

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

**FACULTAD DE INGENIERÍA GEOLÓGICA, MINERA,
METALÚRGICA Y GEOGRÁFICA**

E A P DE INGENIERÍA METALÚRGICA

**Caracterización y optimización de flotación a nivel
laboratorio del mineral de cobre de la minera
Candelaria**

TESIS

para optar el título profesional de Ingeniero Metalurgista

AUTORES

Pedro Hugo López Príncipe
Orlando Santos Ipanaqué Nizama

ASESORES

Daniel Lovera Dávila
Luís Magne Ortega

Lima – Perú

2008

Dedicatoria de Pedro:

Mi agradecimiento, primero que todo, al Dios Todopoderoso por generar el camino que ha permitido dar término a un gran desafío personal.

A mis queridos padres, Silverio y Francisca, a quienes debo lo que soy. Gracias por dedicar sus vidas a educarme, apoyarme y darme su profundo amor.

A una persona muy especial, mi tía Hilaria Príncipe, por su incondicional cariño, confianza y apoyo en el transcurso de mi vida.

A mis hermanas; Vilma y Olga, por su gran amor y apoyo desde siempre cuando las fuerzas declinaban y que sin su ayuda este desafío no habría dado sus frutos.

Dedicatoria de

Orlando:

Al Señor Jesucristo, mi Dios, por la sabiduría que me imparte cada día, guiándome con su Santo Espíritu.

A mis queridos padres: Tomas y Lubinda, hermanos: Nancy, Edith, Freddy, y a la memoria de mi querido abuelo, José Nizama Paico, por el apoyo incondicional brindado durante toda mi formación profesional.

A Silvana, mi amada esposa, y mis hijos: Edith, Cintia y Stephano por ser la fuente de inspiración y motivación inagotable para superarme profesionalmente cada día.



José Nizama Paico

AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer al profesor Daniel Lovera Dávila, Profesor de Metalurgia Extractiva de la E.A.P. de Ingeniería Metalúrgica de la FIGMMG - UNMSM, por las gestiones realizadas con el Departamento de Metalurgia de la Universidad de Santiago de Chile (USACH), para que el presente trabajo se lleve a cabo en sus instalaciones. Asimismo por su asesoramiento continuo hasta la culminación del presente trabajo.

Al Sr. Patricio Navarro, Director del departamento de Metalurgia de la USACH, nuestro agradecimiento por la aceptación del presente proyecto y motivación brindada a lo largo de su desarrollo.

Al profesor de Flotación de Minerales, Sr. Luis Magne, también nuestro especial agradecimiento por su participación como profesor guía, absolviendo las inquietudes habidas que sin su apoyo no se hubiera podido realizar el presente trabajo.

A la Srta. Claudia Velásquez por su apoyo en la organización del presente trabajo y recomendaciones para el correcto uso del laboratorio metalúrgico.

Al Sr. José Antonio Martínez Muñoz, estudiante de post – grado en procesamiento de minerales, por su compañía y contribución de su experiencia en flotación y temas afines durante todo el desarrollo del trabajo.

Finalmente a todo el personal de la USACH, profesores y empleados, por el cálido acogimiento y colaboración brindado a los autores.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	2
RESUMEN	3
INDICE GENERAL	5
ANEXOS	6
INDICE DE FIGURAS	7
INDICE DE TABLAS	8
CAPITULO I: INTRODUCCION	10
1.1 Caracterización del mineral	11
1.2 Descripción del problema	13
1.3 Alternativa de solución	13
1.4 Hipótesis	13
1.5 Objetivos	13
CAPITULO II: MARCO TEORICO	14
2.1 Introducción	14
2.2 Optimización de flotación mediante diseños factoriales	14
CAPITULO III: METODOLOGIA DEL TRABAJO	21
3.1 Preparación de muestras.	21
3.1.1 Chancado y zarandeo.	21
3.1.2 Homogenización y partición de la muestras.	22
3.2 Determinación de las curvas de cinética de molienda.	24
3.3 Pruebas de flotación de muestras.	26
3.3.1 Variables implicadas en la flotación de muestras	26
3.3.2 Prueba conjunta de molienda – flotación	31
CAPITULO IV: OPTIMIZACION DE FLOTACION POR DISEÑOS FACTORIALES	32
4.1 Estrategias de optimización de flotación	32
4.2 PRIMERA ETAPA: Determinación del modelo de primer orden mediante pruebas metalúrgicas aplicando Diseños Factoriales	

Fraccionados 2^{k-1} con adición de pruebas en el centro.	34
4.2.1 Adición de puntos centrales al diseño 2^{k-1} .	41
4.2.2 Análisis de varianza.	42
4.2.3 Modelo matemático de primer orden.	46
4.2.4 Evaluación del modelo matemático.	47
4.2.5 Decodificación del modelo a escala natural	49
4.2.6 Análisis de recuperaciones y leyes de cobre y hierro en el concentrado de cobre.	50
4.3 SEGUNDA ETAPA: Determinación de la región óptima mediante la técnica de pendiente ascendente.	55
4.3.1 Análisis de recuperaciones y leyes de cobre y hierro en el concentrado de cobre.	57
4.4 TERCERA ETAPA: Optimización final del proceso por medio de diseños rotatables (Diseño Hexagonal).	58
4.4.1 Evaluación del modelo matemático de segundo grado	64
4.4.2 Análisis de máximos y mínimos.	65
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	69
BIBLIOGRAFIA	71

ANEXOS

ANEXO I: Descripción resumida de la Minera Candelaria	74
ANEXO II: Tablas de balances metalúrgicos de pruebas experimentales	81
ANEXO III: Tablas de pruebas experimentales de optimización	91
ANEXO IV: Estimación del modelo matemático para el diseño hexagonal	95
ANEXO V: Tabla de análisis químicos	98
ANEXO VI: Distribución F niveles de significancia 1%, 3% y 5%	107

INDICE DE FIGURAS

Figura 1.1:	Imagen por microscopio de luz polarizada del mineral tratado	11
Figura 2.1:	Experimento de flotación de cobre	16
Figura 2.2:	Experimento de flotación de cobre	18
Figura 2.3:	Diseño hexagonal	19
Figura 2.4:	Superficie de respuesta del diseño hexagonal	20
Figura 3.1:	Preparación de muestras	22
Figura 3.2:	Obtención de cúmulos mediante paleo fraccionado	23
Figura 3.3:	Partidor de 10 recipientes giratorios y alimentador estacionario	23
Figura 3.4:	Molino de laboratorio experimental	24
Figura 3.5:	Curvas de cinética de molienda	26
Figura 3.6:	Curvas de cinética de flotación	28
Figura 3.7:	Maquina de flotación para laboratorio D-12	30
Figura 4.1:	Estrategias de optimización de flotación	32
Figura 4.2:	Diagrama de flujo del proceso de investigación	33
Figura 4.3:	Grafico de probabilidad normal de los efectos	39
Figura 4.4:	Grafico de efectos principales para la recuperación de cobre	40
Figura 4.5:	Grado de interacciones de dos variables principales para la recuperación de cobre	41
Figura 4.6:	Superficie respuesta estimada para la recuperación de cobre	41
Figura 4.7:	Recuperaciones de cobre y fierro en el concentrado de cobre	53
Figura 4.8:	Leyes de Cu y Fe en el concentrado de Cobre	53
Figura 4.9:	Efectos principales para ley de Cu en el concentrado	54
Figura 4.10:	Efectos principales para ley de Fe en el concentrado	54
Figura 4.11:	Recuperaciones de Cu y Fe en concentrado de Cu – 2da etapa	57
Figura 4.12:	Leyes de Cu y Fe en el concentrado de Cu – 2da etapa	58
Figura 4.13:	Grafico de efectos principales para la recuperación de cobre	63
Figura 4.14:	Grafico de interacción para la recuperación de cobre	63
Figura 4.15:	Superficie respuesta estimada	64
Figura 4.16:	Contorno de la superficie de la respuesta estimada	64
Figura 4.17:	Curvas de ecuaciones 2do grado representando un máximo	66
Figura 4.18:	Curvas de ecuaciones 2do grado representando silla de montar	67

INDICE DE TABLAS

Tabla N° 3.1: Distribución de tamaños de bolas en la carga de molino	25
Tabla N° 3.2: Porcentaje pasante acumulado para las pruebas de molienda	25
Tabla N° 3.3: Variables consideradas para las pruebas de cinética de flotación	27
Tabla N° 3.4: Datos de cinética de flotación	28
Tabla N° 3.5: Análisis químico de agua industrial utilizada	29
Tabla N° 3.6: Equivalencias del colector principal SF-323	29
Tabla N° 3.7: Equivalencias del colector secundario Hostafлот LIB-C	30
Tabla N° 3.8: Equivalencias del espumante MIBC	30
Tabla N° 4.1: Numero de efectos de un diseño factorial 2^6	34
Tabla N° 4.2: Variables consideradas para el diseño factorial 2^{k-1}	35
Tabla N° 4.3: Construcción del diseño factorial fraccionado 2^{6-1}	36
Tabla N° 4.4: Efectos de las variables principales e interacciones sobre la variable respuesta	37
Tabla N° 4.5: Estimaciones de los efectos ordenados en forma ascendente y la probabilidad acumulada P_k	38
Tabla N° 4.6: Respuestas con replicas en el punto central del diseño	42
Tabla N° 4.7: Suma de cuadrados de la curvatura	43
Tabla N° 4.8: Análisis de varianza de la primera etapa del experimento	45
Tabla N° 4.9: Análisis residuales	48
Tabla N° 4.10: Valores para los análisis residuales	48
Tabla N° 4.11: Parámetros de decodificación a escala natural	50
Tabla N° 4.12: Análisis de recuperaciones Cu y Fe en concentrado (1° etapa)	51
Tabla N° 4.13: Análisis de leyes de Cu y Fe en el concentrado (1° etapa)	52
Tabla N° 4.14: Parámetros de escalamiento en pendiente ascendente	56
Tabla N° 4.15: Resultados de escalamiento	56
Tabla N° 4.16: Análisis de recuperaciones Cu y Fe en concentrado (2° etapa)	57
Tabla N° 4.17: Análisis de leyes de Cu y Fe en el concentrado (2° etapa)	58
Tabla N° 4.18: valores considerados para el diseño factorial hexagonal	59
Tabla N° 4.19: Matriz codificada para el diseño hexagonal	60
Tabla N° 4.20: Parámetros de decodificación a escala natural	60
Tabla N° 4.21: Valores a escala natural del diseño hexagonal	60
Tabla N° 4.22: Resultados del diseño hexagonal	61

Tabla N° 4.23: Parámetros de decodificación a escala natural	62
Tabla N° 4.24: Análisis residuales del diseño hexagonal	65
Tabla N° 4.25: Análisis de varianza de los análisis residuales	65
Tabla N° 4.26: Resultados optimizados	68

RESUMEN

El presente trabajo fue desarrollado en las instalaciones del departamento de Metalurgia de la Universidad de Santiago de Chile entre los meses Septiembre 2000 a Febrero 2001.

El mineral extraído de la Minera Candelaria (tamaño 4") fue sometido a preparación mecánica para obtener muestras de 1000 gr. mediante ensayos sucesivos de chancado y zarandeo hasta obtener una granulometría 100 % - malla 10 Tyler.

Se realizó la caracterización mineralógica para analizar el grado de asociación del mineral de cobre y otros minerales con la ganga, la mayor parte de calcopirita se encuentra asociada con la ganga cuarcífera y no se aprecia encapsulamiento alguno; aquello facilitará su completa liberación en las etapas posteriores de conminución.

Se realizó curvas de moliendabilidad a través de pruebas sucesivas de molienda para controlar la granulometría del producto de la molienda a ser investigada en la flotación.

Además de la granulometría, el pH de la pulpa, los colectores (SF-323, y Hostafлот LIB-C), el espumante MIBC y la velocidad de agitación son las variables de flotación a investigar.

El principal objetivo del presente estudio es la obtención de la recuperación óptima de cobre en flotación a nivel de laboratorio; el cual fue llevado a cabo mediante el empleo de los diseños experimentales. El estudio fue realizado en 3 fases.

En la primera fase, mediante diseños factoriales fraccionados 2^{k-1} ($k = 6$) se obtuvo la ecuación a escala natural de primer orden:

$$Y_{est} = 76.889 + 0.342Z_2 - 0.0177Z_6$$

Donde la recuperación de cobre (Y_{est}) está en función de las dos variables más influyentes, como son el grado de molienda (% pasante a malla 100 Tyler), Z_2 y la

velocidad de agitación de la pulpa en rpm, Z_6 . Aquello fue el resultado de una evaluación de seis variables indicadas para la investigación.

En la segunda fase se determinó las regiones óptimas mediante la técnica de pendiente del máximo ascendente. En esta fase se obtuvo 91.64 % como la recuperación máxima de cobre con una granulometría de 94.48 % - malla 100 Tyler (Z_2) y 900 rpm de agitación (Z_6).

En la tercera fase se realizó la optimización final del proceso mediante un diseño rotatable hexagonal. Dado que por debajo de 900 rpm de velocidad de agitación fue imposible la formación de espumas necesarias para la flotación, se tomó como centro del diseño final agitación de 925 rpm y granulometría de 92 % -malla 100 Tyler, puesto que según los resultados de la etapa anterior la máxima recuperación de cobre estaría alrededor de estos rangos. Realizado los análisis de esta fase se observó que la máxima recuperación de cobre fue 92.57 %, con granulometría de 94% - malla 100 Tyler (Z_2), y agitación de 915 rpm (z_6). Esta recuperación es significativamente mayor al de la planta concentradora que reporta 87 %.

El modelo matemático a escala natural de la optimización final obtenido es:

$$Y_{est} = 1945.95 - 50.676Z_2 + 1.0646Z_6 + 0.132Z_2^2 - 0.002Z_6^2 + 0.029Z_2Z_6$$

Donde Z_2 y Z_6 son las mismas variables consideradas en la segunda etapa.

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

La flotación es un proceso de concentración de minerales que permite la recuperación de las especies mineralógicas valiosas a partir de minerales complejos y de baja ley. Por lo cual, la flotación es ampliamente usado para la recuperación de minerales.

Cuando la ley es demasiada baja, como consecuencia del agotamiento de las reservas minerales en los yacimientos, los ingenieros de procesamiento de minerales se ven enfrentados con diversos tipos de problemas técnico – económicos; tales como incremento de impurezas en el proceso y disminución de leyes de sustancias valiosas, que demanda operaciones con mayor tonelaje para que el proceso sea rentable.

Por consiguiente, la tendencia mundial en la industria de procesamiento de minerales, como en otras industrias, es optimizar todos los procesos involucrados. El sistema de flotación de minerales se compone básicamente del equipo, los reactivos químicos y operaciones. Por lo tanto, en cada una de ellas se debe llevar a cabo las optimizaciones empleando metodologías y técnicas apropiadas.

La optimización de flotación consiste en cuantificar el rendimiento del proceso de flotación mediante el empleo de un modelo adecuado que relacione la recuperación y/o ley de la especie mineral valiosa con las variables controlables del proceso.

En el proceso de flotación, cada variable considerada carece de independencia frente a las demás variables; esto es, debido a las interacciones existentes entre las mismas. Por lo tanto, el problema principal radica en realizar una buena estrategia en el planteamiento de pruebas experimentales que permita identificar las interacciones entre las variables.

Debido al elevado costo que demanda los ensayos de los componentes de flotación, es de suma importancia la determinación de resultados fehacientes con mínima cantidad de pruebas experimentales.

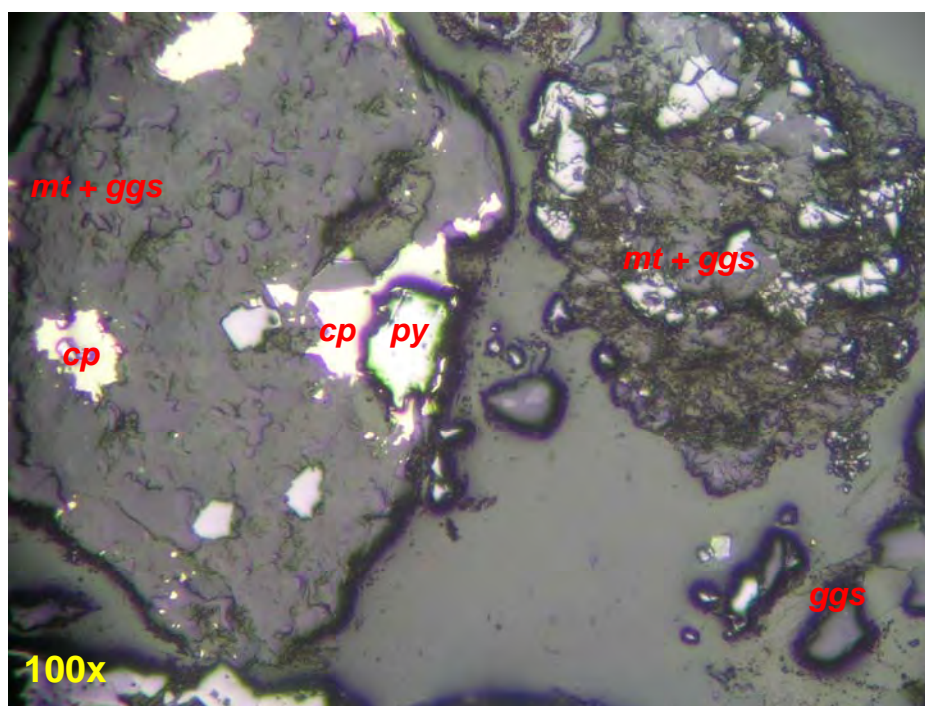
Desde hace 30 años los diseños factoriales han sido incluidos en las investigaciones del proceso de flotación y han demostrado ser eficientes para la evaluación de las respuestas objetivo en función a las variables controlables implicadas en la flotación.

Los diseños factoriales son las técnicas que mejor encajan a las pruebas de flotación a nivel de laboratorio, ya que éstas permiten una evaluación simultánea de todas las variables incluyendo las interacciones entre ellas.

1.1 CARACTERIZACION DEL MINERAL

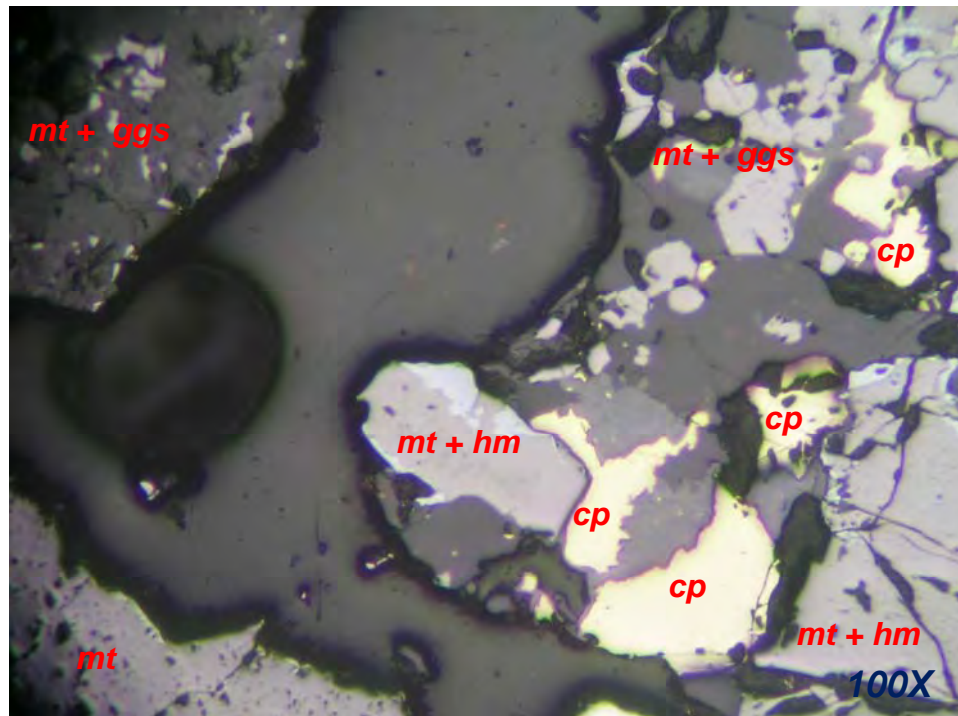
En la presente investigación, se trabajó con el mineral de la Compañía Minera Candelaria ubicada a 20 Km hacia el sur de Copiapó – Chile, que contiene sulfuros de cobre, principalmente calcopirita (FeCuS_2), trazas de pirita (FeS_2), magnetita (Fe_3O_4), hematita (Fe_2O_3) y minerales cuarcíferos como ganga (Figura 1.1).

El contenido promedio de cobre en la cabeza es de 0.848 % mientras que el contenido de hierro es de 38.4 %.



(a)

Figura 1.1: Imagen por microscopio de luz polarizada del mineral tratado



(b)

La nomenclatura empleada para la identificación de las especies mineralógicas es:

mt = magnetita

hm = hematita

cp = calcopirita

py = pirita

ggs = ganga

Las imágenes de la Figura 1.1 fueron tomadas en un microscopio de luz polarizada y corresponden a la muestra de cabeza de granulometría 100% - malla 10 TYLER. La mayor parte de calcopirita se encuentra asociada con la ganga cuarcífera y no se aprecia encapsulamiento alguno; aquello facilitará su completa liberación en las etapas posteriores de conminución. Se puede observar que la magnetita y la hematita se encuentran asociadas mientras que la pirita se encuentra, al igual que la calcopirita, solamente asociada con la ganga cuarcífera.

1.2 DESCRIPCION DEL PROBLEMA

En flotación de minerales, la recuperación metálica representa una de las principales variables, sujeta a constantes variaciones debido a innumerables factores ya sea controlable, no controlable ó desconocida que intervienen en este proceso; las cuales deberían ser identificadas y optimizadas en lo posible (variables controlables) para minimizar los costos y/o maximizar los beneficios; En el presente caso el problema es la baja recuperación 87 % que se logra en la planta, por ello se requiere encontrar los niveles óptimos de las variables ligadas a la recuperación.

1.3 ALTERNATIVA DE SOLUCION

Los factores que intervienen en el proceso de flotación, si bien es cierto que no pueden ser controlados totalmente, los que son más influyentes pueden ser optimizados mediante la ayuda de diseños experimentales o alguna otra técnica apropiada que encamine satisfactoriamente al nivel óptimo la variable objetivo.

1.4 HIPOTESIS

La recuperación de cobre a nivel de laboratorio será incrementada mediante la optimización de las variables (pH, grado de agitación, granulometría, dosificación de reactivos) por la técnica de diseños factoriales, y diseño rotatable.

1.5 OBJETIVOS

- 1 Optimizar la recuperación de cobre a nivel laboratorio mediante la técnica de diseños experimentales del mineral sulfurado proveniente de la Compañía Minera Candelaria - Chile.
- 2 Determinar un modelo matemático de la Recuperación de Cobre en función de las variables más influyentes en el proceso.
- 3 Diagnosticar la interrelación existente entre el cobre y fierro con respecto a leyes y recuperaciones de cobre en el concentrado de cobre.

CAPITULO II

MARCO TEORICO

2.1 INTRODUCCION

En la actualidad la flotación es el método más utilizado en la concentración de minerales; se le utiliza para procesar casi todos los minerales sulfurosos y se aplica extensamente para los minerales no sulfurosos, los minerales industriales y el carbón mineral.

La flotación puede aplicarse a minerales de baja ley y a minerales que requieren molienda fina para lograr la liberación. Como se trata de un proceso relativamente selectivo, una aplicación importante está en la separación y concentración de minerales valiosos contenidos en minerales complejos, como por ejemplo, en sulfuros complejos que contienen cobre, plomo y zinc.⁷

Para propósitos de optimización del proceso de flotación se llevan a cabo pruebas en laboratorio. La mayoría de las pruebas se efectúan en celdas de flotación semi – batch, las cuales aceptan entre 500 y 2000 g de mineral. El procedimiento de preparación de muestras para estudios de flotación de laboratorio, a partir de un mineral de alimentación a la planta de conminución, requiere de una etapa de reducción de tamaño de éste, hasta lograr que toda la muestra se encuentre bajo la malla N° 10 Tyler (1700 µm). Luego las muestras “preparadas” son sometidas a pruebas de molienda permitiéndoles el tiempo necesario para la reducción de tamaño requerida de acuerdo al plan experimental de flotación. Los procedimientos de preparación de muestras y de molienda son detallados en el capítulo III.

2.2 OPTIMIZACION DE FLOTACION MEDIANTE DISEÑOS FACTORIALES

El propósito de este apartado no es tratar el tema de diseños factoriales en detalle, sino de brindar una visión general del tema ya que las dilucidaciones y fórmulas matemáticas y estadísticas requeridas para el presente estudio son detalladas en el capítulo IV.

El proceso de flotación ha sido usado e investigado extensivamente por más de 100 años; sin embargo, algunos aspectos todavía permanecen en gran misterio. Mientras que la mayoría de las investigaciones en el pasado se han enfocado en estudios de modelos fenomenológicos y empíricos propios de flotación, recién en los últimos 30 años se ha realzado la importancia de los diseños experimentales en el proceso de flotación.

Este estudio enfoca la optimización de la recuperación de cobre a nivel de laboratorio mediante diseños experimentales del mineral de la minera Candelaria - Chile.

