en una tarea matemática de modelación, aplicada a estudiantes de educación secundaria, de la que obtuvieron evidencia respecto de los procesos de modelación alcanzados por los discentes en los diferentes momentos de la sesión. Así también, validaron cinco prácticas basados en Smith y Stein, que se movilizan en el ciclo de la modelación. Estos resultados permitieron mejorar la planificación y potenciar la habilidad de modelar en los estudiantes.

Antecedentes Nacionales

Padilla (2021), realizó un trabajo de investigación con el objetivo de determinar la influencia de la modelación matemática como metodología de enseñanza, en el aprendizaje de los estudiantes del segundo ciclo de la Universidad ESAN. El trabajo tuvo un diseño experimental, de nivel cuasiexperimental y de enfoque cuantitativo, con una población de 612 estudiantes y una muestra de 30 estudiantes del grupo experimental y 30 en el grupo de control. Se emplearon instrumentos de pretest y postest, cuyos resultados permitieron evidenciar las diferencias significativas de 9,77 entre los grupos examinados, corroborando la modelación matemática como recurso didáctico en el aula.

Mejía et al., (2022) realizan un estudio con el propósito de conocer el nivel de desarrollo de la capacidad de resolver problemas de matemática en estudiantes de arquitectura de una universidad peruana. La investigación fue de enfoque cuantitativo, de tipo longitudinal y de nivel explicativo, para lo cual se empleó un diseño experimental de carácter pre-experimental. El estudio tuvo como instrumentos, una prueba de resolución de problemas y una guía de observación durante el tratamiento experimental. Se concluye que la modelación matemática fue eficaz y valioso al campo de la tecnología y la enseñanza de la matemática.

Reátegui et al.(2021) mediante su estudio, presentan una estrategia de modelación matemática con enfoque de resolución de problemas, con el objetivo de crear un modelo para prevenir el contagio del COVID -19. El estudio se realizó con estudiantes de la Carrera Profesional de Arquitectura de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán de Huánuco - Perú . El enfoque del estudio fue de tipo cuantitativo, nivel descriptivo y diseño no experimental. Se concluye que, los estudiantes lograron un nivel mayor al esperado en la obtención del modelo, de manera que los estudiantes dieron muestra de un alto nivel de relación de la matemática con problemas de la vida real.

Un estudio realizado por Espinoza y Ortiz (2023), con el objetivo de identificar acciones para la aplicación del enfoque de la resolución de problemas, tuvo por título "La modelización matemática como enfoque de resolución de problemas en la Educación Primaria. Un análisis de la estrategia Aprendo en Casa ". A través del

estudio, se analizaron 16 videos de la estrategia de Aprendo en Casa (AeC), propuesto para la educación peruana durante los años 2020 y 2021. Mediante el estudio de tipo exploratorio descriptivo y enfoque cualitativo, se encontraron evidencias del uso de la modelización en la resolución de problemas. El análisis realizado ha permitido concluir el estudio con orientaciones propuestas para la implementación de la modelación matemática en la enseñanza de la resolución de problemas, considerando la potencialidad de la estrategia en cuanto al análisis del problema, las relaciones entre variables, la posibilidad de resolver problemas abiertos, y el acercamiento del estudiante de primaria, a comprender las situaciones matemáticas de su entorno real y cotidiano.

Martínez et al. (2025) realizan un trabajo de investigación, en el cual analizan los procesos de modelización que realizan los estudiantes al resolver problemas relativos a la noción de la optimización de funciones, en el que hacen uso de los ciclos de modelización de Blum, Leiß y Borromeo-Ferri. La investigación fue de tipo cualitativa y descriptiva, y los instrumentos que emplearon fueron las producciones de tipo fichas de trabajo, archivos de Geogebra, así como también entrevistas estructuradas a los estudiantes. Sus hallazgos les permiten afirmar que al resolver problemas, los procesos de la modelización no siempre se presentan de manera secuencial, pues hubieron estudiantes que, dada su intuición o conocimiento de la variabilidad de un dato, emplearon el software Geogebra para simplificar y estructurar el problema en el mundo real para llegar a un modelo real. En este sentido, sentido, concluyen que este proceso dependerá de las herramientas, habilidades y el conocimiento que puedan movilizar los estudiantes al interpretar y analizar una situación de problemas para su resolución.

2.3 Bases Teóricas

El modelado matemático se destaca como estrategia para estimular la reflexión sobre la aplicabilidad de las matemáticas en situaciones de la vida real, así también, para mejorar los procesos de comprensión de los conceptos de la matemática en los estudiantes. Investigaciones diversas vinculan el modelado con habilidades como la generación de hipótesis, la resolución de problemas y la comunicación

matemática, lo que lo hace relevante en diferentes niveles educativos, desde la educación básica hasta la superior. Montejo(2024), hace mención de estudios recientes centrados en el aprendizaje mediante modelado en los que se han introducido diversos modelos teóricos, en los que el aspecto procedimental adquiere cada vez mayor relevancia, por ello, el modelado se percibe como un proceso cíclico en el que las acciones humanas son esenciales para la resolución de problemas. Estos estudios incluyen teorías como el Ciclo de Modelado propuesto por Blum y Leiβ (2007) Greefrath y Vorhölter (2016), así como marcos analíticos para examinar el proceso de resolución de tareas propuestos por Ärlebäck y Albarracín (2019), Czocher (2016), Czocher y Hardison (2021) y Ledezma et al. (2022).

2.3.1 Conceptualización del Modelo Matemático

La conceptualización del modelo matemático deviene en variadas perspectivas, todas coincidentes en que se trata de representaciones elaboradas en base a abstracciones que permiten analizar y comprender un sistema o solucionar un problema. Para Montejo-Gámez (2024), plantea al modelo en la manera de una representación que expresa información fundamental de un sistema, mediante diagramas, tablas, cálculos, o expresiones verbales diversas, que propician la construcción del modelo. A su vez, también podemos mencionar a Minsky (1965) y Velten (2009), citados en Montejo-Gámez (2024), para quienes un modelo matemático no es solo un conjunto de afirmaciones o representaciones que concretan la estructura de un sistema real, sino que más allá de ello, les permite tomar decisiones en respuesta a un problema o un sistema a partir de matematizar la situación, que implica transformar aquel hecho o sistema real, en una representación simplificada con expresiones matemáticas, establecer relaciones, emplear propiedades para este fin.

Otros autores toman posición respecto a que un modelo matemático implica un cambio de lenguaje, entre las expresiones de forma natural, del sistema real y el de una estructura matemática. En este sentido, el modelo no solo describe sino que también transforma y comunica la información, facilitando la comprensión y el análisis del sistema (Blum&Borromeo, 2018, citados en Huincahue et al.(2018))

Entre otras acepciones del modelo matemático encontramos aquellos autores que consideran al modelo como un sistema axiomático que se constituye de términos indefinidos que se generan a partir de un proceso de abstracción y de cualificación de ideas del mundo real; o como un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan un fenómeno de un fenómeno o del mundo real(Maki e Thomsom, 1973; Biembengut, M.; Hein, N., 2004; Biembengut, M.; Hein, N., 2004, citados en Villa&Ochoa, 2007)

Blomhoj, considera al modelo matemático, como la relación que se establece entre los elementos matemáticos, como también con las conexiones con una situación o un fenómeno, siendo este de naturaleza matemática, como no matemática. Esta

concepción tiene desde ya implicancias didácticas, pues significa que el modelo puede ser aplicado a una situación tanto intra como extra-matemática. Por el lado del estudiante, implica que pueda concebir que las situaciones reales y los modelos matemáticos con objetos diferentes, separados, pero interreracionados (Chavarría, 2024).

Las concepciones del modelo matemático dadas desde las diferentes perspectivas y recogidas de diversos estudios como se han mencionado en los párrafos precedentes, nos permiten definir al modelo como una representación simplificada de un fenómeno, que surge de un proceso de

abstracción y se concreta en expresiones constituidas de símbolos, gráficos, números, mediante el cual expresan relaciones entre sus elementos. Así también, cabe aclarar que un modelo funciona como herramienta para analizar un fenómeno, realizar predicciones y expresarlas en lenguaje matemático y de esta manera puede ayudar en la resolución de un problema, sin embargo, cada problema requiere de adaptaciones específicas del modelo, acorde a las variables y condiciones propias de la situación.

2.3.1.1 El enfoque cíclico de modelización, según Blum y Leiß (2007)

Convergentes con otros investigadores como Borromeo-Ferri y otros, Blum y Leiß aportan ideas para la modelización como proceso cíclico relativas a la resolución de problemas de contexto diverso, enfatizando el uso de las representaciones en sus procedimientos.

El ciclo de modelización propuesta por Blum y Leib (2007, citados en Gutiérrez et al., 2017), se abordan en la forma de una serie de fases interconectadas que se repiten en un ciclo, permitiendo a los estudiantes construir y aplicar modelos matemáticos a situaciones del mundo real. Este ciclo consta de siete fases: como se muestra en el gráfico a continuación:

Figura 1 *Fases del Ciclo de Modelización de Blum y LeiB*

(2007, citados en Ángels et al., 2016):

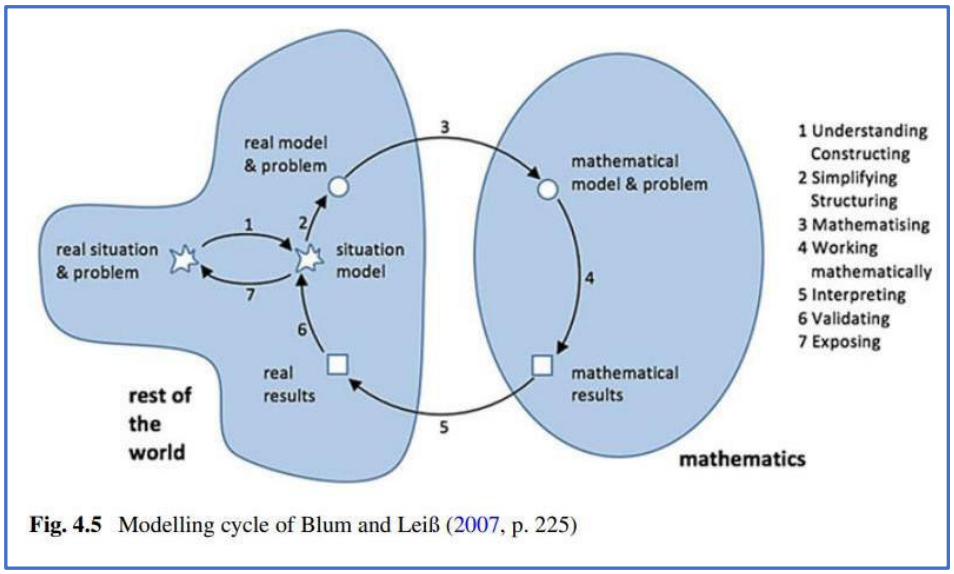


Fig. 4.5 Modelling cycle of Blum and Leiß (2007, p. 225)

Fuente: Niels y Hefendehl-Hebeker, 2018

Comprensión de la tarea:

Consiste en comprender el problema presentado en el contexto real, para ello, se construye una representación mental de la situación, que permita identificar los elementos claves, y se organice la información en una estructura, que visibilice los diferentes escenarios a fin de habilitar la adaptación del modelo en presencia de una nueva información o encontrar errores.

Simplificación y estructuración:

En esta fase, se identifican los elementos relevantes del modelo según el propósito para el cual se construye, desestimando los datos o detalles que no afectan a la estructura matemática de la situación. Los elementos clave se organizan de manera lógica, obteniendo un sistema claro, coherente y estructurado, que facilite su análisis, así como también extraer ideas conclusivas.

Matematización:

Esta fase está referida a la traducción del problema, en términos y expresiones de lenguaje matemático. Esta expresión es el modelo, que, expresado en símbolos y signos, posibilita su manipulación y análisis con procedimientos, estrategias y conocimientos matemáticos.

Trabajo matemático:

En esta fase, el trabajo matemático se realiza con el uso del modelo y la aplicación de definiciones, algoritmos, procedimientos y estrategias de cálculo, técnicas de análisis del modelo o de resolución de ecuaciones, como también de simulaciones que permitan la solución del problema.

Interpretación:

En esta fase se traducen los resultados matemáticos obtenidos en el contexto de la situación original , de manera que explica los resultados matemáticos, y su significado en el contexto inicial. Para ello, se analizan los datos de entrada y se contrastan y evalúan con los valores de la salida, así como también, se comparan con los datos observados en la situación real.

Validación*:*

Esta fase está referida a la validación del modelo, se comparan los resultados con sus hipótesis y con resultados de otros modelos válidos para el fenómeno analizado, a fin de garantizar la efectividad en el ámbito de aplicación. El modelo será válido, en la medida que los resultados obtenidos adquieran un sentido en el contexto real, esto es, si resultan lógicos, coherentes y razonables en el contexto de origen.

Exposición:

Esta es la fase en la que se comunican los resultados obtenidos del modelo, cose explican sus procesos de resolución y se justifica su validez y relevancia, cuando muestra su aplicabilidad y su relación con la situación inicial, así como también, demuestra su utilidad en la formulación de predicciones y en la toma de decisiones.

2.3.1.2 Modelación matemática

Visto la conceptualización del modelo matemático, cobra relevancia esta herramienta en el análisis, interpretación de fenómenos o en la resolución de un problema. Como se entiende, a partir de las diversas acepciones, que coinciden en el vínculo entre el modelo matemático y la realidad que representa,y en la línea de las afirmaciones de Blomhoj&Hojgaard(2003), de Castro&Castro (1997) y Rico 2007), mencionados en Chavarría (2024), podemos decir que la modelización puede ser de utilidad en la resolución de problemas reales, pero no es solo una resolución simple, pues implica el tránsito por la transformación de un problema real en un problema matemático, que es denominado como modelización horizontal, en este nivel, se identifican y se seleccionan los procesos matemáticos coherentes con la situación, y se emplean formas diversas de representación del problema, a fin de una comprensión profunda de las relaciones, haciendo uso del lenguaje natural como también simbólico, formal; luego, se centra en la búsqueda de patrones o relaciones; el reconocimiento de similitudes con problemas análogos; la traducción de la situación dada a un modelo matemático y el uso de herramientas y recursos pertinentes, en esta segunda parte nos referimos a la matematización vertical, esto es que se abordan los procedimientos dentro de las leyes y propiedades al interior de la matemática misma (Chavarría, 2004).Montejo (2024), considera la modelación, como un proceso cíclico de resolución de un problema, en esta misma línea, Trigueros (2006, citado en Zaldívar et al., 2017) también considera la modelación como un proceso cíclico en el cual se brinda a los estudiantes problemas de tipo abiertos y complejos, en los que movilizan sus saberes y habilidades para hipotetizar y argumentar empleando lenguaje matemático. Por su parte, Lesh y Yoon (2007, citados en Zaldívar et al., 2017) consideran a la modelación matemática, como una estrategia que favorece el vínculo de la matemática con la experiencia de la vida real en los estudiantes. Blum y Niss (1991, citados en Zaldívar et al., 2017), completan las acepciones precedentes, de manera que consideran a la modelación como un proceso que transita desde un problema de contexto real hacia un modelo matemático.

Las concepciones de la modelación en los últimos años, se han abordado desde enfoques diversos de la educación matemática, sin embargo, cabe resaltar que el análisis de las diferentes aproximaciones encontradas en las literaturas permite identificar características comunes tales como: están asociadas a procesos de resolución de problemas en contexto; exigen de formas de representación y comunicación, sea que se refieran a problemas intramatemáticos o extramatemáticos (Blum y Borromeo-Ferri, 2009); se asocian al desarrollo de habilidades matemáticas.

En la línea de las definiciones vertidas, y asociadas al marco del enfoque de la matemática establecida en el Currículo Nacional de la Educación Básica, podemos definir la modelación matemática, como un proceso asociado a la resolución de problemas, que promueve la movilización de los saberes previos, y las habilidades de de análisis, representación e interpretación, que permite a los estudiantes, la traducción de las situaciones de resolución, en lenguaje matemático en contextos reales.

Dimensiones de la modelación matemática

La modelación matemática es considerada como un proceso cíclico y completo que permite transitar desde un problema real hasta un modelo matemático, y en esta línea, se identifican las preguntas, como también las hipótesis, las variables o elementos representativos de la situación planteada. Se reconocen también las variables e interrelaciones matemáticas, y se seleccionan los elementos y la información relevante para la resolución del problema . En este proceso, Trigueras (2006, citado en Zaldívar et al., 2017), plantea momentos claves de la modelación matemática, en la enseñanza, basados en el modelo de Blum y Leib .

- ***Identificación del Problema:***

  Consiste en comprender e identificar las variables, los datos y las relaciones significativas que les permitirán reconocer el modelo en el contexto del problema real que se requiere de solución. Reconocer las variables relevantes y las relaciones entre ellas, es una etapa crucial, ya que una correcta identificación del problema guía todo el proceso de modelación y asegura la selección del modelo sea pertinente y útil (Zaldívar et al., 2017).

- ***Construcción del Modelo:***

  Esta es una fase que requiere de un proceso de pensamiento crítico y creativo, visualizar las interrelaciones entre variables, e idear sus representaciones. Es la fase en la que los estudiantes seleccionan los elementos matemáticos que le permitan razonar y traducir el problema real en un lenguaje matemático, que les permita el análisis y su resolución. Implica también la simplificación del modelo de Blum y Leib(2007), es decir, la selección de la información necesaria y la desestimación de otras no pertinentes para la resolución de la situación específica. Cabe también mencionar que si bien el modelo es simplificado, a su vez debe ser representativo de la realidad, pues es la fase en la que se emplearán los procedimientos matemáticos y la aplicación de los conceptos para arribar en la solución del problema (Zaldívar et al., 2017).

- ***Reflexión y Validación:***

  La reflexión y validación son procesos que ocurren por lo general en contextos de colaboración, en la que los estudiantes comparan sus resultados, comparten sus ideas, y discuten sus modelos. Esto les permite revisar sus procedimientos, validar sus modelos y evaluar la efectividad del modelo seleccionado o creado. La validación implica un análisis crítico de sus hallazgos, así como también la identificación de mejoras, de esta manera pueden asegurar que el modelo sea útil y aplicable en el contexto real, así también, la validación promueve las estrategias del aprendizaje a partir del error y mejorar futuras modelaciones (Zaldívar et al., 2017).

2.3.2 Competencia de la resolución de problemas

La competencia de la resolución de problemas propicia el desarrollo del razonamiento matemático, para que esto suceda, el problema a solucionar debe implicar una actuación que le permita interactuar, preguntar y responder a sus inquietudes, reconocer los conocimientos previos que tiene para solucionar el problema, las estrategias y procedimientos que pueden ser válidos en determinadas condiciones (Isoda y Olfos, 2012).

El proyecto de la OCDE/PISA, al definir la competencia de matemática lo relaciona con las habilidades de razonar, interpretar, como también formular ideas y proposiciones matemáticas que permitan resolver problemas en diversas áreas de la vida real. En este proceso, reconoce que esta competencia a como un lenguaje compuesto de símbolos, términos, signos y procedimientos característicos de las operaciones matemáticas. De acuerdo a OCDE/PISA, podemos afirmar que la competencia de matemática de una persona se visibiliza en las estrategias que emplea, y las ideas que traduce en lenguaje matemático, al resolver un problema de contexto intra, como también extramatemático (MNEDU, 2022).

Niss (2003, citado en Iñiguiz, 2015) sostiene que los conceptos matemáticos son importantes, pero no aseguran el logro esperado en la competencia, más aún, su planteamiento de la competencia matemática radica en las habilidades de la comprensión, el uso de la matemática en contextos y para ello propone ocho competencias que se presentan a continuación:

Pensamiento matemático. Que lo refiere a la comprensión de la matemática en las situaciones reales de la vida cotidiana, respecto de las cantidades, medidas, características de los objetos, es decir, de todo aspecto cualitativo y cuantitativo que una persona puede interpretar del entorno).

La resolución y el planteamiento de problemas. Están referidos a la identificación, planteamiento y especificar diversos tipos de problemas matemáticos, de preferencia cercanos a la cotidianidad de los estudiantes, pues ello les facilitará el desarrollo de sus competencias matemáticas, ya que en diferentes situaciones y momentos de la vida diaria nos enfrenta a situaciones que debemos resolver.

Construcción del modelo matemático. Se refiere a la matematización, esto es, cómo se traduce una situación problemática real, en una expresión matemática (modelo) y cómo esta expresión se comprende e interpreta en el mundo real. Este proceso invita al análisis de los modelos matemáticos y la generación de otras actividades para modelizar en contextos específicos (Pollack, 1997, citado en Iguiñez, 2015).

Razonamiento matemático. Que está referido al uso de las habilidades y principios lógicos, estrategias heurísticas para analizar, comprender y resolver el problema. Para ello, requiere de relacionar cantidades, expresarlos con números y símbolos, aplicar estrategias de cálculo , así como también implica argumentar sus resultados, o sus afirmaciones, con demostraciones con argumentos adquiridos de manera formal o informal, transformando sus heurísticos en demostraciones válidas.

Representación de los objetos matemáticos. Está referido a las diversas representaciones que pueden realizar de los objetos matemáticos que pueden ser representados con dibujos, esquemas, tablas y gráficos. Cabe también mencionar que las formas de representar, permiten identificar también las comprensiones de los objetos matemáticos.

Formalización matemática. Está referida a la forma de comunicar en lenguaje matemático, las ideas que se construyen a partir de las relaciones que se establecen y formalismos forma parte del lenguaje actual, no únicamente matemático, sino a todos los niveles, como el utilizado, en los teléfonos celulares. En este caso, se comprende la competencia, como la capacidad de traducir lenguaje coloquial a lenguaje matemático formal, esto es, traducir en símbolos y números y viceversa.

Comunicación matemática. Que implica comprender los mensajes orales, visuales y escritos de contenido matemático, como también expresar sus ideas, explicaciones, procedimientos, con lenguaje matemático en sus diferentes niveles de precisión.

El uso de recursos y herramientas. Esta referido al uso correcto de los recursos, aplicaciones informáticas, materiales y recursos en el desarrollo de las actividades de matemática. implica el correcto uso de materiales, aplicaciones informáticas y aparatos tecnológicos útiles para la actividad matemática.

2.3.3 Competencia de la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

La resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio es una de las competencias del área de Matemática, establecido en el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB),que implica el establecimiento de relaciones entre variables que conlleva a reconocer reglas generales, estrategias para hallar valores desconocidos, ecuaciones, encontrar igualdades, desigualdades , y las relaciones de cambio. La competencia comprende aspectos tanto del resolver problemas, como también el de plantearlos, evaluar el modelo matemático y analizar las restricciones en su resolución ((MINEDU, 2016)

Así también, esta competencia, es considerada una competencia fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático, pues centra su estudio las relaciones de cambio entre magnitudes, en la búsqueda de patrones y regularidades, para el reconocimiento de reglas generales, así como también, en la búsqueda de valores desconocidos (Gaita et. al, 2022). En línea, para Kaput (1999) la generalización está referida a la extensión del rango , y autores como Radford (2018) , citado en Canaza et, al (2025) y otros citados por Cetina-Vázquez (2022) señalan que la generalización es un atributo común del pensamiento matemático que permite a los estudiantes avanzar desde observaciones concretas hacia estructuras abstractas y reglas funcionales.

Cantoral (2013), citado en (Canaza, 2025), conceptualiza esta competencia bajo una perspectiva de pensamiento variacional, es decir, cómo las cantidades, y los objetos se relacionan y cambian. Desde su enfoque socioepistemológico plantea que los conocimientos matemáticos se construyen socialmente, por tanto, influenciadas por la práctica social, y desde esta perspectiva el aprendizaje debe ocurrir en situaciones reales, del contexto lo que favorecerá en los estudiantes hacer uso del álgebra para modelar y resolver problemas de manera que valoren su utilidad en la vida real. Bajo este enfoque se desarrolla un tránsito gradual del pensamiento aritmético al algebraico al algebraico concreto, luego al pensamiento algebraico generalizado y finalmente al algebraico simbólico (Sun, Sun y Xu ,2023), citados en Canaza (20025).