Para realizar un diseño factorial, el investigador selecciona un número fijo de “niveles” para cada una de un conjunto de variables (factores) y luego hace experimentos con todas las combinaciones posibles. Si hay l_1 niveles para la primera variable, l_2 para la segunda, ..., y l_k para la k -ésima, el conjunto de todas las $l_1 \times l_2 \times \dots \times l_k$ condiciones experimentales se llama diseño factorial $l_1 \times l_2 \times \dots \times l_k$. Por ejemplo, un diseño factorial $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ comprende 8 experimentos elementales.

Los diseños factoriales en los que cada variable ocurre únicamente a dos niveles son importantes por varias razones:

- Requieren relativamente pocos experimentos elementales por cada factor, y a pesar de que no permiten explorar exhaustivamente una amplia región del espacio de los factores, pueden indicar tendencias y así determinar una dirección prometedora para futuros experimentos.
- Estos diseños son frecuentemente de gran utilidad en los primeros momentos de una investigación, donde suele ser aconsejable estudiar en un primer intento un gran número de variables superficialmente en lugar de estudiar intensamente un pequeño número (que puede o no incluir las variables importantes).

La interpretación de las observaciones producidas por estos diseños se puede realizar en gran parte a base de sentido común y aritmética elemental.

Se comprende por diseño experimental, entonces, como la realización de una serie de experimentos previamente diseñados en el que se varían los valores de las variables de entrada de un proceso y se miden los valores de la respuesta de salida.

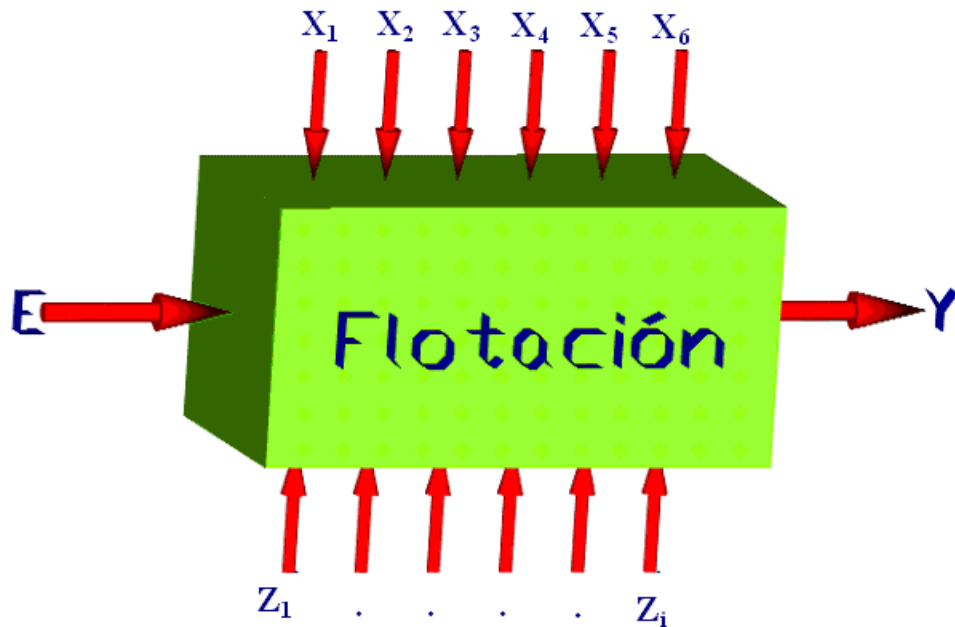


Figura 2.1: Experimento de flotación de cobre

Si suponemos que en la Figura 2.1 se tiene un proceso de flotación de un mineral de cobre donde E (entrada) es el mineral preparado para el proceso de flotación; X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 y X_6 son las variables con que se va a trabajar en el diseño de experimentos, que pueden ser como en el caso actual:

- X_1 : pH de la pulpa
- X_2 : % Granulometría (- malla Tyler 100)
- X_3 : SF - 323 (gr/TM de mineral)
- X_4 : Hostafлот LIB-C (gr/TM mineral)
- X_5 : MIBC (gr/TM de mineral)
- X_6 : Grado de agitación (rpm)

$Z_1 \dots Z_i$: Son los factores no controlables que no se consideran como variables para el experimento.

Y: Es la respuesta de salida que se desea estudiar - recuperación de cobre.

En resumen, intentaremos conocer la variación de la recuperación de cobre en función a las variables X_1 , X_2 , X_3 , X_4 , X_5 y X_6 .

El diseño experimental es utilizado ampliamente para la mejora de rendimiento de los procesos industriales, como para el desarrollo de nuevos procesos obteniendo ahorros en tiempo y costos. Aporta además al conocimiento profundo de los procesos, generando herramientas eficaces de manejo de los mismos.

Para tener un programa de diseño de experimentos, es necesario previamente comprender el problema que se desea estudiar, elegir las variables más apropiadas y sus niveles de uso, elegir la o las salidas de respuesta a evaluar, el modelo de diseño experimental a utilizar, realizar el experimento, analizar los datos y obtener las conclusiones correspondientes.

Respecto a las variables a utilizar durante el experimento, juegan un papel de gran importancia la experiencia previa del experimentador así como su nivel de conocimientos tecnológicos específicos. La elección inapropiada de los niveles de las variables se traduce en la obtención de respuestas fuera de los rangos esperados. Por ejemplo, la elección de niveles inapropiados del colector SF-323 en flotación de un mineral de cobre dará resultados de recuperación muy por debajo del rango esperado.

Existen una gran variedad de modelos de diseño experimental a utilizar, desarrollados en base al uso de las técnicas estadísticas y su aplicación de cálculos en forma manual o histórica como se puede observar en la siguiente lista:

- ◆ Diseño factorial 2^k
- ◆ Diseño factorial fraccionado 2^{k-p}
- ◆ Diseño factorial con réplica en el punto central del diseño
- ◆ Método de pendientes ascendentes o descendentes
- ◆ Diseño rotatable hexagonal

El diseño factorial 2^k y el diseño factorial fraccionado 2^{k-p} asumen que las variables respuesta son lineales en relación a las variables de entrada. Esto significa que se

supone que las variables respuesta no tienen curvatura con respecto a las variables de entrada y pueden ser representadas por ecuaciones de primer grado. En un caso particular en donde resultan sólo 2 variables significativas A y B, la gráfica con respecto a la variable respuesta (Y) será un plano tal como se muestra en la Figura 2.2

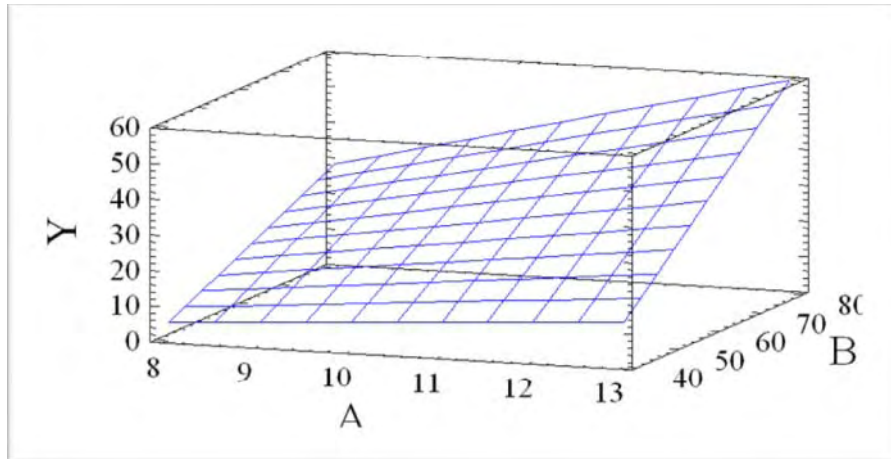


Figura 2.2: Experimento de flotación de cobre

Los diseños factoriales 2^k son útiles para realizar estudios preliminares con varios factores, y para identificar las variables más influyentes en el proceso conjuntamente con sus interacciones. Sin embargo, el número de pruebas experimentales aumenta geométricamente con el número de factores en estudio.

Los diseños factoriales fraccionados 2^{k-p} usan sólo la mitad (cuando $p = 1$), la cuarta parte ó incluso una fracción menor de las 2^k combinaciones de tratamientos y se usan cuando el número de tratamientos necesarios excede a los recursos disponibles, sólo se requiere información sobre los efectos principales y las interacciones de bajo orden, se necesitan estudios exploratorios para muchos factores y cuando se hace la suposición de que sólo unos cuantos efectos son importantes.

El Diseño factorial con réplica en el punto central del diseño consiste en la adición de puntos centrales al diseño 2^k ó 2^{k-1} para dar una estimación del efecto de la curvatura. Esto se aplica cuando no es cierta la suposición que la relación entre las variables de entrada y la variable respuesta es representada por un modelo matemático lineal. Cuando el diseño experimental está conformada de una sola réplica la adición de puntos centrales también sirven para estimar el error experimental.

El método de pendientes ascendentes o descendentes es un procedimiento para direccionar los puntos de la gráfica de variable dependiente vs variable (s) de entrada de manera secuencial a lo largo de una ruta de ascenso con respecto al modelo de primer orden determinado en la primera etapa (diseño factorial fraccionado 2^{k-p}), esto es en la dirección donde el crecimiento de la variable respuesta es máximo. Por otro lado, si se desea minimizar, entonces se habla de un método descendente. La dirección de máximo ascenso es aquella en la que la variable respuesta crece con la máxima rapidez. Los experimentos se efectúan a lo largo de la ruta de ascenso hasta que no se observe ningún incremento en la respuesta (ó disminución en caso del pendiente descendente). Se habrá encontrado entonces una región que contenga la respuesta con un valor óptimo para esta etapa. En torno al valor encontrado se aplicará un diseño hexagonal para encontrar el valor óptimo final de la variable respuesta.

El Diseño rotatable hexagonal es muy útil para estimar modelos de segundo orden. Consiste en realizar pruebas experimentales en seis puntos que son los vértices de un hexágono regular circunscrito en una circunferencia de radio uno a escala codificada, tal como se muestra en la Figura 2.3, más los puntos necesarios en el centro para estimar el error experimental.

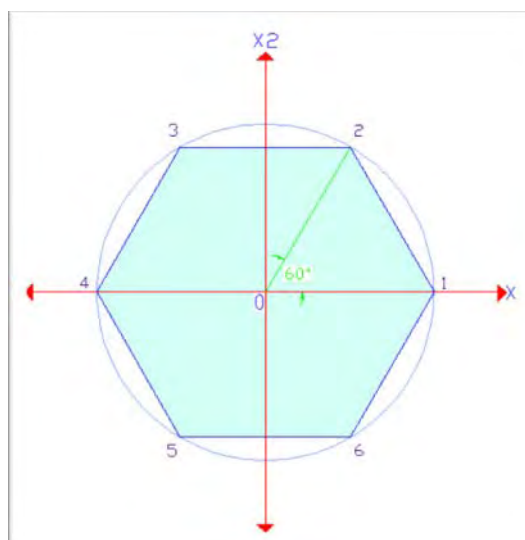


Figura 2.3: Diseño hexagonal

Cuando existe un máximo la forma de la ecuación cuadrática será como el de la Figura 2.4. En el capítulo IV se explora otras formas del modelo en donde no existe ni máximo ni mínimo.

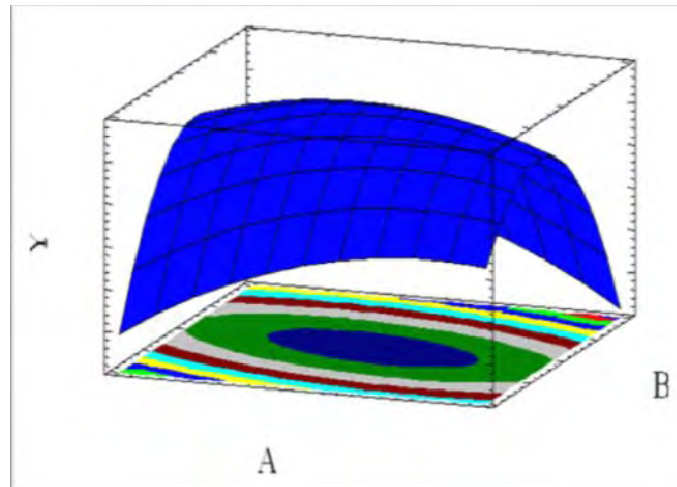


Figura 2.4: Superficie de repuesta del diseño hexagonal

CAPITULO III

METODOLOGIA DEL TRABAJO

Para el cumplimiento de los objetivos trazados se debe realizar un plan de trabajo que involucre la preparación de muestras que consiste en la reducción de tamaño, homogenización y partición de muestras, determinación de las curvas de cinética de molienda y pruebas de flotación. Para la etapa de preparación de muestras se emplearon un total de 70 Kg de muestra.

3.1 PREPARACIÓN DE MUESTRAS

La preparación de muestras consta de dos bloques, el primero de chancado y zarandeo y el segundo de homogenización y partición de muestras.

3.1.1 CHANCADO Y ZARANDEO

Mediante etapas sucesivas de chancado y zarandeo (clasificación) con un tamiz de malla Tyler 10 (1.68 mm de abertura) se redujo el tamaño del mineral procedente de la mina desde 4" de tamaño hasta 100 % - malla 10 Tyler.

Se empleó dos chancadoras: una de quijada (primaria) con abertura de descarga "set" de ½" y otra de rodillos (secundaria) con abertura de descarga de 1.5 mm. El producto de cada chancadora fue sometido a tamizaje con una zaranda de malla 10 Tyler de 30 cm x 30 cm.

Los finos de la chancadora de quijada fueron parte del producto final; mientras que los gruesos fueron alimentados a la chancadora de rodillos. El bajo tamaño de la malla del producto de la segunda chancadora conjuntamente con los finos de la chancadora de quijada fueron unidos para conformar el producto final, mientras que los gruesos se juntaron con los gruesos de la chancadora de quijada para que nuevamente sean alimentados a la segunda chancadora. El esquema de preparación de muestras se aprecia en la figura 3.1

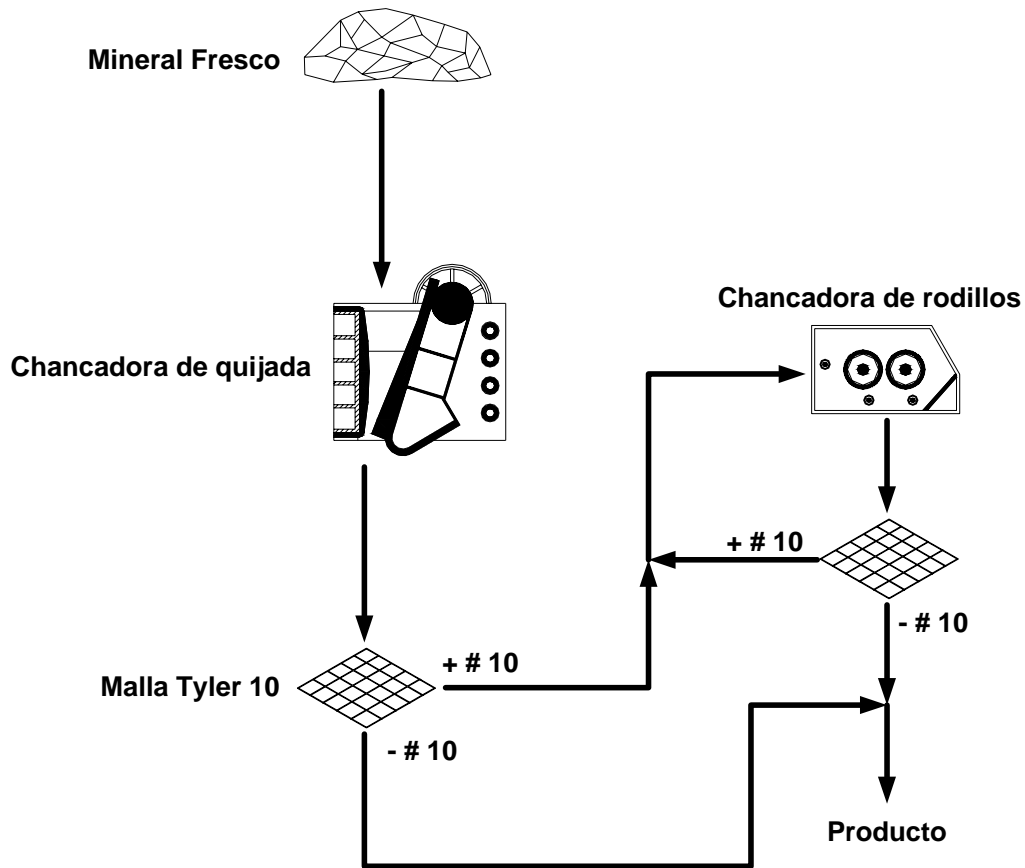


Figura 3.1 Preparación de muestras

3.1.2 HOMOGENIZACIÓN Y PARTICIÓN DE MUESTRAS

Una vez reducida de tamaño, los 70 Kg de la muestra total fueron sometidos a homogenización mediante paleo manual; luego se obtuvo 6 cúmulos de igual volumen en forma radial mediante paleo fraccionado verdadero y posteriormente cada uno de estos cúmulos fueron sometidos a una partición mecánica mediante divisores sectoriales para obtener submuestras de 1000 gr aproximadamente cada una.

Muestreo por paleo fraccionado, consiste en extraer porciones del total de la muestra mediante una pala y depositar en la parte superior de los cúmulos (ubicados a su alrededor). En el presente trabajo se eligió 6 cúmulos. Cuando fue distribuido el total de la muestra se obtuvo 6 cúmulos de igual volumen⁹. La Figura 3.2 muestra las fracciones obtenidas por el paleo fraccionado.

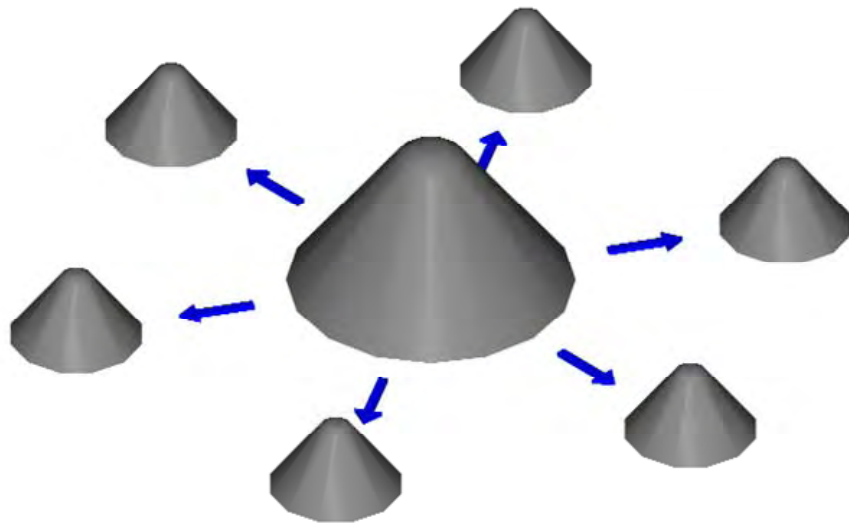


Figura 3.2 Obtención de cúmulos mediante paleo fraccionado

Partición mecánica mediante divisores sectoriales, mediante el empleo del partidor de 10 recipientes giratorios y alimentador estacionario se obtuvo muestras de aproximadamente 1000 gr cada una, desde la muestra total. La Figura 3.3 muestra un partidor con 10 recipientes giratorios y un alimentador estacionario.

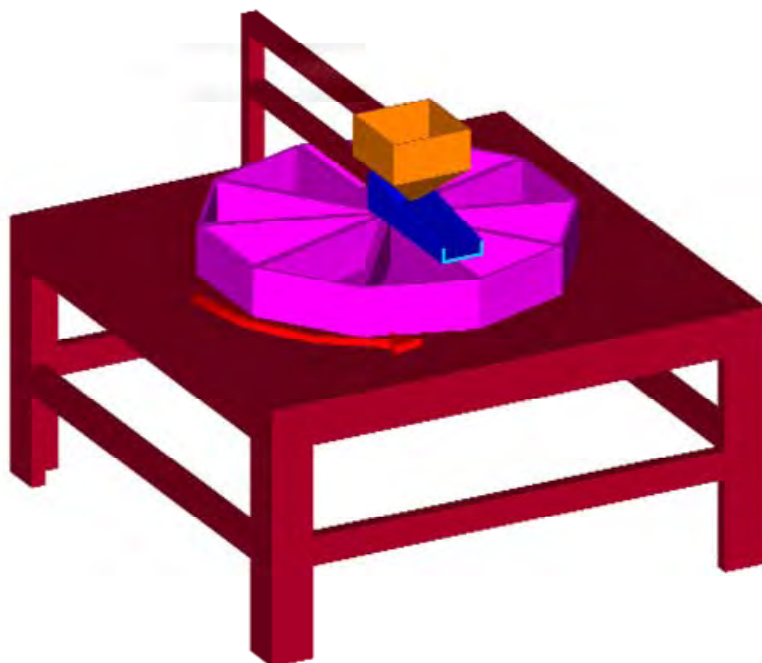


Figura 3.3 Partidor de 10 recipientes giratorios y alimentador estacionario

3.2 DETERMINACIÓN DE LAS CURVAS DE CINÉTICA DE MOLIENDA

Se realizó diversas pruebas de molienda para determinar las curvas de cinética de molienda. Estas curvas permiten estimar los tiempos a los que deben estar sometidas las partículas dentro del molino para alcanzar una granulometría requerida. La Figura 3.4 muestra el molino utilizado durante el experimento.

Se empleó un molino de $5\ 130\ \text{cm}^3$ ($17.0\ \text{cm}\ \varnothing$, $22.6\ \text{cm}$), estándar para el laboratorio experimental, cuya carga de bolas fue determinada mediante la siguiente fórmula de masa de bolas:

$$M_{\text{bolas}} = JxV_{\text{molino}}x(1 - \varepsilon)x\delta_b \quad (3.1)$$

Donde

- M_{bolas} = Masa de bolas
- J = Fracción de llenado del molino
- V_{molino} = Volumen del molino
- ε = Porosidad del lecho y
- δ_b = Densidad de bolas

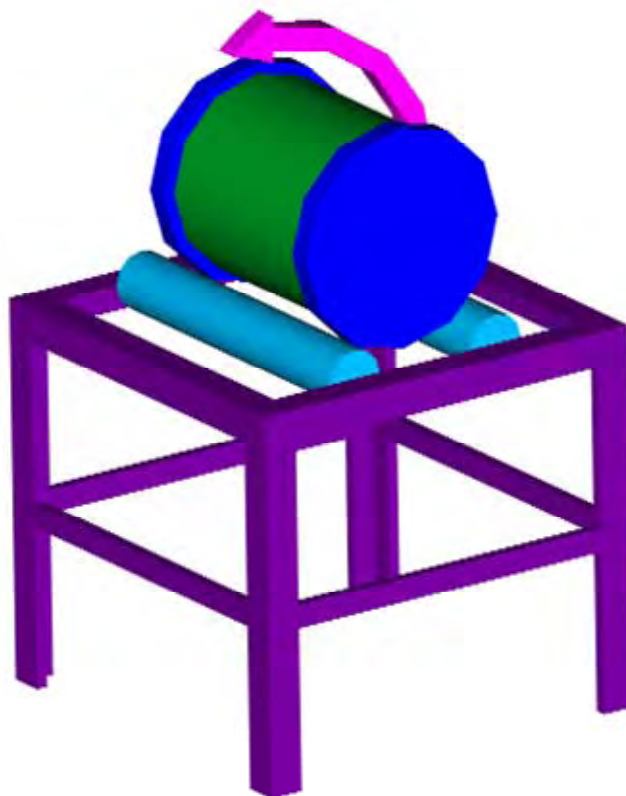


Figura 3.4 Molino de laboratorio experimental

Considerando $J = 0.4$, $V_{\text{molino}} = 5\,130\text{ cm}^3$, $\varepsilon = 0.4$, y $\delta_b = 7.85\text{ gr/cm}^3$ en la ecuación 3.1. La masa de las bolas resulta en 9664.92 gramos (peso teórico) distribuidos de acuerdo a la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Distribución de tamaños de bolas en la carga del molino

N° BOLAS	DIÁMETRO (pulgadas)	PESO TOTAL (gramos)	% BOLAS
8	1½"	1 966.10	20
69	1"	4 893.60	50
69	¾"	2 962.90	30
146	-	9 822.60	100

Las muestras provenientes del partidor de recipientes giratorios (1000 gr aproximadamente) fueron diluidas hasta 65 % de sólidos para moler a 77.5 rpm (70 % velocidad crítica). Los tiempos de molienda empleados para la serie de pruebas fueron 5, 10, 15 y 20 minutos.

Se ensayó el análisis granulométrico, empleando mallas Tyler 65, 100, 150, 200 y 270 con los productos de molienda y la muestra inicial, para determinar el porcentaje pasante acumulado que se muestra en la Tabla 3.2 y las curvas de cinética de molienda son mostrados en la Figura 3.5

Tabla 3.2: Porcentaje pasante acumulado para las pruebas de molienda.

	Malla Tyler	65	100	150	200	270
Tiempo (minutos)	0	35,86	30,83	26,53	21,81	18,68
	5	68,15	58,32	49,8	41,12	34,22
	10	88,84	78,18	66,94	55,11	42,24
	15	97,24	90,97	80,73	67,26	53,35
	20	99,33	96,55	89,32	76,85	64,84

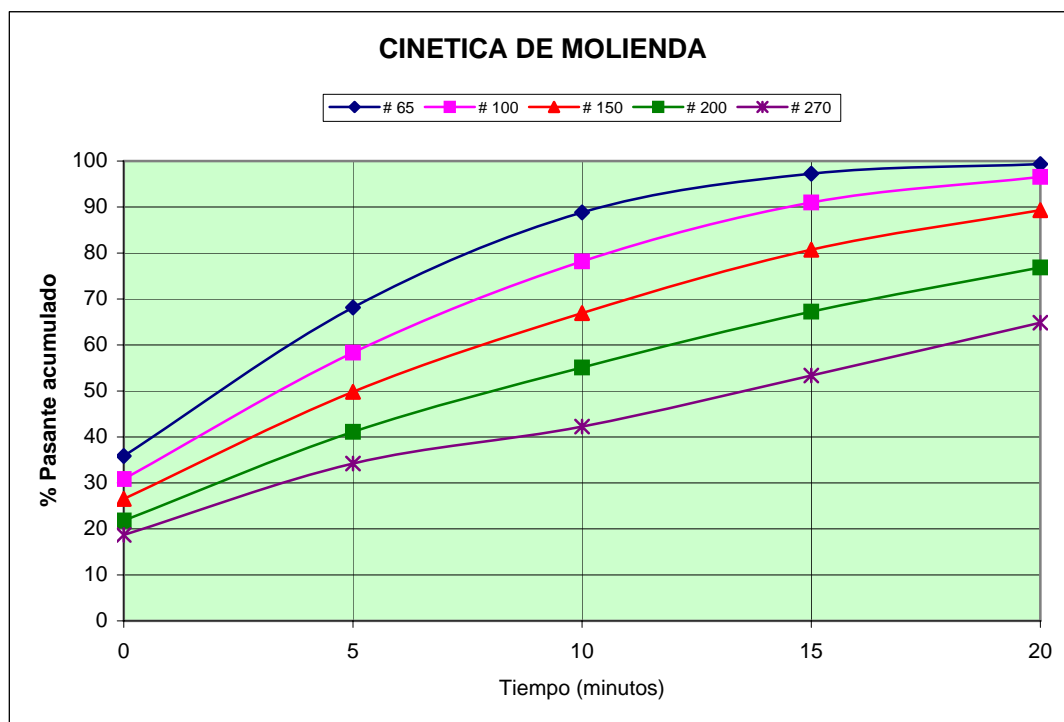


Figura 3.5: Curvas de cinética de molienda

3.3 PRUEBAS DE FLOTACIÓN DE MUESTRAS

Las muestras obtenidas en la etapa de preparación fueron sometidas a molienda y flotación modificando los valores de los factores utilizados de acuerdo a la plantilla de diseños experimentales establecidos para la presente investigación.

3.3.1 VARIABLES IMPLICADAS EN LA FLOTACIÓN DE MUESTRAS

Tiempo de flotación

Cuando se realiza una prueba de flotación a nivel de laboratorio (semi – batch) y se retira concentrados parciales a distintos tiempos de flotación, se notará que tanto la calidad y cantidad del concentrado cambian con el tiempo. Un cálculo de la recuperación acumulativa indicará que ésta crece rápidamente en los primeros minutos de flotación y que después la curva se hace asintótica con el tiempo sin alcanzar una recuperación completa.

Cinética de flotación por García – Zúñiga. García – Zúñiga hace una analogía algebraica con las ecuaciones de reacción de cinética química de primer orden,

destacando el hecho que en la flotación la recuperación de especie valiosa es una función exponencial del tiempo:

$$R = R_{\infty} (1 - e^{-k.t}) \quad (3.2)$$

Donde:

- R : Recuperación acumulativa a tiempo t
- R_{∞} : Recuperación de equilibrio a tiempo prolongado
- k : Constante de velocidad de primer orden (min^{-1})
- t : Tiempo de flotación acumulada (min)

Cinética de flotación por Klimpel. Es la otra ecuación de primer orden bastante utilizado en la flotación:

$$R = R_{\infty} [1 - (1/k.t)\{1 - \exp(-k.t)\}] \quad (3.3)$$

Los términos incluidos en esta ecuación son los mismos a los términos incluidos en García – Zúñiga.

Luego de analizar la curva de cinética de flotación (Figura 3.6), el tiempo estimado para todas las pruebas experimentales fue de 9 minutos. La curva fue obtenida luego de realizar pruebas de flotación para 3 tiempos: 2, 5 y 9 minutos. Las pruebas fueron desarrolladas bajo las condiciones indicadas en la Tabla 3.3 (estas condiciones son los que se emplean a nivel de planta). Más allá de nueve minutos de tiempo de flotación no se obtuvo más concentrado. Por esta razón, y por la apreciable ley obtenida en los 3 últimos minutos (Tabla 3.4) se tomó 9 minutos como tiempo de flotación óptima para las pruebas experimentales. Se empleó 912.35 gr de muestra con una ley de 0.85 % de cobre.

Tabla 3.3: Variables consideradas para las pruebas de cinética de flotación

FACTORES	Valor
A: pH de la pulpa	10.5
B: % Granulometría (- # Tyler_100)	85
C: SF - 323 (gr/TM de mineral)	7.1
D: Hostafлот LIB-C (gr/TM mineral)	6.5
E: MIBC (gr/TM de mineral)	7.2
F: Grado de agitación (rpm.)	1000

Tabla 3.4: Datos de cinética de flotación

Producto	Peso (grs)	Ley parcial (%)	Peso Cu (gr)	Recuperación de cobre (%)		
				Experimental	García-Zuñiga	Kimpel
Conc. 2'	31.10	19.80	6.16	79.59	79.53	80.91
Conc. 5'	3.95	16.80	0.66	88.17	88.67	85.76
Conc. 9'	0.60	8.93	0.05	88.86	89.00	87.20
Relave	876.70	0.06	0.53			

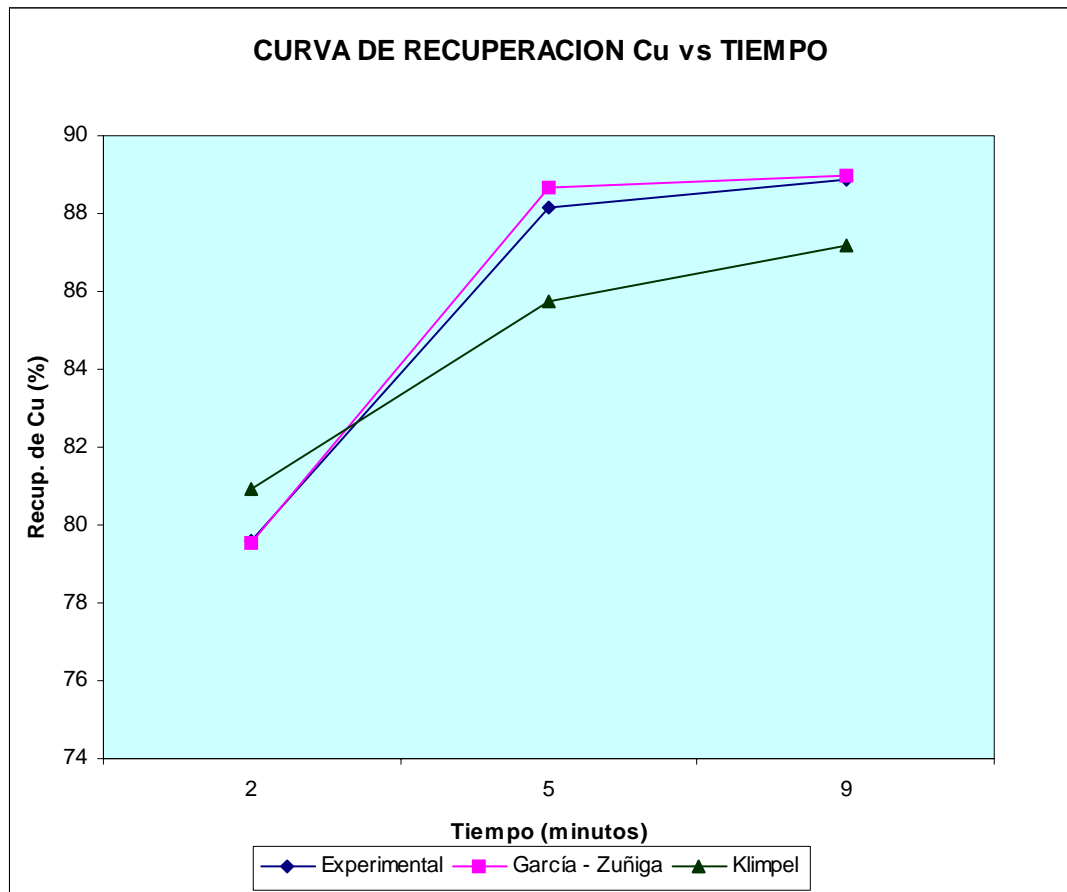


Figura 3.6: Curvas de cinética de Flotación

Granulometría

Para cada ensayo se empleó 1000 gr de muestra aproximadamente con granulometría 100 % - malla 10 Tyler, provenientes del partidor de recipientes giratorios.

Agua de dilución

Para diluir la pulpa se utilizó agua de grifo USACH, el análisis químico del agua utilizada se muestra en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Análisis químico de agua industrial utilizada

PARAMETRO	VALOR
Conductividad	308 ms/cm
PH	7.38
Turbidez	1.02 NTU
O ₂	5.3 ppm
Dureza total	268 ppm CaCO ₃
Dureza cálcica	120 ppm CaCO ₃
Alcalinidad total	150 ppm CaCO ₃
Sulfatos	38 ppm SO ₄
Cloruros	25 ppm Cl ⁻
Fe	< 0.1
Zn	< 0.1
Ag	< 0.1
Pb	< 0.1
Cu	< 0.1

Reactivos utilizados

1. **Colector Principal SF-323:** Colector oleaginoso no soluble en agua los cuales deben ser alimentados directamente al circuito de molienda, son excelentes colectores de sulfuros de cobre y Zinc cuando son usados en circuitos alcalinos. Selectivo contra la pirita. Este colector debe ser usado cuando sea requerida una máxima recuperación metálica. Ver Tabla 3.6

Tabla 3.6: Equivalencias del Colector principal SF-323

TIPO	FABRICADO POR	NOMBRE COMERCIAL	APLICACION	COMPLEMENTO
[R - O - (C=S) - NH - R'] Ethyl Isopropyl Thionocabamates (CH ₃) ₂ CHO(C=S)NHCH ₂ CH ₃)	Shellflot	SF - 323	Calcopirita	AP - 404
	Dow Chemical	Z - 200		
	Minerec Corp.	M-1661, 2030	Chalcocita	Z-11
	Kerley Chem.	KI - 200		
	Hoeschst	X - 23	Esfalerita	ninguno
	Am. Cyanamid	AP - 3894		

2. **Colector secundario Hostafлот LIB-C:** Colector fuerte y aun selectivo para minerales de Cobre, Ni y minerales de Zinc activados, mejora la recuperación de metales preciosos, en particular aquellos del grupo de metales de platino. Son muy selectivos contra los sulfuros de Hierro en circuitos alcalinos. Tabla 3.7

Tabla 3.7: Equivalencias Colector secundario Hostafлот LIB-C

TIPO	FABRICADO	NOMBRE COMERCIAL	MINERAL
$ \begin{array}{ccc} R-O & & S \\ & \diagdown & / \\ & P & \\ & / & \diagdown \\ R-O & & S \cdot Na^+ \end{array} $ <p>Na diisobutyl Dithiophosphate (DTP) $[(CH_3)_2CHCH_2O(P=S)S \cdot Na^+]$</p>	Hoeschst	Hostafлот LIB	Minerales de Cu, Zn, Ag.
	Phillips 66	CO – 540	
	Allieds Colloids	DPI – 4560	
	Candina	Speld – 4659	
	Minerec Corp.	M – 2044	
	Am. Cyanamid	Aero P – 3477 Aero P – 5430	

3. **Espumante: MIBC (gr/tn): Methyl Isobutyl Carbinol:** Excelente espumante tanto para flotación selectiva de sulfuros, como para no metálicos. Produce una espuma frágil. Ver Tabla 3.8.

Tabla 3.8: Equivalencias del Espumante MIBC

Fabricante	CLARIANT	Candina	CYTEC	Otros
MIBC	Flotanol M	F- 250 D	Aerofroth 70 (alcohol frother)	MIBC Sasfroth SC - 39

4. **Modificador de pH:** Para las pruebas se utilizó lechada de cal de chuquicamata al 10 % en peso.

Máquina de flotación

Se empleó una máquina de flotación de laboratorio Denver D-12 con capacidad de celda 2 300 cm³ y de 8.5 cm de Ø de rotor. Este equipo se muestra en la Figura 3.7.



Figura 3.7: Máquina de flotación para laboratorio D-12

3.3.2 PRUEBA CONJUNTA DE MOLIENDA - FLOTACIÓN

El tiempo de molienda para la granulometría estimada fue determinada mediante las curvas de cinética de molienda. Los colectores SF-323 y Hostafлот LIB-C fueron adicionados al inicio de la molienda mientras que el espumante MIBC al final de la molienda para iniciar la flotación; ya que en la planta concentradora de la minera Candelaria estos reactivos son adicionados en ese orden. Para dosificar estos reactivos se empleó una micropipeta, mientras que para la adición del modificador de pH (lechada de cal al 10% en peso) se empleó una jeringa.

Mediante pruebas sucesivas de molienda y flotación se estudiaron las influencias de las variables que intervienen en la recuperación de cobre de acuerdo a los arreglos factoriales diseñadas.

El tiempo de acondicionamiento, sin la adición del aire, para cada prueba fue de 2 minutos. La prueba de flotación fue iniciada mediante la adición de aire a la pulpa con el accionamiento de aire del equipo de flotación. La espuma fue extraída mediante paleteos cada 5 segundos sin interrupción. El tiempo de flotación total fue de 9 minutos, estimados por pruebas de cinética de flotación. Tanto los concentrados como las colas fueron filtrados en los filtros de presión de laboratorio para luego ser secados a 100 °C de temperatura. Finalmente se cuarteó y muestreó para obtener 50 gr de cada fracción para luego ser pulverizados y enviados al laboratorio de análisis químico.

CAPITULO IV

OPTIMIZACION DE FLOTACION POR DISEÑOS FACTORIALES

4.1 ESTRATEGIAS DE OPTIMIZACIÓN DE FLOTACIÓN

La estrategia de optimización para el presente trabajo se fundamenta en tres etapas: Diseño factorial 2^{k-1} ($k=6$) con adición de 3 puntos centrales, optimización de la variable respuesta (recuperación de cobre) por método de máxima pendiente ascendente y optimización final mediante diseño hexagonal. En la Figura 4.1, a manera de ilustración, se muestran estos pasos para 2 variables controlables.

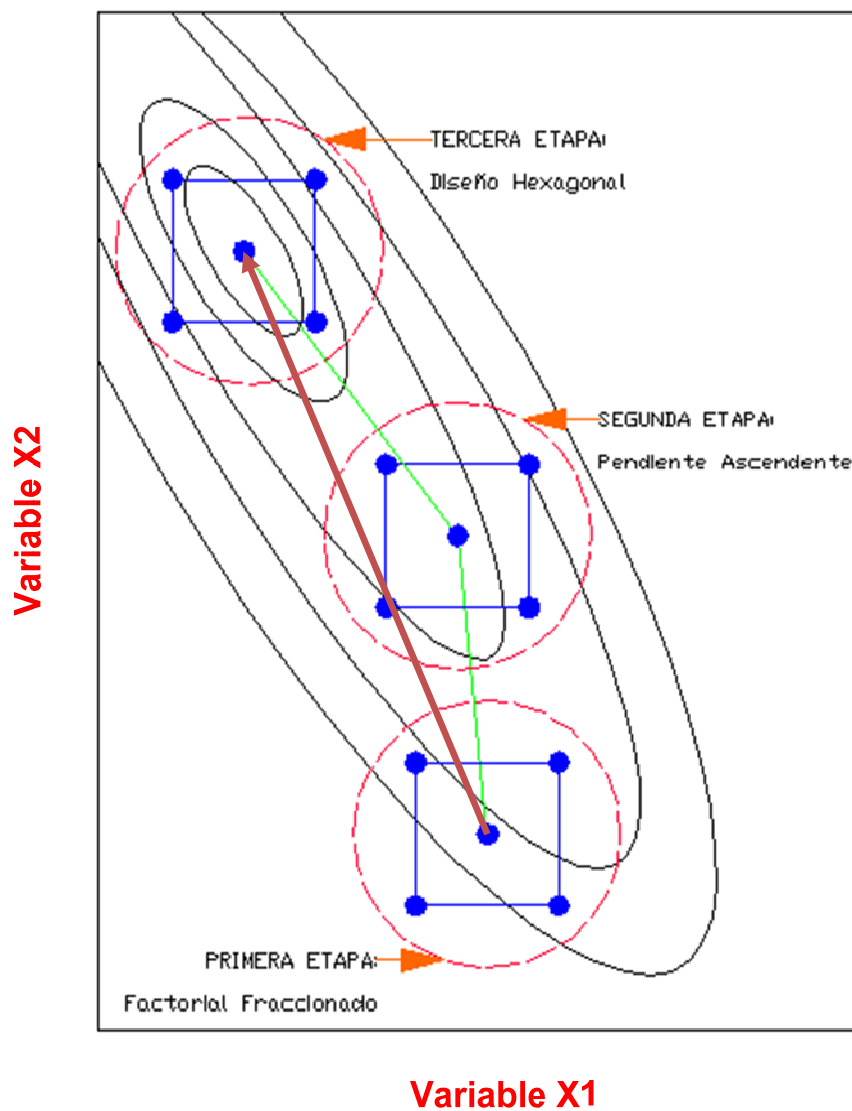
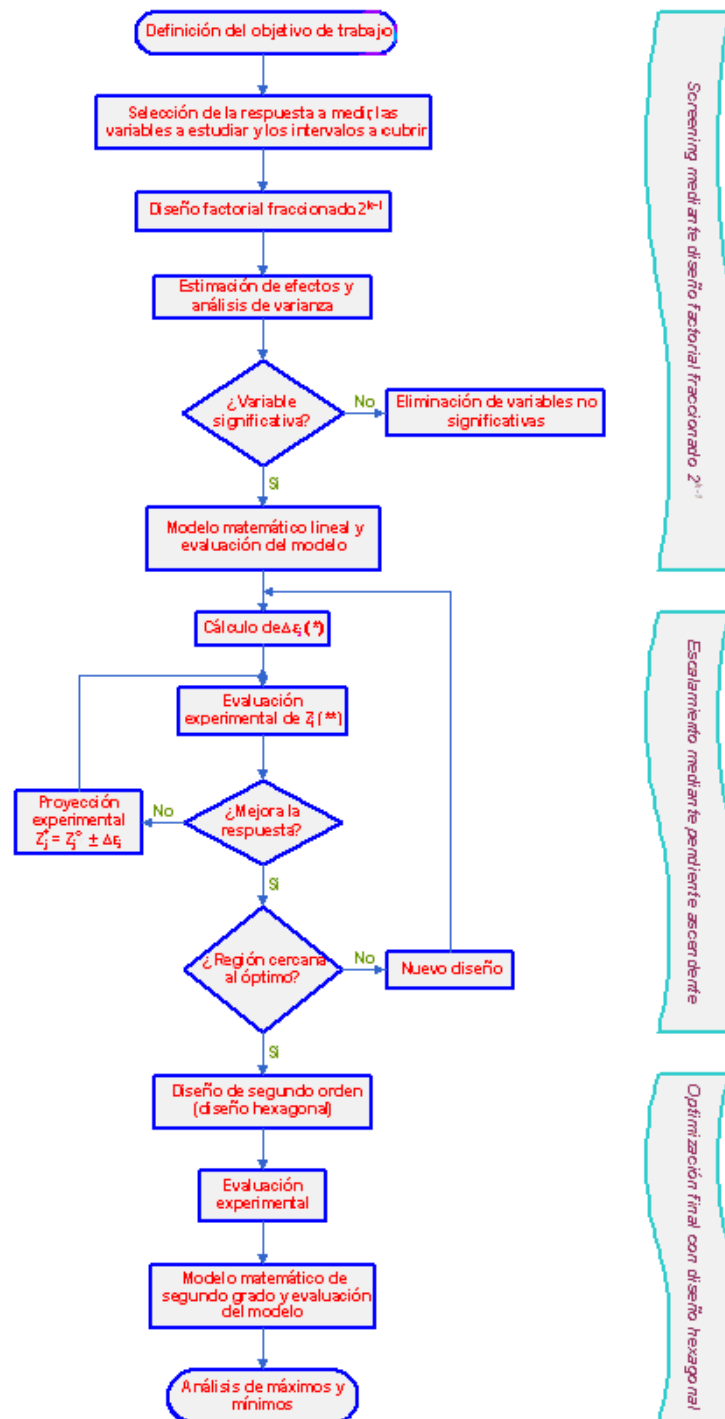


Figura 4.1: Estrategias de optimización de flotación

Para ampliar más el enfoque del proceso de la investigación, la Figura 4.2 muestra el diagrama de flujo de las 3 etapas de optimización en el presente estudio.



(*) : Incrementos de las variables estudiadas.

(**) : Variables independientes estudiadas.

Figura 4.2: Diagrama de flujo del proceso de investigación

4.2 PRIMERA ETAPA: DETERMINACIÓN DEL MODELO DE PRIMER ORDEN MEDIANTE PRUEBAS METALURGICAS APLICANDO DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS 2^{k-1} CON ADICIÓN DE PRUEBAS EN EL CENTRO.

El número de experimentos elementales que requiere un diseño factorial 2^k completo aumenta geométricamente al crecer k. Afortunadamente, resulta que cuando k es grande la información deseada se puede obtener, casi siempre, realizando sólo una fracción del diseño factorial completo.

Si se considera un diseño con seis variables a dos niveles. Un factorial completo requiere $2^6 = 64$ experimentos elementales, que permiten calcular 64 estadísticas que estiman la cantidad de efectos indicados en la Tabla 4.1

Tabla 4.1: Numero de efectos de un diseño factorial 2^6

Media	Efectos principales	Interacciones				
		2 factores	3 factores	4 factores	5 factores	6 factores
1	6	15	20	15	6	1

El hecho de que se puedan estimar todos estos efectos, no implica que todos sean significativos. Existe cierta jerarquización. La importancia de los efectos principales tiende a ser mayor que la de las interacciones de dos factores, que a su vez tiende a ser mayor que la de las interacciones de tres factores y así sucesivamente.

A menudo es cierto que a partir de un cierto punto las interacciones de orden superior resultan insignificantes y se puede prescindir de ellas. Cuando un número moderadamente grande de variables se introduce en un diseño, suele suceder que algunas de ellas no tienen en absoluto efectos apreciables. Se pueden aglutinar estas ideas señalando que tiende a haber redundancia en los diseños 2^k , si k es grande, redundancia en términos de un exceso de interacciones que pueden ser estimadas y a veces de un exceso de variables estudiadas. Los diseños factoriales fraccionados explotan esta redundancia.

En el presente estudio, luego de realizar pruebas preliminares e indagar datos históricos sobre el mineral en estudio acerca de las variables más influyentes en el

proceso de flotación, se consideró 6 factores como variables de entrada: pH de la pulpa, Granulometría (% pasante a malla 100), colector principal SF-323, colector secundario Hostafлот LIB-C, espumante MIBC, grado de agitación de la pulpa (rpm) tal como se muestra en la Tabla 4.2

Tabla 4.2: Variables considerados para el diseño factorial 2^{k-1}

FACTORES	Nivel Inferior (-)	Nivel Central (0)	Nivel Superior (+)
A: pH de la pulpa	10	10.5	11
B: % Granulometría (- malla Tyler_100)	78	85	92
C: SF - 323 (gr/TM mineral)	5.1	7.1	9.1
D: Hostafлот LIB-C (gr/TM mineral)	4.5	6.5	8.5
E: MIBC (gr/TM de mineral)	5.2	7.2	9.2
F: Grado de agitación (rpm)	900	1000	1100

Los valores indicados en el nivel cero de la Tabla 4.2 están de acuerdo a las pruebas preliminares y datos de operación de la planta concentradora, que dan resultados aceptables con recuperación de 87 % de cobre.

El número total de experimentos realizados fueron $2^{6-1} = 32$ más los 3 puntos centrales para estimar el efecto de la curvatura y el error experimental.

La plantilla del diseño se muestra en la Tabla 4.3. Los coeficientes + y – que son los generadores en escala codificada de los efectos principales X_1, X_2, X_3, X_4 y X_5 para el factorial $2^{6-1} = 2^5$ son planteados en el orden estándar; los coeficientes para la interacción $X_1X_2X_3X_4X_5$, que se obtiene mediante el producto de los coeficientes de los otros cinco coeficientes, son los generadores en escala codificada del sexto efecto principal, X_6 , que se combinará con los otros 5 factores para obtener la variable respuesta (recuperación de cobre) que se encuentra en la columna de la derecha representado por la letra Y.