Por su parte, Blanton &Kaput (2005) citados en Canaza (2025), definen al pensamiento algebraico como una habilidad mental que subyace a toda la actividad matemática y la justificación de las estructuras y relaciones al reconocer y describir patrones numéricos, geométricos y algebraicos, partiendo de casos específicos, y progresar hacia su generalización, mediante la formulación de reglas generales. La visualización de patrones geométricos, la comprensión de su estructura, y su generalización, favorece en los estudiantes el abordaje de las relaciones funcionales de manera intuitiva pero a la vez profunda, pues les permite reconocer las relaciones entre los elementos y sus cambios, como también a describir estos cambios de manera simbólica y algebraica, siendo esta la base para el tratamiento de las funciones y las ecuaciones (Wilkie &Clarke , 2016)

El conocimiento de los patrones en la competencia matemática en estudio.

Un patrón se puede definir como regularidades o secuencias que describen una regla general, y por lo tanto son predecibles, e involucran relaciones espaciales, numéricas o lógicas, cuya relevancia se destaca en su estructura, organización, regla o núcleo subyacente, de esta manera, podemos distinguir diferentes tipos de patrones matemáticos, como patrones de repetición, que son los más comunes, en los que se identifica un núcleo o unidad que se repite, mientras que un patrón de crecimiento implica cambios en la secuencia. Se destaca la importancia de la exploración de patrones como base para promover la generalización y el pensamiento algebraico en los estudiantes (Pincheira et al, 2023).

En los patrones, se identifican dos componentes esenciales: el cognitivo, relacionado con el reconocimiento de la estructura del patrón, y el meta-cognitivo, que se asocia con la capacidad de búsqueda y análisis de patrones. Esta dualidad es fundamental para entender cómo los estudiantes desarrollan habilidades matemáticas, en la medida que desarrollan el trabajo con patrones, al copiar, interpolar, extender, traducir, reconocer la unidad de repetición y crear otros patrones. Son estas, habilidades, cruciales para el desarrollo del pensamiento recursivo y funcional en los estudiantes. (Pincheira et al, 2023).

Los patrones de repetición, son aquellos que tienen un núcleo o unidad, que se

repite de manera periódica e indefinida, como es el caso, por ejemplo, de un ABABAB. En un patrón de crecimiento, el núcleo o unidad, aumenta o disminuye sistemáticamente, por ejemplo, ABAABAAAB. Un patrón de estructura espacial, es aquel en el que la forma en la que ocupa el espacio no cambia, aunque los elementos que las constituyen sí pueden cambiar, sus elementos se distribuyen en formas bidimensionales o tridimensionales, por ejemplo, los cuadrados, bloques, matrices y rejillas, cuyas características son: el número, el espacio y los elementos de las formas, entre otras (Papic, et al., 2011)

Las tareas más comunes que los maestros diseñan en para desarrollar los patrones son aquellas que implican, por un lado: a) duplicar un patrón, esto es, aquél en el que se repite de manera exacta el núcleo de la secuencia; b) hallar el o los elementos que faltan; c) ampliar o continuar el patrón, es decir, completar con el siguiente elemento que continúa en la secuencia; d) diseñar o recrear el mismo patrón, con otros elementos; e) identificar el núcleo o unidad que se repite en la secuencia; f) crear un nuevo patrón. De estas diversas tareas, la identificación del núcleo es la más compleja, pues requiere de la comprensión de la organización y estructura de la secuencia, mientras que un patrón recursivo implica básicamente las habilidades de copiar, interpolar, y extender la secuencia (Mcgarvey, 2012; y Luken &Sauzet (2020) .

El conocimiento de la equivalencia en la competencia matemática en estudio.

La equivalencia está referida a expresiones, cantidades o representaciones que tienen el mismo valor, aunque sus expresiones sean diferentes. Así también, en matemática es necesario comprender la equivalencia desde distintas perspectivas , por ejemplo, si vemos, en el caso de las fracciones, podemos distinguir : a) una equivalencia proporcional, centrada en la relación de una parte y el todo, y b) una equivalencia de unidades, que hace referencia a la igualdad entre cantidades completas. Vistas estas diferencias, permitirán en los estudiantes, una comprensión profunda de los números racionales y la aritmética de las fracciones (Pedersen & Bjerre (2021)

En la competencia de regularidad, equivalencia y cambio, la igualdad expresa las relaciones de equivalencia. Estas expresiones pueden ser de tipo algebraicas, o entre

magnitudes que cambian, pero siempre está referida a una relación de valor constante entre dos expresiones o fenómenos. Cuando hablamos de igualdad, nos referimos a dos expresiones, objetos o conjuntos de una misma clase o entidad o del mismo valor.

En el marco de lo establecido en el CNEB (Minedu, 2016), la noción de equivalencia implica tanto identificar igualdades aritméticas, como también, reconocer e interpretar en contextos diversos, el significado del signo igual, es decir, no solo como una operación, sino a analizar su significado como símbolo. La competencia de "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" en el currículo peruano, presenta la noción de equivalencia con implicancias en la identificación de igualdades aritméticas; que requiere de reconocer relaciones en distintos contextos, interpretar el signo igual como símbolo de relación y no únicamente de operación, y utilizar este entendimiento en la resolución de problemas diversos, a fin de favorecer el razonamiento algebraico en problemas que involucra procesos de comparación y transformación (Canaza, 2025).

La equivalencia, se expresa en el álgebra, a través de las ecuaciones, en situaciones de resolución, en la que el signo igual, se interpreta como la equivalencia entre expresiones. En este sentido, la comprensión del signo en su significado relacional, es crucial para la progresión los procesos de la resolución de ecuaciones e inecuaciones, y en esta línea la equivalencia se convierte en el eje articulador que permitirá la conceptualización de la función como relación entre variables, y las transformaciones invariables de la igualdad, como base en la conceptualización de la ecuación, pues, como sabemos, las operaciones que no alteran la igualdad, son las que permiten encontrar las soluciones o valores de una incógnita en las ecuaciones (McAuliffe et al., 2020).

Significados de la Igualdad

Lacasta, Godino y Wihelmi, proponen hasta 8 definiciones de la igualdad, acorde con los contextos aritméticos, algebraicos, analítico, funcional, entre otros, sin embargo, en atención al presente trabajo de investigación, solo se abordará la igualdad desde sus significados aritmético y algebraico (Medellín, 2014).

a) **En el contexto aritmético.** Como equivalencia en R, se define como una partición de clases disyuntas e iguales. Entonces:

$Sea\ a\ \in R, y\ b \in R,\ \ a \equiv b\ \leftrightarrow\ \{a\} \equiv \{b\}$

Como relación de orden, dado el cuerpo ordenado de los reales, se define la igualdad, considerando la doble desigualdad del cual tenemos que:

$a \equiv b\ \leftrightarrow \{a \leq b\ \wedge\ \ b \leq a\}$

Como métrica, en el cual a = b cuando las distancias entre ellos es nula. Tenemos que:

$$a = b \Leftrightarrow d(a;b) = |a - b| = 0$$

b) **En el contexto algebraico**. La igualdad algebraica está referida a dos expresiones algebraicas equivalentes, que contienen números y letras separadas por un signo igual.

Una ecuación es una igualdad algebraica, por ejemplo :

$$x - 3 = x - 8$$

El conocimiento del cambio en la competencia matemática en estudio.

Las relaciones de cambio, en la competencia matemática, están referidas a la forma en la que cambia el valor de una magnitud respecto de otra, estos cambios pueden ser de tipo aumento/disminución, en estados absoluto/relativo, respecto de magnitudes como el tiempo, el espacio, entre otros parámetros. En el marco de los aprendizajes establecidos para el nivel de la educación básica se abordan estas relaciones mediante el estudio de las funciones, con la correspondencia de variables, como también bajo la noción de tasa de cambio, ejemplos como la velocidad (variación del espacio, respecto del tiempo), la aceleración (el cambio de la velocidad, respecto del tiempo). Estos cambios pueden ser trabajados con valores discretos (solo consideran valores enteros) o continuos (modelado de función real) (Canaza, 2025).

La relación de cambio, implica procesos de modelado , a partir de la observación de fenómenos concretos, la representación matemática, y su

evaluación, es así que se articulan las acciones de : a) identificación de variables y sus relaciones, en contextos reales, o matemáticos ;b) selección de datos o variables significativas para resolver el problema; c) análisis de datos, presentados en tablas, gráficas, esquemas, expresiones en lenguaje matemático; d) valoración e interpretación de datos, comunicación de conclusiones (Blomhoj, 2019) .

En la enseñanza de la matemática, el modelado es empleado para vincular las relaciones de cambio con la realidad, cuyo proceso transita por: la identificación de variables, el establecimiento de supuestos o hipótesis, seleccionar un modelo o forma funciona (lineal, cuadrática, exponencial, etc), ajustar parámetros y validar con la interpretación de los resultados en el contexto (Canaza, 2025). Así también, las actividades y tareas de secuencias en situaciones que impliquen al análisis de patrones, permite su transformación en expresiones algebraicas que muestran con símbolos y gráficos las relaciones funcionales a los estudiantes y los prepara a pensar en relaciones funcionales más complejas. (Moss y McNab, 2011).

Las nociones de la regularidad, equivalencia y el cambio se interrelacionan en un continum, en el marco de la competencia matemática, en el cual de manera procesual que se incia con la identificación de regularidades o patrones, y la generalización que deriva en la expresión matemática de las relaciones funcionales o relaciones de cambio. La equivalencia, en las transformaciones, dado su criterio de invariancia, permite reconocer una misma relación en representaciones diferentes, por ejemplo, en una expresión algebraica, y en una tabla o en una gráfica; o la conservación de un mismo valor al aplicar la proporcionalidad, isomorfismo, o conservación (Canaza, 2025).

Las capacidades de la competencia de Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

De acuerdo al CNEB, El desarrollo de la competencia en mención implica la movilización de una combinación de capacidades que se presentan a continuación (MINEDU 2016):

Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. Está referido a la identificación de los datos e información clave del problema, las variables, relaciones que se establecen entre las variables, datos, valores, y la transformación que se hace de ellas de manera que derivan en expresiones gráficas o algebraicas (que constituyen el modelo), que se emplean para generalizar una regla, un patrón u otro. El análisis de los elementos que se presentan en el problema de contexto inicial, es el que permite el reconocimiento de conexiones, por ejemplo, situaciones vinculadas a tasas de cambio, tipo tasas de interés, cambio en moneda extranjera, etc, permiten las conexiones para la construcción del modelo de transacciones de cambio. Es así que esta capacidad sitúa al modelo que se quiere construir y ello implica evaluar la expresión formulada, para ello es propicio plantear preguntas en base a las condiciones del problema. Por ejemplo:

- Se tienen 4 kilogramos de arroz, para 15 días, ¿de qué manera podemos calcular la cantidad de arroz que necesitamos para más de 15 días?

  En este problema, la capacidad matemática en mención se moviliza, con la identificación de las variables, en este caso:

a) Kilogramos de arroz (A): referido al valor de la masa.
b) Días (D): referido a una unidad de tiempo.
c) Tasa de cambio(T): cantidad de masa consumida por unidad de tiempo.

Luego de identificar las variables, corresponde representar las relaciones que se establecen entre ellas, en el contexto del problema, este proceso implica la transformación de los datos en expresiones gráficas o algebraicas, lo que implica tanto un dominio técnico, como también conceptual al visualizar estas relaciones en forma de diagramas, esquemas o representaciones. Así, en el ejemplo, para calcular la cantidad de arroz (A) que que se necesitará para un determinado número de días (D), empleamos la relación: A= D(T)

Identificar las interacciones entre las variables, es clave en la construcción de las relaciones matemáticas. Blanton & Kaput (2005), en sus tratamientos otorgan relevancia a la generalización de patrones, en el pensamiento algebraico, lo que vinculan con la formulación de expresiones. El proceso de generalizar las relaciones en un modelo algebraico es fundamental en la comprensión de los

procesos de resolución de problemas, que es requerido por ejemplo en el uso de variables para la representación de valores desconocidos así como también en la formulación de modelos que sea aplicables en distintos contextos. A este último, aportan Lesh et al. (2009) cuando destacan que los modelos no deben ser de utilidad para la resolución de una situación o problema específico, sino más bien, se espera que sean transferibles en la resolución de otros problemas similares como también más complejos. De esta manera, la generalización en la situación presentada, permitirá expresiones como:

Para calcular la cantidad de arroz (A) : A = D(T) Para la cantidad de días (D) : D = A/T

Para la relación de cambio (T) : T = A/D Aplicamos a la situación planteada:

Si necesitamos calcular la cantidad de arroz para 20 días:

Emplearemos: A = D(T)

donde, $A = D\ x\ T,\ \ donde, A = 20\ x\ \frac{4}{15} = \frac{80}{15} = 5\frac{1}{3}$ kg.

Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas: Aborda las formas diversas de expresar y comunicar las ideas matemáticas relativas a las funciones, equivalencias, patrones y nociones relacionadas. En este proceso de comunicación, emplea gráficos, esquemas, símbolos para expresar con lenguaje algebraico las relaciones entre datos y variables. La capacidad comprende tanto el proceso de expresar sus comprensiones, como también las de interpretar las nociones y relaciones algebraicas en situaciones reales y diversas.

Entre los recursos que se emplean para comunicar matemáticamente, tenemos ***por*** ejemplo, una tabla para el registro de relaciones cuantitativas, o un gráfico que permite visualizar la covariación, o interrelación de variables. Estas representaciones promueven los procesos de conceptualización en los estudiantes, así como también, las comunicación de sus hallazgos, aportando calidad y profundidad al aprendizaje.

Una situación como las tablas de equivalencia monetaria presentan valores que

permiten estructurar las transacciones, que significan también un tipo también de patrones. Veamos en la tabla:

Tabla 2 *Equivalencia entre monedas*

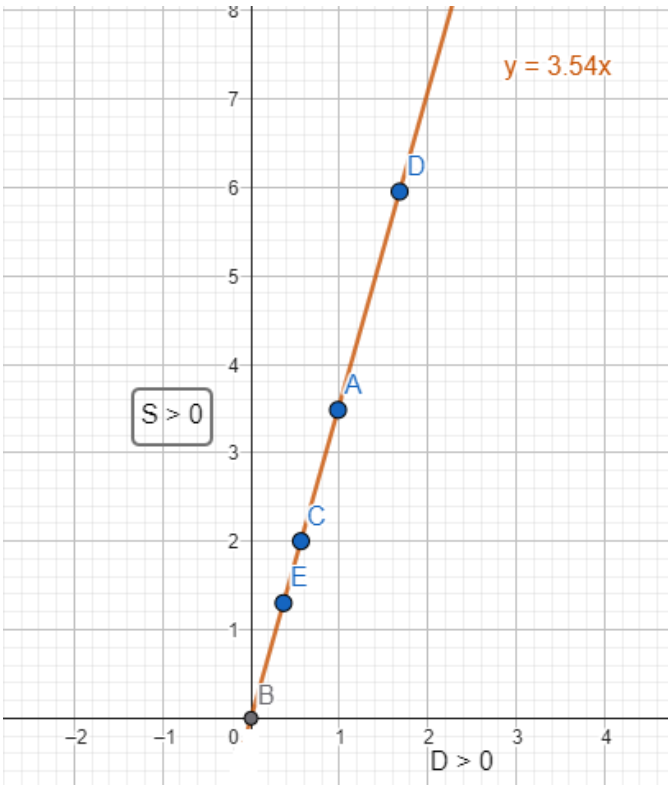
Dólares (D)	Tipo de cambio (Tc)	Soles (S)
100	3,54	354
200	3,54	708
500	3,54	1770
1000	3,54	3540
1500	3,54	5310
2000	3,54	7080
3000	3,54	10620

Los valores en la tabla, nos permiten visualizar cómo el incremento en la cantidad de dólares, significa un aumento también en el costo en soles y esta es una relación proporcional, con la expresión de :

$$S = D \times Tc$$

Otra forma de representar esta relación y que su vez suma al modelado es la Gráfica de la tasa de cambio : SOL – DÓLAR

Figura 2 *Gráfica de la tasa de cambio : SOL – DÓLAR*



Los gráficos lineales, las representaciones algebraicas permiten el análisis de las relaciones algebraicas. En el ejemplo, la expresión gráfica ayuda a reconocer a la tasa de cambio como la pendiente de la recta. De manera más directa se visualiza que la tasa de cambio (Tc), permite visualizar cómo varía el valor "S" (Soles) de cada D (Dólar).

El gráfico muestra la variación proporcional de "S" respecto de "D" y esta relación verifica la constante de "Tc", que también se muestra con:

$$Tc = \frac{354}{100} = \frac{708}{200} = \frac{3540}{1000} = \frac{7080}{2000} = 3{,}54$$

Cabe también mencionar que, las representaciones gráficas, se complementan con los datos de la tabla, pues en ambos el valor que se mantiene constante es el Tc que es el vínculo entre los dos valores.

Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales: Se trata de cómo el estudiante es capaz de seleccionar , adaptar o crear sus estrategias y procedimientos para encontrar propiedades, patrones, reglas generales, o resolver ecuaciones, o transformarlas. Para ello, requiere de utilizar expresiones simbólicas, analizar datos, para la resolución del problema.

Para Bye, Harsch y Varma (2022), el desarrollo de estrategias en los estudiantes, implica las habilidades para alternar métodos, seleccionar estrategias y solucionar el problema de acuerdo al tema y contexto . Por ejemplo, en la resolución de una ecuación, un estudiante puede decidir su estrategia de manera directa, y otros pueden preferir hacerlo con métodos como el de sustitución u otro.

Por ejemplo: si el día lunes, el precio del dólar fue de 3,54, y compré 1000 dólares, y el día martes su valor fue de 3,57, ¿cuál fue el incremento en el costo de la compra de la moneda extranjera?

Una forma:

Cálculo de la compra del día lunes: 3,54 x

1000 = 3540 Cálculo de la compra del día

martes: 3,57 x 1000 = 3570 Diferencia: 3570

- 3540 = 30.

Otra forma:

$$_Tc \equiv \frac{S}{D} = \frac{3{,}54}{1} = 3{,}54 \qquad _Tc \equiv \frac{S}{D} = \frac{3{,}57}{1} = 3{,}57$$

La diferencia si se compra un dólar : 3,57 – 3,54 = 0,03

Si compro 1000 dólares: 0,03 x 1000 = 300 , entonces, 300

dólares. Si compro “x” dólares: 0,03, entonces, 0,03 x dólares.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia: Implica justificar sus explicaciones y afirmaciones sobre las relaciones entre variables, o sobre las equivalencias, empleando las propiedades y reglas algebraicas, así como también con la comprobación de las propiedades y relaciones.

La argumentación, como bien se entiende en el párrafo anterior, requiere de una comprensión profunda de técnicas, el reconocimiento de patrones y procedimientos para el análisis, entre las que podemos nombrar a las ecuaciones, funciones, propiedades, que permiten comprender las interrelaciones entre los elementos matemáticos (Godino, 2012).

Las actividades que enfatizan el desarrollo de la argumentación se caracterizan por las acciones que requieren de justificación, y explicaciones. Por ejemplo, en el caso de las tasas de cambio, en el contexto, es frecuente encontrar lugares de cambio cuyas tasas se diferencian en alguna medida, y la tarea de argumentación se hace propicia, en el sentido de ¿por qué conviene el cambio en la casa de cambio "Económicos" y no en "La moneda", o viceversa?.

Como sabemos, la comparación es un proceso fundamental del razonamiento y favorecerá a la identificación de patrones. Al comparar las ofertas de cada casa de cambio, podemos ver que cada una muestra una diferencia entre el precio de compra y el de la venta, y esta diferencia representa el patrón constante que permite la predicción, el análisis, a fin de tomar decisiones justificadas de la conveniencia. Supongamos que tenemos las tasas como se muestran en la tabla:

Tabla 3 *Tasas según casa de cambios*

Casa de cambio	Moneda	Compra	Venta	Diferencia
Económicos	Euro	4,124	4,128	0,004
La moneda	Euro	4,127	4,134	0,007

En “Económicos”, la diferencia entre los costos de compra y de venta será de S/0,004, y en el caso de “La moneda”, esta diferencia es de S/ 0,007.

Este cálculo puede ayudar a identificar aquella oferta de margen más estrecho, de manera que favorezca su rentabilidad.

Analizando las tasas de cambio y con el uso de las equivalencias algebraica, verificamos que si:

- Cx: Tasa de compra de la moneda x (soles que se recibe al vender la moneda)
- Vx: Tasa de venta de la moneda x (soles que se debe pagar al comprar la moneda)
- Q: Cantidad de moneda negociada

La relación conduce al cálculo de la ganancia con:

$$\text{Ganancia neta} = (Vx - Cx) \times Q$$

Del cual obtenemos que, si la cantidad de moneda negociada son S/1000 En “Económicos”:

$$\text{Ganancia neta} = (4{,}128 - 4{,}124) \times Q = 0{,}004(1000) = 4, \text{ entonces S/4.}$$

En “La moneda”:

$$\text{Ganancia neta} = (4{,}127 - 4{,}134) \times Q = 0{,}007(1000) = 4, \text{ entonces S/7.}$$

Con este cálculo de la ganancia neta, le permite reconocer y justificar la casa que le brinda mayor rentabilidad.

2.3.4 La modelación en la práctica pedagógica

Investigaciones diversas, entre ellas las de Blomhøj, Greefrath, Jung, entre otros, dan cuenta de las secuencias de enseñanza contextualizada y de mediación pedagógica que han permitido el andamiaje efectivo para la comprensión de las nociones matemáticas, y superar las dificultades relativas a las formas diversas de representar las situaciones de la matemática, en su paso de las expresiones verbales a las fórmulas escritas o distinguir entre un crecimiento exponencial y uno lineal, o reconocer una variación relativa de una absoluta. Es así que surge la necesidad de introducir los problemas de modelado desde los niveles de la educación básica, asegurando el trabajo con las representaciones gráficas, tabulares, simbólicas y su verificación, según lo establece la competencia del área de matemática en estudio (Hochmuth et al., 2025 y Blomhoj, 2019)

La modelación en la formación del pensamiento algebraico

La formación del pensamiento algebraico, es el eje de la competencia matemática de la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, que, de acuerdo a lo establecido en el Currículo Nacional, se desarrolla a lo largo de la etapa escolar y es en esta línea, que cobra relevancia la modelación matemática considerando los diferentes niveles de algebrización, propuestos por Godino et.al.,(2017) :

Nivel 0 de algebrización

Se consideran en este nivel, aquellas situaciones cuya resolución se circunscribe a procedimientos aritméticos básicos y no requieren de una interpretación exigente de la estructura algebraica del problema. Su resolución implica principalmente el uso de operaciones aritméticas directas sin necesidad de objetos algebraico o de relaciones funcionales entre sus elementos.

Ejemplo: Si por tres cajas de lápices de color debo pagar 36 soles, ¿cuánto pagaré por 4 cajas?.

Para solucionar este problema, basta hallar el precio de una caja, con una división de 36:3 =12, y luego multiplico por 4, entonces 12 x 4 = 48 soles. No es necesario ningún proceso algebraico.

Nivel 1 de algebrización

Este nivel se caracteriza por la presencia de objetos algebraicos, que se expresan en las relaciones de proporcionalidad , en la resolución de situaciones que requieren de ecuaciones simples. En estos casos es básico la comprensión del valor constante que representa la proporcionalidad, y el uso de las nociones de la igualdad y la razón como parte del cálculo para hallar el valor.

Ejemplo: Si un grifo de agua puede llenar 5 baldes en 4 minutos. ¿Cuántos baldes puede llenar en 1 hora?

La resolución es abordada a nivel de una ecuación simple, en el que se reconoce la proporcionalidad directa entre dos magnitudes, sin vincular la noción de función lineal, si bien lo implica, es un nivel previo para conceptualizarla a partir de estudiar la igualdad, la razón y la proporción antes de formalizarla.

Nivel Algebraico-Funcional o Significado algebraico-funcional

En este nivel, las relaciones de la proporcionalidad alcanzan una comprensión formal y se expresan en la forma $y = k(x)$, como es, de una función lineal, donde "k" es el parámetro de la relación constante de proporcionalidad.

Ejemplo: Para la elaboración de tapetes se hace un cálculo de 3 madejas de hilo para 12 tapetes. ¿Cuántos tapetes se pueden elaborar con 8 madejas de hilo?

Para resolver el problema, hallamos la función que relaciona la cantidad de tapetes x con la cantidad de madejas de hilo. Esto es, $k = 12/3 = 4$. Entonces la función está dada por $y = 4x$.

Para el cálculo de la cantidad de tapetes con 8 madejas tenemos que: $Y = 4 \times 8 =$

32 tapetes.

En este nivel, se reconoce el coeficiente de proporcionalidad "k", con el que se formaliza la función lineal.

Además, en este nivel, los estudiantes comprenden que la función es lineal y que el coeficiente k indica la proporcionalidad: el coeficiente de proporcionalidad.

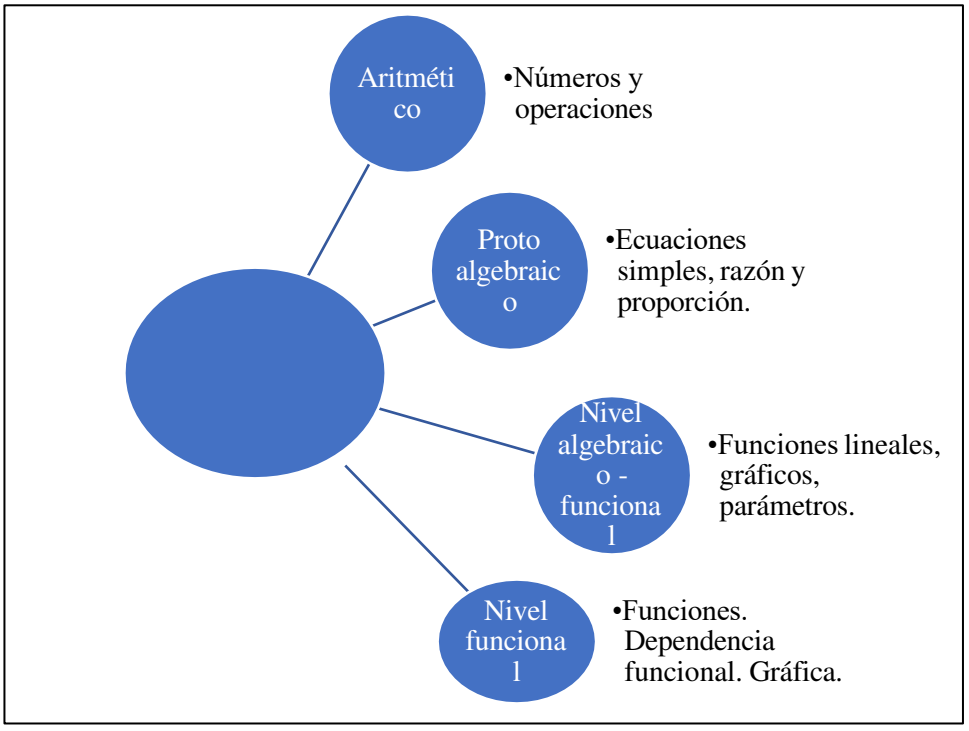
Nivel Funcional o Significado funcional-avanzado

Este nivel se caracteriza por la presencia de relaciones lineales pero también otras que expresan funciones más complejas, de dependencia entre variables, con gráficos y el análisis de funciones. Estas últimas puede tratarse de la función de la velocidad, en función del tiempo, por ejemplo en:

v1(t)=at+v0, donde la v0 es la velocidad inicial y "a" es la aceleración, ambos son valores constantes, por tanto, parámetros de la velocidad instantánea.

Un esquema que puede ayudar a la comprensión de estos niveles de algebrización es:

Figura 3 *Niveles de algebrización*



**Adaptado de Godino (2017). Perspectiva*

Situaciones de modelación de la competencia de regularidad, equivalencia y cambio.

En el contexto real y cercano , cuando se evoca el concepto de *cambio*, se hace alusión a las variaciones de las magnitudes en determinados contextos, que implican reglas y patrones de variación, Cantoral (2013) citado en (Canaza, 2025), y se reconocen a partir del análisis del comportamiento de las variables. , registro y observación del cual identificamos reglas de formación que inducen a la generalización del modelo. Las relaciones de cambio se aplican en áreas diversas como la economía, ingeniería, biología y otras ciencias en las que es posible identificar las reglas generales y patrones que describen el cambio. Las situaciones que se formulan para el cambio pueden implicar las variaciones de tipo lineal, cuadráticas y exponenciales, cíclicads

Cabe reconocer que estamos rodeados de manifestaciones de patrones y regularidades de diversa naturaleza, desde el campo social, económico, demográfico, científico, como podemos mencionar a los fenómenos cíclicos, crecimiento en la naturaleza, actividades económicas, entre otras, con los que interrelacionamos a diario. En este sentido, las situaciones de modelamiento se orientan fundamentalmente, al desarrollo de las habilidades que permitan la identificación, caracterización y la comprensión de estas regularidades a fin de preveer las acciones frente a posibles riesgos, y tomar decisiones en base a argumentadas en reglas generales . Las regularidades, por lo general se identifican con patrones y secuencias con características aditivas, multiplicativas, o mediante patrones recursivos, geométricos, de crecimiento, de movimiento, y cíclicos (Espino et al., 2020).

En el proceso de planificación de actividades para el desarrollo de las competencias establecidas para la matemática, una gran dificultad que se evidencia en los maestros, es la comprensión del qué implica la perspectiva del enfoque de resolución de problemas, es así que, al presentar una situación, es crucial que los escenarios de problemas se correspondan con el énfasis de la competencia respectiva y fomenten el desarrollo de las habilidades y capacidades correspondientes. Las situaciones que promueven el desarrollo del pensamiento crítico, favorecen la aplicación de los conocimientos matemáticos en contextos

relevantes, y con ello se posibilita el logro de un aprendizaje profundo que alcance más allá de una aplicación de algoritmos, integrando el razonamiento matemático en la vida diaria y capacitando a los estudiantes para afrontar desafíos complejos de forma autónoma.

Conceptualización de la situación problemática

Artigue et al.,(2014, citados en Barrera y Reyes, 2018), consideran que la tarea central de la didáctica radica en la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje, y actores involucrados, de los que se derivan los análisis de principios, factores y elementos que impactan en la práctica pedagógica. En esta lógica, la didáctica de la matemática significa para los autores, el espacio de indagación de las casuísticas que favorecen la comprensión de los conocimientos matemáticos en las instituciones educativas.

Brousseau (2000) citado por (Jiménez-Espinosa & Sánchez-Bareño, 2019), es pionero de las situaciones didácticas, a las que caracteriza por consistir en tareas que elabora el maestro en su proceso de enseñanza, en el cual interactúa de manera didáctica con el estudiante para asegurar la comprensión y aprendizaje de una noción matemática en el estudiante.

Otros autores como D'Amore y Fandiño (2002) citados en Jiménez y Sánchez, 2019) , se refieren a estas situaciones como aquellas actividades en las que el docente es el mediador de la construcción del conocimiento matemático, en este aspecto. Chavarría (2006, citado en Jiménez y Sánchez, 2019), coincide con la definición precedente, y a su vez argumenta que las situaciones a-didácticas, permiten a los estudiantes hacer uso de sus saberes previos para hipotetizar y formular conjeturas en el proceso de resolución de problemas cotidianos de la vida real, sin la mediación del docente.

Dado el enfoque de la resolución de problemas, adoptado para el desarrollo del área de Matemática en el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB, 2016), el Ministerio de Educación, establece procesos didácticos basados en situaciones, que implican el planteamiento de situaciones para la enseñanza de la matemática, en los que se brindan a los estudiantes, oportunidades de aprendizaje, de resolución de problemas que les permita conectar sus experiencias cotidianas

con los conceptos matemáticos , interpretarlos y estructurarlos matemáticamente (Gravemeijer, 2000. Citado en MINEDU, 2025).

En el presente trabajo de investigación, en la línea de lo actuado por los autores precedentes, cobra relevancia el planteamiento de situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática, teniendo como base el enfoque curricular del área, relativo a la resolución de problemas (CNEB, 2016), así como también los procesos didácticos que favorecerán la comprensión de los conceptos matemáticos en nuestros estudiantes, y su aplicación e interpretación en los diferentes contextos. En este sentido, se define la situación problemática como aquella que se enmarca en un contexto que lo justifica e integra de manera lógica, esto favorece al estudiante en la identificación de variables y sus relaciones, a partir de lo cual posibilita la aplicación de estrategias diversas que dan cuenta de sus comprensiones y habilidades matemáticas, a fin de tomar postura y proponer una solución al desafío expuesto en una temática de relevancia.

Modelación en la resolución de problemas

Al resolver problemas, los estudiantes muestran diversos niveles de comprensión en sus procesos de desarrollo y conexión de ideas en el contexto. De esta manera, pueden reflexionar y comprender los conceptos matemáticos como entidades cohesivas, lo que les permite descubrir y relacionar conceptos de forma independiente, en esta lógica podemos considerar que este marco, de la resolución de problemas comienza con las circunstancias reales, sin embargo, en la práctica pedagógica, muchas veces surgen inquietudes sobre los límites de la enseñanza de las matemáticas en la vida real. Esto implica entonces que, para que los estudiantes comprendan las representaciones matemáticas formales, necesitan experimentar con diversos modelos matemáticos.

Las sesiones de modelación bajo el enfoque de la resolución de problemas, acorde con lo establecido en el Currículo Nacional de la Educación Básica, constan de acciones pedagógicos de modelación de las situaciones en las que los estudiantes deben resolver problemas de contextos diversos, mediados por el docente a fin de asegurar el propósito. En este sentido, las sesiones tienen la estructura siguiente:

1. Titulo de la sesión.
2. Propósito de la sesión.
3. Competencia, capacidades, criterios de evaluación.
4. Desarrollo de la sesión:

a) Presentación de una situación:

Se plantea un problema de contexto con datos relevantes, que permita la identificación de variables, o datos, en gráficos, símbolos, esquemas, de manera explícita o implícita y que permita reconocer las condiciones de manera clara a y establecer relaciones entre los objetos.

b) Proceso de resolución del problema

Se analizan los datos y se identifican las variables y condiciones que requiere la solución del problema.

Se promueve el la identificación y el análisis del modelo matemático que representa al problema abordado a fin de simplificar la situación con las expresiones matemáticas necesarias (modelo).

Estrategias heurísticas y procedimientos de cálculo para resolver el modelo. Se promueve la búsqueda de estrategias, selección de herramientas, procedimientos de cálculo que permitan la resolución del problema.

Se promueve la formulación de afirmaciones y explicaciones, con argumentos, a partir de sus resultados. Pueden también formular supuestos y justificarlos

Se promueve la contrastación de resultados con la realidad y conclusiones relevantes, la reflexión de lo aprendido y su aplicación en otras situaciones con estrategias y formas diversas de resolver de acuerdo a lo desarrollado.

c) Cierre de la sesión

Proceso de evaluación, metacognición: reconocimiento de sus logros, sus procedimientos, sus fortalezas y sus aspectos de mejora.

Glosario

Competencia

La competencia, está referida a la aptitud que tienen una persona para movilizar sus capacidades, conocimientos y recursos, en una situación de desafío o ante la necesidad de responder a un propósito determinado, actuando de manera pertinente y con sentido ético hacer frente a una situación de reto. Ser competente, implica a su vez, ser reflexivo, en el sentido de reconocer sus propias fortalezas y debilidades, las condiciones y evaluar, con sentido crítico, todo aquello que pueda influir positiva o negativamente para tomar las mejores decisiones.

Capacidad

Las capacidades, son aquellos conocimientos, habilidades, recursos, que las personas emplean en sus actuaciones para responder a una situación concreta. Una capacidad, de por sí, implica ciertas operaciones internas, menos demandantes que una competencia capacidades, sin embargo debemos tener en cuenta esa premisa como tal.

Algebrización

La algebrización, en la formación matemática, está asociada a las transformaciones de las expresiones numéricas, concretas, de situaciones sencilla, a la identificación de regularidades, representaciones simbólicas, generalizaciones, expresadas con signos y símbolos con estructuras y reglas generales propias del álgebra.

Pensamiento algebraico

Se entiende como pensamiento algebraico a aquellas capacidades que permiten las generalizaciones de reglas y estructuras matemáticas, así como también sus expresiones y representaciones. Los procesos de modelización son considerados como parte de estas estructuras de pensamiento, pues implican la identificación de patrones y su transformación en representaciones simbólicas, gráficas, tabulares, que les permitan resolver problemas reales.

Situación didáctica

Es una secuencia de actividades, acciones o tareas, que demandan de la movilización de competencias, capacidades y recursos, organizadas con un propósito pedagógico. En este sentido, la situación didáctica se sostiene en su naturaleza, como oportunidad para que el estudiante aprenda, interactuando con materiales, recursos, que le permitan generar sus representaciones, ideas, razonamientos, analizar e identificar relaciones, experimentar, modelizar, razonar, interpretar y validar sus construcciones y sus propuestas de solución de problemas.

Resolución de problemas

La resolución de problemas está referida las capacidades de identificar variables, relaciones, plantear, formular, modelar y resolver problemas en contextos diversos para lo cual requiere de usar sus estrategias o seleccionar de las que dispone, razonar, interpretar y también organizar información que le permita dar solución a un reto o desafío, a un problema, para el cual no cuenta de inmediato con la solución.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Variables de la investigación

Variable independiente: Modelación matemática.

Procesos pedagógicos que promueven la movilización de los conocimientos previos, en los estudiantes, sus habilidades de análisis, representación e interpretación, que les permita traducir en lenguaje matemático las situaciones de resolución de problemas de contextos reales, la identificación del modelo matemático que lo implica, a fin de aplicar sus estrategias y procedimientos en la resolución del problema (CNEB, 2016).

Variable dependiente: Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

La resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio,es una competencia básica y fundamental del pensamiento matemático, que se focaliza en el estudio del cambio entre magnitudes, la búsqueda de valores desconocidos, y los patrones y regularidades. Para ello, moviliza capacidades específicas que permiten formular reglas generales que describen relaciones funcionales entre las variables y datos de un problema y generalizar patrones numéricos, geométricos y algebraicos Cantoral (2013) citado en (Canaza, 2025).

3.1.1 Operacionalización de la variable independiente: Modelación matemática

Tabla 4 *Variable: modelación matemática*

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Rúbrica	Escalas de medición
Situaciones de modelación matemática	Es la situación elaborada por el maestro con el propósito de que el estudiante construya conocimientos del razonamiento proporcional, lo que implica la comprensión y aplicación de relaciones entre dos o más cantidades que varían, y reconocer las comparaciones y covariaciones entre ellas (Jiménez y Sánchez, 2018).	Las situaciones didácticas de modelación serán evaluadas mediante una rúbrica de cinco niveles, que se desagrega de acuerdo a los indicadores definidos por cada dimensión: Formulación, resolución, interpretación, validación. (Acebo y Rodríguez (2020))	Comprensión del problema, identificación de datos, variables e interrelaciones. .	Caracteriza el problema de contexto.	Nivel 1-5	Escala de intervalo
				Presenta los datos o variables relevantes del problema.		
			Matematización de la situación a partir de los datos del contexto. Proceso de simplificación, identificación del modelo matemático y el , empleo de estrategias de resolución acordes para su resolución.	Determina las variables y condiciones que requiere el modelo matemático.		
				Promueve la identificación y el análisis del modelo matemático que representa al problema abordado.		

				Implica cálculos para resolver el modelo.		
			Interpretación.	Promueve la formulación		
			responder a la pregunta matemática mediante el uso del modelo matemático formado, para interpretar los resultados matemáticos obtenidos en el mundo real.	de explicaciones y argumentos.		
				Promueve la elaboración de supuestos y el reconocimiento de limitaciones.		
			Validación. Analizar críticamente y verificar las	Promueve la contrastación de resultados con la realidad.		

			soluciones obtenidas. • Revisar algunas partes del modelo establecido o iniciar de nuevo el proceso de modelado si las soluciones no concuerdan con la situación del problema. • Reflexionar sobre otras formas de resolver el	Promueve la reflexión sobre otras estrategias o formas de resolver el problema.		
			problema o desarrollar las soluciones existentes de diferentes maneras			

3.1.2 Operacionalización de la variable dependiente: Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Tabla 5 *Operacionalización de la variable: Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.*

Variables	*Definición conceptual*	*Definición operacional*	*Dimensiones*	*Indicadores*	*Ítems*	*Escala de medición*
Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Los problemas de proporcionalidad son situaciones donde se establece una relación entre dos magnitudes, las cuales pueden ser directamente proporcionales o inversamente proporcionales. Se resuelven buscando la relación constante entre ellas, a menudo mediante una	Los problemas de proporcionalidad, son parte del contenido que se desarrolla a través de la competencia de Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, según lo establecido por el Currículo Nacional de la Educación Básica. En este sentido, esta variable será medida mediante	***Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas***. Está referido a las expresiones gráficas o algebraicas que representan las relaciones entre variables y datos.	Establece relaciones entre los datos y condiciones en acciones de repetir cantidades y las transforma en expresiones relacionadas con la proporcionalidad entre magnitudes.	2	Escala de intervalo .
				Establece relaciones entre los datos y condiciones en acciones de repetir cantidades y las transforma en expresiones aditivas o multiplicativas que involucran el planteamiento de ecuaciones.	5, 11, 18	

	tabla de valores, el cálculo de un valor unitario o el uso de la regla de tres, para así encontrar valores desconocidos.	una prueba de desempeños en la que se evidencie la combinación de las capacidades de: • Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. • Comunica su comprensión n sobre las relaciones algebraicas. • Usa estrategia y procedimientos para encontrar reglas generales. • Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.		Establece relaciones entre los datos y condiciones en situaciones de regularidad, que involucra la interpretación de patrones numéricos crecientes.	6	
			Comunica s u comprensión so bre las relaciones algebraicas: Aborda las formas diversas de expresar y comunicar las ideas matemáticas relativas a las funciones, equivalencias, patrones y nociones relacionadas.	Expresa su comprensión sobre las relaciones de dependencia lineal entre magnitudes, en modelo gráfico.	10, 15	Escala de intervalo
				Expresa su comprensión sobre la equivalencia en situaciones de equilibrio de balanzas con pesas.	13	

		Será evaluada con una escala de rangos en niveles de : inicio, proceso, logrado.		Emplea diversas estrategias para determinar valores intermedios de un patrón de repetición vinculado a la rotación de una figura.	16

			Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales: Se trata de cómo el estudiante es capaz de seleccionar , adaptar o crear sus estrategias y procedimientos para encontrar propiedades, patrones, reglas generales, o resolver ecuaciones, o transformarlas	Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere de hallar un término cercano, apoyado en tablas o esquemas.	4	Escala de intervalo
				Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere del canje y establecimiento de equivalencias, apoyado en gráficos y esquemas	3,7	
				Emplea diversas estrategias para hallar el término desconocido en una ecuación de primer grado con una incógnita.	8, 12	
				Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones de equivalencia, que requiere de un valor desconocido.	17	
				Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere de hallar un término cercano, apoyado en tablas o esquemas.	1	
			Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia: Implica justificar o comprobar sus	Evalúa la validez de afirmaciones sobre las relaciones de cambio entre magnitudes.	9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 20	Escala de intervalo

			explicaciones y afirmaciones sobre las relaciones entre variables, o sobre las equivalencias, empleando las propiedades y reglas algebraicas.			
				Evalúa la validez de afirmaciones sobre las condiciones de desigualdad entre cantidades.	14, 19	

3.2 Tipo y diseño de la investigación

Paradigma positivista

El presente estudio se enmarca en el paradigma positivista, también conocido como enfoque cuantitativo, empírico-analítico y racionalista. En este contexto, la finalidad de la investigación fue identificar la influencia de la modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, que permita explicar, los procesos pertinentes para un aprendizaje exitoso. (Herrera, 2018).

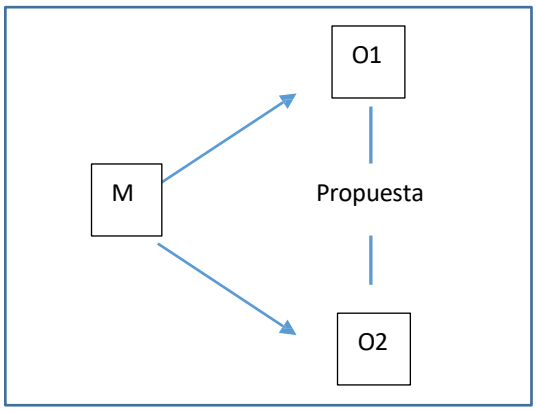
La investigación se llevó a cabo siguiendo la perspectiva cuantitativa, reconocida por su objetividad y el uso preciso de mediciones y cuantificación. Se apoyó en datos numéricos tanto en la recopilación, como en el procesamiento, análisis e interpretación, utilizando el método hipotético- deductivo (Sánchez, 2019). De acuerdo con Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), los fenómenos examinados a través de las variables relacionadas con las prácticas de gestión y la profesionalidad docente fueron evaluados y cuantificados con el uso de estadísticas, así también, la aplicación de pruebas de hipótesis para identificar relaciones entre las variables y la realización de análisis son aspectos distintivos de este enfoque, poniendo de manifiesto la importancia dada a la cuantificación y objetividad.

La investigación de tipo básica, ha permitido el análisis de los datos del Pretest y del Postest de la variable de la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en cada una de sus dimensiones, de esta manera. La investigación fue de tipo pre experimental, basado en el análisis del impacto de la intervención pedagógica basada en sesiones de modelamiento para la resolución de problemas, para las cuales, se establecieron los indicadores sin control de variable alguna (Hernández, citado por Álvarez, 2020). Finalmente, la investigación tuvo cortes para recojo de información antes, y después del desarrollo de un conjunto de sesiones de modelación, de esta manera se

obtuvieron datos en dos momentos, que han permitido el análisis comparativo a fin de evaluar el impacto y pertinencia en la unidad de análisis (Álvarez, 2020).

Diseño Pre-experimental

Figura 4 *Diseño de Pretest y Postest sin grupo control*



M = Muestra

O1 = Registro del Pretest O2= Registro de la Postest

Propuesta = Intervención con modelación matemática.

Unidad de análisis

La unidad de examinación, conforme a Arias (2020), son los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert. Miraflores. 2025.

3.3 Población y muestra

La población es el conjunto de todas las unidades de individuos o elementos (sujetos, objetos, animales, países, casas etc.) que deben situarse de acuerdo a su contenido en el lugar y tiempo correspondiente; son aquellos elementos sobre los cuales influirá el estudio estadístico, y serán sometidas a medición. La medición completa de todos los elementos que constituye una población se llama censo o población censal (Arias, 2020)

La población del trabajo de investigación la constituyen 6 secciones (180 estudiantes) del 1.° grado de secundaria de la modalidad de Educación Básica Regular, de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert-2025. El trabajo de investigación tiene como muestra a las dos secciones del grado, asignadas al investigador a cargo, en tal sentido, se trata de una muestra no probabilística, debido a condiciones dadas.

Tamaño de muestra

Consiste en extraer la muestra o parte representativa de la población.

La muestra participante estará compuesta por 2 secciones (60 estudiantes) del 1.° grado de secundaria de la modalidad de Educación Básica Regular, de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert-2025.

3.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

Técnica de recolección de datos

En el contexto de la investigación científica, ya sea cualitativa o cuantitativa, la recopilación de datos es un proceso crucial que se lleva a cabo mediante diversas técnicas e instrumentos(Cisneros, 2022). Es por ello que, en la presente investigación, luego de la definición de las variables e hipótesis, se ha iniciado la elaboración de la prueba de pre y post test que requiere el estudio. Según Hernández-Sampieri & Mendoza (2018), la recolección de datos es una parte

esencial de la investigación, ya que sin datos no es posible llevar a cabo un estudio significativo.

Instrumento de recolección de datos

De acuerdo a la clasificación considerada por Valderrama y León (2009) nuestra investigación es pre experimental con diseño cuasi experimental, pues se trabajar ‘con la variable independiente y se registrarán los resultados en la variable dependiente, además de considerar dos grupos de trabajo cuya selección es no probabilística y de tipo intencional.