Tabla 4.3: Construcción del diseño factorial fraccionado 2⁶⁻¹

N°	ESCALA CODIFICADA						ESCALA REAL						Y
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	A	B	C	D	E	F	
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	10	78	5.1	4.5	5.2	900	86.28
2	1	-1	-1	-1	-1	1	11	78	5.1	4.5	5.2	1100	76.00
3	-1	1	-1	-1	-1	1	10	92	5.1	4.5	5.2	1100	88.94
4	1	1	-1	-1	-1	-1	11	92	5.1	4.5	5.2	900	92.46
5	-1	-1	1	-1	-1	1	10	78	9.1	4.5	5.2	1100	83.39
6	1	-1	1	-1	-1	-1	11	78	9.1	4.5	5.2	900	87.26
7	-1	1	1	-1	-1	-1	10	92	9.1	4.5	5.2	900	91.40
8	1	1	1	-1	-1	1	11	92	9.1	4.5	5.2	1100	88.72
9	-1	-1	-1	1	-1	1	10	78	5.1	8.5	5.2	1100	82.25
10	1	-1	-1	1	-1	-1	11	78	5.1	8.5	5.2	900	89.72
11	-1	1	-1	1	-1	-1	10	92	5.1	8.5	5.2	900	88.21
12	1	1	-1	1	-1	1	11	92	5.1	8.5	5.2	1100	82.92
13	-1	-1	1	1	-1	-1	10	78	9.1	8.5	5.2	900	90.29
14	1	-1	1	1	-1	1	11	78	9.1	8.5	5.2	1100	86.95
15	-1	1	1	1	-1	1	10	92	9.1	8.5	5.2	1100	92.36
16	1	1	1	1	-1	-1	11	92	9.1	8.5	5.2	900	93.58
17	-1	-1	-1	-1	1	1	10	78	5.1	4.5	9.2	1100	84.90
18	1	-1	-1	-1	1	-1	11	78	5.1	4.5	9.2	900	85.98
19	-1	1	-1	-1	1	-1	10	92	5.1	4.5	9.2	900	88.86
20	1	1	-1	-1	1	1	11	92	5.1	4.5	9.2	1100	90.29
21	-1	-1	1	-1	1	-1	10	78	9.1	4.5	9.2	900	88.73
22	1	-1	1	-1	1	1	11	78	9.1	4.5	9.2	1100	82.89
23	-1	1	1	-1	1	1	10	92	9.1	4.5	9.2	1100	92.14
24	1	1	1	-1	1	-1	11	92	9.1	4.5	9.2	900	92.90
25	-1	-1	-1	1	1	-1	10	78	5.1	8.5	9.2	900	90.33
26	1	-1	-1	1	1	1	11	78	5.1	8.5	9.2	1100	84.24
27	-1	1	-1	1	1	1	10	92	5.1	8.5	9.2	1100	92.05
28	1	1	-1	1	1	-1	11	92	5.1	8.5	9.2	900	93.28
29	-1	-1	1	1	1	1	10	78	9.1	8.5	9.2	1100	85.80
30	1	-1	1	1	1	-1	11	78	9.1	8.5	9.2	900	89.55
31	-1	1	1	1	1	-1	10	92	9.1	8.5	9.2	900	92.44
32	1	1	1	1	1	1	11	92	9.1	8.5	9.2	1100	90.70

Para evaluar cuantitativamente cuánto afectan las variables independientes sobre la respuesta se determina el cálculo de los efectos definido como la diferencia entre los valores medios de las respuestas cuando en los tratamientos respectivos la variable independiente se encuentra en su nivel inferior, y cuando se encuentra en su superior. La forma más práctica de determinar los efectos principales y los efectos de interacciones sobre la variable respuesta es mediante la fórmula matricial:

$$Efecto = \frac{[X]^t * Y}{(N/2)} \quad 4.1$$

Donde:

$[X]^t * Y$: Multiplicación matricial de la transpuesta de la matriz columna en la escala codificada correspondiente a la variable principal ó interacción (es) de las variables y la variable respuesta.

N: Cantidad total de pruebas experimentales en el diseño.

En la tabla 4.4 se muestra el arreglo matricial y los efectos correspondientes.

Tabla 4.4 (a): Primera fracción de los efectos de las variables principales e interacciones sobre la variable respuesta

N	Xo	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X1X2	X1X3	X1X4	X1X5	X1X6	X2X3	X2X4	X2X5	X2X6	X3X4
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1
3	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
4	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
5	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
6	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
8	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
9	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
10	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
11	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
12	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
13	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1
14	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
15	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1
16	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
17	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
18	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1
19	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
20	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1
21	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
22	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
23	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
24	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
25	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
26	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
27	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
28	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
29	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
30	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
31	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
X^tY	2825.80	-10.93	76.69	32.38	23.51	24.36	-56.77	7.82	2.93	5.36	0.11	-27.29	2.09	-23.90	3.77	26.72	4.97
Efectos		-0.68	4.79	2.02	1.47	1.52	-3.55	0.49	0.18	0.33	0.01	-1.71	0.13	-1.49	0.24	1.67	0.31

(b): Segunda fracción de los efectos de las variables principales e interacciones sobre la variable respuesta

N	X ₃ X ₅	X ₃ X ₆	X ₄ X ₅	X ₄ X ₆	X ₅ X ₆	X ₁ X ₂ X ₃	X ₁ X ₂ X ₄	X ₁ X ₂ X ₅	X ₁ X ₂ X ₆	X ₁ X ₃ X ₄	X ₁ X ₃ X ₅	X ₁ X ₃ X ₆	X ₁ X ₄ X ₅	X ₁ X ₄ X ₆	X ₁ X ₅ X ₆	Y
1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	86.28
2	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	76.00
3	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	88.94
4	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	92.46
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	83.39
6	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	87.26
7	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	91.40
8	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	88.72
9	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	82.25
10	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	89.72
11	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	88.21
12	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	82.92
13	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	90.29
14	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	86.95
15	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	92.36
16	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	93.58
17	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	84.90
18	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	85.98
19	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	88.86
20	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	90.29
21	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	88.73
22	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	82.89
23	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	92.14
24	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	92.90
25	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	90.33
26	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	84.24
27	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	92.05
28	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	93.28
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	85.80
30	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	89.55
31	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	92.44
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	90.70
X _i x _j Y	-21.96	10.31	-0.12	-3.53	18.60	-9.60	-20.58	9.70	-21.03	2.21	-4.38	17.59	-5.92	2.27	11.08	
Efectos	-1.37	0.64	-0.01	-0.22	1.16	-0.60	-1.29	0.61	-1.31	0.14	-0.27	1.10	-0.37	0.14	0.69	

Tabla 4.5: Estimaciones de los efectos ordenados en forma ascendente y la probabilidad acumulada P_k

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9
DISEÑO BASE	X ₆	X ₁ X ₆	X ₂ X ₄	X ₃ X ₅	X ₁ X ₂ X ₆	X ₁ X ₂ X ₄	X ₁	X ₁ X ₂ X ₃	X ₁ X ₄ X ₅
EFFECTOS	-3.55	-1.71	-1.49	-1.37	-1.31	-1.29	-0.68	-0.60	-0.37
P _k	0.016	0.048	0.081	0.113	0.145	0.177	0.210	0.242	0.274

K	10	11	12	13	14	15	16	17	18
DISEÑO BASE	X ₁ X ₃ X ₅	X ₄ X ₆	X ₄ X ₅	X ₁ X ₅	X ₂ X ₃	X ₁ X ₃ X ₄	X ₁ X ₄ X ₆	X ₁ X ₃	X ₂ X ₅
EFFECTOS	-0.27	-0.22	-0.01	0.01	0.13	0.14	0.14	0.18	0.24
P _k	0.306	0.339	0.371	0.403	0.435	0.468	0.500	0.532	0.565

K	19	20	21	22	23	24	25	26	27
DISEÑO BASE	X ₃ X ₄	X ₁ X ₄	X ₁ X ₂	X ₁ X ₂ X ₅	X ₃ X ₆	X ₁ X ₅ X ₆	X ₁ X ₃ X ₆	X ₅ X ₆	X ₄
EFFECTOS	0.31	0.33	0.49	0.61	0.64	0.69	1.10	1.16	1.47
P _k	0.597	0.629	0.661	0.694	0.726	0.758	0.790	0.823	0.855

k	28	29	30	31
DISEÑO BASE	X ₅	X ₂ X ₆	X ₃	X ₂
EFFECTOS	1.52	1.67	2.02	4.79
P _k	0.887	0.919	0.952	0.984

En la Tabla 4.5 se resume el conjunto completo de las estimaciones de los efectos. Una forma de realizar el análisis de los efectos de las variables de entrada y de sus interacciones es mediante una gráfica de probabilidad normal. Para construir esta gráfica se ordena las estimaciones de los efectos en orden ascendente y se grafica el k-ésimo de estas estimaciones versus la probabilidad acumulada P_k respectiva, determinada por la formula:

$$P_k = \frac{(k-0.5)}{N-1} \quad 4.2$$

Donde N es la cantidad total de estimaciones, 32 en el presente estudio. Si se asume que la distribución de las estimaciones de los efectos es normal ($\mu=0$, $\delta=1$), entonces esta gráfica será una línea recta. Aquello indicará que los efectos de las variables de entrada correspondientes son despreciables, en caso contrario, aquellos efectos de las variables de entrada que se ubican fuera de la línea recta serán no despreciables.

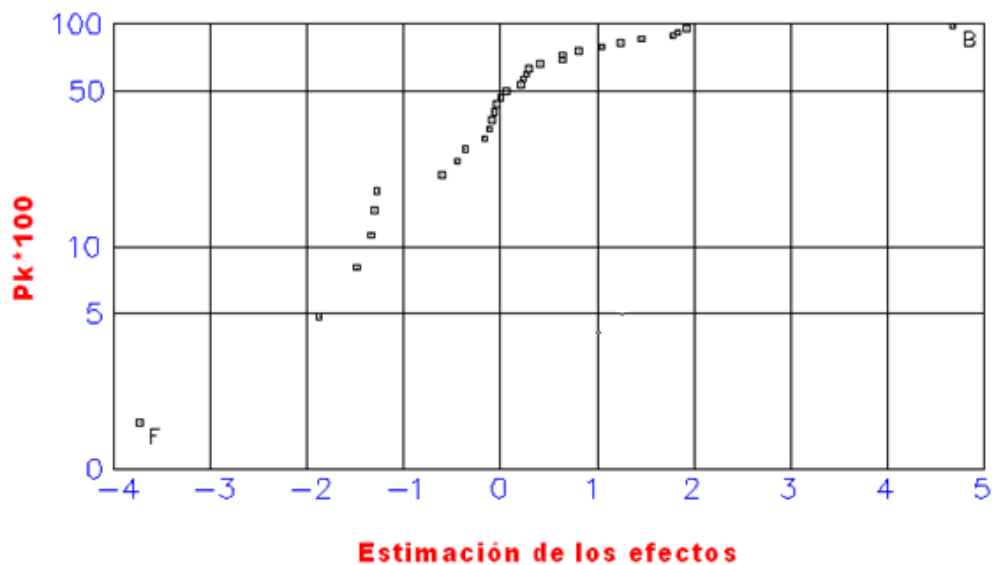


Figura 4.3: Grafico de probabilidad normal de los efectos.

De la Figura 4.3 es evidente que los efectos principales B (granulometría) y F (agitación de pulpa) caen bastante lejos de la línea recta imaginaria que agrupa a los demás puntos. La otra forma de realizar el análisis de los efectos de las variables de entrada y de sus interacciones es mediante el análisis de varianza mostrado en la Tabla 4.8, que corrobora la misma conclusión anterior.

La gráfica de los efectos principales, Figura 4.4, muestra que tanto la granulometría que afecta positivamente, es decir que a mayor grado de molienda se obtiene mayor recuperación, así como la agitación que afecta negativamente, es decir a mayor agitación se obtiene menor recuperación tienen mayores efectos sobre la recuperación de Cobre (las rectas correspondientes tienen mayores pendientes), el extremo izquierdo representa el nivel bajo de la variable, mientras que el extremo derecho el nivel alto de la variable. La Figura 4.5 muestra la gráfica de los efectos de interacción para dos variables principales, determinado con el Software Statgraphics, en donde se puede apreciar la misma observación anterior: se obtiene mayor recuperación cuando la fracción pasante por la malla 100, (B en la abscisa) es mayor y el grado de agitación (F indicado con “-” para su nivel inferior y “+” para su nivel superior) es menor. En la Figura 4.6 se muestra la superficie de respuesta.

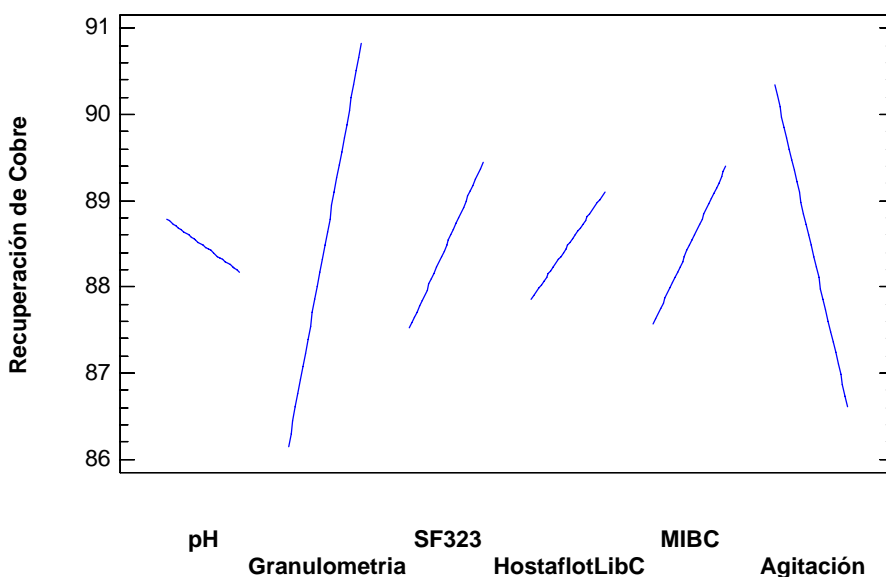


Figura 4.4: Grafico de efectos principales para la recuperación de cobre.

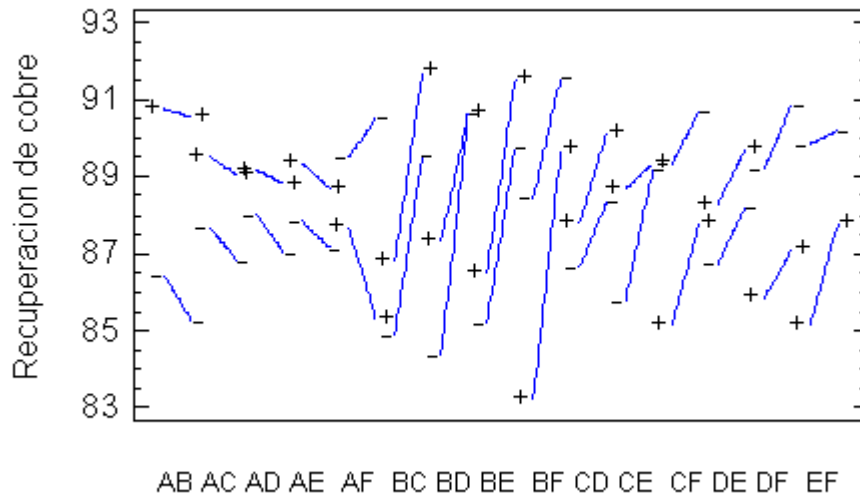


Figura 4.5: Grafico de interacciones de dos variables principales para la recuperación de cobre.

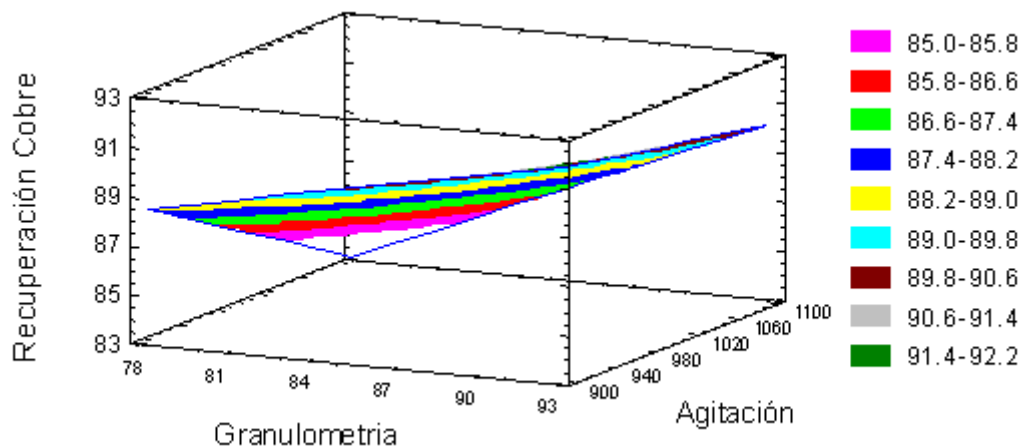


Figura 4.6: Superficie respuesta estimada para la recuperación de cobre.

4.2.1 ADICION DE PUNTOS CENTRALES AL DISEÑO 2^{k-1}

En el diseño factorial de dos niveles, se supone que la relación entre las variables independientes y respuesta obedecen a un modelo matemático lineal. Si esta suposición es correcta entonces el modelo deberá predecir apropiadamente todos los puntos del diseño, incluyendo los puntos centrales. En caso contrario, se puede aseverar que el modelo matemático lineal es insuficiente para explicar las respuestas

dentro del rango de las variables independientes estudiadas y se asume la existencia de una curvatura. La adición de pruebas en el punto central del diseño es precisamente para dar una estimación promedia de dicha curvatura.

En el presente estudio, para determinar la presencia de la curvatura y error experimental se realizó tres réplicas en el centro del diseño cuyos resultados se muestran en la Tabla 4.6:

Tabla 4.6: Respuestas con réplicas en el punto central del diseño

N°	A	B	C	D	E	F	Variable respuesta Y_i
1	10.5	85	7.1	6.5	7.2	1000	86.84
2	10.5	85	7.1	6.5	7.2	1000	88.44
3	10.5	85	7.1	6.5	7.2	1000	87.48

4.2.2 ANALISIS DE VARIANZA

Es un método para resolver la variación total en el conjunto de las variables estudiadas en variantes de los componentes específicos que están asociados con factores definidos que afectan a las variables consideradas. La descomposición de la variabilidad total en sus partes componentes se expresa de la siguiente manera:

$$SS_{\text{Total}} = SS_{\text{Efectos}} + SS_{\text{Error}} \quad 4.3$$

SS_{Total} : Suma de cuadrados de la variabilidad total

SS_{Efecto} : Suma de cuadrados de la variabilidad de los efectos

SS_{Error} : Suma de cuadrados de la variabilidad debido al error

La suma de cuadrados de los efectos principales e interacciones se estima mediante la siguiente relación matricial:

$$SS_{\text{Efecto}} = \frac{([X]^t * Y)^2}{N} \quad 4.4$$

La sumatoria cuadrática del error es determinada mediante la siguiente formula:

$$SS_E = \sum_{i=1}^{n_C} (y_i - \bar{y}_c)^2 \quad 4.5$$

Donde:

- y_i : Respuesta en el punto central del diseño
- \bar{y}_c : Promedio de las respuestas en el punto central del diseño
- n_C : Número de pruebas en el centro del diseño

La suma de cuadrados para la curvatura está dado por:

$$SS_{Curvatura} = \frac{n_F n_C (\bar{y}_F - \bar{y}_C)^2}{n_F + n_C} \quad 4.6$$

Donde:

- n_F : Cantidad de respuestas en el diseño factorial (N)
- n_C : Número de réplicas en el centro del diseño
- \bar{y}_F : Promedio de las respuestas en el diseño factorial

Reemplazando en las formulas planteadas se obtiene los resultados en la Tabla 4.7:

Tabla 4.7: Suma de cuadrados de la curvatura

\bar{y}_F	88.31
\bar{y}_C	87.59
SS_E	1.299
SS_{Curvatura}	1.425

La significancia de los efectos de las variables independientes (efectos principales), interacciones entre las variables independientes (efectos de interacción) y la curvatura se estiman mediante el estadístico de prueba F_0 .

$$F_0 = \frac{MS_{Efecto}}{MS_E} \quad 4.7$$

Donde:

$$MS_{Efecto} = \frac{SS_{Efecto}}{gl_{Efecto}} \quad 4.8$$

y

$$MS_E = \frac{SS_E}{gl_E} \quad 4.9$$

MS_{Efecto} y MS_E son las medias de los cuadrados del efecto y del error respectivamente, mientras que gl_{Efecto} y gl_E son los grados de libertad del efecto y del error respectivamente.

Un efecto principal o de interacción o de curvatura será significativo si se cumple:

$$F_0 \geq F_{\alpha, gl_{Efecto}, gl_E} \quad 4.10$$

Donde $F_{\alpha, gl_{Efecto}, gl_E}$ es un valor porcentual de la tabla de distribución F con nivel de significancia α y con gl_{Efecto} y gl_E grados de libertad.

Los grados de libertad son asignados bajo las siguientes consideraciones:

- ◆ En los diseños factoriales de dos niveles el grado de libertad para los efectos principales e interacciones es la unidad.
- ◆ El grado de libertad para la curvatura es la unidad.
- ◆ Los grados de libertad para la suma total de cuadrados es determinado mediante el número total de pruebas experimentales (incluyendo las réplicas en el centro) menos la unidad.
- ◆ Los grados de libertad para la suma de cuadrados del error es calculado por la diferencia de los grados de libertad de la suma de cuadrados totales menos los grados de libertad de la suma de los cuadrados, de los efectos principales, de las interacciones y de la curvatura.

En la Tabla 4.8 se muestra el análisis de varianza respectivo.

Tabla 4.8: Tabla de análisis de varianza de la primera etapa del experimento

Fuente de variación	Suma de cuadrados	Grados de Libertad	Media de Cuadrados	F _o	F _{1%,1,2}
X ₁	3.734	1	3.734	5.748	98.50
X ₂	183.796	1	183.796	282.933	
X ₃	32.755	1	32.755	50.422	
X ₄	17.274	1	17.274	26.592	
X ₅	18.547	1	18.547	28.550	
X ₆	100.697	1	100.697	155.011	
X ₁ X ₂	1.912	1	1.912	2.943	
X ₁ X ₃	0.268	1	0.268	0.412	
X ₁ X ₄	0.897	1	0.897	1.381	
X ₁ X ₅	0.000	1	0.000	0.001	
X ₁ X ₆	23.282	1	23.282	35.839	
X ₂ X ₃	0.137	1	0.137	0.210	
X ₂ X ₄	17.852	1	17.852	27.482	
X ₂ X ₅	0.444	1	0.444	0.683	
X ₂ X ₆	22.317	1	22.317	34.355	
X ₃ X ₄	0.771	1	0.771	1.186	
X ₃ X ₅	15.069	1	15.069	23.198	
X ₃ X ₆	3.320	1	3.320	5.111	
X ₄ X ₅	0.000	1	0.000	0.001	
X ₄ X ₆	0.390	1	0.390	0.601	
X ₅ X ₆	10.816	1	10.816	16.650	
X ₁ X ₂ X ₃	2.879	1	2.879	4.431	
X ₁ X ₂ X ₄	13.240	1	13.240	20.381	
X ₁ X ₂ X ₅	2.940	1	2.940	4.525	
X ₁ X ₂ X ₆	13.821	1	13.821	21.276	
X ₁ X ₃ X ₄	0.152	1	0.152	0.234	
X ₁ X ₃ X ₅	0.601	1	0.601	0.925	
X ₁ X ₃ X ₆	9.672	1	9.672	14.888	
X ₁ X ₄ X ₅	1.095	1	1.095	1.685	
X ₁ X ₄ X ₆	0.161	1	0.161	0.248	
X ₁ X ₅ X ₆	3.839	1	3.839	5.910	
Curvatura	1.425	1	1.425	2.193	
SSMerror	1.299	2	0.650		
Total	505.399	34			

El valor F de la tabla para un nivel de significancia de 1 % con 1 y 2 grados de libertad es 98.50; por lo tanto las variables % de granulometría y agitación (rpm) son significativas mientras que el resto son considerados como no significativas. El efecto de la curvatura no es considerado significativo.

4.2.3 MODELO MATEMÁTICO DE PRIMER ORDEN

El modelo matemático lineal tiene la siguiente forma:

$$Y_{est} = b_0 + \sum b_j X_i \quad 4.11$$

Donde:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N=35} Y_i \quad 4.12$$

Y_i : Variable respuesta, incluyendo las réplicas en el centro del diseño.

y

$$b_j = \frac{E_j}{2} \quad 4.13$$

b_0 : Término independiente del modelo lineal

E_j : Efecto de la variable j

b_j : Coeficiente de la variable j

El modelo resultante es:

$$Y_{est.} = 88.24 + 2.40 X_2 - 1.77 X_6 \quad 4.14$$

Reemplazando los valores codificados X_2 (% granulometría – malla 100 Tyler) y X_6 (Grado de agitación en rpm) en el modelo matemático se obtienen valores estimados (Y_{est}) para luego hacer la evaluación del modelo matemático.

Del modelo se puede observar que un incremento en variable X_2 tiene un efecto positivo en la recuperación, mientras que un incremento en la variable X_6 tiene un efecto negativo en la recuperación de cobre.