El diseño de investigación pre experimental se ha desarrollado en una muestra compuesta por 60 estudiantes del primer grado de secundaria, a quienes se aplicaron un pretest y postest de 23 ítemes correspondientes a la competencia de Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Tabla 6 *Ficha Técnica del instrumento*

<table>
<tr><td colspan="5">Autores: Miguel Ángel Melo Albornoz - Mónica Mayumi Miyagui Miyagui</td></tr>
<tr><td colspan="5">Año : 2025</td></tr>
<tr><td colspan="5">Participantes: Estudiantes del 1. ° grado de Educación Secundaria (EBR)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Objetivo: Recoger datos relativos a la Resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Estructura: La prueba está compuesta por 23 ítemes distribuidos en cuatro dimensiones: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas; Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas; Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales; Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. Está compuesto por ítemes de alternativa múltiple.</td></tr>
<tr><td>Distribución de ítemes por Dimensiones</td><td>Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas</td><td>Comunica su co algebraicas</td><td>Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales</td><td>Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia</td></tr>
<tr><td>N° ítemes</td><td>5</td><td>4</td><td>7</td><td>7</td></tr>
<tr><td colspan="5">Niveles:
Logrado 22-23 Proceso 17-21 Inicio 14-16 Previo 0-13</td></tr>
</table>

Validación de los instrumentos

Para Hernández-Sampieri y Mendoza Torres (2018), la validez de un instrumento está vinculada con la precisa medición de la variable que se desea evaluar. Tal precisión es lograda cuando el instrumento refleja con exactitud el concepto de la variable mediante sus indicadores empíricos. Es así que, para el presente estudio, los instrumentos utilizados serán sometidos a la evaluación de tres profesionales expertos en el tema para validar su contenido y asegurar su adecuación en la medición de las variables de interés.

La validez de contenido se ha evaluado mediante el juicio de expertos, el cual ha contado con la evaluación de tres expertos, quienes han evaluado el instrumento en 10 criterios comunes. En los tres casos, la opinión es favorable a su aplicación, con un promedio del 91% de aceptación en la evaluación global, respecto de la coherencia del contenido del instrumento: variable, dimensiones, indicadores e ítemes.

La validez de constructo, se ha evaluado mediante las pruebas estadísticas de KR-20, a fin de asegurar la coherencia del concepto teórico y el propósito a medir con el instrumento, así como también el nivel de aplicabilidad técnica asignada al instrumento mediante el índice de dificultad.

El cálculo de confiablidad se ha realizado con el estadístico de KR-20 (Kuder Richardson), que consiste en una fórmula que mide la consistencia interna y se emplea para evaluar la fiabilidad de escalas con preguntas dicotómicas . En este caso, nos ha sido de utilidad para validar la elaboración del ítem, respecto de la coherencia del constructo. En este sentido, según escala, un valor cercano a 1 significa que la escala es más homogénea y consistente.

$$KR-20 = \frac{N}{N-1}[1 - \frac{\sum PQ}{\sigma^2}]$$

Donde :

N = Número de preguntas.

σ^2 =Varianza

P= Proporción de respuestas correctas del total.

Q= Proporción de respuestas incorrectas del total.

Cálculo de KR-20 :

$$KR-20 = \frac{N23}{23-1}\left[1 - \frac{\sum 3.90}{14.20}\right]$$

De acuerdo a la escala presentada, el KR-20 de 0.76 obtenido, nos brinda una confiabilidad respetable para un instrumento de medición. Esto significa que el instrumento tiene una buena consistencia interna y que los ítems que lo componen son homogéneos, es decir, que miden la misma variable de manera similar. Con esta confiabilidad, la prueba tiene un nivel respetable de confianza para ser aplicada en muchos contextos, que no exime de requerir una mayor confiabilidad en otros contextos, diferentes a la de la presente investigación.

3.5 Método de análisis de resultados.

Dada la naturaleza ordinal de las variables, la evaluación se llevó a cabo a través de un enfoque no paramétrico, utilizando la prueba de Wilcoxon diseñada para muestras relacionadas, a fin de comparar los rangos de los puntajes entre el pretest y postest. El objetivo central de la investigación fue evidenciar el impacto de la metodología empleada de modelación matemática en los procesos de la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

a) Índice de dificultad de la prueba

Se aplicó la prueba en una muestra piloto de 24 estudiantes del 1.°grado de Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert, considerando que corresponde a la población de estudio en el cual no se aplicará la experiencia de investigación. Los resultados de la prueba se registraron en una hoja de cálculo de Excel, y luego migró hacia el SPSS para el cálculo de varianza y la media, estadísticos necesarios para la confiabilidad de la prueba y el índice de dificultad.

Para el establecimiento del nivel de dificultad de la prueba de entrada y salida, se ha considerado el cálculo de la media, considerando que esta medida está referida a la dificultad promedio de un conjunto de preguntas de la prueba. El cálculo ha consistido en dividir el conjunto de preguntas de respuestas correctas, entre el total de participantes que participaron de la prueba, y por ello refleja la proporción de las personas que respondieron correctamente cada pregunta o ítem en particular (López et al, 2020). Este estadístico tiene sentido en el caso de las pruebas dicotómicas, en el cual se propone el establecimiento de los índices como se muestra en la tabla de resultados:

Tabla 7 *Índice de dificultad*

ASPECTO	Nivel	ÍNDICE	ANÁLISIS	PREGUNTAS %
DIFICULTAD	ALTA	0.01 a 0.2	6	26
	MEDIA	0.3 a 0.7	16	65
	BAJA	0.8 a 1	1	4

Interpretación del nivel de dificultad de la prueba

Los resultados de la prueba piloto muestran una acumulación mayoritaria del 65% de preguntas elaboradas de dificultad media, un porcentaje menor, que es necesario de considerar, correspondiente al 26% , de preguntas de alta dificultad, y un porcentaje mínimo del 4% de preguntas de baja dificultad, para el grupo de aplicación en piloto. Estos resultados sugieren que se tiene un buen equilibrio de ítemes con dificultad media, con considerable

discriminación entre los participantes con diferentes niveles de habilidad.

b) Nivel de significancia

Establecido en $\alpha = 0.05$, el nivel de significación teórica representa un umbral crítico ampliamente utilizado en la investigación, correspondiente a un nivel de confiabilidad del 95%. De acuerdo con Hernández-Sampieri & Mendoza (2018), este nivel de confiabilidad implica un 95% de seguridad para generalizar sin error, con solo un 5% de probabilidad de cometer un error, es decir que, este nivel de significancia implica aceptar un riesgo del 5% de llegar a conclusiones incorrectas o de rechazar hipótesis verdaderas. Este nivel refleja la búsqueda de un equilibrio entre la seguridad en las conclusiones y la necesidad de controlar el riesgo de error en el proceso de inferencia estadística.

c) Baremos de las variables

Se han calculado baremos que han permitido la cuantificación e interpretación de los desempeños obtenidos en las pruebas de Pretest y Postest relativos a la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. El baremado está definido por niveles de acuerdo al dominio mostrado en las pruebas: Previo, Inicio, Proceso, Logrado.

Tabla 8 *Baremos para las dimensiones*

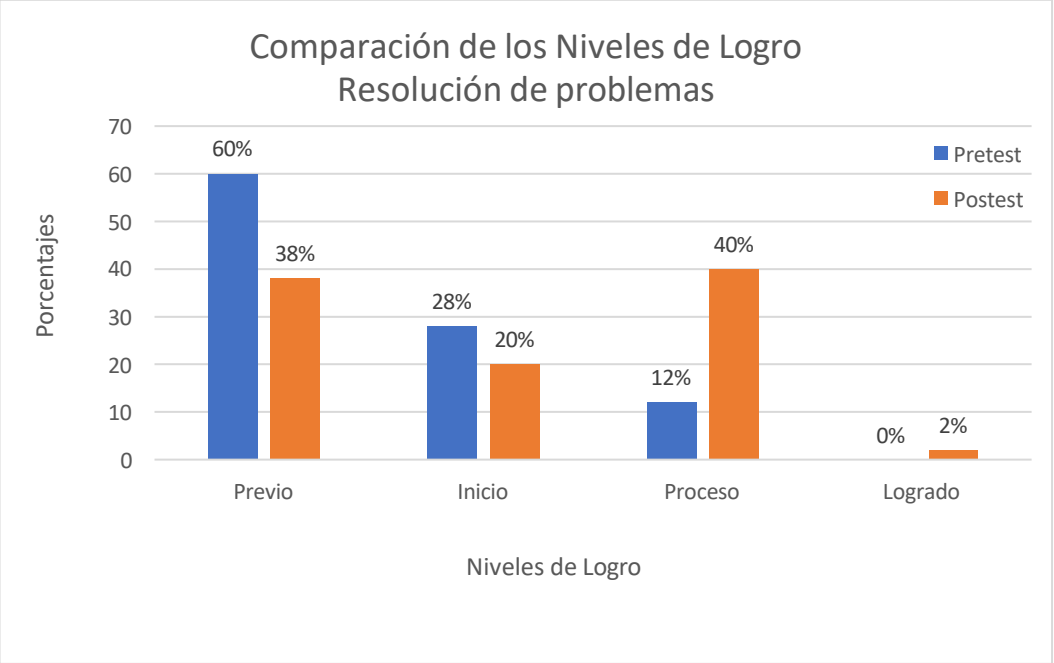
Dimensión	Nivel			
	Previo (puntos)	Inicio (puntos)	Proceso (puntos)	Logrado (puntos)
Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas	1	3	4	5
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	1	2	3	4

Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales	1	3	6	7
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	1	3	6	7

CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Análisis e interpretación de resultados

Figura 5 *Comparación de Niveles de Logro. Pretest-Postest*



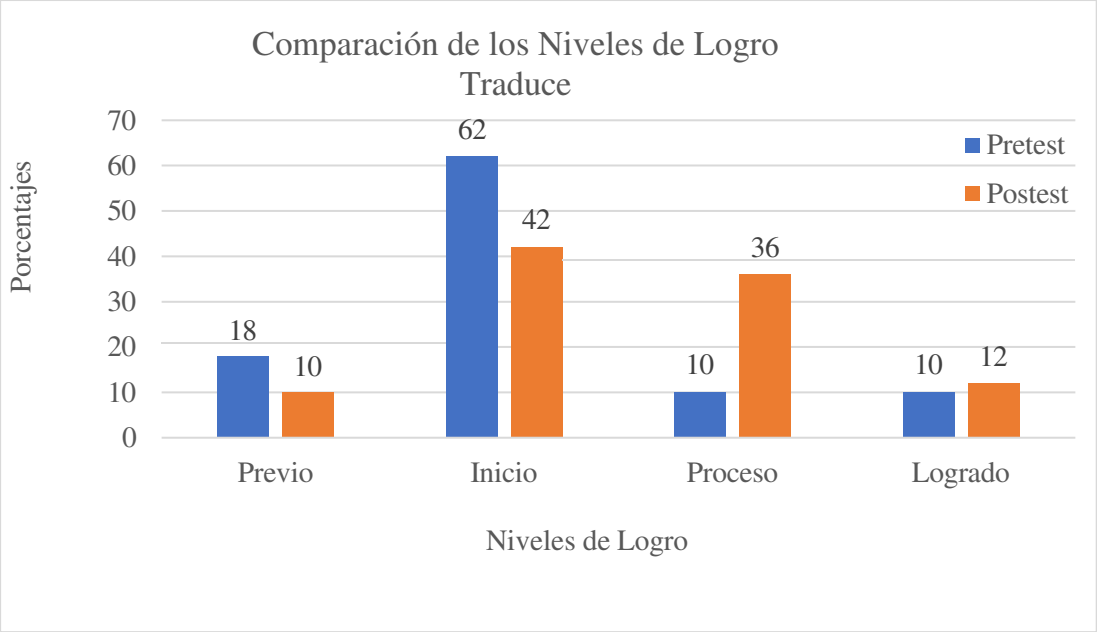
Interpretación

La Figura 5 muestra una comparación entre los resultados del pretest y postest sobre la resolución de problemas, en la que se observa una mejora significativa en los niveles de logro después de la aplicación de las sesiones de modelación matemática.

La lectura de los datos muestra una eficacia positiva de la estrategia, que podemos visualizar a través del desplazamiento de los niveles bajos (Previo e Inicio) , cuyos niveles porcentuales del 60% y 28% disminuyen en el postest,

y se desplazan hacia los niveles más altos (Proceso y Logrado) , en los que se observa un aumento del 12% al 40% en el nivel de "Proceso", y de 0% al 2% en el nivel "Logrado". Esto indica que la mayoría de los participantes mejoraron sus habilidades en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, según los resultados del postest.

Figura 6 *Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Traduce datos y condiciones*



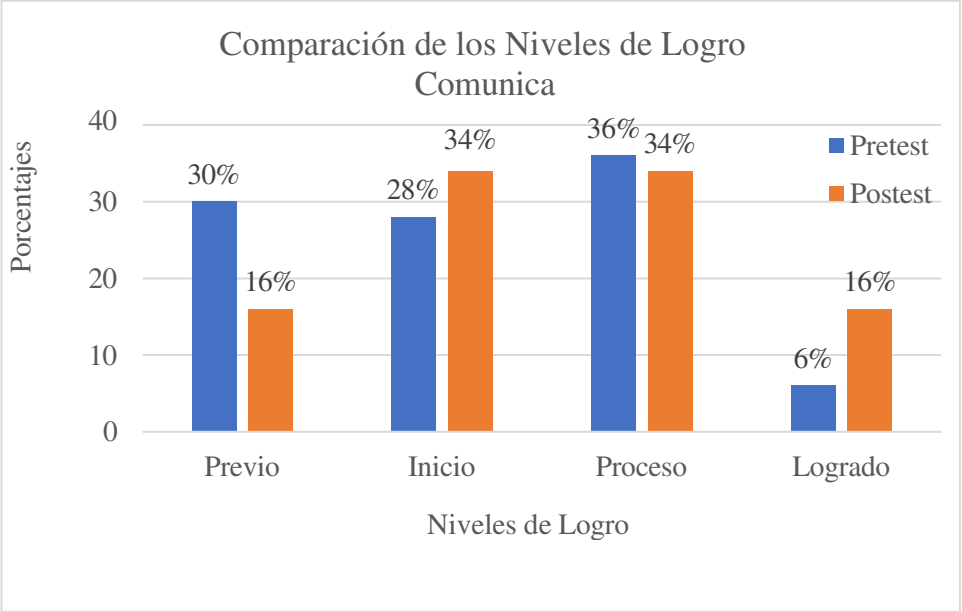
Interpretación

La Figura 6 muestra una comparación entre los resultados del pretest y postest sobre la capacidad de "Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas", en la que se observa un progreso académico positivo en los niveles de logro después de la aplicación de las sesiones de modelación matemática.

Los datos en la figura, permiten visibilizar con claridad los progresos en el desarrollo de la capacidad "Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas", a partir de la aplicación de la estrategia de la modelación matemática. Podemos verificar en el gráfico, los desplazamientos de los niveles bajos (Previo e Inicio), con porcentajes del 18% y 62% , que disminuyen en el postest, y se desplazan hacia los niveles más altos (Proceso y Logrado), en los que se observa

un aumento del 10% al 36% en el nivel de “Proceso”, y de 10% al 12% en el nivel “Logrado”. Esto demuestra una mejora sustancial en la dimensión referida a la traducción de datos a expresiones algebraicas, según los resultados del postest.

Figura 7 *Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Comunica su Comprensión*



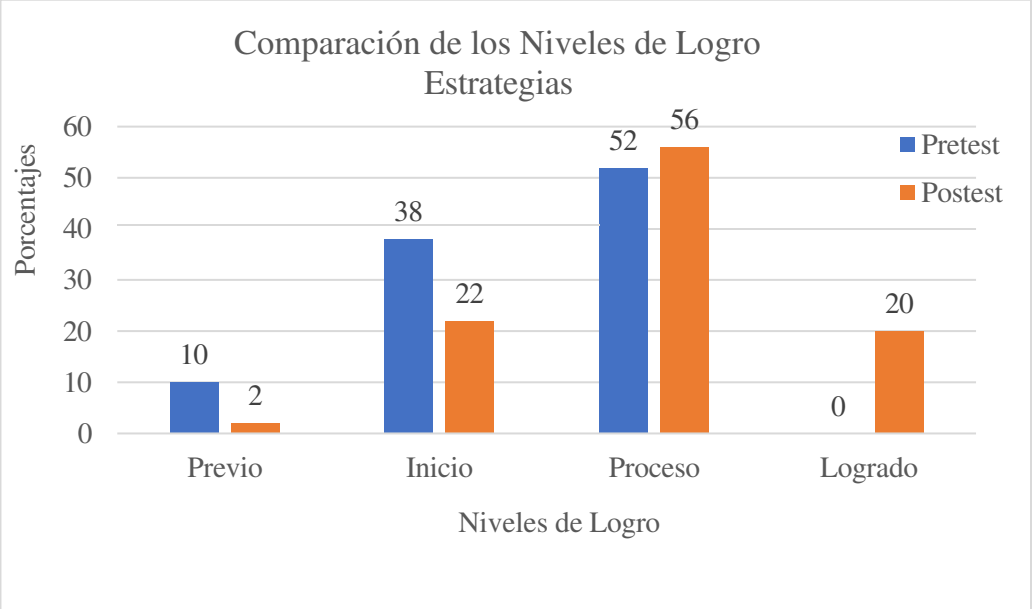
Interpretación

La Figura 7 muestra una comparación entre los resultados del pretest y postest sobre la dimensión de “Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas”, en la que se observa una mejora significativa en los niveles de logro después de la aplicación de las sesiones de modelación matemática.

Los datos de la figura, muestran una reducción significativa al comparar las proporciones de las pruebas de Pretest y Postest de los estudiantes ubicados en el nivel Previo, en este sentido, se ha obtenido una reducción del 60% al 38% en el nivel Previo. La reducción de la proporción de estudiantes en el nivel Previo ha implicado un desplazamiento positivo, de manera que los niveles, en especial, en “Inicio” (inmediatamente superior al Previo), se ha incrementado en 6 puntos porcentuales, y el nivel máximo de “Logrado”, se ha incrementado en 10 puntos porcentuales. El análisis del gráfico presentado en la Ilustración, permite confirmar una tendencia de mejora generalizada en el rendimiento de los

participantes, el grupo ha dejado de tener su mayor concentración en los niveles más bajos para distribuirse de manera más equilibrada hacia un mejor desempeño.

Figura 8 *Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión 3 - Usa estrategias y procedimientos*

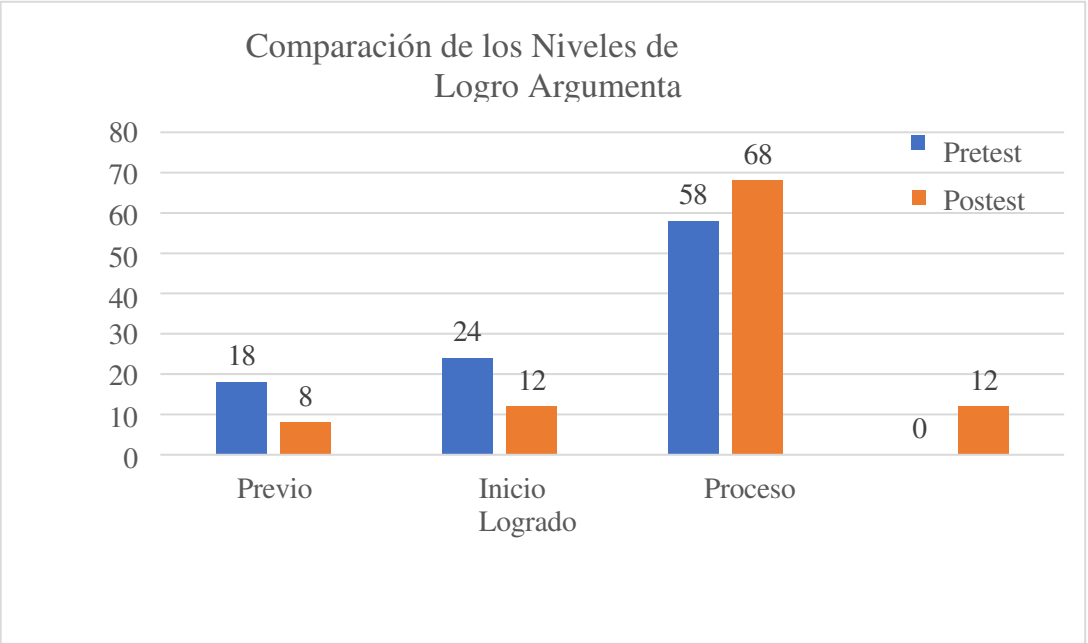


Interpretación

La Figura 8 muestra una comparación entre los resultados del pretest y postest sobre la capacidad "Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales", en la que se observa cambios significativos en los niveles de logro después de la aplicación de las sesiones de modelación matemática.

De acuerdo a los datos presentados en la Figura 8, en el nivel Previo, se aprecia una reducción significativa en los niveles bajos, en el nivel "Previo" del 10% a1 2 % y en el nivel de "Inicio", con una reducción significativa del 38% al 22%. En contraste, en el nivel Proceso no presenta una importante variación, sin embargo esto se explica por el incremento significativo en el nivel de "Logrado", es decir, que en este proceso, se evidencia el desplazamiento desde el nivel de "Inicio" que impacta en el nivel de "Logrado" que progresa de un 0% en el Pretest a 20% en el Postest. En conjunto, los resultados indican un importante desplazamiento de los desempeños a los niveles de Proceso y Logrado luego de las intervenciones.

Figura 9 *Comparación de los Niveles de Logro en la dimensión de Argumenta Afirmaciones*



La Figura 9 muestra una comparación entre los resultados del pretest y postest sobre la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, en la que se observa unas mejoras relevantes en los niveles de logro después de la intervención de las sesiones de modelación matemática.

El análisis de los datos muestra un impacto positivo de la intervención pedagógica, apreciado en la movilidad de los niveles bajos (Previo e Inicio), cuyos niveles porcentuales del 18% y 24% disminuyen en el postest, y se desplazan hacia los niveles más altos (Proceso y Logrado), en los que se observa un aumento del 58% al 68% en el nivel de "Proceso", y de 0% al 12% en el nivel "Logrado". Esto permite afirmar que los resultados muestran un desplazamiento progresivo de los estudiantes hacia los niveles Proceso y Logrado, y el fortalecimiento de la capacidad de argumentar y justificar relaciones matemáticas.

4.2 Prueba de Hipótesis

La prueba de hipótesis ha requerido de analizar la normalidad de los datos, a fin de determinar el estadístico idóneo para la comparación de datos. Considerando la muestra de n=50, y de acuerdo a las precisiones del tratamiento estadístico de la normalidad, mostradas entre otros por Roco-Videla et al. (2024) y Molina & Molina (2025), se ha considerado la aplicación de la prueba de normalidad con Shapiro-Wilk, cuyo resultado ha permitido determinar el estadístico paramétrico o no paramétrico de comparación. De esta manera:

a) Para p<0,05 , corresponde el estadístico no paramétrico de Wilcoxon.
b) Para p> 0,05, corresponde la distribución de muestras emparejadas t Student (estadístico paramétrico).

Tabla 9 *Prueba de normalidad*

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.(p)
Dif_Pretest - Postest	,961	50	,099
Dif_Traduce pretest-postest	,935	50	,009
Dif_Comunica pretest-postest	,942	50	,017
Dif_Estrategias pretest-postest	,948	50	,027
Dif_Argumenta pretest-postest	,963	50	,115

a. Corrección de significación de Lilliefors

Interpretación

Los resultados de la prueba de normalidad, expresados en la Tabla 9 en cada una de las diferencias pretest – postest, nos permiten verificar que en el caso de la variable general con un p valor de 0,099 y la dimensión de la argumentación con p valor de 0,115, cumplieron con el supuesto de normalidad (p > 0,05), mientras que en los casos de las diferencias pretest y postest de las dimensiones de Traduce, con p= 0,009; Comunica, con p= 0,017, y de Estrategias , con p= 0,027, no cumplieron con el supuesto de normalidad (p< 0,05) . En este sentido, se procedió con un estadístico paramétrico como la prueba t de Student para muestras emparejadas para la variable general y para la dimensión de la argumentación. Para las dimensiones que no cumplieron con la distribución de normalidad, se aplicó, como corresponde, un estadístico no paramétrico en este caso el de Wilcoxon. Finalmente, los resultados han permitido determinar los cambios significativos entre el pretest y el postest, a partir del contraste entre la hipótesis nula, de ausencia de diferencias contra uno con nivel de significancia de 0,05.

Prueba de Hipótesis General

Hipótesis general:

H0: La modelación matemática no influye en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

HG: La modelación matemática influye en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

Tabla 10 *Hipótesis General - Correlaciones de muestras emparejadas*

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Pretest-Postest	50	,604	,001

Tabla 11 *Hipótesis General - Prueba de muestras emparejadas*

		Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Sumapretest - Sumapostest	-3,50000	3,91361	,55347	-4,61224	-2,38776	-6,324	49	,001

Interpretación

Se ha analizado el resultado de las pruebas de Pretest y Postest de 50 datos que corresponden a los estudiantes de la muestra. Al realizar la prueba de normalidad, se ha obtenido un p=0,099 (Shapiro - Wilk), de manera que los datos tienen una distribución normal, en tal sentido, se ha aplicado la prueba t de Student cuyo resultado nos muestra una diferencia de la Media de -3,50 en el Pretest respecto del Postest lo que indica que los resultados del Postest, en promedio alcanzan a 3,50 puntos por encima del Pretest. Así también, en esta prueba se obtiene una significancia p=0,001, este resultado se interpreta como una mejora significativa entre los resultados del Pretest al Postest. La comparación de medias a través de t de Student, nos brinda también información respecto de la correlación r= 0,0,604, en este caso, se trata de una correlación positiva entre las variables.

El análisis precedente muestra una mejora significativa entre el Pretest y el Postest, de manera que se rechaza H0 y se acepta la hipótesis alternativa HG.

Prueba de Hipótesis 1

H0: La modelación matemática no influye en la traducción de datos en expresiones algebraicas en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

H1: La modelación matemática influye en la traducción de datos en expresiones algebraicas en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

Tabla 12 *Hipótesis 1- Resultados Postest - Pretest*

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Traduce Postest - Traduce Pretest	Rangos negativos	9[a]	18,00	162,00

Rangos positivos	28[b]	19,32	541,00
Empates	13[c]		
Total	50		

Tabla 13 *Hipótesis 1. Estadísticos de prueba.*

	Traduce Postest - Traduce Pretest
Z	-2,947[b]
Sig. asin. (bilateral)	,003

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Interpretación de tablas. Hipótesis 1

Las diferencias de resultados obtenidos en la Tabla 9 sobre las diferencias del Pretest - Postest en la primera dimensión (Traduce), con p= 0,009 (Shapiro - Wilk), nos indica que la distribución de los datos no son normales, por tanto, se empleó una prueba no paramétrica a fin de determinar la significatividad, del cual se ha obtenido, como se muestra en la tabla 13, en la prueba de Wilcoxon, un valor p=0,003 (p< 0,05), lo que indica que hay una mejora significativa, así también, la Tabla 12, muestra la mejora en algunos ítemes, como también el retroceso en otros, o su permanencia. La suma de rangos positivos (541) supera a negativos (162)., por tanto, se rechaza H0; y se acepta H1,. Confirmando que hay mejora significativa en la dimensión de Traduce, en el postest respecto del Pretest.

Prueba de Hipótesis 2

H0: La modelación matemática no influye en la comunicación de las relaciones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

H2: La modelación matemática influye en la comunicación de las relaciones algebraicas, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025.

Tabla 14 *Hipótesis 2- Rangos Postest - Pretest.*

Rangos		N	Rango promedio	Suma de rangos
Comunica Postest - Comunica Pretest	Rangos negativos	11[a]	14,32	157,50
	Rangos positivos	21[b]	17,64	370,50
	Empates	18[c]		
	Rangos negativos	11[a]	14,32	157,50

Tabla 15 *Hipótesis 2 - Estadísticos de prueba***.**

	Comunica Postest - Comunica Pretest
Z	-2,035[b]
Sig. asin. (bilateral)	,042

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Interpretación de tablas. Hipótesis 2

La Tabla 9, muestra las diferencias de resultados obtenidos en el Pretest y el Postest en la segunda dimensión (Comunica), con p= 0,017 (Shapiro - Wilk), lo que nos mostró que la distribución de los datos no son normales, por tanto, se empleó una prueba no paramétrica a fin de determinar la significatividad, del cual se ha obtenido, según se muestra la tabla15 en la prueba de Wilcoxon, un valor p=0,042 (p< 0,05), lo que indica que hay una mejora aunque con un valor muy próximo a 0,05.

Así también, en la Tabla 14, se muestra la mejora en 21 ítemes, como también el retroceso 11 ítemes y su permanencia en 18 ítemes. La suma de rangos positivos (370,50) supera a negativos (157,50)., por tanto, se rechaza H0; y se acepta H2,. Confirmando que hay mejora significativa en la dimensión

de Comunica, en el postest respecto del Pretest.

Prueba de Hipótesis 3

H0: La modelación matemática no influye en el uso de estrategias de búsqueda de regularidades y reglas generales, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

H3: La modelación matemática influye en el uso de estrategias de búsqueda de regularidades y reglas generales, e en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

Tabla 16 *Hipótesis 3. Rangos Postest - Pretest.*

Rangos		N	Rango promedio	Suma de rangos
Estrategia Postest - Estrategia Pretest	Rangos negativos	5[a]	19,30	96,50
	Rangos positivos	39[b]	22,91	893,50
	Empates	6[c]		
	Total	50		

Tabla 17 *Hipótesis 3 Estadísticos de prueba.*

	Estrategia Postest - Estrategia Pretest
Z	-4,725[b]
Sig. asin. (bilateral)	,001

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Interpretación de tablas. Hipótesis 3

La Tabla 9, muestra las diferencias de resultados obtenidos en el Pretest y el Postest en la primera dimensión (Estrategia), con p= 0,027 (Shapiro - Wilk), lo que nos indica que la distribución de los datos no son normales, por tanto, se empleará una prueba no paramétrica a fin de determinar la significatividad, del cual se ha obtenido, como se muestra en la tabla 17, en la prueba de Wilcoxon, un valor p=0,001 (p< 0,05), lo que indica que hay una mejora significativa.

Así también, la Tabla 16, muestra la mejora en algunos ítemes, como también el retroceso en otros, o su permanencia. La suma de rangos positivos (893,50) supera ampliamente a negativos (96,50)., por tanto, se rechaza H0; y se acepta H3,. Confirmando que hay mejora significativa en la dimensión de

Estrategias, en el postest respecto del Pretest.

Prueba de Hipótesis 4

H0: La modelación matemática no influye en los procesos de la argumentación, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

H4: La modelación matemática influye en los procesos de la argumentación, en los estudiantes del 1.° grado de Educación Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert - Lima. 2025

Tabla 18 *Hipótesis 4 Correlación de muestras emparejadas*

Correlaciones de muestras emparejadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	SArgupre & SArgupost	50	,166	,250

Tabla 19 *Hipótesis 4 – Prueba de muestras emparejadas*

Prueba de muestras emparejadas

		Diferencias emparejadas							
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior	Superior	t	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	SArgupre - SArgupost	-1,18	2,21027	,31258	-1,80815	-,55185	-3,775	49	,001

Interpretación de tablas. Hipótesis 4

La Tabla 9, muestra las diferencias de resultados obtenidos en el Pretest y el Postest en la primera dimensión (Argumenta), con p= 0,115 (Shapiro - Wilk), lo que nos indica que la distribución de los datos son normales, en tal sentido, se ha aplicado la prueba t de Student cuyo resultado nos muestra una diferencia de la Media de -1,18 en el Pretest respecto del Postest lo que indica que los resultados del Postest, en promedio alcanzan a 1,18 puntos por encima del Pretest. Así también, en esta prueba se obtiene una significancia p=0,001, este resultado se interpreta como una mejora significativa entre los resultados del Pretest al Postest. La comparación de medias a través de t de Student, nos brinda también información respecto de la correlación r= 0,166, en este caso, se trata de una correlación positiva entre las variables.

El análisis precedente muestra una mejora significativa entre el Pretest y el Postest, de manera que se rechaza H0 y se acepta la hipótesis alternativa H4.

4.3 Discusión

Las actividades de resolución de problemas de matemática, han considerado el ciclo de la modelación matemática, apoyados en la mediación docente, considerando el nivel de los estudiantes, del 1.° grado de Secundaria. Los estudiantes lograron vincular las situaciones propuestas con el contexto real, lo que se ha evidenciado en la mejora del 12% al 40%, correspondiente a 28 puntos porcentuales en sus niveles de proceso, desde el Pretest al Postest. En esta línea, a se confirman los hallazgos de Pérez&Mora(2023) , Montero & Alejo (2022) y Gonzáles Rojas (2021) , quienes muestran a través de sus estudios de tipo tanto cualitativo como cuantitativos el impacto positivo del ciclo de la modelación matemática, en la resolución de problemas que requieren del reconocimiento y uso del modelo matemático. En el caso de Espinoza y Ortiz (2023), coinciden también en el uso de las modelación

matemática como estrategia didáctica que impacta en la mejora en los niveles de resolución de problemas abiertos.

Las estrategias de modelación matemática han permitido la mejora de los estudiantes, evidenciadas en la Dimensión 1, en el desplazamiento porcentual de los niveles inferiores "Previo" e "Inicio" con una reducción de 28 puntos porcentuales, hacia niveles superiores de "Proceso" y "Logrado" en los que se observa un crecimiento de 26 puntos porcentuales en el nivel de "Proceso" y dos

puntos porcentuales en el nivel de "Logrado". Cabe también destacar que esta dimensión está referida al establecimiento de relaciones matemáticas entre datos, y su transformación en expresiones algebraicas, lo que implica procesos internos demandantes en las estructuras de pensamiento numérico, que en el Pretest albergó al 80% en los niveles "Previo" e "Inicio" y en el Postest muestra un 48% ubicados en los niveles superiores de "Proceso " y "Logrado". Estos resultados se condicen con las afirmaciones de Gonzáles Rojas (2021), que ha mostrado las mejoras en el sentido y significado de los conceptos del pensamiento numérico, luego de aplicar la intervención con situaciones de modelación matemática. Así también, en el estudio de Reátegui et al.(2021), las estrategias de modelación, muestran entre sus resultados, la creación de un modelo muy próximo a la realidad, ello implica una estructura de pensamiento matemático de alto nivel, lo que nos permite visualizar la pertinencia de la modelación matemática en los procesos de la enseñanza y aprendizaje.

Los resultados de la investigación realizada, muestran un desplazamiento del nivel "Previo" hacia niveles superiores, en la Dimensión 2, dado por un decrecimiento significativo de 14 puntos porcentuales en el nivel "Previo", y un incremento de 10 puntos porcentuales en el nivel de "Logrado". Este resultado impacta en las habilidades de los estudiantes, relacionadas con la comprensión de las nociones matemáticas, sus propiedades, representaciones, con uso del lenguaje matemático. En esta línea la presente investigación coincide con los hallazgos de Reid & Gioda (2020) , en cuyo trabajo incorporan las estrategias de la modelización en las actividades de clase y ello contribuye a la construcción de los conceptos matemáticos en sus estudiantes, y ello impacta en sus habilidades de resolución de problemas.

Las estrategias de la modelación matemática empleada, han permitido un significativo avance en los desempeños de la Dimensión 3, relativa al uso de las estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas, de esta manera, se ha encontrado un avance al comparar el "Pretest" y el "Postest", del 0% al 20% respectivamente, así también, se encontró una disminución de 18 puntos porcentuales en los dos niveles inferiores, "Previo" e "Inicio". Mejía et al (2022),

en su estudio emplean las actividades de modelación matemática y recogen en un instrumento de resolución de problemas, las diversas estrategias y herramientas incluso tecnológicas. Cabe también mencionar que la dimensión en estudio, implica la selección, adaptación, combinación o creación de estrategias con uso de recursos que pueden ser materiales, tecnológicos u otros, por tanto son aspectos

vinculantes del estudio en mención y la presente investigación. También los estudios de Espinoza y Ortiz (2023), reafirman la potencialidad de la modelación matemática en las capacidades de la resolución de problemas principalmente con estrategias de resolución de problemas abiertos.

Los resultados del trabajo realizado, respecto de la modelación de las actividades matemáticas, nos ha permitido evidenciar el avance significativo en la Dimensión 4 referida a la argumentación de afirmaciones, de esta manera, hemos obtenido un desplazamiento de 22 puntos porcentuales, de los dos niveles inferiores, "Previo" e "Inicio", hacia los niveles superiores de "Proceso" y "Logrado". Esto implica la mejora en sus capacidades de razonamiento, identificación y reconocimiento de regularidades, o la generalización de reglas, entre otros procesos que caracterizan los altos niveles cognitivos en la resolución de problemas. En esta línea, el estudio de Sáez et al (2021) hacen mención de las prácticas de Smith y Stein relativas al ciclo de la modelación y su impacto en los procesos de la planificación de la resolución, que se vincula con la validación y justificación, argumentación de los procesos de la resolución, pues implica evaluar y tomar decisiones sobre las formas de resolver el problema. Otros estudios coincidentes con el ciclo de la modelación matemática y su impacto en la resolución de problemas, son los que han realizado Pérez & Mora (2023) , Montero & Alejo (2022) y Gonzáles Rojas (2021), considerando que este proceso implica la movilización de capacidades para establecer relaciones, emplear estrategias, pero asegurar el proceso con las explicaciones y la validación de sus procedimientos, sus conocimientos adquiridos, en la resolución de nuevas situaciones, con lo que validan y es un proceso que favorece la argumentación matemática.

CONCLUSIONES

Respecto del Objetivo General. Los resultados del trabajo de investigación muestran el impacto positivo de la modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, expresada a través del incremento de un promedio de 3,50 puntos en el Postest, respecto del Pretest. En este sentido, el abordaje metodológico brindado a través de las sesiones basadas en modelación matemática han generado una mejora sustancial en los niveles de logro de las estudiantes. El desplazamiento del 88% de los niveles de "Previo" e "Inicio" en el pretest hacia un 42% en los niveles de "Proceso" y "Logrado" en el postest, demuestran que las estudiantes lograron construir y aplicar modelos matemáticos para interpretar, representar y resolver situaciones. Estos hallazgos son consistentes con la teoría de Blum y Borromeo Ferri (2009) quienes afirman que la modelación permite al estudiante transitar de un "modelo real" a un "modelo matemático" de forma iterativa para la revisión y la comprensión. Asimismo, el progreso es coherente con el enfoque del CNEB, que plantea que el estudiante debe analizar patrones, formular reglas y establecer relaciones funcionales para resolver problemas de variación.

Respecto al objetivo específico 1. Sobre la influencia de la modelación matemática en la traducción de datos en expresiones algebraicas, se determinó que la estrategia pedagógica fue altamente efectiva para lograr avances importantes en esta dimensión. Se obtuvo como evidencia una reducción a casi la mitad de las estudiantes que alcanzaron niveles de "Previo" (del 18% al 10%) y además que el nivel "Proceso" triplicara su alcance (del 10% al 36 %) demostrando que las actividades enfocadas en la modelación permitieron a las estudiantes que dentro de las situaciones pasaran de un lenguaje cotidiano. Estos resultados están sujetos a lo afirmado por Trigueros (2006, citado en Zaldívar et al., 2017) que considera la modelación como un proceso cíclico en el cual se brinda a los estudiantes problemas de tipo abiertos y complejos, en los que movilizan sus saberes y habilidades para hipotetizar y argumentar empleando lenguaje matemático. Por su parte, Lesh y

Yoon (2007, citados en Zaldívar et al., 2017) consideran a la modelación matemática, como una estrategia que favorece el vínculo de la matemática con la experiencia de la vida real en los estudiantes.

Respecto al objetivo específico 2. En cuanto a la influencia de la modelación matemática en la comunicación de las relaciones algebraicas, se concluye que la intervención permitió la mejora de los aprendizajes, evidenciados en la hacia los niveles de desempeño más altos. Con la reducción en el nivel de "Inicio" (del 60% al 38%) y destacando el incremento del nivel "Logrado" (del 6 % al 16 %) , lo que significa que los estudiantes mejoran en la comprensión, sino que también pueden expresar con mayor claridad sus razonamientos, además, esto nos permite afirmar que la modelación matemática fomentó un lenguaje formal más preciso, coherente con lo prepuesto en el CNEB, donde comunicar ideas

matemáticas es un componente esencial de la competencia. Asimismo, los resultados coinciden con lo propuesto por Luis Radford (2010) quien enfatiza que la interacción social es un medio objetivo para la generalización de patrones y que este conocimiento puede emerger de una actividad conjunta.

Respecto al objetivo específico 3, se confirma que la modelación matemática aporta significativamente al fortalecimiento de las estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. La reducción significativa del nivel "Previo" (del 10 % al 2 %) además del avance más relevante en el nivel "Logrado" (0% al 20%) sugiere que los estudiantes adquirieron herramientas no solo para aplicar procedimientos, sino que lo hacen con flexibilidad y eficacia para generalizar. Los resultados coinciden con lo propuesto por Blanton &Kaput (2005) citados en Canaza (2025), quienes afirman que desde casos específicos se puede transitar a la generalización describiendo patrones numéricos, geométricos y algebraicos, a través de la formulación de reglas generales.

Respecto al objetivo específico 4. Los resultados confirman la influencia de la modelación matemática en los procesos de la argumentación, evidenciado en la mejora significativa de las estudiantes en sus habilidades para justificar y fundamentar sus razonamientos matemáticos, y el desarrollo del pensamiento

crítico. Se muestra un impacto positivo, con el traslado desde niveles bajos hacia "Proceso" (del 58% al 68%) y "Logrado" (del 0% al 12%), evidenciando que hubo un fortalecimiento de la justificación matemática. Los resultados respaldan lo señalado por Niss (2003), que indica que la argumentación es el pilar que valida el modelo construido, es decir, las actividades de modelación, al requerir que las estudiantes justifiquen sus modelos y conclusiones, promueven la construcción de argumentos más coherentes y fundamentados, dejando de aplicar fórmulas de manera mecánica.

RECOMENDACIONES

La comprensión de la modelación en la enseñanza de la matemática, implica un proceso de reflexión y análisis pedagógico respecto de los propósitos de enseñanza sus estrategias, recursos y materiales, por tanto, se recomienda desarrollar espacios colegiados en la institución educativa para este fin.

Considerando el impacto positivo y significativo de la modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, se recomienda la extensión del estudio en la resolución de problemas de en contextos de cantidad, formas o de gestión de datos e incertidumbre.

La presente investigación ha corroborado los hallazgos de los estudios presentados en los antecedentes, de manera que cobra relevancia la modelación en el aprendizaje de la matemática, en este sentido, se recomienda su implementación y evaluación en otros grados del nivel de Educación Secundaria.

Se recomienda el recojo y análisis de evidencias de las producciones de los estudiantes, en la resolución de problemas de modelación matemática, a fin de identificar el nivel de desarrollo en sus competencias matemáticas, y retroalimentar sus procesos para la mejora.

Se recomienda continuar con estudios similares sobre la modelación matemática en el nivel de Educación Primaria, de manera que permita identificar las estrategias metodológicas de modelación que posibiliten una articulación entre niveles y un mejor desarrollo del pensamiento matemático en la diversidad de la primaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguerrea, M., Rodríguez-Alveal, F., & Huincahue, J. (2025). Explorando competencias de modelación matemática y errores en la formación docente. *PNA, 19*(2), 187–221. https://doi.org/10.30827/pna.v19i2.30336

Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412–446.

Blomhøj, M. (2019). Commentary on Part III: Connections to theory and practice. In S. A. Chamberlin & B. Sriraman (Eds.), *Affect in mathematical modeling. Advances in mathematics education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04432-9_12

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45–58.

Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., & Ruiz Higueras, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática, 18*(2), 37–74.

Castro, E., & Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. In L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95–124). Horsori.

Castro, R., & Mendoza, M. I. (2007). Fundamentos epistemológicos de un modelo de instrucción comunicacional para la enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Omnia, 13*(3), 7–31.

Chavarría-Vásquez, J., & Gamboa Araya, R. (2024). Significados y perspectivas en modelización matemática de un cuerpo docente formador en enseñanza de la matemática de una universidad pública costarricense. *Actualidades Investigativas en Educación, 24*(1), 1–27. https://doi.org/10.15517/aie.v24i1.55560

Cortina, J. L., Cardoso, E., & Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6º de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 14*(1), 70–85.

Espinoza Guzmán, C. M., & Ortiz Aranda, S. C. (2023). *La modelización matemática como enfoque de resolución de problemas en la Educación Primaria. Un análisis de la estrategia Aprendo en Casa* [Tesis de licenciatura inédita, Universidad de Piura]. Repositorio Institucional UDEP. https://hdl.handle.net/11042/6396

Fernández-Ahumada, E., & Montejo-Gámez, J. (2019). Dificultades en el aprendizaje matemático del profesorado en formación: Análisis de las premisas utilizadas al modelizar. In J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano, & Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 273–282). SEIEM.

Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Ministerio de Ciencia y Tecnología. http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

González Rojas, D. Y. (2021). La modelación, un recurso pedagógico para el pensamiento numérico y el aprendizaje significativo. *Revista Scientific, 6*(19), 102–121. https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2021.6.19.5.102-121

Greefrath, G., & Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-45004-9

Hernández, R. V. (2021). Procesos de modelación matemática y modelación estadística en tiempos contemporáneos: Similitudes y diferencias. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1372/1285

Hochmuth, R., Peters, J., Rønning, F., et al. (2025). Modelling mathematics for educational research and practice: A comparison of two theoretical approaches. *Educational Studies in Mathematics, 118*, 153–168. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10368-8

Huincahue Arcos, J., Borromeo-Ferri, R., & Mena-Lorca, J. J. F. (2017). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas, 36*(1), 99–115. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277

Ledezma, C., Font, V., & Sala, G. (2022). Analysing the mathematical activity in a modelling process from the cognitive and onto-semiotic perspectives. *Mathematics Education Research Journal, 35*, 715–741. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00411-3

Lüken, M. M., & Sauzet, O. (2021). Patterning strategies in early childhood: A mixed methods study examining 3- to 5-year-old children's patterning competencies. *Mathematical Thinking and Learning, 23*(1), 28–48. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1845237

Martínez-Miraval, M., García-Cuéllar, D., Tejera, M., & Curo Cubas, A. (2025). Mathematical modeling in calculus: two technological approaches to an optimization problem. Uniciencia, 39(1), 1-25. https://doi.org/10.15359/ru.39-1.18

McAuliffe, S., Tambara, C., & Simsek, E. (2020). Young students' understanding of mathematical equivalence across different schools in South Africa. *South African Journal of Childhood Education, 10*(1), 1–8. https://doi.org/10.4102/sajce.v10i1.807

Mejía, L., Gallo, C., & Quintana, D. (2022). La modelación matemática como estrategia didáctica para la resolución de problemas. *Horizontes: Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i26.485

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Currículo Nacional de la Educación Básica*.

Montejo-Gámez, J. (2024). Modelo matemático en investigación educativa. Definición e implicaciones para el análisis de modelos escolares. *Revista de Educación de la Universidad de Granada, 31*, 4–18. https://doi.org/10.30827/reugra.v31.30670

OECD. (2023). *PISA 2022 results (Volume I): The state of learning and equity in education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, Ministerio de Educación del Perú. (2024). *¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes? Resultados de la Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje 2023. 2° grado de secundaria. Matemática*.