4.2.4 EVALUACION DEL MODELO MATEMATICO

Para evaluar el grado de ajuste a los datos experimentales del modelo matemático se emplean las siguientes formulas:

Suma de cuadrados del residual:

$$SS_R = \sum_{i=1}^{N_t} (Y_i - Y_{est})^2 \quad 4.15$$

N_t : Numero total de pruebas experimentales (incluyendo las réplicas en el centro)

El numero de grados de libertad para la suma de cuadrados del residual (glr) es el número total de pruebas experimentales (incluyendo las replicas en el centro) – número de términos considerado en el modelo (con variables independientes) – 1.

La suma de cuadrados de la falta de ajuste del modelo matemático esta dado por:

$$SS_{FA} = SS_R - SS_E \quad 4.16$$

El número de grados de libertad para la suma de cuadrados de falta de ajuste (glf) es la diferencia entre el número de grados de libertad de la suma de cuadrados del residual y de la suma de cuadrados del error.

El modelo matemático estimado se ajustará a los datos experimentales si:

$$F_0 < F_{(glf,gle)99\%} \quad 4.17$$

Donde:

$$F_0 = \frac{SS_{FA}/glf}{SS_E/gle} , y \quad 4.18$$

El $F_{(glf,gle)99\%}$ se halla en la tabla de distribución F.

Tabla 4.9: Tabla de análisis residuales

N°	Y	Yest.	(Y-Yest.)	(Y-Yest.) ²
1	86.28	84.07	2.21	4.88
2	76.00	87.62	-11.63	135.14
3	88.94	92.42	-3.47	12.06
4	92.46	88.87	3.59	12.91
5	83.39	87.62	-4.24	17.94
6	87.26	84.07	3.18	10.13
7	91.40	88.87	2.54	6.43
8	88.72	92.42	-3.69	13.64
9	82.25	87.62	-5.37	28.86
10	89.72	84.07	5.65	31.87
11	88.21	88.87	-0.66	0.44
12	82.92	92.42	-9.50	90.21
13	90.29	84.07	6.22	38.64
14	86.95	87.62	-0.68	0.46
15	92.36	92.42	-0.06	0.00
16	93.58	88.87	4.71	22.22
17	84.90	87.62	-2.72	7.42
18	85.98	84.07	1.91	3.64
19	88.86	88.87	0.00	0.00
20	90.29	92.42	-2.12	4.50
21	88.73	84.07	4.66	21.69
22	82.89	87.62	-4.73	22.40
23	92.14	92.42	-0.28	0.08
24	92.90	88.87	4.03	16.26
25	90.33	84.07	6.26	39.15
26	84.24	87.62	-3.38	11.41
27	92.05	92.42	-0.37	0.14
28	93.28	88.87	4.41	19.45
29	85.80	87.62	-1.83	3.33
30	89.55	84.07	5.48	30.04
31	92.44	88.87	3.58	12.78
32	90.70	92.42	-1.72	2.96
33	86.84	88.24	-1.41	1.98
34	88.44	88.24	0.20	0.04
35	87.48	88.24	-0.77	0.59
SSresidual				623.69

En la Tabla 4.9 se muestra los análisis residuales del modelo matemático del primer orden, mientras que en la Tabla 4.10 los valores determinados correspondientes a los parámetros involucrados para los análisis residuales.

Tabla 4.10: Tabla de valores para los análisis residuales

	SS	GL	MS	F
FA (falta de ajuste)	622.394	32	19.450	29.941
E (error)	1.299	2	0.650	
R (residual)	623.69			

El valor de F de la tabla para un nivel de significancia de 97 % para 32 y 2 grados de libertad ($F_{(32,2)97\%}$) es 32.80, $F_{(32,2)95\%} > F_{\text{modelo}}(29.941)$; por lo tanto, el modelo resultante es considerado como un modelo adecuado.

4.2.5 DECODIFICACION DEL MODELO MATEMÁTICO A ESCALA NATURAL

El modelo natural tiene la siguiente forma:

$$Y = a_0 + \sum a_j Z_j \quad 4.19$$

Para estimar los coeficientes del modelo matemático a escala natural se consideran los siguientes términos:

- b_0 : Coeficiente independiente del modelo codificado
- b_j : Coeficiente dependiente del modelo codificado
- Z_j^0 : Centro del diseño para la variable j $(Z^{\max} + Z^{\min})/2$
- ΔZ_j : Radio del diseño de la variable j $(Z^{\max} - Z^{\min})/2$
- ε_j : Relación entre el centro y radio del diseño

$$\varepsilon_j = \frac{Z_j^0}{\Delta Z_j} \quad 4.20$$

En la Tabla 4.11 se resumen los términos citados. Los coeficientes del modelo a escala natural son:

Para el término independiente:

$$a_0 = b_0 - \sum_{j=1}^k b_j \varepsilon_j \quad 4.21$$

- b_0 : coeficiente independiente en el modelo codificado

k : numero de variables significativamente considerados

Para el término lineal:

$$a_j = \frac{b_j}{\Delta Z_j} \quad 4.22$$

Tabla 4.11: Parámetros de decodificación a escala natural

	Z_2	Z_6
b_j	2.40	-1.77
Z^{\min}	78	900
Z^{\max}	92	1100
Centro del diseño Z_j^0	85	1000
Radio del diseño ΔZ_j	7	100
ε_j	12.14	10

El modelo matemático a escala natural calculado es el siguiente:

$$Y_{est} = 76.889 + 0.342Z_2 - 0.0177Z_6 \quad 4.23$$

4.2.6 ANALISIS DE RECUPERACIONES Y LEYES DE COBRE Y FIERRO EN EL CONCENTRADO DE COBRE

Con el fin de explicar la relación existente entre las recuperaciones y leyes de Cobre y Fierro en el concentrado, en las Figuras 4.9 y 4.10 se incluye gráficas que muestran con mayor detalle esta relación entre ambos elementos en cada prueba conforme al diseño factorial planteado. De acuerdo a estas figuras se observa que las modificaciones de las condiciones de operación de acuerdo al diseño factorial no tienen mayores impactos sobre las recuperaciones y leyes de fierro en el concentrado de cobre, mientras que para la recuperación de cobre los impactos son notorios.

Tabla 4.12: Análisis de recuperaciones de cobre y hierro en el concentrado

N°	ESCALA CODIFICADA						ESCALA REAL						RECUPERACION	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	A	B	C	D	E	F	Cu	Fe
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	10	78	5.1	4.5	5.2	900	86.28	3.32
2	1	-1	-1	-1	-1	1	11	78	5.1	4.5	5.2	1100	76.00	2.81
3	-1	1	-1	-1	-1	1	10	92	5.1	4.5	5.2	1100	88.94	4.62
4	1	1	-1	-1	-1	-1	11	92	5.1	4.5	5.2	900	92.46	3.76
5	-1	-1	1	-1	-1	1	10	78	9.1	4.5	5.2	1100	83.39	3.96
6	1	-1	1	-1	-1	-1	11	78	9.1	4.5	5.2	900	87.26	3.59
7	-1	1	1	-1	-1	-1	10	92	9.1	4.5	5.2	900	91.40	3.68
8	1	1	1	-1	-1	1	11	92	9.1	4.5	5.2	1100	88.72	3.98
9	-1	-1	-1	1	-1	1	10	78	5.1	8.5	5.2	1100	82.25	3.63
10	1	-1	-1	1	-1	-1	11	78	5.1	8.5	5.2	900	89.72	3.16
11	-1	1	-1	1	-1	-1	10	92	5.1	8.5	5.2	900	88.21	3.70
12	1	1	-1	1	-1	1	11	92	5.1	8.5	5.2	1100	82.92	3.73
13	-1	-1	1	1	-1	-1	10	78	9.1	8.5	5.2	900	90.29	4.05
14	1	-1	1	1	-1	1	11	78	9.1	8.5	5.2	1100	86.95	4.21
15	-1	1	1	1	-1	1	10	92	9.1	8.5	5.2	1100	92.36	4.62
16	1	1	1	1	-1	-1	11	92	9.1	8.5	5.2	900	93.58	3.74
17	-1	-1	-1	-1	1	1	10	78	5.1	4.5	9.2	1100	84.90	3.52
18	1	-1	-1	-1	1	-1	11	78	5.1	4.5	9.2	900	85.98	2.70
19	-1	1	-1	-1	1	-1	10	92	5.1	4.5	9.2	900	88.86	2.99
20	1	1	-1	-1	1	1	11	92	5.1	4.5	9.2	1100	90.29	3.57
21	-1	-1	1	-1	1	-1	10	78	9.1	4.5	9.2	900	88.73	3.48
22	1	-1	1	-1	1	1	11	78	9.1	4.5	9.2	1100	82.89	3.77
23	-1	1	1	-1	1	1	10	92	9.1	4.5	9.2	1100	92.14	4.35
24	1	1	1	-1	1	-1	11	92	9.1	4.5	9.2	900	92.90	3.54
25	-1	-1	-1	1	1	-1	10	78	5.1	8.5	9.2	900	90.33	3.69
26	1	-1	-1	1	1	1	11	78	5.1	8.5	9.2	1100	84.24	3.48
27	-1	1	-1	1	1	1	10	92	5.1	8.5	9.2	1100	92.05	4.30
28	1	1	-1	1	1	-1	11	92	5.1	8.5	9.2	900	93.28	3.39
29	-1	-1	1	1	1	1	10	78	9.1	8.5	9.2	1100	85.80	3.73
30	1	-1	1	1	1	-1	11	78	9.1	8.5	9.2	900	89.55	3.85
31	-1	1	1	1	1	-1	10	92	9.1	8.5	9.2	900	92.44	3.77
32	1	1	1	1	1	1	11	92	9.1	8.5	9.2	1100	90.70	4.27

Tabla 4.13: Análisis de leyes de cobre y fierro en el concentrado

N°	ESCALA CODIFICADA						ESCALA REAL						CONCENTRADO	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	A	B	C	D	E	F	Ley Cu	Ley Fe
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	10	78	5.1	4.5	5.2	900	19,30	31,00
2	1	-1	-1	-1	-1	1	11	78	5.1	4.5	5.2	1100	18,90	30,10
3	-1	1	-1	-1	-1	1	10	92	5.1	4.5	5.2	1100	16,20	33,00
4	1	1	-1	-1	-1	-1	11	92	5.1	4.5	5.2	900	15,80	27,70
5	-1	-1	1	-1	-1	1	10	78	9.1	4.5	5.2	1100	14,60	27,90
6	1	-1	1	-1	-1	-1	11	78	9.1	4.5	5.2	900	16,90	29,20
7	-1	1	1	-1	-1	-1	10	92	9.1	4.5	5.2	900	17,60	30,10
8	1	1	1	-1	-1	1	11	92	9.1	4.5	5.2	1100	14,60	26,80
9	-1	-1	-1	1	-1	1	10	78	5.1	8.5	5.2	1100	17,50	30,20
10	1	-1	-1	1	-1	-1	11	78	5.1	8.5	5.2	900	17,60	28,40
11	-1	1	-1	1	-1	-1	10	92	5.1	8.5	5.2	900	17,90	30,90
12	1	1	-1	1	-1	1	11	92	5.1	8.5	5.2	1100	14,60	25,90
13	-1	-1	1	1	-1	-1	10	78	9.1	8.5	5.2	900	16,30	30,70
14	1	-1	1	1	-1	1	11	78	9.1	8.5	5.2	1100	16,40	30,90
15	-1	1	1	1	-1	1	10	92	9.1	8.5	5.2	1100	12,50	26,40
16	1	1	1	1	-1	-1	11	92	9.1	8.5	5.2	900	15,10	25,50
17	-1	-1	-1	-1	1	1	10	78	5.1	4.5	9.2	1100	15,70	27,30
18	1	-1	-1	-1	1	-1	11	78	5.1	4.5	9.2	900	19,10	28,50
19	-1	1	-1	-1	1	-1	10	92	5.1	4.5	9.2	900	19,80	28,40
20	1	1	-1	-1	1	1	11	92	5.1	4.5	9.2	1100	14,70	25,40
21	-1	-1	1	-1	1	-1	10	78	9.1	4.5	9.2	900	18,20	29,30
22	1	-1	1	-1	1	1	11	78	9.1	4.5	9.2	1100	12,60	24,70
23	-1	1	1	-1	1	1	10	92	9.1	4.5	9.2	1100	12,60	25,60
24	1	1	1	-1	1	-1	11	92	9.1	4.5	9.2	900	16,40	26,60
25	-1	-1	-1	1	1	-1	10	78	5.1	8.5	9.2	900	17,60	30,00
26	1	-1	-1	1	1	1	11	78	5.1	8.5	9.2	1100	14,90	26,00
27	-1	1	-1	1	1	1	10	92	5.1	8.5	9.2	1100	13,30	25,80
28	1	1	-1	1	1	-1	11	92	5.1	8.5	9.2	900	17,10	26,90
29	-1	-1	1	1	1	1	10	78	9.1	8.5	9.2	1100	14,80	27,10
30	1	-1	1	1	1	-1	11	78	9.1	8.5	9.2	900	14,20	25,50
31	-1	1	1	1	1	-1	10	92	9.1	8.5	9.2	900	16,90	29,80
32	1	1	1	1	1	1	11	92	9.1	8.5	9.2	1100	12,40	25,20

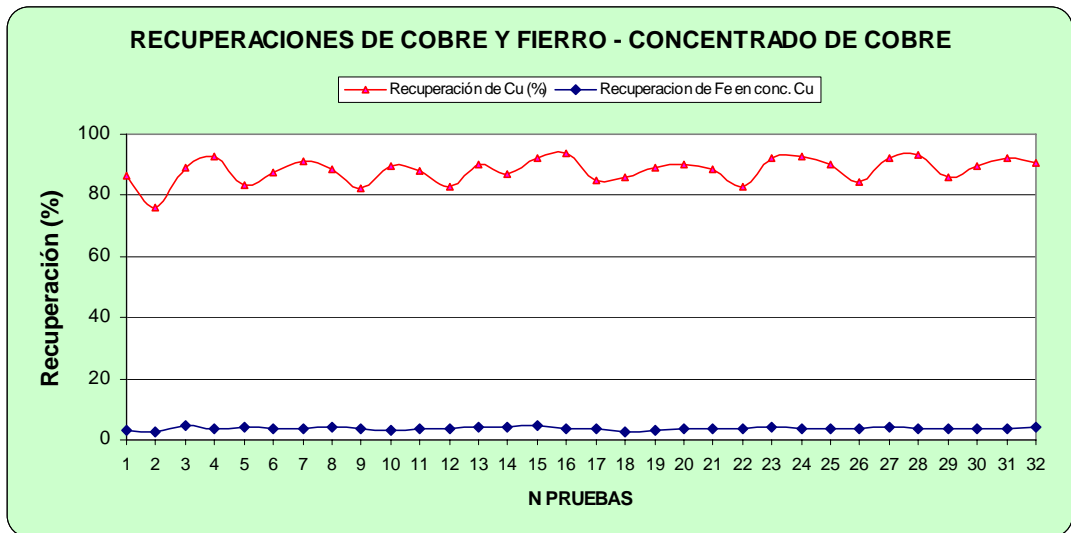


Figura 4.7 Recuperaciones de cobre y hierro en el concentrado de cobre

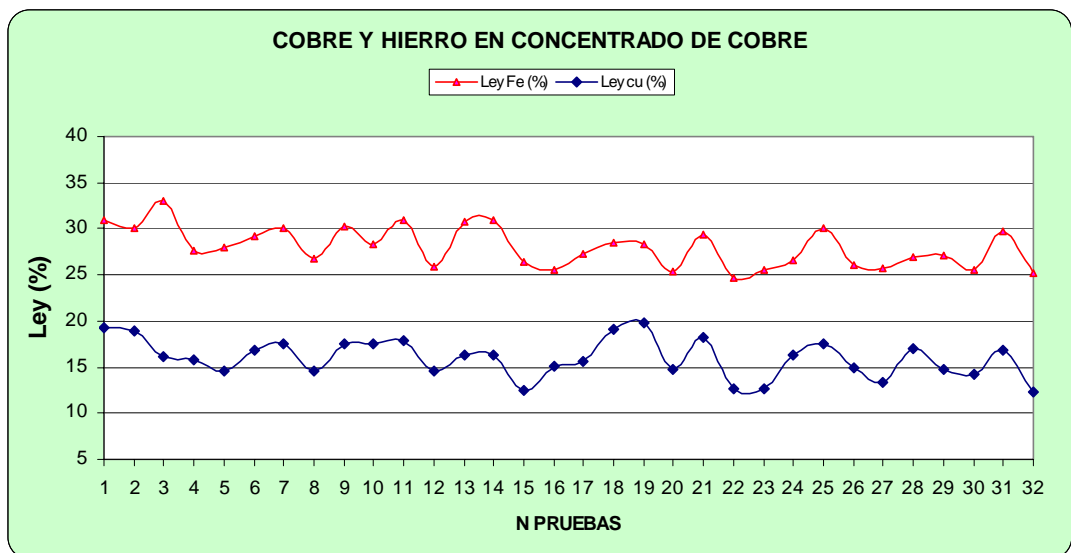


Figura 4.8 Leyes de cobre y hierro en el concentrado de cobre

Mediante el uso del Software Statgraphics se determinó las gráficas de los efectos principales sobre las leyes de Cu y Fe en el concentrado que se muestran en las Figuras 4.9 y 4.10 respectivamente. Se puede observar que la variable Granulometría tiene mayor efecto en la ley de cobre, mientras que el pH y la Agitación tienen mayores efectos en las leyes de hierro. Mientras más fina sea la granulometría la ley de cobre será menor contrastando con la recuperación de la misma tal como se observó en la Figura 4.4.

La ley de hierro en la recuperación de cobre se reduce con el aumento de pH, mientras que aumenta con el incremento del grado de agitación, tal como se observa en la figura 4.10.

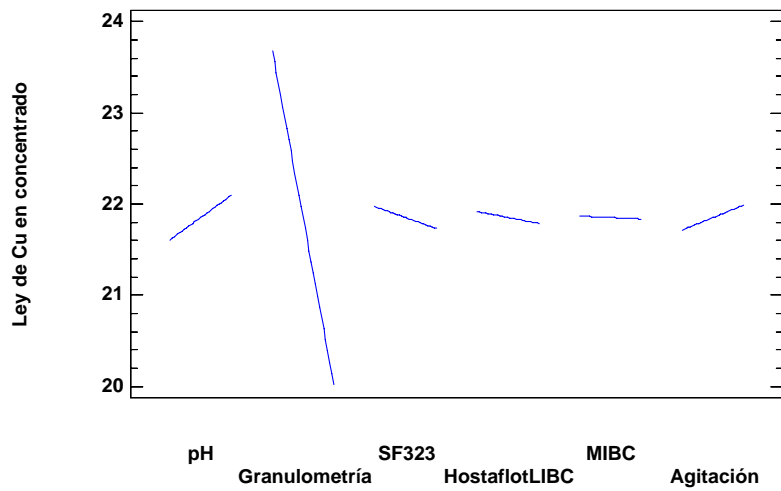


Figura 4.9 Efectos principales para ley de Cu en el concentrado

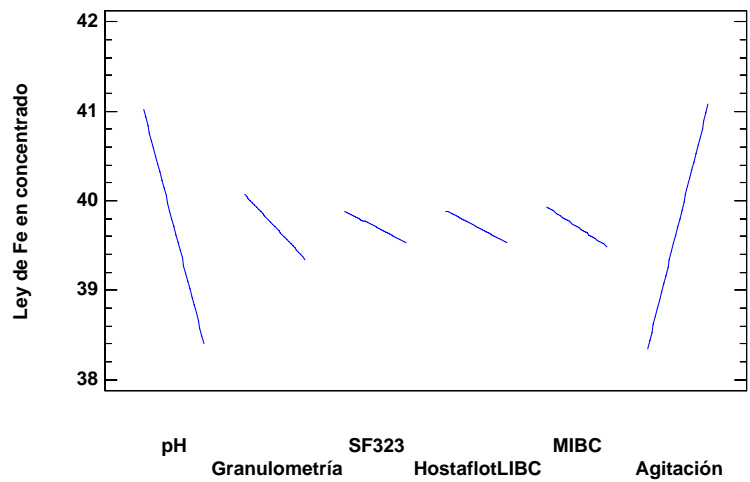


Figura 4.10 Efectos principales para ley de Fe en el concentrado

4.3 SEGUNDA ETAPA: DETERMINACIÓN DE LA REGIÓN ÓPTIMA MEDIANTE LA TÉCNICA DE PENDIENTE ASCENDENTE.

El modelo encontrado en la primera etapa describe, a menudo, regiones que se encuentran lejos de la óptima; por lo que es necesario escalar a través de una ruta apropiada y rápida hacia la región óptima.

Escalamiento

El escalamiento se realiza en base al modelo lineal codificado determinado en la primera etapa.

$$Y_{est.} = 88.24 + 2.40 X_2 - 1.77 X_6 \quad 4.14$$

Las variables, granulometría (% pasante a malla 100) y agitación de la pulpa son los que tienen mayor efecto en la recuperación de cobre. Por lo tanto, se realiza el escalamiento en base a estas dos variables, manteniendo constante las otras en el punto central del diseño factorial de la primera etapa por considerar que sus efectos no son significativos en el presente estudio.

En la tabla 3.14 se muestran los parámetros de escalamiento en máxima pendiente ascendente donde $b_j * \Delta Z_j$ es la dirección del ascenso más empinado, $\varepsilon = \frac{Z_j^0}{\Delta Z_j}$ y $\Delta \varepsilon_j$ es el paso ascendente para la variable codificada X_j . El centro del diseño Z_j^0 y el radio del diseño ΔZ_j son los mismos de la primera etapa para las dos variables significativas puesto que se considera los mismos niveles para estas dos variables con respecto a la primera etapa. El valor de paso de la granulometría $\Delta \varepsilon_2$ se determina asumiendo un valor de paso de la agitación $\Delta \varepsilon_6$ (- 25 en el presente caso) y con los demás parámetros indicados reemplazando en la ecuación 3.25.

$$\frac{\Delta \varepsilon_j}{b_j \Delta Z_j} = \text{Constante} \quad 4.24$$

$$Z_j^+ = Z_j^0 \pm \Delta \varepsilon_j$$

4.25

Tabla 4.14: Parámetros de escalamiento en pendiente ascendente

	Z_2	Z_6
Centro del diseño Z_j^0	85.00	1000
Radio del diseño ΔZ_j	7.00	100
Relación ε	12.14	10
b_j	2.40	-1.77
$b_j * \Delta Z_j$	16.80	-177
$\Delta \varepsilon_j$	2.37	-25

Los recorridos experimentales y los resultados obtenidos mediante la Ecuación 4.25 se muestran en la Tabla 4.15.

Tabla 4.15: Resultados de escalamiento

N°	Z_2	Z_6	Y
1	85.00	1000	<i>83.69</i>
2	87.37	975	<i>87.20</i>
3	89.74	950	<i>88.22</i>
4	92.11	925	<i>89.47</i>
5	94.48	900	91.64

De acuerdo al análisis de la Tabla 4.15, la prueba N° 5 muestra la mayor recuperación de cobre que se logra; con el incremento del porcentaje pasante a la malla 100 y con la reducción de la agitación de la pulpa. En vista de que con la agitación menor a 900 rpm no hubo formación de espumas, necesarias para la flotación, no se pudo continuar con más experimentos.

Por consiguiente la región óptima se encuentra en las proximidades de los niveles de la prueba N° 5 y la tercera fase debería llevarse a cabo alrededor de este punto; pero por la razón de la no formación de espumas explicadas en el párrafo anterior se tomó la granulometría de 92 % - malla 100 tyler y la agitación a 925 rpm como punto central del diseño en la fase final de la investigación.

4.3.1 ANALISIS DE RECUPERACIONES Y LEYES DE COBRE Y FIERRO EN EL CONCENTRADO DE COBRE

De manera similar como en la primera etapa, con el fin de explicar la relación entre las recuperaciones y leyes de Cobre y Fierro en el concentrado se determinó los efectos de las variables principales mediante el Software Statgraphics. En la Tabla 4.16 se muestran las recuperaciones de Cobre y Fierro en el concentrado de cobre.

De la Figura 4.11 se puede observar que los cambios de los niveles de las variables no tienen efectos notorios en la recuperación de fierro en el concentrado de cobre, mientras que en la recuperación de cobre los efectos de estos cambios sí son notables. De la Figura 4.12 se puede notar los efectos de los cambios en las leyes de fierro y de cobre, los efectos son similares tanto para el cobre como para el fierro.