Padilla Sánchez, M. I. (2021). *La modelación matemática como metodología de enseñanza para el aprendizaje de la función lineal de los estudiantes del segundo ciclo de la universidad ESAN* [Tesis de maestría en Educación con mención en Pedagogía de la Matemática, Universidad San Martín de Porres]. https://repositorio.usmp.edu.pe/handle/20.500.12727/7598

Molina Panchi. A. M., & Molina Panchi. F. M. (2025). Pruebas estadísticas de normalidad: un análisis comparativo entre Kolmogórov-Smirnov, Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Ryan-Joiner y Jarque-Bera. *CIENCIA UNEMI, 18*(49), 152–171. https://doi.org/10.29076/issn.2528-7737vol18iss49.2025pp152-171dialnet.unirioja+2

Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education, 42*(3), 237–269. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.3.0237

Pérez Perdomo, J. P., & Mora Delgado, J. (2023). Implementación de la modelación matemática en educación media: Una oportunidad de articular el contexto y los contenidos escolares. *Actualidades Pedagógicas, 82*. https://doi.org/10.19052/ap.vol1.iss82.3

Pincheira, N., Alsina, Á., & Acosta, Y. (2023). Futuros profesores diseñando tareas matemáticas sobre patrones: El contexto, la demanda cognitiva y las habilidades. *Uniciencia, 37*(1), 24–43. https://doi.org/10.15359/ru.37-1.2

Reid, M., & Botta Gioda, R. (2018). ¿Cómo abordar la modelación matemática en la formación de profesores? *Anuario Digital de Investigación Educativa, 1*. https://revistas.bibdigital.uccor.edu.ar/index.php/adiv/article/view/3213

Roco-Videla, Ángel, Flores, Sergio Vladimir, Olguin-Barraza, Mariela, & Aguilera-Eguía, Raúl. (2024). Consideraciones ante el uso de la prueba de Shapiro-Wilk cuando se trabaja con muestras pequeñas. *Angiología*, *76*(1), 61-62. Epub 08 de abril de 2024.https://dx.doi.org/10.20960/angiologia.00568

Rodríguez, J. (2023). Principios de la educación matemática realista y el uso de software en la enseñanza de ecuaciones diferenciales. *Dialnet*. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/9301399.pdf

Sáez Ulloa, M., Sánchez Muñoz, M., & Solar Bezmalinovic, H. (2021). Una propuesta didáctica para la gestión de una tarea matemática de modelación. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 17*(62). https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/110

Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S. A., & Medina Ramírez, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 8*(15), 87–110. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-85502017000200087

ANEXO 1

TABLA DE ESPECIFICACIONES DE LA PRUEBA

PRE-TEST Y POS-TEST

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES	ÍTEMS
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre los datos y condiciones en acciones de repetir cantidades y las transforma en expresiones relacionadas con la proporcionalidad entre magnitudes.	2
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre los datos y condiciones en acciones de repetir cantidades y las transforma en expresiones aditivas o multiplicativas que involucran el planteamiento de ecuaciones.	5, 11, 18
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre los datos y condiciones en situaciones de regularidad, que involucra la interpretación de patrones numéricos crecientes.	6
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas.	Expresa su comprensión sobre las relaciones de dependencia lineal entre magnitudes, en modelo gráfico.	10, 15
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas.	Expresa su comprensión sobre la equivalencia en situaciones de equilibrio de balanzas con pesas.	13
, 12Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre relaciones algebraicas.	Emplea diversas estrategias para determinar valores intermedios de un patrón de repetición vinculado a la rotación de una figura.	16
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere de hallar un término cercano, apoyado en tablas o esquemas.	4
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere del canje y establecimiento de equivalencias, apoyado en gráficos y esquemas.	3,7
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea diversas estrategias para hallar el término desconocido en una ecuación de primer grado con una incógnita.	8, 12

Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones de equivalencia, que requiere de hallar un valor desconocido.	17
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Emplea diversas estrategias y procedimientos en situaciones que requiere de hallar un término cercano, apoyado en tablas o esquemas.	1
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa la validez de afirmaciones sobre las relaciones de cambio entre magnitudes.	9.a, 9.b, 9.c, 9.d, 20
Resuelve problemas de Regularidad, equivalencia y cambio.	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Evalúa la validez de afirmaciones sobre las condiciones de desigualdad entre cantidades.	14, 19

Anexo 2

Juicio de expertos

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE RECOJO DE INFORMACIÓN

JUICIO DE EXPERTOS.

I. DATOS INFORMATIVOS

Apellidos y Nombre del Informante.	Especialidad del evaluador.	Cargo o institución donde labora.	Nombre del Instrumento de evaluación.	Autor del instrumento.
JOSÉ LUIS MAURTUA AGUILAR	Licenciado en Educación Secundaria. Especialidad matemática	Ministerio de Educación	Instrumento: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	

Título: "La modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la Institución Educativa Juana Alarco de Dammert – Lima, 2025".

II. ASPECTOS DE LA VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0%-20%	REGULAR 21%-40%	BUENA 41%-60%-	MUY BUENA 61%-80%	EXCELENTE 81%-100%
Claridad	Está formulado en lenguaje claro.				80 %	
Objetividad	Está expresado en condiciones observables.				80 %	
Actualidad	Adecuado a los contextos diversos.					90 %
Organización	Ítemes organizados según propósito.				80 %	
Suficiencia	Comprende los aspectos en calidad y cantidad.				80 %	
Intencionalidad	Adecuado para valorar aspectos de las capacidades.					90 %

Consistencia	Los ítemes se corresponden con la noción que se modela.				80 %	
Coherencia	Entre los ítemes, indicadores y dimensiones.				80 %	
Metodología	Los ítemes abordan la movilización de todas las capacidades.				80 %	
Pertinencia	El instrumento es funcional para evaluar el desarrollo de las competencias.					95 %

OPINIÓN DE L AAPLICACIÓN: El instrumento reúne condiciones adecuadas para ser aplicado, pudiendo hacer ajustes de índole organizativa y formulación que mejorarán el diseño final.

Aplicable (X) Aplicable después de corregir ( ) No aplicable ( )

III. PROMEDIO DE VALIDACIÓN: 84%

Lima, 06 de octubre del 2025	21874108		943859085
Lugar y fecha	DNI	Firma del experto	Teléfono

Fuente: adaptado del instrumento elaborado por el Equipo de Investigación UPGE

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE RECOJO DE INFORMACIÓN

JUICIO DE EXPERTOS.

I. DATOS INFORMATIVOS

Apellidos y Nombre del Informante.	Especialidad del evaluador.	Cargo o institución donde labora.	Nombre del Instrumento de evaluación.	Autor del instrumento.
CANTORAL MILIAN MAX EDGAR	MATEMATICO	UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS		

Título: "La modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la Institucin Educativa Juana Alarco de Dammert – Lima, 2025".

II. ASPECTOS DE LA VALIDACIÓN

INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0%-20%	REGULAR 21%-40%	BUENA 41%-60%-	MUY BUENA 61%-80%	EXCELENTE 81%-100%
Claridad	Está formulado en lenguaje claro.					96%
Objetividad	Está expresado en condiciones observables.					95%
Actualidad	Adecuado a los contextos diversos.					94%
Organización	Ítemes organizados según propósito.					95%
Suficiencia	Comprende los aspectos en calidad y cantidad.					96%
Intencionalidad	Adecuado para valorar aspectos de las capacidades.					95%

Consistencia	Los ítemes se corresponden con la noción que se modela.					95%
Coherencia	Entre los ítemes, indicadores y dimensiones.					94%
Metodología	Los ítemes abordan la movilización de todas las capacidades.					95%
Pertinencia	El instrumento es funcional para evaluar el desarrollo de las competencias.					96%

OPINIÓN DE L AAPLICACIÓN: El instrumento reúne condiciones adecuadas para ser aplicado, pudiendo hacer ajustes de índole organizativa y formulación que mejorarán el diseño final.

Aplicable (X) Aplicable después de corregir ( ) No aplicable ( )

III. PROMEDIO DE VALIDACIÓN:

CIUDAD UNIVERSITARIA, 26 DE SEPTIEMBRE DEL 2025	41520837		992831118
Lugar y fecha	DNI	Firma del experto	Teléfono

Fuente: adaptado del instrumento elaborado por el Equipo de Investigación UPGE

FICHA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE RECOJO DE INFORMACIÓN

JUICIO DE EXPERTOS.

I. DATOS INFORMATIVOS

Apellidos y Nombre del Informante.	Especialidad del evaluador.	Cargo o institución donde labora.	Nombre del Instrumento de evaluación.	Autor del instrumento.
GOMEZ ROBLES LUIS ALBERTO	MATEMATICO	UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS		

Título: "La modelación matemática en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la Institucin Educativa Juana Alarco de Dammert – Lima, 2025".

II. ASPECTOS DE LA VALIDACIÓN

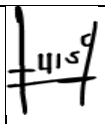
INDICADORES	CRITERIOS	DEFICIENTE 0%-20%	REGULAR 21%-40%	BUENA 41%-60%-	MUY BUENA 61%-80%	EXCELENTE 81%-100%
Claridad	Está formulado en lenguaje claro.					95%
Objetividad	Está expresado en condiciones observables.					95%
Actualidad	Adecuado a los contextos diversos.					95%
Organización	Ítemes organizados según propósito.					95%
Suficiencia	Comprende los aspectos en calidad y cantidad.					95%
Intencionalidad	Adecuado para valorar aspectos de las capacidades.					95%

Consistencia	Los ítemes se corresponden con la noción que se modela.					95%
Coherencia	Entre los ítemes, indicadores y dimensiones.					95%
Metodología	Los ítemes abordan la movilización de todas las capacidades.					95%
Pertinencia	El instrumento es funcional para evaluar el desarrollo de las competencias.					95%

OPINIÓN DE L AAPLICACIÓN: El instrumento reúne condiciones adecuadas para ser aplicado, pudiendo hacer ajustes de índole organizativa y formulación que mejorarán el diseño final.

Aplicable (X) Aplicable después de corregir ( ) No aplicable ( )

III. PROMEDIO DE VALIDACIÓN:

CIUDAD UNIVERSITARIA, 26 DE SEPTIEMBRE DEL 2025	09676078		995682848
Lugar y fecha	DNI	Firma del experto	Teléfono

Fuente: adaptado del instrumento elaborado por el Equipo de Investigación UPGE

ANEXO 3

Análisis de validez y confiabilidad del instrumento

Estadísticos descriptivos de confiabilidad de las pruebas de entrada y salida

Se aplicó la prueba en una muestra piloto de 24 estudiantes del 1.°grado de Secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert, considerando que corresponde a la población de estudio en el cual no se aplicará la experiencia de investigación.

Los resultados de la prueba se registraron en una hoja de cálculo de Excel, y luego migró hacia el SPSS para el cálculo de varianza y la media, estadísticos necesarios para la confiabilidad de la prueba y el índice de dificultad.

A continuación, en las tablas se presentan los registros que han permitido los cálculos en mención. Tabla

1. Registro de valoración dicotómica a las respuestas de la prueba:

NOMBRES	P2	P5	P6	P11	P18	P10	P13	P15	P16	P1	P3	P4	P7	P8	P12	P17	P9.1	P9.2	P9.3	P9.4	P14	P19	P20	TOTAL
1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	13
2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	7
4	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	13
5	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	11
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0		6
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	8
8	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	12

9	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	14
10	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	14
11	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	7
12	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	14
13	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	14
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	5
15	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	5
16	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	16
17	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	12
18	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	13
19	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	10
20	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	11
21	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	15
22	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	11
23	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	6
24	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5

Tabla 2. Registro del cálculo de la media y Nivel de Dificultad (en SPSS 27)

Estadísticos descriptivos						
PREGUNTAS	N	Media	P	Q	P*Q	Nivel de Dificultad
P2	24.00	0.33	0.33	0.67	0.22	Media
P5	24.00	0.42	0.29	0.58	0.17	Media
P6	24.00	0.63	0.63	0.38	0.23	Media
P11	24.00	0.75	0.75	0.25	0.19	Media
P18	23.00	0.52	0.52	0.48	0.25	Media
P10	24.00	0.42	0.25	0.58	0.15	Media
P13	24.00	0.33	0.17	0.67	0.11	Alta
P15	24.00	0.29	0.29	0.71	0.21	Media
P16	24.00	0.33	0.04	0.67	0.03	Alta
P1	24.00	0.46	0.46	0.54	0.25	Media
P3	24.00	0.38	0.38	0.63	0.23	Media
P4	24.00	0.79	0.79	0.21	0.16	Media
P7	24.00	0.33	0.13	0.67	0.08	Alta
P8	24.00	0.29	0.29	0.71	0.21	Media
P12	24.00	0.88	0.88	0.13	0.11	Baja
P17	24.00	0.42	0.42	0.58	0.24	Media

P9.1	24.00	0.67	0.67	0.33	0.22	Media
P9.2	24.00	0.58	0.58	0.42	0.24	Media
P9.3	24.00	0.33	0.33	0.67	0.22	Media
P9.4	24.00	0.71	0.71	0.29	0.21	Media
P14	24.00	0.33	0.13	0.67	0.08	Alta
P19	24.00	0.04	0.04	0.96	0.04	Alta
P20	23.00	0.04	0.04	0.96	0.04	Alta
N válido (por lista)	22.00				3.90	

Estadísticos descriptivos

	N	Varianza
TOTAL	24	14.20
N válido (por lista)	24	

a) Confiabilidad de la prueba.

El cálculo de confiablidad se ha realizado con el estadístico de KR-20 (Kuder Richardson), que consiste en una fórmula que mide la consistencia interna y se emplea para evaluar la fiabilidad de escalas con preguntas dicotómicas . En este caso, nos ha sido de utilidad

para validar la elaboración del ítem, respecto de la coherencia del constructo. En este sentido, según escala, un valor cercano a 1 significa que la escala es más homogénea y consistente.

$$KR-20 = \frac{N}{N-1}[1 - \frac{\sum PQ}{\sigma^2}]$$

Donde :

N = Número de preguntas.

σ^2 =Varianza

P= Proporción de respuestas correctas del total.

Q= Proporción de respuestas incorrectas del total.

Cálculo de KR-20 :

$$KR-20 = \frac{N23\ 23}{-1}[1 - \frac{\sum 3.90}{14.20}]$$

KR – 20 = 0,76

Interpretación del resultado de KR-20 para la prueba.

De acuerdo a la escala presentada, el KR-20 de 0.76, obtenido nos brinda una confiabilidad respetable para un instrumento de medición. Esto significa que el instrumento tiene una buena consistencia interna y que los ítems que lo componen son homogéneos, es decir, que

miden la misma variable de manera similar. Con esta confiabilidad, la prueba tiene un nivel respetable de confianza para ser aplicada en muchos contextos, que no exime de requerir una mayor confiabilidad en otros contextos, diferentes a la de la presente investigación.

b) Índice de dificultad de la prueba

El establecimiento del nivel de dificultad de la prueba de entrada y salida, se ha considerado el cálculo de la media, considerando que esta medida está referida a la dificultad promedio de un conjunto de preguntas de la prueba. El cálculo ha consistido en dividir el conjunto de preguntas de respuestas correctas, entre el total de participantes que participaron de la prueba, y por ello refleja la proporción de las personas que respondieron correctamente cada pregunta o ítem en particular (López et al, 2020). Este estadístico tiene sentido en el caso de las pruebas dicotómicas, en el cual se propone el establecimiento de los índices como se muestra en la tabla de resultados:

ASPECTO	Nivel	ÍNDICE	ANALISIS	PREGUNTAS %
DIFICULTAD	ALTA	0.01 a 0.2	6	26
	MEDIA	0.3 a 0.7	15	65
	BAJA	0.8 a 1	1	4

Interpretación del nivel de dificultad de la prueba

Los resultados de la prueba piloto muestran una acumulación mayoritaria del 65% de preguntas elaboradas de dificultad media, un porcentaje menor, que es necesario de considerar, correspondiente al 26% , de preguntas de alta dificultad, y un porcentaje mínimo del

4% de preguntas de baja dificultad, para el grupo de aplicación en piloto. Estos resultados sugieren que se tiene un buen equilibrio de ítemes con dificultad media, con considerable discriminación entre los participantes con diferentes niveles de habilidad.

ANEXO 4

INSTRUMENTO: RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

Nombre del estudiante: _____

Grado y Sección: _____ **Fecha:** _____

1. Betty ahorra dinero para un viaje. En la primera semana guarda 50 soles. A partir de las siguiente semana guarda 70 soles cada semana. ¿Cuál de las siguientes secuencias representa la cantidad total que logra juntar Betty?

a) 70, 50, 50, 50, 50…
b) 50, 120, 190, 260, …
c) 50, 70, 70, 70…
d) 70, 120, 170, 220, …

2. Julio ha encontrado una cartilla con oferta de venta de panetones. Él ha elaborado una tabla para calcular la cantidad de panetones que recibirá por cada oferta.



N° de ofertas	1	2			
Cant. Panetones	3	6			

Para obtener dos docenas y media de panetones, ¿cuántas ofertas deberá comprar?

a) 3
b) 6
c) 10
d) 9

3. Juan y 15 compañeros de clase deciden comprar helados con esta oferta.



¿Cuánto pagarán por todos estos helados?

a) 9 soles
b) 27 soles
c) 36 soles
d) 12 soles

4. María se encuentra 1 sol, y a partir de ello, ha pensado en ahorrar cada día el doble de lo que ahorró el día anterior. Para proyectar sus ahorros en el transcurso de los días hizo una tabla como esta:

Día	1	2	3	4	5	
Ahorro total (S/)	1	2	4	8	16	…..

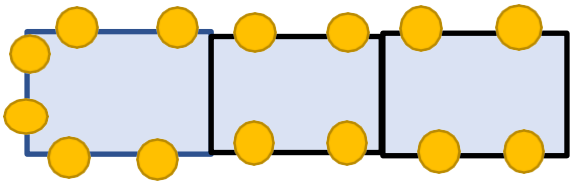
A partir de estos datos. ¿Cuánto tendrá ahorrado el día 8?

a) 128 soles
b) 64 soles
c) 256 soles
d) 512 soles

5. Un grupo de 72 estudiantes ingresan al Museo de Ciencias, en una visita de estudios, de los cuales el encargado de la boletería identificó que, el número de estudiantes varones triplicaba al número de estudiantes mujeres. ¿Cuántos estudiantes varones ingresaron al Museo?

a) 24 estudiantes
b) 54 estudiantes
c) 18 estudiantes
d) 60 estudiantes

6. En un restaurant, juntan mesas para grupos de personas de esta manera:



El dueño del restaurant, elabora una tabla para estimar la cantidad de mesas en función la cantidad de personas:

Cantidad de mesas	1	2	3	
Cantidad de personas	6	10	14	…..

Si debe colocar mesas para un total de 36 personas, ¿cuántas mesas necesitará?

a) 20 mesas
b) 7 mesas
c) 6 mesas
d) 8 mesas

7. Jimena va a la feria y encuentra que venden pulseras y aretes de la siguiente forma:

Si compra:

pagaría 26 soles



Si compra:

pagaría 23 sol



¿Cuánto pagará si compra estos aretes y pulseras?



a) 26 soles
b) 28 soles
c) 23 soles
d) 25 soles

8. E-En la ecuación:

$$3\,(x-5) = 21$$

¿Cuál es el valor de "x"?

a) 15
b) 12
c) 23
d) 26

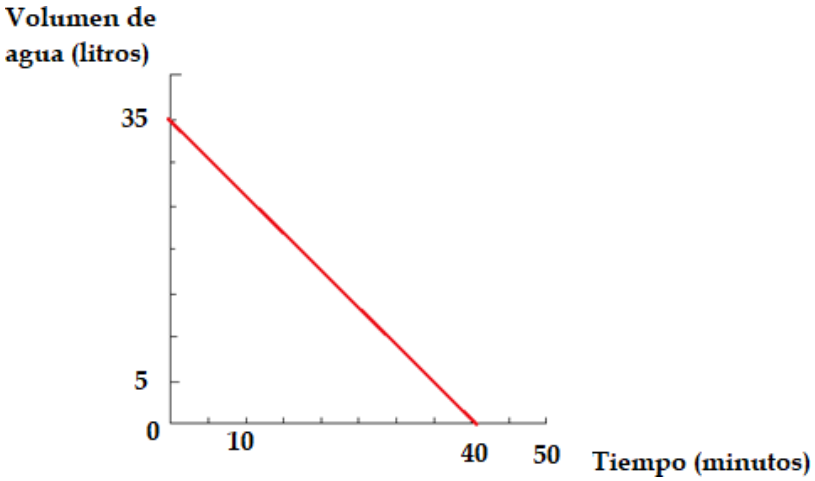
9. Observa, en el anuncio, que venden el anticucho en porciones, y cada palito trae 5 trozos de anticuchos.



A partir de esta información, lee cada una de las afirmaciones, y marca V si consideras que es verdadera, o F si consideras que es falsa:

Afirmaciones	V	F
Una persona puede llevarse 11 porciones por S/ 115		a
Se necesitan 85 trozos de anticuchos par a preparar 17 palitos	a	
Un cliente puede llevarse 48 palitos de anticucho y paga S/ 240		a
En 25 palitos hay 625 trozos de anticuchos		a

10. La gráfica, representa la cantidad de agua en litros, que pierde un recipiente que tiene una rajadura.



¿En cuánto tiempo se vaceará por completo el recipiente?

a) 35 minutos
b) 40 minutos
c) 50 minutos
d) 10 minutos

11. Silvia preparó 84 alfajores. Luego, los colocó en 5 cajas con igual cantidad de alfajores en cada una. Al terminar de guardarlos, le sobraron 4 alfajores. ¿Cuántos alfajores colocó en cada caja?

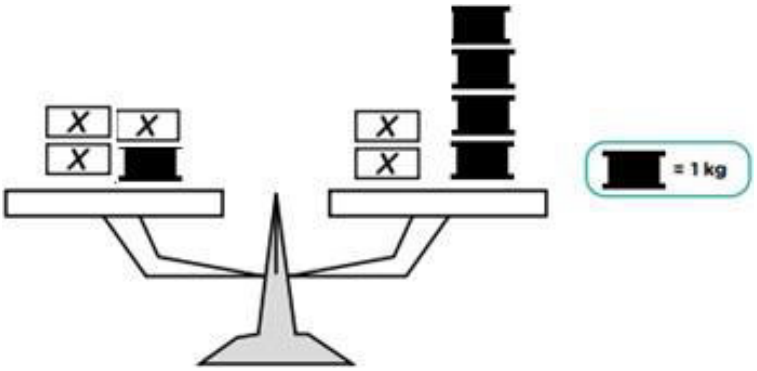
a) 16
b) 20
c) 21
d) 12

12. ¿Qué número debe escribirse en el espacio vacío, para que se cumpla la igualdad?

5 x _____ - 12 = 53

a) 7
b) 9
c) 13
d) 11

13. Se tiene una balanza en estado de equilibrio con las combinaciones de pesas que se muestran a continuación:



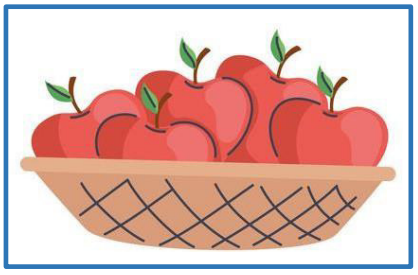
¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas representa el equilibro de la balanza con la disposición de las pesas en cada lado?

a) 4 + 2 x = x + 3

b) x + x + x + 1 = 2(2x + 1) c)3x + 1 = 4 + 2 + x

d) x + x + x + 1 = 2(x + 2)

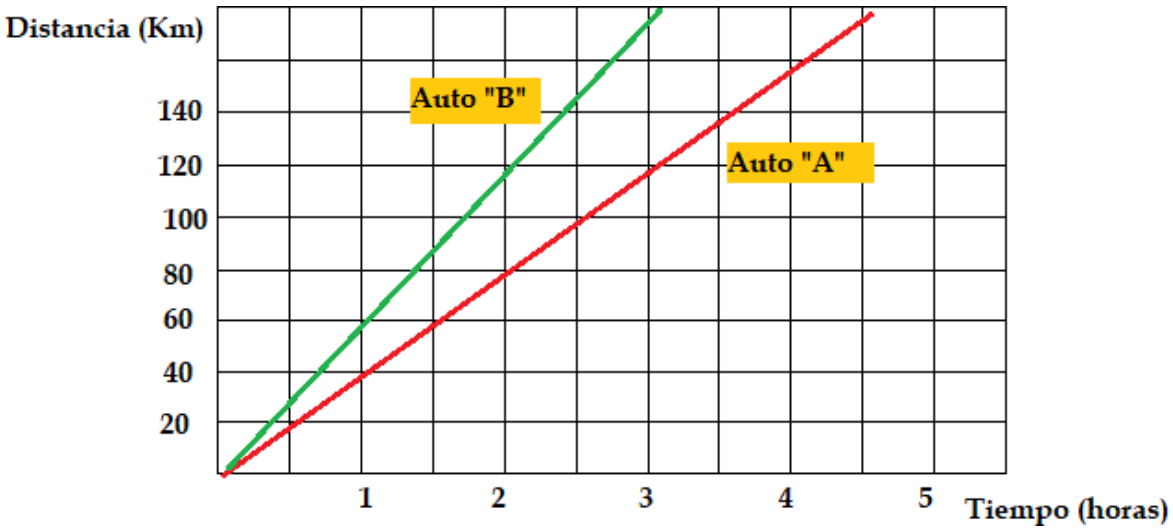
14. Julio coloca manzanas en las mismas cantidades en canastillas como las que se muestra.