Tabla 4.16: Análisis de recuperaciones cobre y fierro en el concentrado

PRUEBA N°	ESCALA REAL		RECUPERACION	
	Z ₂	Z ₆	Cu	Fe
1	85.00	1000	83.69	2.48
2	87.37	975	87.20	3.04
3	89.74	950	88.22	3.41
4	92.11	925	89.47	3.13
5	94.48	900	91.64	3.58

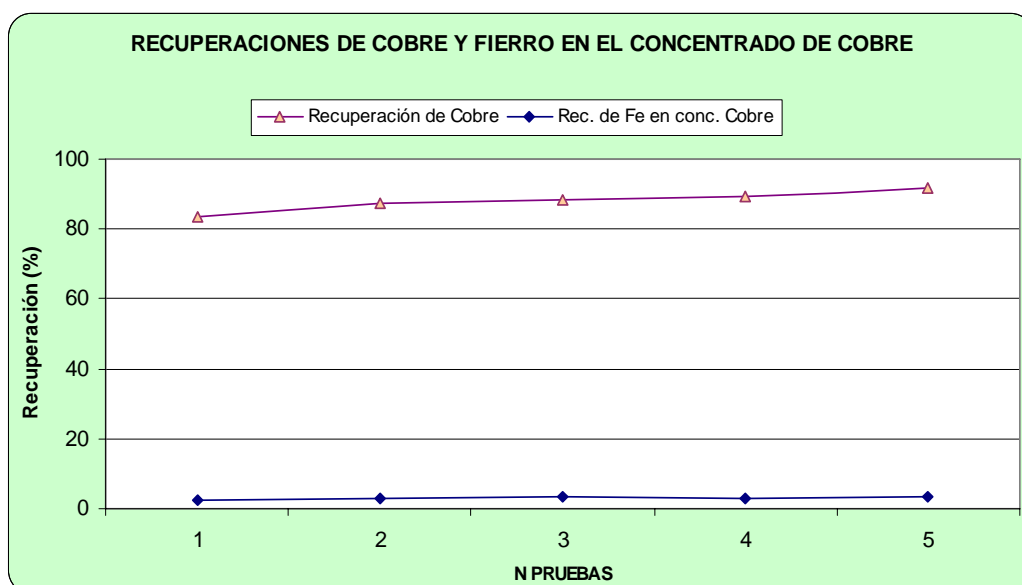


Figura 4.11 Recuperación de Cu y fe en el concentrado de cobre en la segunda etapa

Tabla 4.17: Análisis de leyes de cobre y hierro en el concentrado

PRUEBA N°	ESCALA REAL		CONCENTRADO	
	Z ₂	Z ₆	Cu	Fe
1	85.00	1000	16.83	27.64
2	87.37	975	17.50	28.67
3	89.74	950	17.47	28.99
4	92.11	925	17.32	28.94
5	94.48	900	17.56	30.48

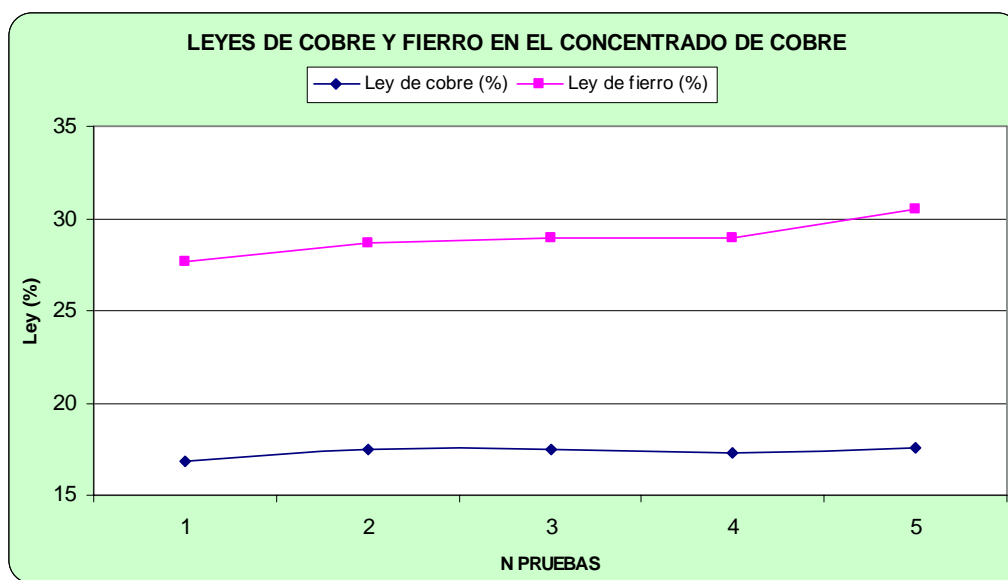


Figura 4.12 Leyes de Cu y Fe en el concentrado de cobre en la segunda etapa

4.4 TERCERA ETAPA: OPTIMIZACIÓN FINAL DEL PROCESO POR MEDIO DE DISEÑOS ROTABLES (DISEÑO HEXAGONAL)

La metodología de diseños rotables corresponde a un grupo de técnicas utilizadas en los estudios empíricos de las relaciones entre una o varias respuestas como la recuperación de cobre por un lado y una serie de variables de control, como el % de granulometría y el grado de agitación en flotación de minerales por el otro. Estas técnicas se han utilizado para contestar a preguntas de varios tipos, tales como las siguientes:

- ¿Cómo, en una región de interés, un conjunto de variables afecta a una respuesta determinada?
- ¿Qué niveles de las variables de control, permitirán obtener una producción que satisfaga simultáneamente las especificaciones deseadas?

- ¿Qué valores de las variables de control producirán un máximo en una respuesta específica y cómo es la superficie de respuesta en las inmediaciones de este máximo?

Los diseños rotables son estimados por los modelos matemáticos de segundo orden:

$$Y_{est} = b_0 + \sum b_i X_i + \sum b_{ij} X_i X_j + \sum b_{ii} X_i^2 \quad 4.26$$

Los coeficientes del modelo está definido por la siguiente formula matricial:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad 4.27$$

Donde:

- X: Matriz de diseño hexagonal
- X^t: Transpuesta de la matriz del diseño
- Y: Los datos observados

En vista de que las variables granulometría (% pasante a la malla 100) y agitación de la pulpa fueron observados significativos en la primera etapa y que la prueba con 93.77% - malla 100 de granulometría y 900 rpm de agitación proporcionó la recuperación más alta en la segunda etapa, se aplica el diseño experimental hexagonal en torno a este punto.

Se consideró la unidad como radio de la circunferencia circunscrita al hexágono del diseño a escala codificada. Los valores máximos y mínimos asumidos para las dos variables a escala natural fueron de acuerdo a la Tabla 4.18.

Tabla 4.18: Valores considerados para el diseño factorial hexagonal

VARIABLES	NIVELES		
	(-)	(0)	(+)
Z₂ = % granulometría (malla 100)	90	92	94
Z₆ = Agitación de la pulpa (rpm)	900	925	950

La matriz codificada para el diseño hexagonal se muestra en la Tabla 4.19. Esta matriz está compuesta por los vértices de un hexágono regular circunscrito dentro de una circunferencia de radio igual a la unidad, tal como se muestra en la Figura 2.3.

Tabla 4.19: Matriz codificada para el diseño hexagonal

N°	X ₂	X ₆
1	1.0	0.000
2	0.5	0.866
3	-0.5	0.866
4	-1.0	0.000
5	-0.5	-0.866
6	0.5	-0.866
7	0.0	0.000
8	0.0	0.000
9	0.0	0.000

Para calcular los valores de las variables a escala natural, se construye la Tabla 4.20 similar a la Tabla 4.11 de la primera etapa.

Tabla 4.20: Parámetros de decodificación a escala natural

N°	Z ₂	Z ₆
(-)	90	900
(+)	94	950
Z ⁰	92	925
ΔZ _i	2	25

La escala natural tiene la siguiente ecuación:

$$Z_i = Z_i^0 + X_i \Delta Z_i \quad 4.28$$

Reemplazando valores se obtiene la matriz a escala natural mostrado en la Tabla 4.21

Tabla 4.21: Valores a escala natural del diseño hexagonal

N°	Z ₂	Z ₆
1	94.00	925.00
2	93.00	946.65
3	91.00	946.65
4	90.00	925.00
5	91.00	903.35
6	93.00	903.35
7	92.00	925.00
8	92.00	925.00
9	92.00	925.00

La Tabla 4.22 muestra los valores codificados y naturales con las recuperaciones respectivas, luego de haber realizado las corridas experimentales. Esta tabla está compuesta de 9 corridas: 6 de acuerdo con el diseño y 3 replicas en el centro para calcular la varianza del error experimental.

Tabla 4.22: Resultados del diseño hexagonal

N°	CODIFICADO		NATURAL		RECUPERACIÓN
	X ₂	X ₆	Z ₂	Z ₆	(Y)
1	1.0	0.000	94.00	925.00	91.71
2	0.5	0.866	93.00	946.65	89.45
3	-0.5	0.866	91.00	946.65	85.57
4	-1.0	0.000	90.00	925.00	90.42
5	-0.5	-0.866	91.00	903.35	91.20
6	0.5	-0.866	93.00	903.35	92.55
7	0.0	0.000	92.00	925.00	91.01
8	0.0	0.000	92.00	925.00	90.21
9	0.0	0.000	92.00	925.00	90.39

El modelo matemático para el diseño hexagonal propuesto a escala codificada es el siguiente:

$$Y_{est} = 90.5367 + 1.30167 X_2 - 2.52021 X_6 + 0.528333 X_2^2 - 1.30174 X_6^2 + 1.46074 X_2 X_6 \quad 4.29$$

El modelo a escala natural tiene la siguiente forma:

$$Y_{est} = a_o + \sum a_i Z_i + \sum a_{ij} Z_i Z_j + \sum a_{ii} Z_i^2 \quad 4.30$$

Donde:

$$a_o = b_o - \sum b_i \varepsilon_i + \sum b_{ij} \varepsilon_i \varepsilon_j + \sum b_{ii} \varepsilon_i^2 \quad 3.31$$

Donde:

$$\varepsilon_i = \frac{Z_i^o}{\Delta Z_i} \quad 4.32$$

a_o : termino independiente del modelo matemático a escala natural

Para los términos lineales:

$$a_i = \frac{b_i}{\Delta z_i} - 2 \frac{b_{ii}}{\Delta z_i} \varepsilon_i - \frac{b_{ij}}{\Delta z_i} \varepsilon_j \quad i=j=1 \dots k-1 \quad 4.33$$

a_i : Coeficiente de los términos lineales del modelo a escala natural.

Para los términos cuadráticos:

$$a_{ii} = \frac{b_{ii}}{\Delta z_i^2} \quad 4.34$$

a_{ii} : Coeficiente del término cuadrático del modelo en escala natural.

Para los términos interacción:

$$a_{ij} = \frac{b_{ij}}{\Delta z_i \Delta z_j} \quad i \neq j, i=j=1 \dots k \quad 4.35$$

a_{ij} : Coeficientes del término de interacción del modelo a escala natural.

Aplicando las ecuaciones para el modelo, se tiene la Tabla 4.23.

Tabla 4.23: Parámetros de decodificación a escala natural

	Z_2	Z_6
Centro del diseño Z_i^0	92.00	925
Radio del diseño ΔZ_i	2.00	25.00
Relación ε	46	37

El modelo matemático a escala natural final es el siguiente:

$$Y_{est} = 1945.95 - 50.6762 Z_2 + 1.06459 Z_6 + 0.132083 Z_2^2 - 0.00208279 Z_6^2 + 0.0292148 Z_2 Z_6 \quad 4.36$$

En la Figura 4.13 (obtenida mediante Statgraphics) se observa los efectos de las variables considerados en esta etapa. Se puede notar que a una granulometría más fina y a un menor grado de agitación se obtiene una mayor recuperación, de la misma forma como se observó en las etapas anteriores. En la Figura 4.14 se puede notar la existencia de las interacciones entre las dos variables. Para ambos casos se puede observar una curvatura debido a que se trata de un modelo de segundo grado.

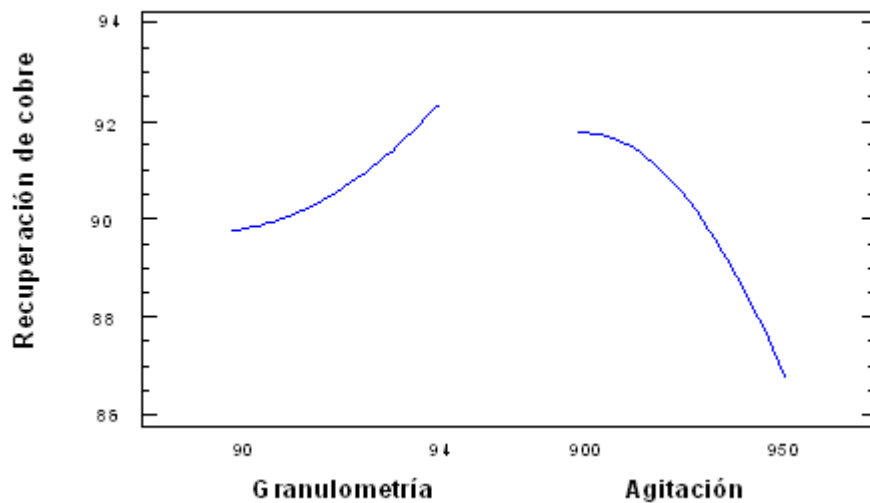


Figura 4.13 Grafico de efectos principales para la recuperación de cobre

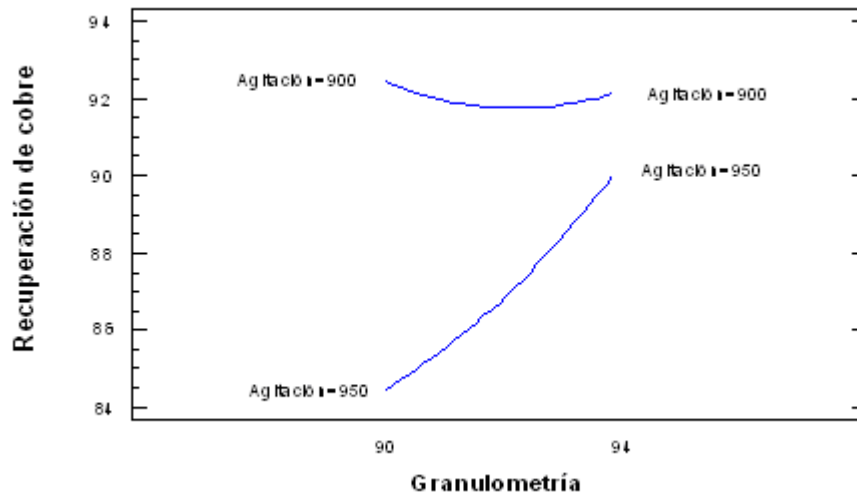


Figura 4.14 Grafico de interacción para la recuperación de cobre

En las Figuras 4.15 y 4.16 se observa la superficie respuesta, obtenidas por Statgraphics, que se estudia con mayor detalle en la siguiente sección.

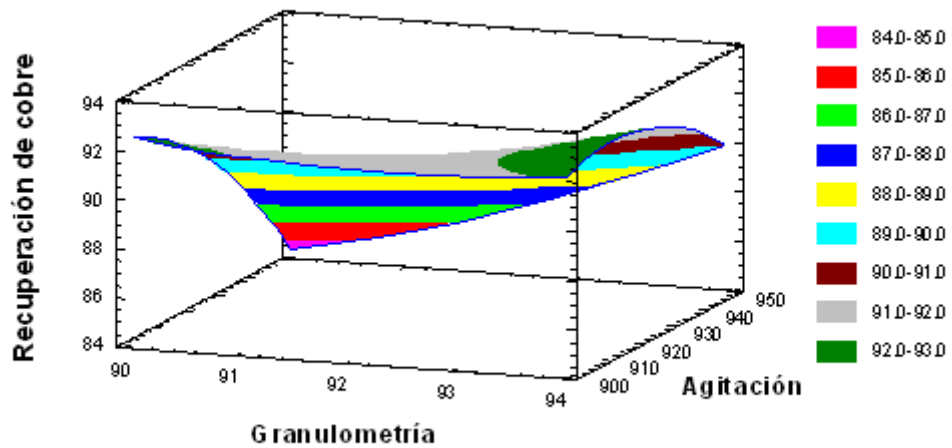


Figura 4.15 Superficie de respuesta estimada

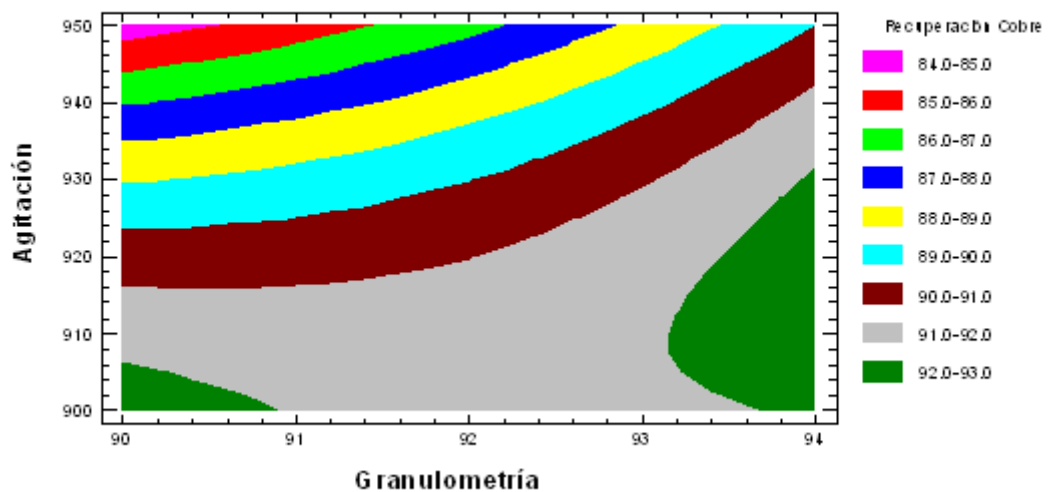


Figura 4.16 Contorno de la superficie de la respuesta estimada

4.4.1 EVALUACION DEL MODELO MATEMATICO DE SEGUNDO GRADO

Empleando el mismo procedimiento para la evaluación del modelo matemático de primer orden se realiza la evaluación para el modelo matemático de segundo orden.

En la Tabla 4.24 se muestra los análisis residuales del diseño hexagonal mientras que en la Tabla 4.25 se muestra el análisis de varianza para la evaluación de los modelos.

Tabla 4.24: Análisis residuales del diseño hexagonal

X1	X2	Y	Yest	Y-Yest.	(Y-Yest.) ²
1.0	0.000	91.71	92.37	-0.66	0.44
0.5	0.866	89.45	88.81	0.64	0.41
-0.5	0.866	85.57	86.25	-0.68	0.46
-1.0	0.000	90.42	89.77	0.65	0.43
-0.5	-0.866	91.20	91.87	-0.68	0.46
0.5	-0.866	92.55	91.91	0.64	0.41
0	0	91.01	90.54	0.47	0.22
0	0	90.21	90.54	-0.33	0.11
0	0	90.39	90.54	-0.15	0.02
SSresidual					2.95

Tabla 4.25: Tabla de análisis de varianza de los análisis residuales

	SS	GL	MS	F
FA (falta de ajuste)	2.601	1	2.601	14.766
E (error)	0.352	2	0.176	
R (residual)	2.953	3	0.984	

El valor F de la tabla para un nivel de significancia de 5 % para 1 y 2 grados de libertad ($F_{(1,2) 95\%}$) es 18.51. Por lo tanto, $F_{(1,2) 95\%} > F_{\text{modelo}} (14.766)$; entonces el modelo resultante es considerado como un buen modelo.

4.4.2 ANÁLISIS DE MÁXIMOS Y MINIMOS

La estrategia planteada determina un modelo de primer orden con las variables más influyentes en la recuperación de cobre, luego utiliza el método de la máxima pendiente en base al modelo determinado para aproximarse a la región deseada (máxima recuperación), y finalmente utiliza un diseño de segundo orden para optimizar la recuperación de cobre dentro de la región determinada. Se estudiará con más detalle esta ecuación de segundo orden ajustado, utilizando como ilustración un modelo con dos variables; que es el caso del presente estudio.

La ecuación ajustada tiene la forma:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_1x_2 \quad 4.37$$

Según los coeficientes b_0 , b_1 , b_2 , b_{11} , b_{22} y b_{12} esta ecuación puede tomar formas distintas.

La ecuación tendrá un máximo, un mínimo o no tendrá un extremo de acuerdo al signo de sus coeficientes b_{11} y b_{22} :

- Con signos iguales de b_{11} y b_{22} se tendrá un mínimo (en caso de ser ambos positivos) o un máximo (en caso de ser ambos negativos). La Figura 4.17 es un ejemplo de este caso.
- Con signos diferentes de b_{11} y b_{22} no se tendrá un máximo ni un mínimo sino una silla de montar como de la Figura 4.18.

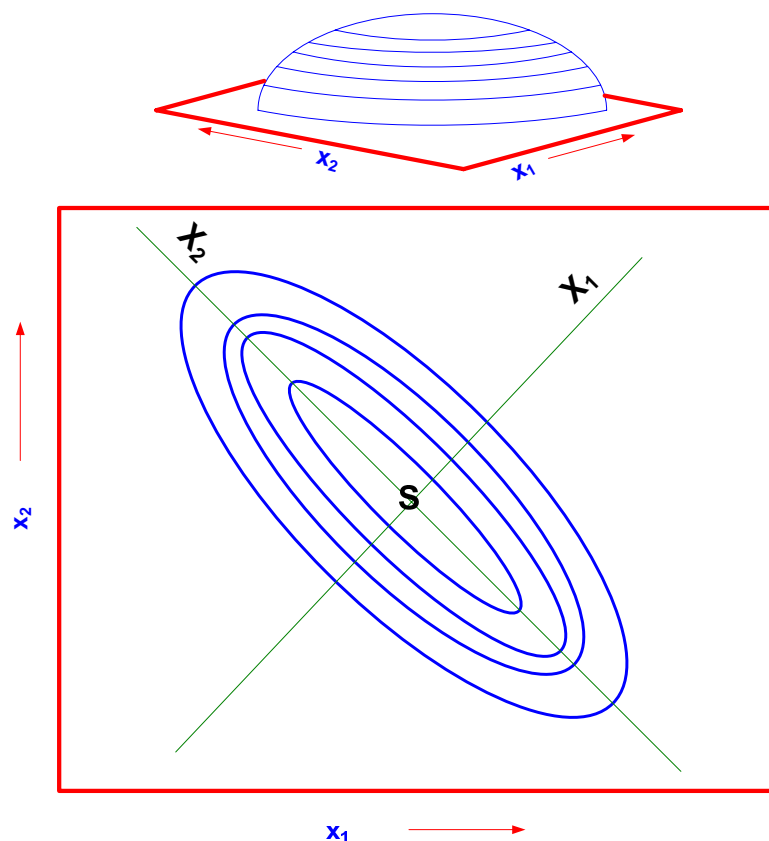


Figura 4.17 Curvas de ecuaciones de segundo grado representando un máximo

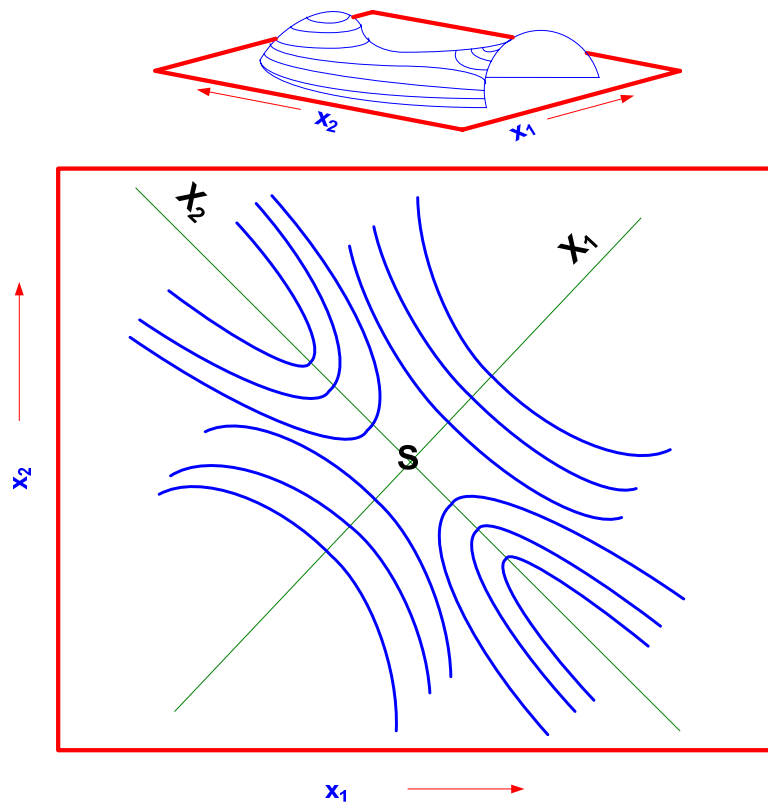


Figura 4.18 Curvas de ecuaciones de segundo grado representando una silla de montar

Para el análisis de la Ecuación 4.37 se emplea la matriz Hessiana de orden 2x2.

$$H_{22} = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} & \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1 X_2} \\ \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2 X_1} & \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2^2} \end{vmatrix} \quad 4.38$$

y

$$H_{11} = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} \quad 4.39$$

Se cumplen las siguientes condiciones:

- Si $H_{11} > 0$ y $H_{22} > 0$, existe un mínimo relativo.

- Si $H_{11} < 0$ y $H_{22} > 0$, existe un máximo relativo.
- Si $H_{22} < 0$, existe un punto de silla.
- Si $H_{22} = 0$, puede existir o no máximo o mínimo relativo.