Él dice que solo alcanzó a formar 10 canastillas, y quedaron algunas sueltas, pero eso no fue verdad. Lee las siguientes afirmaciones y elige la que te permita comprobar que su afirmación es errada.

a) 57
b) 54
c) 52
d) 53

15. Esta es la gráfica de dos automóviles que viajan a diferentes velocidades desde Lima en dirección al Sur:



Según la gráfica: ¿Cuál de las afirmaciones es correcta?

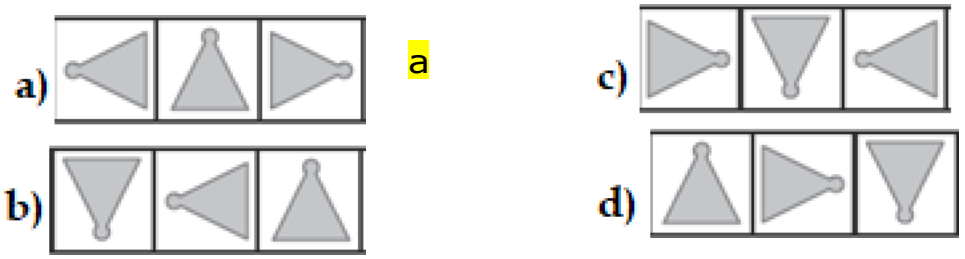
a) El auto "B" ha recorrido 80 Km en 2 horas.
b) El auto "A" siempre recorre 20 Km menos que "B".
c) El auto "A" recorre 40 Km por cada hora.
d) El auto "B" tarda 3 horas en alcanzar a "A".

16. Daniel, realiza su trabajo colocando cerámicos en el piso de un auditorio. Luego de terminar de colocar una fila, se ha dado cuenta



que tres cerámicos se han roto y debe reemplazarlos.

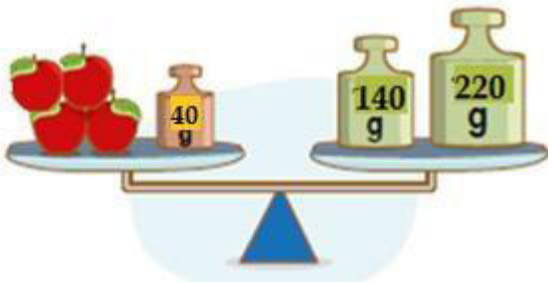
Observa la secuencia que se ha formado, y selecciona la serie que contiene a los tres cerámicos que se rompieron:



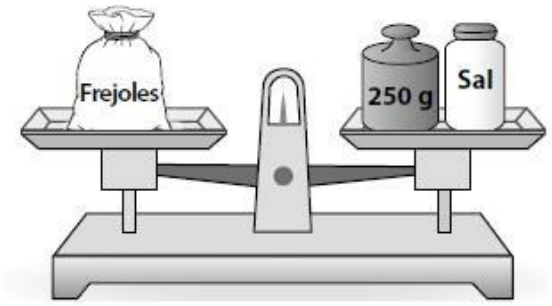
a

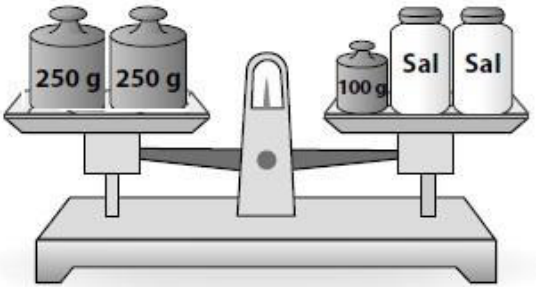
17. En la balanza en equilibrio, todas las manzanas tienen el mismo peso. Averigua, ¿cuántos gramos tiene cada una?

a) 50 gramos
b) 54 gramos
c) 360 gramos
d) 80 gramos



18. Las dos balanzas que se presentan en la imagen, están en equilibrio, y los frascos de sal tienen todos la misma cantidad. Averigua, ¿cuántos kilogramos tendrá la bolsa de frejoles? 450





Escribe tus procedimientos.

19. Patty ha visto esta oferta de botines:



Ella ha pensa

"Me comprar ıe pagaré solo 100 soles luego del descuento".

96

¿Cuánto es lo que pagará por los botines con esta oferta? ¿Está ella en lo correcto? Elabora tu procedimiento y explica tu respuesta.

20. En la tabla a continuación se muestra distancia que recorre un ciclista y el tiempo transcurrido. Observa:

Tiempo (minutos)	2	3	4	5	....
Distancia recorrida (m)	300	450	600	750	...

Lo que se muestra en la tabla, ¿es una relación proporcional? Marca tu respuesta: Sí ___ No _____

Explica tu respuesta:

Anexo 5:

Fichas aplicadas.

FICHA DE APLICACIÓN 1:

¿Cómo aplicamos la noción de razón en situaciones cotidianas?

Propósito:
Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes; transformamos esas relaciones en proporcionalidad directa y empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos pertinentes a las condiciones del problema.

El profesor de educación física de la escuela realiza un inventario de las pelotas de futbol y basquetbol con los que cuenta mostrados en la imagen:



¿Qué relación existe entre estas cantidades de pelotas? Para mantener esta relación, ¿Podrá comprar la misma cantidad de pelotas de basquetbol que de fútbol? ¿Por qué?

Comprendemos el problema:

1. ¿Qué tipos de pelotas hay? _
2. ¿Cuál es la cantidad de cada tipo? _
3. ¿Qué significa mantener la misma relación? _

Nuestros procesos de resolución:

4. ¿Cómo puedes representar el problema con un gráfico o un esquema?

5. Observa la cantidad de pelotas, ¿**De qué manera puedes** dividir en **dos** grupos de modo que cada grupo contengan igual cantidad de pelotas del mismo tipo? Representa.



- ¿Cuántas pelotas de futbol y basquetbol hay en cada grupo?

- ¿Qué relación encuentras?

6. ¿**De qué manera puedes** dividir en **cuatro** grupos de modo que contengan la misma cantidad de pelotas de futbol y de basquetbol? Representa.



- ¿Cuántas pelotas de futbol y basquetbol hay en cada grupo?

- ¿Qué relación encuentras?

7. ¿**De qué manera puedes** dividir en **ocho** grupos de modo que contengan la misma cantidad de pelotas de futbol y de basquetbol? Representa.



- ¿Cuántas pelotas de futbol y basquetbol hay en cada grupo?

- ¿Qué relación encuentras?

_ _

8. Con los resultados que has obtenido completa la siguiente tabla:

Pelotas de fútbol	16	8	…	…	…
Pelotas de básquetbol	24	12	…	…	…

- ¿Qué observas en esta tabla?

_ _

- ¿Cuál es la mínima cantidad de pelotas del mismo tipo que puede contener en cada grupo?

_ _

Una razón es la comparación entre dos cantidades de la misma magnitud, expresada como un cociente (una división) que puede representarse como una fracción (a/b), con dos puntos (a:b) o en palabras ("a a b")

9. Responde a las preguntas del problema:

_ _
_ _
_ _

Reflexionamos y comprobamos:

10. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

_ _
_ _
_ _

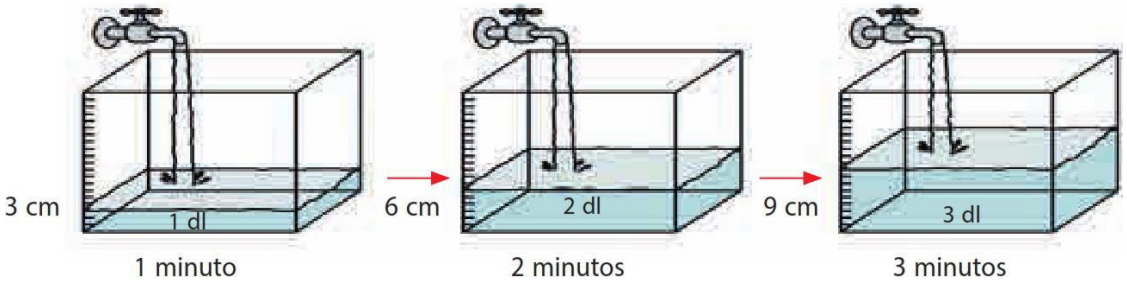
Seguimos aprendiendo:

11. Si se compran 21 pelotas de fútbol, ¿cuántas pelotas de básquetbol deben comprarse para mantener la misma relación?

12. Si se compran 36 pelotas de básquetbol, ¿cuántas pelotas de futbol deben comprarse para mantener la misma relación?

13. Si se compraron 60 pelotas en total, ¿cuántas pelotas fueron de futbol y cuantas pelotas son de basquetbol?

14. Según la figura, se muestra tres instantes de un caño llenando un recipiente:



- ¿Cuál será la altura alcanzada en 5 minutos?

- ¿Cuánto tiempo faltará para que el agua alcance su máximo nivel si el recipiente tiene una altura de 21 cm?

FICHA DE APLICACIÓN 2:

¿Cómo podemos aplicar la proporcionalidad directa en nuestro entorno?

Propósito:
Expresamos con símbolos y lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre la proporcionalidad directa. Asimismo, justificamos mediante ejemplos las características y propiedades de la variación entre dos magnitudes y la constante de proporcionalidad.

Marcela deseaba contratar los servicios de una persona que se encargara del mantenimiento de su jardín. Así, buscó en Internet y seleccionó el anuncio que se muestra a continuación. Llamó a Alberto y le dijo que estaba interesada en la oferta de la semana; le explicó que su jardín tenía la misma forma, pero el doble de las dimensiones.



¿Cuánto debe pagarle Marcela a Alberto por el trabajo realizado en su jardín? Si los lados de otro jardín cuadrado midieran el triple de la medida que aparece en el anuncio como oferta de la semana, ¿cuánto cobraría Alberto por ese trabajo de mantenimiento? ¿Cuál es la relación entre lo que cobra Alberto y el área del jardín al que le hace mantenimiento?

Comprendemos el problema:

1. ¿En qué consiste la oferta de la semana que aparece en el anuncio del jardinero?

_ _

2. ¿Qué forma tiene el jardín de Marcela y cuánto miden sus lados?

_ _

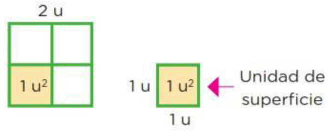
3. ¿Qué pide hallar la situación?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

¿Sabías que...?

El área (A) de una figura es la medida de su superficie y se expresa en unidades de área: metros cuadrados (m^2), centímetros cuadrados (cm^2), kilómetros cuadrados (km^2), etc. Por ejemplo, calculemos el área del cuadrado mostrado de 2 u de lado.



Vemos que hay cuatro cuadraditos de lado 1 u. Por lo tanto, su área es 4 u^2.

Vemos que hay cuatro cuadraditos de lado 1 u. Por lo tanto, su área es 4 u^2.

Además, si cada cuadradito midiera 1 m de lado, entonces el área se expresaría en metros cuadrados:

$A = 2 \times 2 = 4\ m^2$

1. Considerando que el lado de cada cuadradito de la cuadrícula representa 1 m. ¿Cómo representarías, mediante una figura geométrica, el jardín que se describe en la oferta de la semana? ¿Cuál sería su área?

2. Considerando que el lado de cada cuadradito de la cuadrícula representa 1 m. ¿Cómo representarías, mediante una figura geométrica, el jardín de Marcela? ¿Cuál sería su área?

3. ¿Cuántas veces contiene el jardín de Marcela al jardín descrito en la oferta de la semana?

____

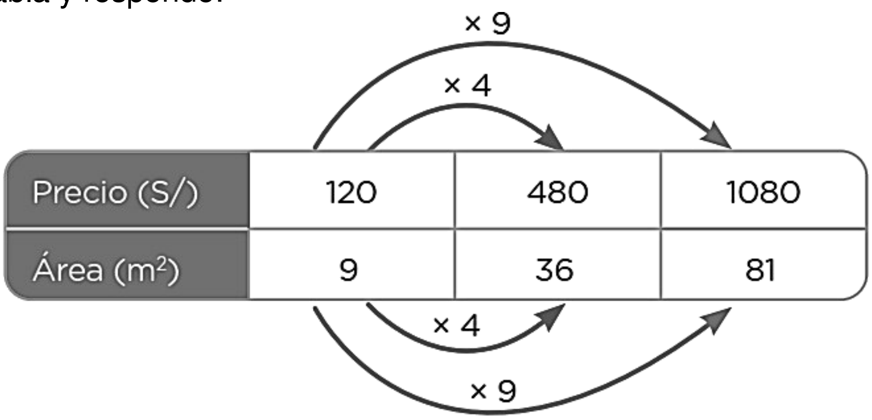
4. A partir de la respuesta de la pregunta anterior, ¿cuánto debe pagar Marcela por el mantenimiento de su jardín?

____

5. Considerando que el lado de cada cuadradito de la cuadrícula representa 1 m. ¿Cómo representarías gráficamente el otro jardín de forma cuadrada, cuyos lados miden el triple de los del jardín descrito en la oferta? ¿Cuál sería su área?

6. ¿Cuánto debe pagarse por el mantenimiento de este jardín?

7. Analiza la tabla y responde:



Precio (S/)	120	480	1080
Área (m²)	9	36	81

- ¿Qué pasa con el precio cuando el área se multiplica por 4?

- ¿Qué pasa con el precio cuando el área se multiplica por 9?

- ¿Qué ocurriría con el precio si el área se multiplicara por otro número?

8. Responde la pregunta:

¿Cuál es la relación entre lo que cobra Alberto y el área del jardín al que le hace mantenimiento?

Elaborado por Miguel Ángel Melo Albornoz

_ _

Reflexionamos y comprobamos:

9. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

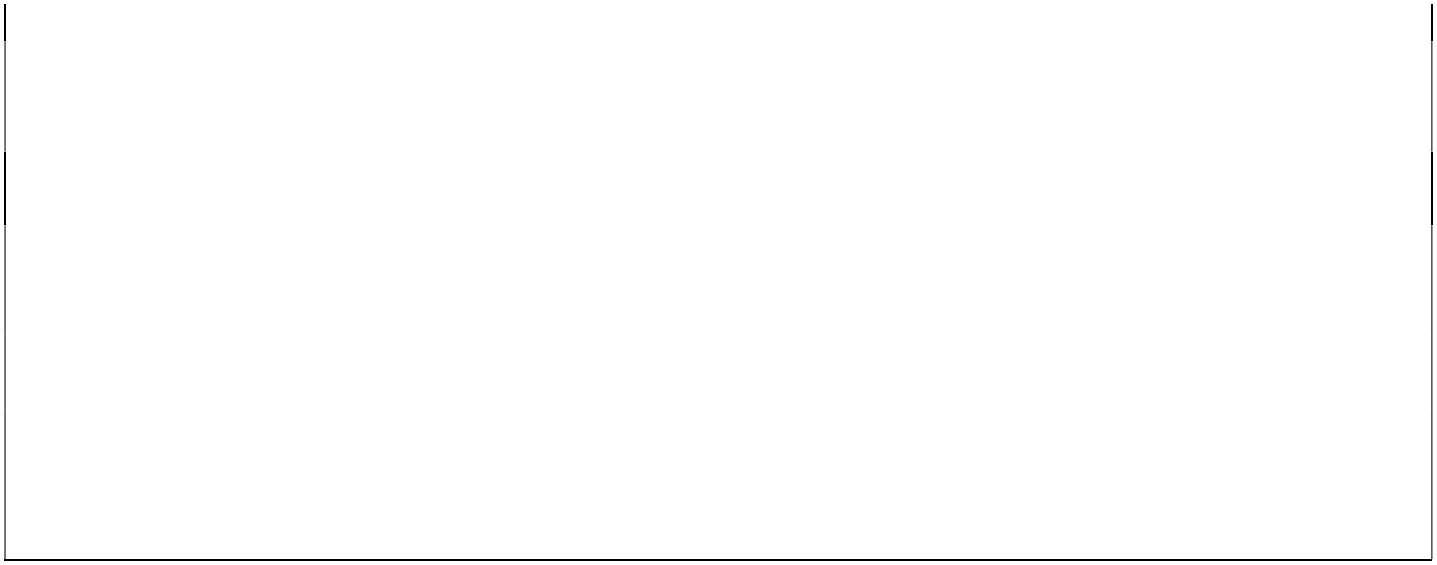
_ _
_ _
_ _
_ _

Seguimos aprendiendo:

10. Si los lados de otro jardín cuadrado midieran 5m, ¿cuánto cobraría Alberto por ese trabajo de mantenimiento?

11. Si un cliente le comenta a Alberto que solo cuenta con S/ 2200 de presupuesto, ¿cuál sería el área máxima del jardín al que podría hacer el mantenimiento?

12. Los estudiantes de primer grado de secundaria organizan un compartir con otras aulas. Para ello, proponen preparar gelatina. Uno de los estudiantes dice: "En otro compartir realizado, con 4 sobres de gelatina alcanzó para preparar 32 vasos". ¿Cuántos sobres necesitan para preparar 120 vasos?



FICHA DE APLICACIÓN 3:

¿Qué son los porcentajes? ¿Cómo aplicamos los porcentajes en la vida cotidiana?

Propósito:
Representamos con lenguaje numérico el significado de los porcentajes. Interpretamos la definición del impuesto general a las ventas (IGV) en transacciones financieras y comerciales. Empleamos estrategias de cálculo y procedimientos para realizar operaciones con porcentajes.

Mario reconoce la importancia de pedir comprobantes de pago (factura o boleta de pago) y también de emitirlos, con el fin de evitar la evasión del **IGV**, el cual equivale al **18 %** que se paga al comprar un producto o servicio. Con este dinero, el Estado puede obtener recursos para brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas, entre otros.



Ayuda a Mario. Él desea informar sobre su gasto en esa compra, pero su factura sufrió un deterioro. Mario recuerda que pagó el importe de cada producto más el IGV.

BODEGA DON LUCHO
PSJE. LAS BRISAS - HUARAL
TLF: 246-1117

FACTURA ELECTRÓNICA
RUC: 12347654454
E001-471

Caja Predeterminada

Cliente: PÚBLICO EN GENERAL **11/06/2023**
Usuario: ADMINISTRADOR **11:04:17 a. m.**

CANT.	DESCRIPCIÓN	PRECIO UNITARIO	IMPORTE
4	ACEITE PREMIUM ENVASE 1 L	15	60
5	ACEITE DE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE 500 mL	8	40

SUBTOTAL **S/** **100**
IGV **S/**
IMPORTE TOTAL

SON:

Elaborado por Miguel Ángel Melo Albornoz

¿Cuánto pagó por IGV en esta compra? ¿Cuál fue el importe total que pagó Mario en la factura?

Comprendemos el problema:

1. Según la factura de la situación inicial, ¿qué productos compró Mario y cuál fue el importe de cada uno?

_ _

2. ¿Qué se le debe agregar al subtotal de la venta para obtener el importe total de la compra?

_ _

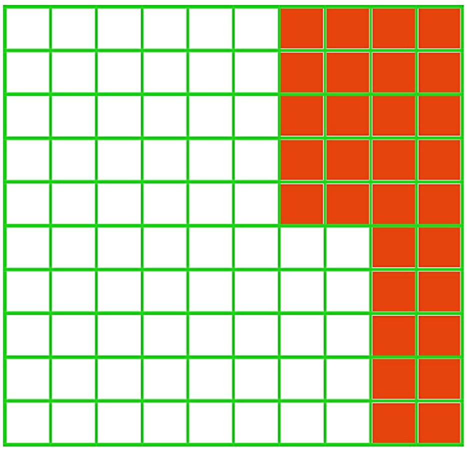
3. ¿Qué te piden determinar las preguntas de esta situación?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

> Un **porcentaje** es la razón de un número con respecto a 100. La razón $\frac{x}{100}$ la podemos escribir como x %. El símbolo % lo leemos **por ciento.**

1. Observa la gráfica y responde:



- ¿Cuál es el total de **cuadraditos** de la gráfica? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
- ¿Cuál es el total de **cuadraditos pintados** de la gráfica? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
- ¿Cuál es la **razón** del número de **cuadraditos pintados** respecto del número de total **cuadraditos** de la gráfica? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
- ¿Cómo podemos **escribir** esta razón? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
- ¿Cómo podemos **leer** esta razón? _

2. ¿Cuál es el valor del IGV en porcentaje? _

3. ¿Qué quiere decir este valor? Explica

____ ___
____ ___

4. ¿Como podrías **representar** el valor del IGV? ________________________

5. ¿Cuál es el valor del subtotal de la factura? ________________________

6. ¿Qué debes hacer para calcular el valor del IGV?

____ ___

- Realiza tu operación:

- ¿Cuánto se pagó por el IGV en esta compra? _____________________

7. ¿Qué debes hacer para calcular el importe total que pagó Mario?

____ ___

- Realiza tu operación:

- ¿Cuál fue el importe total que pagó Mario en la factura? _______________

Reflexionamos y comprobamos:

8. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

___________________________ __________________________
___________________________ __________________________

9. ¿En qué consiste aplicar el IGV al precio de un producto? Justifica con un ejemplo.

___________________________ __________________________

10. ¿Cómo puedes calcular el IGV a partir del importe total?

_ _

Seguimos aprendiendo:

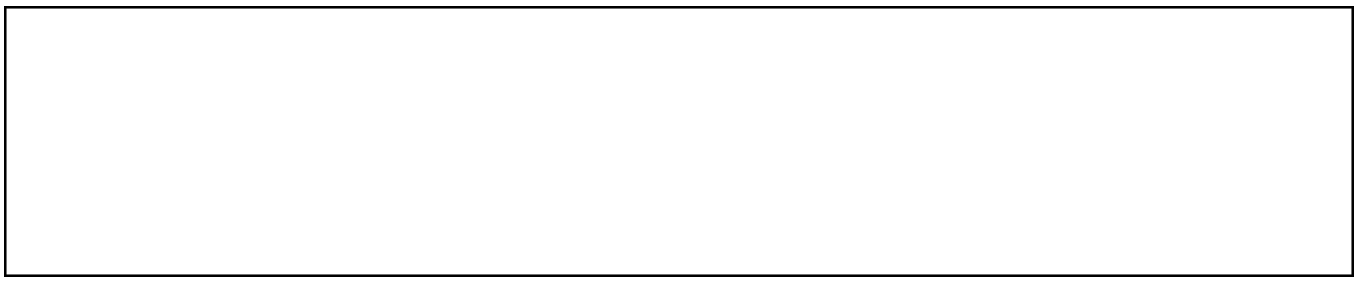
11. ¿Cuál es el 25% de 96?

12. Una tienda de artefactos importa lavadoras por mayor y las vende a S/ 960 cada una. Además, puede contratar servicios adicionales por la siguiente oferta:



Rosario desea adquirir una lavadora además contratará los servicios adicionales. ¿Cuáles el monto que debe pagar?

13. El 40% de los empleados de una empresa es menor de 30 años. Si en la empresa hay 120 empleados, ¿cuántos empleados son menores de 30 años?



FICHA DE APLICACIÓN 4:
Identificamos la compra con el mejor descuento.

Propósito:
Establece relaciones entre datos y acciones de ganar, perder, comparar e igualar cantidades, o una combinación de acciones. Las transforma modelos que incluyen aumentos o descuentos porcentuales. Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y porcentuales, así como para calcular aumentos y descuentos porcentuales.