El modelo matemático para el diseño final en escala codificada fue:

$$Y_{est} = 90.5367 + 1.30167X_2 - 2.52021X_6 + 0.528333X_2^2 - 1.30174X_6^2 + 1.46074X_2X_6 \quad 4.40$$

Asignándoles $X_1 = X_2$ y $X_2 = X_6$ en la matriz anterior

$$H_{11} = 1.058$$

$$H_{22} = -4.852$$

Como el signo del valor de H_{22} es negativo el modelo no posee ni máximo ni mínimo sino un punto de silla.

Mediante el análisis del modelo dentro de los rangos de la granulometría y agitación estudiadas se obtienen los valores óptimos:

Tabla 4.26: Tabla de resultados optimizados

Factor	Valor Optimo	Respuesta Optima
Z_2	94.00	92.57
Z_6	915.00	

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. De las tres etapas de optimización se concluye que la recuperación de cobre en el concentrado es afectado principalmente por granulometría y grado de agitación: incrementando el grado de molienda y reduciendo el grado de agitación se obtiene mayores recuperaciones.
2. Se logró incrementar la recuperación del cobre de 87 %, obtenida en la planta, a 92.57 % a nivel laboratorio; optimizando las variables principales de mayor influencia como: grado de molienda, incrementando a 94 % - malla 100 Tyler, y grado de agitación, reduciendo a 915 rpm. Las otras variables se mantuvieron en sus puntos medios de la primera etapa, en vista que no tenían efectos significativos sobre la recuperación de cobre.
3. En la etapa final de optimización se obtuvo el modelo matemático a escala natural:

$$Y_{est} = 1945.95 - 50.6762Z_2 + 1.06459Z_6 + 0.132083Z_2^2 - 0.00208279Z_6^2 + 0.0292148Z_2Z_6$$

Donde:

Z_2 = Grado de molienda y

Z_6 = Grado de agitación

4. El modelo final encontrado no posee ni máximo ni mínimo sino un punto de silla de montar y mediante el análisis del modelo se obtuvo un punto óptimo de recuperación de 92.57 % dentro de los rangos estudiados de las variables (granulometría 90 – 94 % - malla 100 Tyler, agitación 900 – 950 rpm)
5. De acuerdo al modelo indicado en el punto 3 la máxima recuperación de cobre se obtiene con el valor superior extremo del rango considerado para la granulometría, por poseer la forma de una silla de montar. Cuando ocurre esta situación sería recomendable llevar a cabo una optimización adicional mediante algún diseño entorno a este punto.

6. La ley de cobre en el concentrado de cobre es afectado principalmente por la Granulometría, mientras más fina sea la granulometría la ley de cobre será menor.
7. Los cambios de las condiciones de trabajo no causan mayores impactos en la recuperación de fierro en el concentrado de cobre.
8. Las leyes de fierro en el concentrado de cobre son afectados básicamente por el pH y el grado de agitación, reduciéndose, con el incremento del pH y aumentando con el incremento del grado de agitación.
9. Los tres métodos de optimización empleados en el presente caso asumen que todas pruebas experimentales son llevadas a cabo en forma aleatoria y por el personal capacitado para obtener los resultados con un mínimo error experimental.
10. Para iniciar este tipo de investigaciones es recomendable que el experimentador tenga un entrenamiento previo en cada una de las etapas para que los resultados sean reportados con un mínimo error experimental.
11. Es imperativo contar con equipos apropiados para obtener resultados confiables sin mayor influencia de errores introducidos a causa de estos equipos de prueba a prueba.

BIBLIOGRAFIA

1. AYALA MINA JORGE Y PARDO MERCADO RICHARD, Optimización por Diseños Experimentales. Capítulos 5, 6, 7 y 8. Páginas 59, 97, 135 y 159. Edición, 1995, Lima Perú.
2. CAICEDO F., Diseño Experimental con Aplicaciones a Metalurgia Extractiva. Edición 1968. Capítulo 2. Pagina 24.
3. CASTRO CHAMORRO, JORGE A., Tesis de pre – grado en Optimización del proceso de flotación de concentrado de zinc en la compañía Minera “Yauliyacu” S.A. mediante diseños factoriales. UNMSM – EAP IM, 2005.
4. CASTRO S., Curso Panamericano de Metalurgia Extractiva, Programa Regional de la OEA, Departamento de Ingeniería Metalúrgica Universidad de Concepción, Fundamentos Físico Químicos de la Flotación – 1983.
5. DOUGLAS C. MONTGOMERY, Diseño y Análisis de Experimentos, Editorial Iberoamérica, 1992. Capítulos 9, 10, 11. Páginas 270, 319 y 335.
6. FIGUEROA LOLI MELCHOR AQUILES, Tesis de post - grado en Celda de flotación de nueva generación, prototipo, pilotaje y evaluación. UNMSM – EAP IM, 2005.
7. GEORGE SNEDECOR AND WILLIAM COCHRAN, Statistical Methods. 6° Edición. Capítulos 12. Página 339.
8. HUNTER J. STUART, Determination of Optimum Operating Condition by Experimental Methods.
9. KELLY E. G. SPOTTISWOOD D. J., Introduction to Mineral Processing, John Willey; New York, 1982. Capítulo 16. Página 332.

10. KUME HITOSHI, Herramientas Estadísticas Básicas para el Mejoramiento de la Calidad, Editorial Norma 1993.
11. MAGNE O., LUIS, Procesamiento de Minerales, 1998. Capítulo 2. Página 33.
12. MURPHY T., Design and Analysis of Industrial Experiments. Chemical Engineering, June 1977.
13. SOMASUNDARAN P., Optimization of a Flotation Operation using Statistical Methods. AIME, December 1969.
14. TORRES BARDALES, MAMANI VIDAL WILSON Y ALVARADO EDGAR, Aplicación del Diseño Experimental Plackett y Burman en la Mejora del Proceso Merrill-Crowe y el Lavado en Contracorriente - Compañía Minera Poderosa S.A.

ANEXOS

ANEXO I

COMPAÑIA MINERA CANDELARIA

DESCRIPCIÓN RESUMIDA

El depósito de Candelaria se localiza a unos 20 km al sur de Copiapó, entre Manto verde y Mantos Blancos, se localiza cerca de la Zona Atacama Alta dentro de la Cordillera Costera norteña de Chile, y el Cinturón Férrico chileno.

En sus inicios de operaciones, año 1993, el concentrador de Candelaria procesaba 56000 ton/día de mineral de Mina, el contenido promedio de cobre era de 1.29 % de cobre, con 0.26 gr/ton de Au y 4.5 gr/ton de Ag. El principal componente del mineral de valor es la Calcopirita, que es un compuesto de Cu, Fe y S, también hay cantidades importantes de Pirita y Magnetita (minerales de Fierro) y muchos minerales menores. Los circuitos de chancado, molienda y de Flotación de espumas recuperaban 93 % de Cu, 75 % de Au y 71 % de Ag. Su producción era en promedio de 1104 ton/día de concentrado de 30 % de Cu, 5.51 gr/ton de oro y 67 gr/ton de Ag.

Al momento de realización del presente trabajo la ley de Cu de cabeza era de 0.84 % con el que se obtenía una recuperación promedio de 87 %.

CHANCADO

El chancador primario es una unidad giratoria Fuller – Traylor (1 524 mm por 2 260 mm). El mineral que viene de la mina tiene 1.2 m de diámetro y una longitud máxima de 3 m, el chancador lo reduce en aproximadamente un 90 % menos 204 mm.

Camiones Tolva (con capacidad de 177 ton) descargan el mineral en cualquier de los lados de los buzones de descarga de 380 ton. Un picapiedra hidráulico rompe rocas que son demasiado grandes para que puedan ingresar dentro de la cavidad de chancado.

Un sistema de captación de polvo tipo boquillas nebulizadoras se encuentran en el depósito de compensación sobre el chancador primario, el alimentador de correa de descarga del chancador primario y la correa terrestre de mineral grueso.

El chancador primario tiene un motor de impulsión de frecuencia regulable se usa solo para un arranque suave y para realizar pruebas.



Figura 3.21: Ubicación geográfica de la unidad minera Candelaria

El producto chancado se descarga en un depósito de compensación que esta inmediatamente debajo del chancador. Un alimentador de correa de descarga de velocidad variable de 2 440 mm (96”) de largo por 11.5 m de ancho sale del deposito de compensación. Esta correa se descarga en una correa transportadora terrestre de 1524 mm de ancho. Esta correa que se encuentra equipada con dos unidades de impulsión de 1 125 KW, transporta el mineral grueso a través de una distancia horizontal de 457 m y tiene un grado de elevación de 110 m.

El mineral se descarga a un STOCKPILE de almacenamiento de mineral grueso de 220000 ton, el almacenamiento vivo del Stockpile es de 30 000 ton, proporcionando una capacidad de compensación de aproximadamente 24 horas entre la mina y el concentrador. La capacidad total de Stockpile es de aproximadamente 220 000 ton.

MOLIENDA

Uno o más de tres alimentadores de correas de 1 830 mm de ancho por 8 700 mm de largo sacan el mineral chancado que esta bajo el Stockpile. Los puntos de descarga de los alimentadores de correa están equipados con boquillas nebulizadoras para captar polvo; Comúnmente se echan a andar los 3 alimentadores para asegurar que el Stockpile cae en forma pareja, pero cada alimentador es capaz de manejar todo el tonelaje del concentrado.

El mineral de los alimentadores se descarga en la correa alimentadora del molino SAG, que es una correa transportadora inclinada de 1 372 mm de ancho por 302 m de largo con sistema de transmisión de velocidad variable que permite operar la correa con una carga constante. Los puntos de descarga de la correa cuentan con un sistema de eliminación de polvo con boquillas nebulizadoras.

El mineral grueso de los alimentadores se une en la correa de alimentación mediante un harnero de descarga de sobretamaño del molino SAG. Estos sólidos y una cantidad proporcional de agua ingresa a un molino semiautogeno de 11 m de diámetro y 4.6 m de largo.

Este molino SAG esta accionado por un motor “Wrap – around” de 11 950 KW de frecuencia ajustable y velocidad variable, comúnmente el molino funciona a un 75 % de su velocidad critica y con aproximadamente un 8 % por volumen de bolas de molienda, la rejilla de descarga tiene ranuras de 11 mm por 52 mm.

El molino SAG se descarga sobre dos harneros de doble cubierta, de cabezal bajo de 3 m por 7.3 m, los harneros están sobre rieles que pueden pasar de la posición de operación a la de Stand by y viceversa según se requiera.

Las cubiertas superiores tiene orificios de 22 mm x 22 mm, las cubiertas inferiores tienen ranuras de 11 mm x 52 mm.

El material de sobretamaño del harnero de descarga del molino SAG se recicla en la alimentación del molino a través de un circuito de chancado de pebbles. El material de sobretamaño cae a una correa de transferencia y luego a una correa inclinada que conduce al edificio del separador preliminar donde cae a una compuerta de desviación, esta compuerta puede devolver todo o parte del material reciclado directamente a la correa de alimentación del molino; Sin embargo, la ruta normal lleva el material a un par de chancadores de cono cabeza corta a través de un deposito de compensación. Un sistema separador preliminar (Compuesto de 3 imanes y una rejilla vibradora) sacan los trozos metálicos, rechazan las bolas de molienda y la magnetita a medida que el material de sobretamaño es transportado a los chancadores.

Un 60 % del producto obtenido de los chancadores de sobretamaño pasa los 6.4 mm, se descarga a través de una correa de transferencia a la correa de alimentación del molino SAG.

Los puntos de descarga de los chancadores y de los alimentadores de correa cuentan con sistemas de boquillas nebulizadores para captar el polvo.

La pulpa de bajo tamaño del harnero del molino SAG se descarga directamente al resumidero de descarga del molino SAG y se combina con la descarga de los dos molinos de bolas; además se agrega agua y la mezcla resultante es impulsada por dos bombas de velocidad regulable a un circuito de molienda secundaria.

Cada bomba de alimentación de ciclón alimenta 10 ciclones de 660 mm que se encuentran alrededor de un distribuidor de alimentación; Este conjunto de ciclones tiene una canaleta de colección de rebase y otra para la descarga.

La descarga por gravedad pasa a dos molinos de bolas grandes de 6.1 m de diámetro por 9.1 m de largo que están impulsadas por motores de 5595 KW a través de embragues de aire, piñones y engranajes de corona. El sobreflujo pasa a través de un cajón con rejilla y luego por el cajón de muestreo para controlar el tamaño de las partículas, los dos rebases de ciclón se combinan en el cajón de acumulación de alimentación a flotación.

FLOTACIÓN

Catorce celdas de flotación rougher de 85 m³ Wemco tienen dos propósitos: Descargan concentrados más gruesos a un circuito de remolienda y descargar los relaves a un espesador.

El circuito de remolienda utiliza un molino de bolas de 4.3 m de diámetro por 6.7 m de largo en un circuito cerrado con un conjunto de catorce ciclones de 508 mm. Los concentrados más gruesos de remolienda se distribuyen entre 4 celdas columnas de 3.7 m de diámetro por 14 m de alto; El concentrado que se obtiene de estas celdas es el producto final y pasan al proceso de filtrado.

Los relaves se purifican en 8 celdas de flotación de 85 m³, el concentrado generado se agrega al concentrado grueso y de ahí se bombea al circuito de remolienda mientras los relaves provenientes del proceso de purificación se unen a los relaves rougher.

PROCESO DE SECADO Y MANEJO DEL CONCENTRADO

El circuito de secado consta de dos espesadores de concentrado de 30.5 m de diámetro seguido de cuatro filtros de disco de cerámica, la torta filtrada / seca se envía a un Stockpile de concentrado cubierto y luego es cargado en camiones y enviado al puerto en punta padrones; En este lugar, los camiones ingresan a un edificio y

descargan el contenido dentro de una tolva, los captadores de polvo controlan las perdidas.

Un alimentador de correa que se encuentra bajo la tolva lleva el concentrado a una correa transportadora que utiliza un volteador para almacenar el concentrado dentro de una bodega cubierta con capacidad de 45 000 tn.

Los cargadores frontales retiran el concentrado de la bodega y cargan a una correa transportadora utilizando dos tolvas de descarga y alimentadores de correa de recirculación, la correa alimenta a un cargador de barcos provisto de un chute telescópico retráctil; Un sistema de colectores de polvo devuelven este que se encuentran en todos los puntos de transferencia a la correa de alimentación del cargador del barco.

ANEXO II

CUADROS DE BALANCES METALURGICOS

PRIMERA ETAPA (SCREENING)

Prueba N° 1:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	40.30	19.30	31.00	7.78	12.49	86.28	3.32
Relave	1039.0	0.12	35.00	1.24	363.65	13.72	96.68
Cab. Calc.	1079.30	0.84	34.85	9.01	376.14	100.00	100.00

Prueba N° 2:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	36.20	18.90	30.10	6.84	10.90	76.00	2.81
Relave	1049.0	0.21	35.90	2.16	376.59	24.00	97.19
Cab. Calc.	1085.20	0.83	35.71	9.00	387.49	100.00	100.00

Prueba N° 3:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	50.80	16.20	33.00	8.23	16.76	88.94	4.62
Relave	1033.5	0.10	33.50	1.02	346.22	11.06	95.38
Cab. Calc.	1084.30	0.85	33.48	9.25	362.99	100.00	100.00

Prueba N° 4:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	51.50	15.80	27.70	8.14	14.27	92.46	3.76
Relave	1036.7	0.06	35.20	0.66	364.92	7.54	96.24
Cab. Calc.	1088.20	0.81	34.85	8.80	379.18	100.00	100.00

Prueba N° 5:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	52.80	14.60	27.90	7.71	14.73	83.39	3.96
Relave	1030.8	0.15	34.70	1.54	357.69	16.61	96.04
Cab. Calc.	1083.60	0.85	34.37	9.24	372.42	100.00	100.00

Prueba N° 6:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	45.70	16.90	29.20	7.72	13.34	87.26	3.59
Relave	1034.8	0.11	34.60	1.13	358.04	12.74	96.41
Cab. Calc.	1080.50	0.82	34.37	8.85	371.39	100.00	100.00

Prueba N° 7:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	47.00	17.60	30.10	8.27	14.15	91.40	3.68
Relave	1037.3	0.08	35.70	0.78	370.32	8.60	96.32
Cab. Calc.	1084.30	0.83	35.46	9.05	384.46	100.00	100.00

Prueba N° 8:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	55.40	14.60	26.80	8.09	14.85	88.72	3.98
Relave	1028.2	0.10	34.80	1.03	357.81	11.28	96.02
Cab. Calc.	1083.60	0.84	34.39	9.12	372.66	100.00	100.00

Prueba N° 9:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	44.00	17.50	30.20	7.70	13.29	82.25	3.63
Relave	1045.1	0.16	33.80	1.66	353.24	17.75	96.37
Cab. Calc.	1089.10	0.86	33.65	9.36	366.53	100.00	100.00

Prueba N° 10:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	42.30	17.60	28.40	7.44	12.01	89.72	3.16
Relave	1040.3	0.08	35.40	0.85	368.27	10.28	96.84
Cab. Calc.	1082.60	0.77	35.13	8.30	380.28	100.00	100.00

Prueba N° 11:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	45.50	17.90	30.90	8.14	14.06	88.21	3.70
Relave	1037.1	0.11	35.30	1.09	366.10	11.79	96.30
Cab. Calc.	1082.60	0.85	35.12	9.23	380.16	100.00	100.00

Prueba N° 12:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	54.10	14.60	25.90	7.90	14.01	82.92	3.73
Relave	1036.5	0.16	34.90	1.63	361.74	17.08	96.27
Cab. Calc.	1090.60	0.87	34.45	9.53	375.75	100.00	100.00

Prueba N° 13:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	48.70	16.30	30.70	7.94	14.95	90.29	4.05
Relave	1028.5	0.08	34.40	0.85	353.80	9.71	95.95
Cab. Calc.	1077.20	0.82	34.23	8.79	368.75	100.00	100.00

Prueba N° 14:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	52.80	16.40	30.90	8.66	16.32	86.95	4.21
Relave	1023.7	0.13	36.30	1.30	371.60	13.05	95.79
Cab. Calc.	1076.50	0.93	36.04	9.96	387.92	100.00	100.00

Prueba N° 15:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	64.60	12.50	26.40	8.08	17.05	92.36	4.62
Relave	1012.3	0.07	34.80	0.67	352.28	7.64	95.38
Cab. Calc.	1076.90	0.81	34.30	8.74	369.33	100.00	100.00

Prueba N° 16:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	56.40	15.10	25.50	8.52	14.38	93.58	3.74
Relave	1024.8	0.06	36.10	0.58	369.95	6.42	96.26
Cab. Calc.	1081.20	0.84	35.55	9.10	384.33	100.00	100.00

Prueba N° 17:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	47.30	15.70	27.30	7.43	12.91	84.90	3.52
Relave	1024.0	0.13	34.60	1.32	354.30	15.10	96.48
Cab. Calc.	1071.30	0.82	34.28	8.75	367.22	100.00	100.00

Prueba N° 18:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	39.40	19.10	28.50	7.53	11.23	85.98	2.70
Relave	1030.9	0.12	39.30	1.23	405.14	14.02	97.30
Cab. Calc.	1070.30	0.82	38.90	8.75	416.37	100.00	100.00

Prueba N° 19:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	39.20	19.80	28.40	7.76	11.13	88.86	2.99
Relave	1034.9	0.09	34.90	0.97	361.18	11.14	97.01
Cab. Calc.	1074.10	0.81	34.66	8.73	372.31	100.00	100.00

Prueba N° 20:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	53.00	14.70	25.40	7.79	13.46	90.29	3.57
Relave	1021.4	0.08	35.60	0.84	363.62	9.71	96.43
Cab. Calc.	1074.40	0.80	35.10	8.63	377.08	100.00	100.00

Prueba N° 21:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	42.50	18.20	29.30	7.74	12.45	88.73	3.48
Relave	1023.3	0.10	33.80	0.98	345.88	11.27	96.52
Cab. Calc.	1065.80	0.82	33.62	8.72	358.33	100.00	100.00

Prueba N° 22:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	57.40	12.60	24.70	7.23	14.18	82.89	3.77
Relave	1008.8	0.15	35.90	1.49	362.16	17.11	96.23
Cab. Calc.	1066.20	0.82	35.30	8.73	376.34	100.00	100.00

Prueba N° 23:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	62.20	12.60	25.60	7.84	15.92	92.14	4.35
Relave	998.1	0.07	35.10	0.67	350.33	7.86	95.65
Cab. Calc.	1060.30	0.80	34.54	8.51	366.26	100.00	100.00

Prueba N° 24:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	48.30	16.40	26.60	7.92	12.85	92.90	3.54
Relave	1009.1	0.06	34.70	0.61	350.16	7.10	96.46
Cab. Calc.	1057.40	0.81	34.33	8.53	363.01	100.00	100.00

Prueba N° 25:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	45.90	17.60	30.00	8.08	13.77	90.33	3.69
Relave	1017.3	0.09	35.30	0.86	359.11	9.67	96.31
Cab. Calc.	1063.20	0.84	35.07	8.94	372.88	100.00	100.00

Prueba N° 26:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	48.60	14.90	26.00	7.24	12.64	84.24	3.48
Relave	1003.2	0.14	34.90	1.35	350.12	15.76	96.52
Cab. Calc.	1051.80	0.82	34.49	8.60	362.75	100.00	100.00

Prueba N° 27:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	61.10	13.30	25.80	8.13	15.76	92.05	4.30
Relave	1003.0	0.07	35.00	0.70	351.05	7.95	95.70
Cab. Calc.	1064.10	0.83	34.47	8.83	366.81	100.00	100.00

Prueba N° 28:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	46.00	17.10	26.90	7.87	12.37	93.28	3.39
Relave	1012.3	0.06	34.80	0.57	352.28	6.72	96.61
Cab. Calc.	1058.30	0.80	34.46	8.43	364.65	100.00	100.00

Prueba N° 29:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	50.60	14.80	27.10	7.49	13.71	85.80	3.73
Relave	1008.0	0.12	35.10	1.24	353.81	14.20	96.27
Cab. Calc.	1058.60	0.82	34.72	8.73	367.52	100.00	100.00

Prueba N° 30:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	54.60	14.20	25.50	7.75	13.92	89.55	3.85
Relave	1004.8	0.09	34.60	0.90	347.66	10.45	96.15
Cab. Calc.	1059.40	0.82	34.13	8.66	361.58	100.00	100.00

Prueba N° 31:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	49.10	16.90	29.80	8.30	14.63	92.44	3.77
Relave	1012.5	0.07	36.90	0.68	373.61	7.56	96.23
Cab. Calc.	1061.60	0.85	36.57	8.98	388.24	100.00	100.00

Prueba N° 32:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	64.80	12.40	25.20	8.04	16.33	90.70	4.27
Relave	993.2	0.08	36.90	0.82	366.49	9.30	95.73
Cab. Calc.	1058.00	0.84	36.18	8.86	382.82	100.00	100.00

Replica N° 1:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	41.50	16.90	30.80	7.01	12.78	86.84	3.80
Relave	932.4	0.11	34.70	1.06	323.54	13.16	96.20
Cab. Calc.	973.90	0.83	34.53	8.08	336.32	100.00	100.00

Replica N° 2:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	44.60	16.90	27.80	7.54	12.40	88.44	3.40
Relave	985.2	0.10	35.80	0.99	352.70	11.56	96.60
Cab. Calc.	1029.80	0.83	35.45	8.52	365.10	100.00	100.00

Replica N° 3:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	47.80	17.40	29.40	8.32	14.05	87.48	3.61
Relave	1072.6	0.11	35.00	1.19	375.41	12.52	96.39
Cab. Calc.	1120.40	0.85	34.76	9.51	389.46	100.00	100.00

SEGUNDA ETAPA (ESCALAMIENTO)

Prueba N° 1:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	43.90	16.83	27.64	7.39	12.13	83.69	2.48
Relave	1028.3	0.14	46.42	1.44	477.34	16.31	97.52
Cab. Calc.	1072.20	0.82	45.65	8.83	489.47	100.00	100.00

Prueba N° 2:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	44.10	17.50	28.67	7.72	12.64	87.20	3.04
Relave	1029.8	0.11	39.15	1.13	403.17	12.80	96.96
Cab. Calc.	1073.90	0.82	38.72	8.85	415.81	100.00	100.00

Prueba N° 3:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	44.00	17.47	28.99	7.69	12.76	88.22	3.41
Relave	1026.5	0.10	35.17	1.03	361.02	11.78	96.59
Cab. Calc.	1070.50	0.81	34.92	8.71	373.78	100.00	100.00

Prueba N° 4:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	45.40	17.32	28.67	7.86	13.02	89.47	3.13
Relave	1028.0	0.09	39.15	0.93	402.46	10.53	96.87
Cab. Calc.	1073.40	0.82	38.71	8.79	415.48	100.00	100.00

Prueba N° 5:

Producto	Pesos (gr)	Leyes		Contenido metálico		Recuperación	
		% Cu	% Fe	Cu	Fe	Cu	Fe
Conc. Ro	44.90	17.56	30.48	7.88	13.69	91.64	3.58
Relave	1027.3	0.07	35.83	0.72	368.08	8.36	96.42
Cab. Calc.	1072.20	0.80	35.61	8.60	381.77	100.00	100.00

TERCERA ETAPA (OPTIMIZACION FINAL)

Prueba N° 1:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	43.90	18.13	7.96	91.71
Relave	1028.3	0.07	0.72	8.29
Cab. Calc.	1072.20	0.81	8.68	100.00

Prueba N° 2:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.10	17.82	7.86	89.45
Relave	1029.8	0.09	0.93	10.55
Cab. Calc.	1073.90	0.82	8.79	100.00

Prueba N° 3:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.00	16.60	7.30	85.57
Relave	1026.5	0.12	1.23	14.43
Cab. Calc.	1070.50	0.80	8.54	100.00

Prueba N° 4:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	45.40	17.10	7.76	90.42
Relave	1028.0	0.08	0.82	9.58
Cab. Calc.	1073.40	0.80	8.59	100.00

Prueba N° 5:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.90	16.59	7.45	91.20
Relave	1027.3	0.07	0.72	8.80
Cab. Calc.	1072.20	0.76	8.17	100.00

Prueba N° 6:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.40	17.34	7.70	92.55
Relave	1033.2	0.06	0.62	7.45
Cab. Calc.	1077.60	0.77	8.32	100.00

Replica N° 1:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.50	18.76	8.35	91.01
Relave	1030.7	0.08	0.82	8.99
Cab. Calc.	1075.20	0.85	9.17	100.00

Replica N° 2:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.60	17.00	7.58	90.21
Relave	1028.3	0.08	0.82	9.79
Cab. Calc.	1072.90	0.78	8.40	100.00

Replica N° 3:

Producto	Pesos (gr)	ley	Cont. met.	Recup.
		% Cu	Cu	Cu
Conc. Ro	44.50	17.40	7.74	90.39
Relave	1029.5	0.08	0.82	9.61
Cab. Calc.	1074.00	0.80	8.57	100.00

ANEXO III

TABLAS DE PRUEBAS EXPERIMENTALES DE OPTIMIZACION

SCREENING

PRUEBA N°	CONCENTRADO			RELAVE		Peso Total (gr)	Recuperación (%)
	Peso (gr)	Peso (%)	Ley Cu (%)	Peso (gr)	Ley Cu (%)		
1	40.3	3.7	19.3	1039.0	0.119	1079.3	86.28
2	36.2	3.3	18.9	1049.0	0.206	1085.2	76.00
3	50.8	4.7	16.2	1033.5	0.099	1084.3	88.94
4	51.5	4.7	15.8	1036.7	0.064	1088.2	92.46
5	52.8	4.9	14.6	1030.8	0.149	1083.6	83.39
6	45.7	4.2	16.9	1034.8	0.109	1080.5	87.26
7	47.0	4.3	17.6	1037.3	0.075	1084.3	91.40
8	55.4	5.1	14.6	1028.2	0.100	1083.6	88.72
9	44.0	4.0	17.5	1045.1	0.159	1089.1	82.25
10	42.3	3.9	17.6	1040.3	0.082	1082.6	89.72
11	45.5	4.2	17.9	1037.1	0.105	1082.6	88.21
12	54.1	5.0	14.6	1036.5	0.157	1090.6	82.92
13	48.7	4.5	16.3	1028.5	0.083	1077.2	90.29
14	52.8	4.9	16.4	1023.7	0.127	1076.5	86.95
15	64.6	6.0	12.5	1012.3	0.066	1076.9	92.36
16	56.4	5.2	15.1	1024.8	0.057	1081.2	93.58
17	47.3	4.4	15.7	1024.0	0.129	1071.3	84.90
18	39.4	3.7	19.1	1030.9	0.119	1070.3	85.98
19	39.2	3.6	19.8	1034.9	0.094	1074.1	88.86
20	53.0	4.9	14.7	1021.4	0.082	1074.4	90.29
21	42.5	4.0	18.2	1023.3	0.096	1065.8	88.73
22	57.4	5.4	12.6	1008.8	0.148	1066.2	82.89
23	62.2	5.9	12.6	998.1	0.067	1060.3	92.14
24	48.3	4.6	16.4	1009.1	0.060	1057.4	92.90
25	45.9	4.3	17.6	1017.3	0.085	1063.2	90.33
26	48.6	4.6	14.9	1003.2	0.135	1051.8	84.24
27	61.1	5.7	13.3	1003.0	0.070	1064.1	92.05
28	46.0	4.3	17.1	1012.3	0.056	1058.3	93.28
29	50.6	4.8	14.8	1008.0	0.123	1058.6	85.80
30	54.6	5.2	14.2	1004.8	0.090	1059.4	89.55
31	49.1	4.6	16.9	1012.5	0.067	1061.6	92.44
32	64.8	6.1	12.4	993.2	0.083	1058.0	90.70
Replica 1	41.5	4.3	16.9	932.4	0.114	973.9	86.84
Replica 2	44.6	4.3	16.9	985.2	0.100	1029.8	88.44
Replica 3	47.8	4.3	17.4	1072.6	0.111	1120.4	87.48
Cabeza			0.848				

PRUEBA N°	CONCENTRADO			RELAVE		Peso Total (gr)
	Peso (gr)	Peso (%)	Ley Fe (%)	Peso (gr)	Ley Fe (%)	
1	40.3	3.73	31.0	1039.0	35.0	1079.3
2	36.2	3.34	30.1	1049.0	35.9	1085.2
3	50.8	4.69	33.0	1033.5	33.5	1084.3
4	51.5	4.73	27.7	1036.7	35.2	1088.2
5	52.8	4.87	27.9	1030.8	34.7	1083.6
6	45.7	4.23	29.2	1034.8	34.6	1080.5
7	47.0	4.33	30.1	1037.3	35.7	1084.3
8	55.4	5.11	26.8	1028.2	34.8	1083.6
9	44.0	4.04	30.2	1045.1	33.8	1089.1
10	42.3	3.91	28.4	1040.3	35.4	1082.6
11	45.5	4.20	30.9	1037.1	35.3	1082.6
12	54.1	4.96	25.9	1036.5	34.9	1090.6
13	48.7	4.52	30.7	1028.5	34.4	1077.2
14	52.8	4.90	30.9	1023.7	36.3	1076.5
15	64.6	6.00	26.4	1012.3	34.8	1076.9
16	56.4	5.22	25.5	1024.8	36.1	1081.2
17	47.3	4.42	27.3	1024.0	34.6	1071.3
18	39.4	3.68	28.5	1030.9	39.3	1070.3
19	39.2	3.65	28.4	1034.9	34.9	1074.1
20	53.0	4.93	25.4	1021.4	35.6	1074.4
21	42.5	3.99	29.3	1023.3	33.8	1065.8
22	57.4	5.38	24.7	1008.8	35.9	1066.2
23	62.2	5.87	25.6	998.1	35.1	1060.3
24	48.3	4.57	26.6	1009.1	34.7	1057.4
25	45.9	4.32	30.0	1017.3	35.3	1063.2
26	48.6	4.62	26.0	1003.2	34.9	1051.8
27	61.1	5.74	25.8	1003.0	35.0	1064.1
28	46.0	4.35	26.9	1012.3	34.8	1058.3
29	50.6	4.78	27.1	1008.0	35.1	1058.6
30	54.6	5.15	25.5	1004.8	34.6	1059.4
31	49.1	4.63	29.8	1012.5	36.9	1061.6
32	64.8	6.12	25.2	993.2	36.9	1058.0
Replica 1	41.5	4.26	30.8	932.4	34.7	973.9
Replica 2	44.6	4.33	27.8	985.2	35.8	1029.8
Replica 3	47.8	4.27	29.4	1072.6	35.0	1120.4
Cabeza			38.4			

ESCALAMIENTO

PRUEBA N°	CONCENTRADO			RELAVE		Peso Total (gr)	Recuperación (%)
	Peso (gr)	% Peso	Ley Cu (%)	Peso (gr)	Ley Cu (%)		
1	43.9	4.1	16.83	1028.3	0.14	1072.2	83.69
2	44.1	4.1	17.50	1029.8	0.11	1073.9	87.20
3	44.0	4.1	17.47	1026.5	0.10	1070.5	88.22
4	45.4	4.2	17.32	1028.0	0.09	1073.4	89.47
5	44.9	4.2	17.56	1027.3	0.07	1072.2	91.64
Cabeza			0.848				

PRUEBA N°	CONCENTRADO			RELAVE		Peso Total (gr)
	Peso (gr)	Peso (%)	Ley Fe (%)	Peso (gr)	Ley Fe (%)	
1	43.9	4.1	27.64	1028.3	46.42	1072.2
2	44.1	4.1	28.67	1029.8	39.15	1073.9
3	44.0	4.1	28.99	1026.5	35.17	1070.5
4	45.4	4.2	28.94	1028.0	37.06	1073.4
5	44.9	4.2	30.48	1027.3	35.83	1072.2
Cabeza			38.40			

OPTIMIZACION FINAL

PRUEBA N°	CONCENTRADO			RELAVE		Peso Total (gr)	Recuperación (%)
	Peso (gr)	Peso (%)	Ley cu	Peso (gr)	Ley cu		
1	43.9	4.1	18.13	1028.3	0.07	1072.2	91.71
2	44.1	4.1	17.82	1029.8	0.09	1073.9	89.45
3	44.0	4.1	16.60	1026.5	0.12	1070.5	85.57
4	45.4	4.2	17.10	1028.0	0.08	1073.4	90.42
5	44.9	4.2	16.59	1027.3	0.07	1072.2	91.20
6	44.5	4.1	17.34	1030.7	0.06	1075.2	92.55
Replica N° 1	44.6	4.2	18.76	1028.3	0.08	1072.9	91.01
Replica N° 2	44.5	4.1	17.00	1029.5	0.08	1074.0	90.21
Replica N° 3	44.5	4.1	17.40	1030.7	0.08	1075.2	90.39
Cabeza			0.848				

ANEXO IV

ESTIMACION DEL MODELO MATEMATICO PARA EL DISEÑO HEXAGONAL

Los diseños rotables son estimados por los modelos matemáticos de segundo orden:

$$Y_{est} = b_0 + \sum b_i X_i + \sum b_{ij} X_i X_j + \sum b_{ii} X_i^2$$

Los coeficientes del modelo está definido por la siguiente formula matricial:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Donde:

- X: Matriz de diseño hexagonal
- X^t: Transpuesta de la matriz del diseño
- Y: El vector de los datos observados

	X₀	X₂	X₆	X₂*X₆	X₂²	X₆²
1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	
1.0000	0.5000	0.8660	0.4330	0.2500	0.7500	
1.0000	-0.5000	0.8660	-0.4330	0.2500	0.7500	
1.0000	-1.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	
X = 1.0000	-0.5000	-0.8660	0.4330	0.2500	0.7500	
1.0000	0.5000	-0.8660	-0.4330	0.2500	0.7500	
1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.0000	0.5000	-0.5000	-1.0000	-0.5000	0.5000	0.0000	0.0000	0.0000
XT = 0.0000	0.8660	0.8660	0.0000	-0.8660	-0.8660	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.4330	-0.4330	0.0000	0.4330	-0.4330	0.0000	0.0000	0.0000
1.0000	0.2500	0.2500	1.0000	0.2500	0.2500	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.7500	0.7500	0.0000	0.7500	0.7500	0.0000	0.0000	0.0000

$$\mathbf{Y} = \begin{matrix} 91.7100 \\ 89.4500 \\ 85.5700 \\ 90.4200 \\ 91.2000 \\ 92.5500 \\ 91.0100 \\ 90.2100 \\ 90.3900 \end{matrix}$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \begin{matrix} 9.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.0000 & 2.9998 \\ 0.0000 & 3.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 2.9998 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.7500 & 0.0000 & 0.0000 \\ 3.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 2.2500 & 0.7500 \\ 2.9998 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.7500 & 2.2497 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{Inversa } (\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = \\ \mathbf{P} = \end{matrix} \begin{matrix} 0.3333 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.3333 & -0.3334 \\ 0.0000 & 0.3333 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.3334 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.3334 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.3333 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.8333 & 0.1667 \\ -0.3334 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1667 & 0.8334 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \\ \mathbf{Q} = \end{matrix} \begin{matrix} 812.5100 \\ 3.9050 \\ -7.5602 \\ 1.0955 \\ 271.8225 \\ 269.0617 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{Coeficientes } (\mathbf{B}) = \\ \mathbf{P} * \mathbf{Q} = \end{matrix} \begin{matrix} 90.53670 & (b_0) \\ 1.301670 & (b_2) \\ -2.520210 & (b_6) \\ 1.460740 & (b_{26}) \\ 0.528333 & (b_{22}) \\ -1.301740 & (b_{66}) \end{matrix}$$

$$Y_{est} = 90.5367 + 1.30167 X_2 - 2.52021 X_6 + 1.46074 X_2 X_6 + 0.528333 X_2^2 - 1.30174 X_6^2$$

ANEXO IV

TABLA DE ANALISIS QUIMICOS

Santiago, Diciembre 12, 2000

INFOfax DE ANALISIS

AQ 486(2)

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433

De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra (O)	Cu total (%)	Fe total (%)
Re Co I	0,091	37,7
Re Co II	0,064	37,8
Re Co III	0,055	37,4
Re Co IV	0,054	38,0
Re Co V	0,055	37,4
Co I 2	18,5	32,2
Co I 5	14,4	30,6
Co I 9	7,3	24,5
Co II 2	18,5	31,8
Co II 5	14,5	30,5
Co II 9	11,7	30,2
Co III 2	17,6	31,4
Co III 5	13,5	29,1
Co III 9	10,4	26,8
Co IV 2	18,5	32,4
Co IV 5	15,9	31,1
Co IV 9	12,1	28,6
Co V 2	18,2	32,1
Co V 5	15,2	30,6
Co V 9	8,79	25,0

AQ 486(2)

Santiago, Diciembre 12, 2000

INFOfax DE ANALISIS

AQ 486

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra (J)	Cu total (%)	Fe total (%)
Re Co I	0,068	36,0
Re Co II	0,052	36,2
Re Co III	0,054	36,2
Re Co IV	0,051	36,0
Re Co V	0,060	35,9
Co I 2	20,4	31,0
Co I 5	18,9	31,1
Co I 9	8,23	24,3
Co II 2	18,5	30,1
Co II 5	15,4	29,8
Co II 9	8,89	26,2
Co III 2	18,2	30,3
Co III 5	14,8	29,5
Co III 9	9,57	25,4
Co IV 2	18,1	30,7
Co IV 5	14,2	28,8
Co IV 9	10,7	26,1
Co V 2	19,8	31,4
Co V 5	16,8	30,2
Co V 9	8,93	27,4

AQ 486

Santiago, Enero 29, 2000
INFOfax DE ANALISIS
AQ 501

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total (%)	Fe total (%)
SC - 1	19.3	31.0
SC - 2	18.9	30.1
SC - 3	16.2	33.0
SC - 4	15.8	27.7
SC - 5	14.6	27.9
SC - 6	16.9	29.2
SC - 7	17.6	30.1
SC - 8	14.6	26.8
SC - 9	17.5	30.2
SC - 10	17.6	28.4
SC - 11	17.9	30.9
SC - 12	14.6	25.9
SC - 13	16.3	30.7
SC - 14	16.4	30.9
SC - 15	12.5	26.4
SC - 16	15.1	25.5
SC - 17	15.7	27.3
SC - 18	19.1	28.5
SC - 19	19.8	28.4
SC - 20	14.7	25.4

AQ 501

Santiago, Enero 29, 2000
INFOfax DE ANALISIS
AQ 501(2)

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total (%)	Fe total (%)
SC - 21	18.2	29.3
SC - 22	12.6	24.7
SC - 23	12.6	25.6
SC - 24	16.4	26.6
SC - 25	17.6	30.0
SC - 26	14.9	26.0
SC - 27	13.3	25.8
SC - 28	17.1	26.9
SC - 29	14.8	27.1
SC - 30	14.2	25.5
SC - 31	16.9	29.8
SC - 32	12.4	25.2
Conc-rep. 1	16.9	30.8
Conc-rep. 2	16.9	27.8
Conc-rep. 3	18.1	29.6
Conc-rep. 4	17.4	29.4
Conc-rep. 5	11.9	26.4
Cabeza	0.848	38.4

AQ 501(2)

Santiago, Enero 30, 2000
INFOfax DE ANALISIS
AQ 501(4)

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total (%)	Fe total (%)
SC-Rel - 1	0.119	35.0
SC-Rel - 2	0.206	35.9
SC-Rel - 3	0.099	33.5
SC-Rel - 4	0.064	35.2
SC-Rel - 5	0.149	34.7
SC-Rel - 6	0.853	34.6
SC-Rel - 7	0.593	35.7
SC-Rel - 8	0.100	34.8
SC-Rel - 9	0.159	33.8
SC-Rel - 10	0.319	35.4
SC-Rel - 11	0.105	35.3
SC-Rel - 12	0.157	34.9
SC-Rel - 13	0.083	34.4
Rel Rep.- 1	0.114	34.7
Rel Rep.- 2	0.100	35.8
Rel Rep.- 3	0.157	34.8
Rel Rep.- 4	0.111	35.0
Rel Rep.- 5	0.070	35.9

AQ 501(4)

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total (%)	Fe total (%)
SC-Rel - 14	0.127	36.3
SC-Rel - 15	0.066	34.8
SC-Rel - 16	0.057	36.1
SC-Rel - 17	0.129	34.6
SC-Rel - 18	0.119	39.3
SC-Rel - 19	0.094	34.9
SC-Rel - 20	0.082	35.6
SC-Rel - 21	0.096	33.8
SC-Rel - 22	0.148	35.9
SC-Rel - 23	0.067	35.1
SC-Rel - 24	0.060	34.7
SC-Rel - 25	0.085	35.3
SC-Rel - 26	0.135	34.9
SC-Rel - 27	0.070	35.0
SC-Rel - 28	0.056	34.8
SC-Rel - 29	0.123	35.1
SC-Rel - 30	0.090	34.6
SC-Rel - 31	0.067	36.9
SC-Rel - 32	0.083	36.9

AQ 501(3)

Santiago, Febrero 6, 2001
INFOfax DE ANALISIS
AQ 507

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sr. Luis Magne
Fono-Fax: (02) 7765433
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimado Señor:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total
Relave-6	0.109
Relave-7	0.075
Relave-9	0.156
Relave-R3	0.115

AQ 507

Santiago, Febrero 14, 2001
INFOfax DE ANALISIS
AQ 509

A : UNIVERSIDAD DE SANTIAGO
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
At: Sra. Claudia Velasquez
Fono-Fax: (02) 77654336
De : LABORATORIO QUIMICO
METALQUIM Limitada

Estimada Señora:

A continuación informamos el resultado del análisis realizado a un set de muestras enviadas por Ud.:

Muestra	Cu total	Fe total
Conc - I	16,83	27,64
Conc - II	17,50	28,67
Conc - III	17,47	28,99
Conc - IV	17,32	28,94
Conc - V	17,56	30,48
Cola - I	0,14	46,42
Cola - II	0,11	39,15
Cola - III	0,10	35,17
Cola - IV	0,09	37,06
Cola - V	0,07	35,83

AQ 509

ANEXO V

TABLAS DISTRIBUCION F NIVELES DE SIGNIFICANCIA 1 %, 3 % y 5 %

DISTRIBUCION F NIVEL DE SIGNIFICANCIA 1 %

V2IV1		Número de grados de libertad del numerador											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
Número de grados de libertad del denominador	1	4052.40	4999.50	5403.30	5624.60	5763.70	5859.00	5928.30	5981.60	6022.50	6055.80	6157.30	6208.70
	2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.43	99.45
	3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	26.87	26.69
	4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.20	14.02
	5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.72	9.55
	6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.56	7.40
	7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.31	6.16
	8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.52	5.36
	9	10.56	8.05	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	4.96	4.81
	10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.56	4.41
	11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.25	4.10
	12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.01	3.86
	13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.82	3.66
	14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.66	3.51
	15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.52	3.37
	16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.41	3.26
	17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.31	3.16
	18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.23	3.08
	19	1.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.15	3.00
	20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.09	2.94
	21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.03	2.88
	22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	2.98	2.83
	23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	2.93	2.78
	24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	2.89	2.74
	25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.85	2.70
	26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.82	2.66
	27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.78	2.63
	28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.75	2.60
	29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.73	2.57
	30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.70	2.55
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.52	2.37	
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.35	2.20	
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.19	2.03	

DISTRIBUCION F NIVEL DE SIGNIFICANCIA 3 %

V2/V1		Número de grados de libertad del numerador											
		5	10	15	20	25	30	31	32	33	34	35	40
Número de grados de libertad del denominador	1	640.05	672.55	683.83	689.55	693.01	695.32	695.70	696.05	696.38	696.69	696.98	698.23
	2	32.63	32.73	32.76	32.78	32.79	32.80	32.80	32.80	32.80	32.80	32.80	32.81
	3	13.07	12.68	12.54	12.46	12.42	12.39	12.39	12.38	12.38	12.37	12.37	12.35
	4	8.44	7.99	7.82	7.74	7.69	7.65	7.65	7.64	7.64	7.63	7.63	7.61
	5	6.54	6.07	5.90	5.82	5.76	5.72	5.72	5.71	5.71	5.70	5.70	5.68
	6	5.53	5.06	4.89	4.80	4.74	4.71	4.70	4.70	4.69	4.68	4.68	4.66
	7	4.91	4.44	4.27	4.18	4.12	4.08	4.08	4.07	4.07	4.06	4.06	4.04
	8	4.50	4.03	3.85	3.76	3.71	3.67	3.66	3.65	3.65	3.64	3.64	3.62
	9	4.21	3.73	3.56	3.46	3.41	3.37	3.36	3.36	3.35	3.34	3.34	3.32
	10	3.99	3.51	3.34	3.24	3.18	3.14	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.09
	11	3.81	3.34	3.16	3.07	3.01	2.97	2.96	2.96	2.95	2.94	2.94	2.92
	12	3.68	3.20	3.02	2.93	2.87	2.83	2.82	2.81	2.81	2.80	2.80	2.78
	13	3.56	3.09	2.91	2.82	2.75	2.71	2.71	2.70	2.69	2.69	2.68	2.66
	14	3.47	3.00	2.82	2.72	2.66	2.62	2.61	2.60	2.60	2.59	2.59	2.56
	15	3.39	2.92	2.74	2.64	2.58	2.54	2.53	2.52	2.52	2.51	2.51	2.48
	16	3.33	2.85	2.67	2.57	2.51	2.47	2.46	2.45	2.45	2.44	2.44	2.41
	17	3.27	2.80	2.61	2.51	2.45	2.41	2.40	2.39	2.39	2.38	2.38	2.35
	18	3.22	2.74	2.56	2.46	2.40	2.35	2.35	2.34	2.33	2.33	2.32	2.30
	19	3.17	2.70	2.51	2.41	2.35	2.31	2.30	2.29	2.29	2.28	2.28	2.25
	20	3.13	2.66	2.47	2.37	2.31	2.27	2.26	2.25	2.25	2.24	2.23	2.21
	21	3.10	2.62	2.44	2.34	2.27	2.23	2.22	2.21	2.21	2.20	2.20	2.17
	22	3.07	2.59	2.41	2.30	2.24	2.20	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	2.14
	23	3.04	2.56	2.38	2.27	2.21	2.17	2.16	2.15	2.14	2.14	2.13	2.11
	24	3.01	2.54	2.35	2.25	2.18	2.14	2.13	2.12	2.12	2.11	2.10	2.08
	25	2.99	2.51	2.33	2.22	2.16	2.11	2.10	2.10	2.09	2.08	2.08	2.05
	26	2.97	2.49	2.30	2.20	2.13	2.09	2.08	2.07	2.07	2.06	2.06	2.03
	27	2.95	2.47	2.28	2.18	2.11	2.07	2.06	2.05	2.05	2.04	2.03	2.01
	28	2.93	2.45	2.26	2.16	2.09	2.05	2.04	2.03	2.03	2.02	2.01	1.99
	29	2.91	2.44	2.25	2.14	2.08	2.03	2.02	2.01	2.01	2.00	2.00	1.97
	30	2.90	2.42	2.23	2.13	2.06	2.01	2.00	2.00	1.99	1.98	1.98	1.95
40	2.78	2.31	2.11	2.01	1.94	1.89	1.88	1.88	1.87	1.86	1.86	1.83	
60	2.68	2.20	2.00	1.89	1.82	1.77	1.76	1.76	1.75	1.74	1.73	1.71	
120	2.57	2.09	1.89	1.78	1.71	1.65	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	1.58	

DISTRIBUCION F NIVEL DE SIGNIFICANCIA 5 %

V2/V1		Número de grados de libertad del numerador											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
Número de grados de libertad del denominador	1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	230.99	236.77	238.88	240.54	241.88	245.95	248.01
	2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43	19.45
	3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.66
	4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.80
	5	6.61	5.70	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.56
	6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.87
	7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.44
	8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.15
	9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.94
	10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.84	2.77
	11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72	2.65
	12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62	2.54
	13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.53	2.46
	14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46	2.39
	15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.33
	16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35	2.28
	17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.31	2.23
	18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27	2.19
	19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.23	2.16
	20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20	2.12
	21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.18	2.10
	22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.15	2.07
	23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.13	2.05
	24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.11	2.03
	25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.09	2.01
	26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.07	1.99
	27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.06	1.97
	28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.04	1.96
	29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.03	1.94
	30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01	1.93
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.92	1.84	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84	1.75	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.75	1.66	