Sofia desea obsequiar un televisor a su mamá, visita su tienda favorita de Miraflores y encuentra el siguiente artículo:



Después de hacer su elección, al acercarse a la caja le indican que esta vigente la siguiente promoción:



¿Cuál fue el descuento que se aplicó a su compra? ¿Cuál fue el importe total que pagó Sofía por la compra?

Comprendemos el problema:

1. ¿Cuáles son los datos que tenemos?

_ _

2. ¿Qué necesitamos calcular?

_ _

3. ¿Cuál es el precio original del televisor?

_ _

4. ¿Cuál es el descuento que se va a aplicar?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

5. Representa el porcentaje de descuento de forma matemática (*fracción o decimal*):

$15\% = \frac{\quad}{\quad}$ o $15\% =$

6. Construye el modelo para hallar el monto del descuento (*Escribe la operación*):

Descuento = Precio Original × Porcentaje

_ _

7. Cálculo y Obtención de Resultados:

- Calcula el monto exacto del descuento (Resultado 1):

Monto del Descuento:

_ _
_ _

8. Calcula el precio final a pagar (Resultado 2):

Precio Final = Precio Original – Monto del Descuento

_ _
_ _

Reflexionamos y comprobamos

9. Respuesta Final:

"*El precio final que Sofía pagará por el televisor, aplicando el 15% de descuento, es de* _____"

10. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

_ _
_ _

11. ¿En qué consiste aplicar el descuento al precio de un producto? Justifica con un ejemplo.

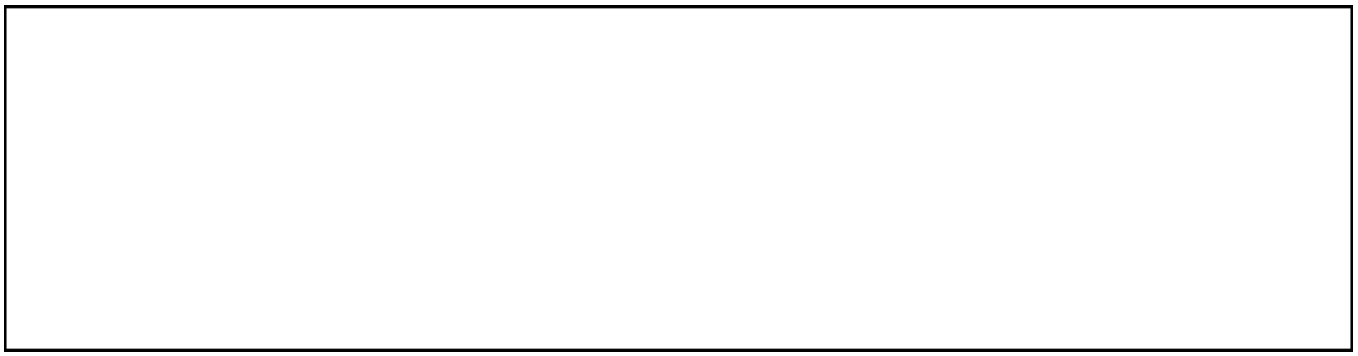
Seguimos aprendiendo:

12. Una persona recibe un premio de 1,8 millones de soles al ganar una lotería. El premio ofrecido era un poco mayor, pero por concepto de impuestos se retiene un 10 %. ¿A cuánto ascendía el premio ofrecido?

13. En una conocida tienda deportiva de la av. Abancay, mi tío compró una bicicleta, por la que luego de aplicarle un descuento pagó S/ 792, ¿cuál era el precio original de la bicicleta antes del descuento?



14. Una tienda ofrece por el Día de la Madre un descuento del 30 % en toda su línea de carteras, más un 25 % de descuento adicional para los clientes que cuentan con la tarjeta de la cadena. Si el precio de lista de una cartera es de S/360, ¿cuánto pagará un cliente que cuenta con la tarjeta de la cadena?



Elaborado por Miguel Ángel Melo Albornoz

FICHA DE APLICACIÓN 5:
<u>Promovemos la práctica del deporte</u>

Propósito:
Establecemos relaciones entre datos o variaciones entre dos magnitudes y transformamos esas relaciones en funciones lineales. También empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas.

Con la finalidad de fomentar la práctica del deporte en sus hijos, las señoras Nelly y Silvia planean inscribirlos en una academia de fútbol, para lo cual analizan las promociones de dos academias cercanas:



Luego de analizar las promociones, Nelly decide matricular a su hijo en la academia Los Olímpicos y Silvia, en la academia Escuela de Campeones. Determina mediante una expresión matemática la relación entre el tiempo y el pago total de cada una de las academias. Determina al cabo de cuánto tiempo Nelly y Silvia pagaron la misma cantidad y cuál fue el monto.

Comprendemos el problema:

1. ¿Cuánto pagaría Nelly por el primer mes en la academia Los Olímpicos?

____

2. ¿Cuánto pagaría Silvia por el primer mes en la academia Escuela de Campeones?

____

3. ¿Cuál sería el pago que realizarían Nelly y Silvia en tres meses?

____

4. ¿Qué se te pide hallar en las preguntas de la situación significativa?

____

Nuestros procesos de resolución:

5. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

6. Completa la tabla con los pagos de la matrícula y las mensualidades en la academia Los Olímpicos.

Tiempo de permanencia (meses)	Academia Los Olímpicos		
	Pago de matrícula (S/)	Pago de mensualidades (S/)	Pago total (S/)
1	20	15(1)	20 + 15(1) = 35
2	20	15(2) = 30	20 + 15(2) = 50
3	20		
4	20		
5	20		

7. ¿Qué observas respecto al pago de la matrícula para la academia Los Olímpicos?

_ _

8. Representa mediante una expresión matemática la relación entre el **pago de la mensualidad** y el **tiempo** (meses) para la academia Los Olímpicos.

_ _

9. Representa mediante una expresión matemática la relación entre el **pago de matrícula** y la **mensualidad** para la academia Los Olímpicos.

_ _

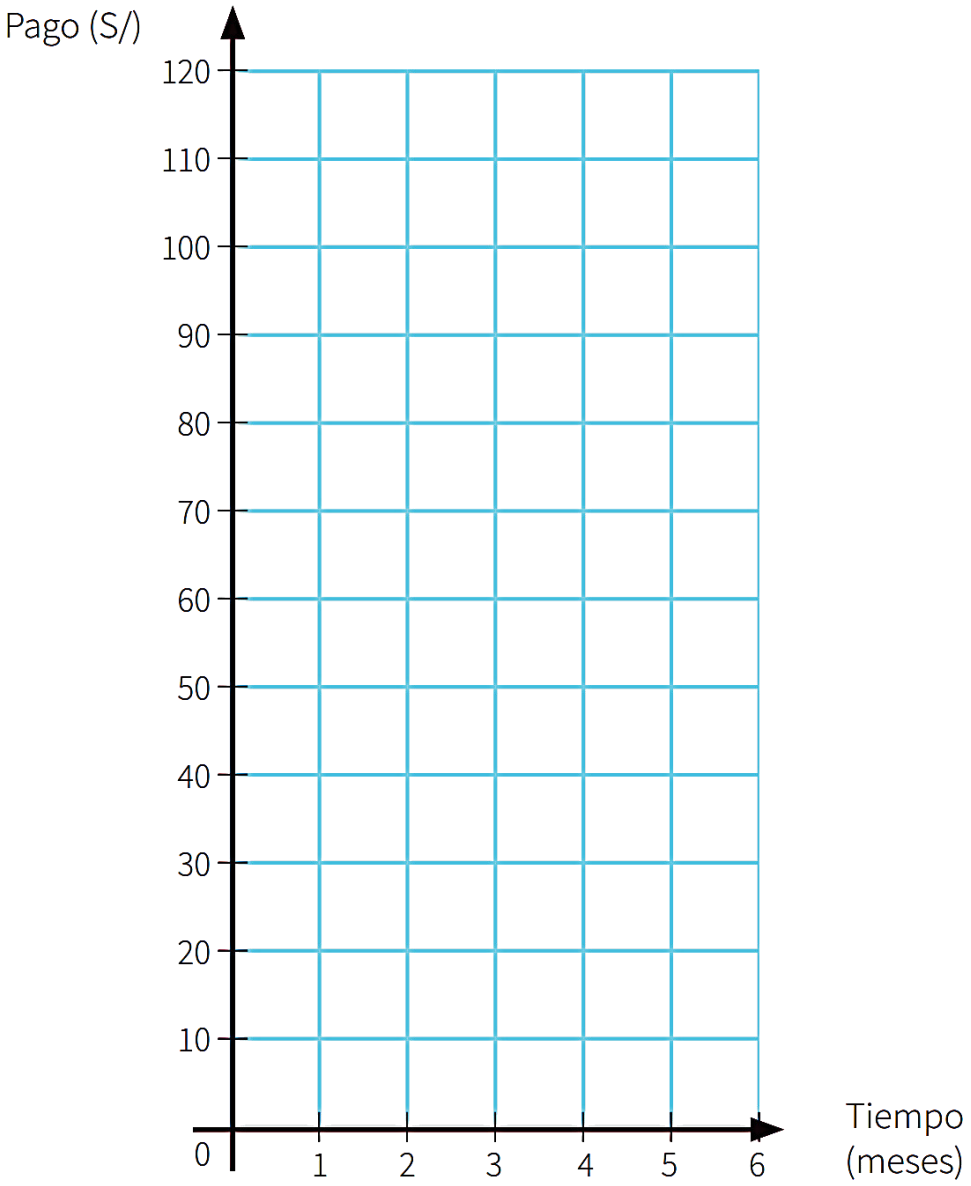
10. Completa la tabla con el pago de la mensualidad de la academia Escuela de Campeones.

Tiempo (meses)	Academia Escuela de Campeones	
	Pago por mes (S/)	Pago total (S/)
1	20(1)	20
2	20(2)	40
3		
4		
5		

11. ¿Qué observas respecto al pago de la **mensualidad** y el **tiempo** para la academia Escuela de Campeones? Representa esta relación mediante una expresión matemática.

_ _

12. Representa en el siguiente diagrama cartesiano los datos de las tablas de la relación entre el tiempo y el pago total (ver pregunta 6 y 10 de esta sección) y escribe en cada una de las gráficas su expresión matemática:



13. Considerando las tablas o el diagrama cartesiano, determinar al cabo de cuánto tiempo Nelly y Silvia pagaron la misma cantidad y cuál fue el monto

Reflexionamos y comprobamos:

14. Considerando el diagrama cartesiano elaborado, interpreta qué ocurre a los cinco meses en relación con los **pagos totales** para las **academias**.

15. Para el periodo de un año, ¿en cuál de las dos academias convendría matricularse? Justifica tu respuesta.

Seguimos aprendiendo:

La tabla muestra el pago que realizan algunas familias por el servicio de internet, en función del número de meses consumidos.

	Familia Chávez	Familia Trelles	Familia Rojas	Familia Quispe
Número de meses	8	3	15	9
Pago (S/)	480	180	900	540

1. ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación planteada?

a) $f(x) = 60 + x$ b) $f(x) = 60x$ c) $f(x) = 70x - 30$ d) $f(x) = 50x + 80$

2. La familia Quispe lleva utilizando el mismo servicio de internet desde hace un año y medio. ¿Cuánto habrá pagado hasta ahora por este servicio?

a) S/90 b) S/720 c) S/1080 d) S/1440

FICHA DE APLICACIÓN 6:

Descubrir una regla de ahorro

Propósito:
Resolver problemas que requieren de establecer relaciones entre datos para hallar la regla de formación de una progresión aritmética, que las exprese con lenguaje algebraico y representaciones diversas, y explique sus procedimientos.

El Club de Ahorro "Emprendedores del Mañana" de nuestro colegio ha establecido una regla para las contribuciones semanales.



Fabricio es un estudiante que ha decidido planificar sus ahorros de una forma misteriosa, e hizo un listado de su propuesta de aportes. Observa y averigua: ¿Qué aporte hará Fabricio en la semana 5? ¿y en la semana 7? ¿y en la semana 20?

Semana 1: S/ 5.00
Semana 2: S/ 8.00
Semana 3: S/ 11.00
Semana 4: S/ 14.00

¿Es posible establecer una regla que permita calcular el aporte de Fabricio en cualquier semana?

Comprendemos el problema:

1. Representa el problema. Emplea los gráficos, símbolos, recursos que consideres.

2. Completamos la siguiente tabla con los datos del problema:

Numero de semana	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4
Aporte (S/)	5	8		

3. ¿Qué relación encuentras entre los aportes de una semana a otra?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

4. Plantea alguna estrategia para que puedas responder a: ¿cuál es el aporte que hará Fabricio en la semana 5?

- ¿Cuál es el aporte que hará Fabricio en la semana 6? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _
- ¿Cuál es el aporte que hará Fabricio en la semana 7? _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

5. Completa la siguiente tabla, considerando la **razón constante**:

Número de semana	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4			
Aporte (S/)	5	8					

A partir de la tabla elabora un modelo con los resultados:

- Semana 1 = 5
- Semana 2 = 5 + 3 = _____+ (_____– 1) × _____= ________
- Semana 3 = 5 + 6 = _____+ (_____– 1) × _____= ________
- Semana 4 = 5 + 9 = _____+ (_____– 1) × _____= ________
- Semana 5 = 5 + 3 = _____+ (_____– 1) × _____= ________
- Semana 6 = _
- Semana 7 = _

6. Según los datos anteriores, ¿Cuál es el aporte que hará Fabricio en la semana 20?

____

7. ¿Es posible establecer una regla que permita calcular el aporte de Fabricio en cualquier semana? Justifica.

____
____
____

Una ***progresión*** (o sucesión) **aritmética**, también llamada lineal o de primer grado, es una agrupación ordenada de elementos que poseen una **diferencia** constante (***Razón***).

Para hallar un término más adelantado de la progresión, aplicamos la fórmula del **término general**: $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$
Donde a_n es el término general, a_1 es el primer termino y "d" es la **razón.**

Reflexionamos y comprobamos:

8. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

____
____

9. ¿En qué consiste hallar el término general de una progresión aritmética? Justifica con un ejemplo.

____
____

10. ¿Puedes elaborar un ejemplo de progresión aritmética? Calcula su término general.

____
____

Seguimos aprendiendo:

1. Sofía practica natación y tiene que entrenar todos los días durante tres semanas. El primer día entrena 15 minutos, y cada día aumenta su tiempo de entrenamiento en 5 minutos más que el del día anterior. ¿Cuánto tiempo entrenará el último día?

a) 85 min **b)** 95 min **c)** 105 min **d)** 115 min

2. En la urbanización Los Jazmines se instalaron tuberías para distribuir gas natural el 2009. Si sabemos que durante la instalación se hizo la primera revisión de las conexiones y que estas se llevan a cabo cada 3 años, ¿qué número de revisión se realizará en el año 2036?

a) 8 **b)** 9 **c)** 10 **d)** 11

3. En 1986, el cometa Halley, que se acerca a nuestro planeta cada 76 años, fue visto con claridad desde ciertos lugares de la Tierra. Era la cuarta vez que nos visitaba desde que el astrónomo Halley lo descubriera. ¿En qué año fue descubierto?

a) 2062 **b)** 1758

c) 1650 **d)** 1440



Fuente: https://goo.gl/agm26f

Situación

La secuencia de figuras mostrada abajo ha sido elaborada con palitos de dientes.
¿Cuántos palitos habrá en la figura 4?, ¿y en la figura 20?
¿Cuál es la regla de formación que permite calcular el número de palitos de cualquier figura?



Fig. 1 **Fig. 2** **Fig. 3** **Fig. 4**

Elaborado por Miguel Ángel Melo Albornoz

FICHA DE APLICACIÓN 7:
Identificamos cuántos trabajadores requiere una obra

Propósito:
Elaborar la formulación matemática y explica su interpretación. Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, o relaciones de equivalencia y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas (modelos) que incluyen ecuaciones lineales.

La compañía constructora "LIMA – PA S.A." viene haciendo la construcción de un conjunto habitacional. Sin embargo, a inicios de mes ha llegado un nuevo gerente de administración y desea tener información clara sobre la cantidad de los de trabajadores que hay en el rubro oficios. La información que le han proporcionado refiere que el número de electricistas es la tercera parte de los albañiles, la cantidad de carpinteros es la mitad de los albañiles. Se sabe que el sueldo diario de cada trabajador está en la tabla:

Personal u oficio	Albañil	Electricista	Carpintero
Sueldo diario	S/50.00	S/60.00	S/40.00

Si se sabe que el dinero depositado para pagar ese día fue S/. 2700.00, ¿cuántos albañiles trabajan en la compañía "LIMA-PA S.A."? ¿?

Comprendemos el problema:

1. ¿Qué tipo de actividad realiza la Compañía "LIMA-PA S.A."?

_ _

2. ¿Qué sucedió a inicios de mes?

_ _

3. ¿Qué información desea saber el nuevo gerente?

_ _

4. ¿Quiénes son los que trabajan en un oficio?

_ _

5. Existe alguna igualdad en la situación planteada, ¿cuál es?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

6. ¿Qué relación hay entre la cantidad de albañiles y electricistas?
   Exprésalo.

_ _

7. ¿Qué relación hay entre la cantidad de albañiles y carpinteros?
   Exprésalo

_ _

8. Considerando los aportes anteriores, organiza la información en la tabla:

Oficio	**N° total de trabajadores**	**Sueldo al día**	**Sueldo del total de trabajadores**
Albañil			
Carpintero			
Electricista			
Total de sueldo pagado en el día			

9. Organiza la información que brinda la tabla y exprésalo como una ecuación:

	+		+		=	

Desarrollamos las operaciones:

Reflexionamos y comprobamos:

10. ¿Cómo interpretas el resultado de estas operaciones? ¿a qué se refieren?

_ _
_ _
_ _

11. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

_ _
_ _
_ _

12. ¿Qué respuesta puedes dar al problema?

_ _

– –
– –

Seguimos aprendiendo:

13. Observa las siguientes figuras de balanzas:

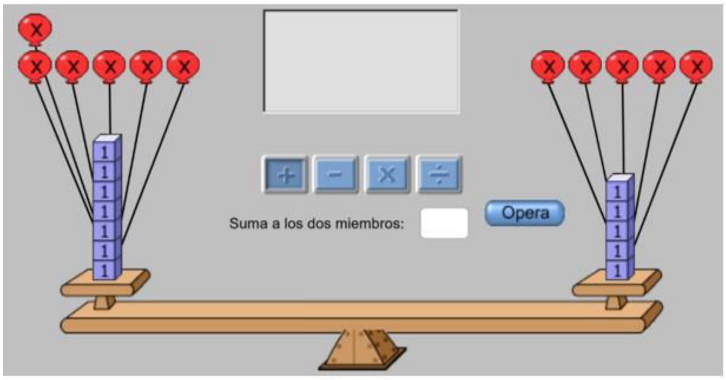


Figura 1

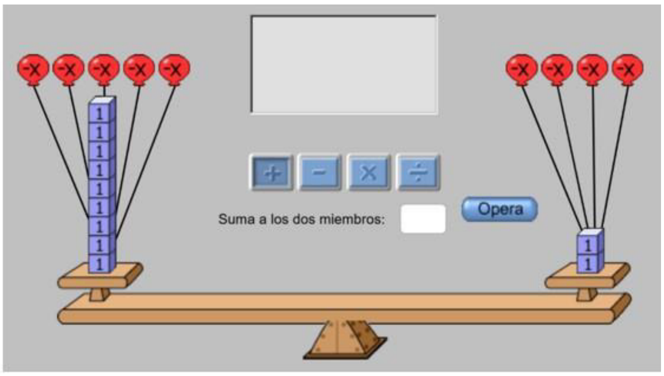


Figura 2

- Exprese en lenguaje matemático la información del **platillo 1** de la **figura 1**.

– –

- Exprese en lenguaje matemático la información del **platillo 2** de la **figura 1**.

– –

- Exprese la **equivalencia** de la figura 1 en términos matemáticos.

– –

- Exprese en lenguaje matemático la información del **platillo 1** y la información del **platillo 2,** de la **figura 2**. Exprese esta equivalencia en terminos matemáticos.

14. Considerando los ejemplos anteriores, complete la tabla con la información solicitada:

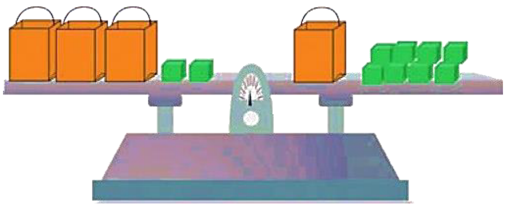
Lenguaje coloquial	Lenguaje matemático
Un número más tres	
El doble de un número, aumentado 5	
El triple de personas	
A excede a B	
La diferencia de A respecto a N	
El doble de un número, disminuido 5	
X veces un número	

El producto de A y B	
A agregado B es C	
El doble de un número da X	

FICHA DE APLICACIÓN 8:
Retos con la balanza

Propósito:
Selecciona y emplea estrategias heurísticas y procedimientos pertinentes a las condiciones del problema, como solucionar ecuaciones usando propiedades de la igualdad (uniformidad y cancelativa).

El profesor Ramírez presenta a sus estudiantes cubos y bolsas en una balanza equilibrada. Al verlos interesados en el tema, les da la siguiente indicación: “Todos los cubos tienen el mismo peso, las bolsas tienen un peso insignificante y cada una contiene la misma cantidad de cubos”. Finalmente, el docente los reta a calcular la cantidad de cubos que contiene cada bolsa.



¿Cuántos cubos hay en cada bolsa? Cada bolsa se cambia por una caja vacía de triplay de 15 gramos de peso y, sorprendentemente, la balanza se mantiene en equilibrio. ¿Cuánto pesa cada cubo?

Comprendemos el problema:

1. ¿Cuál es la incógnita en la primera pregunta de la situación inicial?

_ _

2. ¿Cuáles son los datos en la primera pregunta de la situación inicial?

_ _

3. ¿Cuál es la incógnita en la primera pregunta de la situación inicial?

_ _

4. ¿Cuáles son los datos en la primera pregunta de la situación inicial?

_ _

Nuestros procesos de resolución:

5. ¿Qué estrategia vas a desarrollar?
Explícala.

_ _
_ _
_ _
_ _

6. Desarrolla la estrategia elegida siguiendo estas pautas:

- Cada bolsa contiene____________ cubos.
- El número de cubos en el brazo izquierdo de la balanza lo podemos representar así:

_ _

- El número de cubos en el brazo derecho de la balanza lo podemos representar así:

_ _

- La condición de equilibrio la podemos plantear así:

_ _

7. Resuelve la condición planteada y responde la primera pregunta de la situación inicial.

8. Escribe el procedimiento que te permita responder la segunda pregunta de la situación inicial.

9. Responde la segunda pregunta de la situación inicial.

_ _

Reflexionamos y comprobamos:

10. ¿Puedes verificar el resultado de la primera pregunta de la situación inicial? Escribe tu demostración.

11. ¿Puedes verificar el resultado de la segunda pregunta de la situación inicial? Escribe tu demostración.

12. ¿Cómo interpretas el resultado de estas operaciones? ¿a qué se refieren?

13. Intercambias las respuestas con tus compañeros y elabora algunas conclusiones de tus aprendizajes:

Seguimos aprendiendo:

1. Héctor le dijo a Laura: “Piensa en un número, triplícalo, súmale 5 y multiplica el resultado por 10”. Laura dijo que obtuvo 320. ¿Qué ecuación tendría que plantear Héctor para hallar el número que pensó Laura?

a) $x.x.x + 5(10) = 320$ **b)** $3x + 5(10) = 320$ **c)** $(3x + 5)10 = 320$ **d)** $(x.x.x + 5)10 = 320$

2. Marcos tenía algunas galletas y decidió repartirlas entre sus amigos. Le dio la mitad a Fernando y luego les dio cuatro galletas a cada uno de sus tres hermanos. ¿Cuántas galletas tenía Marcos antes de repartirlas?

3. La señora Luisa planea construir un arenero rectangular para que jueguen sus hijos. Cuenta con 38 pies de madera para construir los lados. Si el largo del arenero es de 11 pies, ¿cuál es su ancho?

