Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Matemáticas
Escuela Académico Profesional de Investigación Operativa

Estudios de líneas de espera y de atención en una entidad pública

MONOGRAFÍA

Para optar el Título Profesional de Licenciado en Investigación Operativa

AUTOR

Jesús Rolando PAJUELO SUMOSO

ASESOR

Inés GAMBINI LÓPEZ

Lima, Perú

2008



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Pajuelo, J. (2008). *Estudios de líneas de espera y de atención en una entidad pública*. Monografía para optar el Título Profesional de Licenciado en Investigación Operativa. Escuela Académico Profesional de Investigación Operativa, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

Este trabajo Monográfico es dedicado a Dios con mucho cariño y dedicación y a la vez agradecerle por haberme dado unos padres maravillosos, Edith Sumoso Zúñiga y Toribio Pajuelo Vega.

"Lo que tenemos que aprender lo aprendemos haciendo"

Aristóteles

AGRADECIMIENTO

Un agradecimiento muy especial a la “Universidad Nacional Mayor de San Marcos”, por haberme acogido en sus aulas por 5 años, a nuestra Facultad Ciencias Matemáticas, a mis Profesores de la Escuela Académica Profesional de Investigación Operativa por haberme impartido sus conocimientos y un reconocimiento especial a la Mg. Inés Gambini López, por la paciencia y orientación que me brindó para realizar dicho trabajo monográfico.

RESUMEN

ESTUDIO DE LÍNEAS DE ESPERA Y DE ATENCION EN UNA ENTIDAD PUBLICA.

Bach. JESÚS ROLANDO, PAJUELO SUMOSO

Abril 2008

ORIENTADORA: Mg. INÉS GAMBINI LÓPEZ

TITULO OBTENIDO: LICENCIADO EN INVESTIGACIÓN OPERATIVA

El presente trabajo monográfico está orientado al estudio de las líneas de espera en una entidad pública, aplicando la herramienta de la Investigación Operativa "Teoría de Colas", presentando las respectivas alternativas de soluciones para que la alta Dirección pueda tomar la mejor decisión en dicho sistema de atención al público usuario.

Palabras claves

Teoría de colas

Tiempo de espera

Tasa de arribo

Tasa de servicio

Pruebas de bondad de ajuste

Administración Pública.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

1.1 Definiciones Iníciales

1.1.1 Teoría de Colas

1 .1.2 Origen

1.1.3 Sistema Nacional de Control.

1.2 Terminología para la Teoría de Colas

1.2.1 Proceso de Llegada

1.2.2 Proceso de Salida o de Servicio

1.2.3 Disciplina de la Cola

1.3 Objetivos de la Teoría de Colas

1.4 Notación de Kendall-Lee para Sistemas de Colas

1.5 Características de Operación

1.6 Sistema de Colas (M/M/S) (FIFO/∞/∞)

1.7 Análisis de un sistema de espera

1.8 Recolección de datos

1.9 Selección de un modelo de colas adecuado

1.10 Aplicación de un modelo de decisión apropiado

1.11 Prueba de Bondad de Ajuste

1.11.1 Prueba de Chi Cuadrado

1.11.2 Prueba de Kolmogorov – Smirnov.

CAPITULO II: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 Antecedentes

2.2 Trabajos Precedentes

2.3 Descripción de la Entidad del Estado en Estudio. **VI**

2.3 Formulación del Problema

2.3.1 Alcance
2.3.2 Finalidad
2.3.3 Objetivos e Hipótesis
2.3.3.1 Objetivo General
2.3.4 Hipótesis
2.3.5 Aportación a la Disciplina

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1 Definición de Variables
3.2 Variables Exógenas
3.2.1 Variables Endógenas
3.2.2 Variables de Estado
3.3 Método de Recolección de Datos
3.4 Instrumento de Recolección de Datos
3.5 Muestra de Datos
3.6 Procesamiento y Análisis de Datos
3.6.1 Obtención de la tasa de arribos λ
3.6.2 Obtención de la tasa de servicio μ
3.7 Desarrollo del Modelo de Teoría de Colas
3.7.1 Obtención de las características de Operación

CONCLUSIONES
SUGERENCIAS Y RECOMENDACIONES
BIBLIOGRAFÍA
ANEXOS

INTRODUCCIÓN

Las "colas" son realidades cotidianas que encontramos continuamente en nuestras actividades diarias, tales como personas esperando en los hospitales para recibir su atención, para realizar sus transacciones ante una caja en el banco, estudiantes esperando por obtener copias en la fotocopiadora, vehículos esperando pagar ante una estación de peaje para luego continuar su recorrido, máquinas dañadas en espera de ser rehabilitadas, supermercados, farmacias, etc.

El análisis y estudio de las colas es importante porque proporciona tanto una base teórica del tipo de servicio que podemos esperar de un determinado recurso como la forma en la cual dicho recurso puede ser diseñado para proporcionar un determinado grado de servicio a sus clientes.

El propósito del desarrollo del presente estudio es el de analizar las Líneas de Espera ocurridas dentro de un sistema Real; usando la Teoría de Colas trataremos de identificar el tipo de Líneas de Espera tomando en cuenta que esto variará de acuerdo a las temporadas y según características propias de cada institución.

En los siguientes capítulos, se desarrollará detalladamente, las causas efectos y consecuencias del tema que se presenta, lo cual es motivo del presente trabajo.

CAPITULO I: MARCO TEÓRICO

1.1. DEFINICIONES INICIALES

La teoría de colas es el estudio matemático del comportamiento de líneas de espera. Esta se presenta, cuando los "clientes" llegan a un "lugar" demandando un servicio a un "servidor", el cual tiene una cierta capacidad de atención. Si el servidor no está disponible inmediatamente y el cliente decide esperar, entonces se forma la línea de espera.

Una cola es una línea de espera y en la teoría de colas existen varios modelos matemáticos que describen sistemas de línea de espera particulares o sistemas de colas. Los modelos sirven para encontrar un buen compromiso entre costes del sistema y los tiempos promedio de la línea de espera para un sistema dado.

Los sistemas de colas son modelos de sistemas que proporcionan servicio. Como modelo, pueden representar cualquier sistema en donde los trabajos o clientes llegan buscando un servicio de algún tipo y salen después de que dicho servicio haya sido atendido. Podemos modelar los sistemas de este tipo tanto como colas sencillas o como un sistema de colas interconectadas formando una red de colas. En la siguiente figura podemos ver un ejemplo de modelo de colas sencillo. Este modelo puede usarse para representar una situación típica en la cual los clientes llegan, esperan si los servidores están ocupados, son atendidos por un servidor disponible y se marchan cuando se obtiene el servicio requerido.

Gráfico N°.01: SISTEMA DE ATENCIÓN



El problema es determinar qué capacidad o tasa de servicio proporciona el balance correcto. La llegada de los clientes es aleatorio, ya que un cliente no llega a un horario fijo, es decir, no se sabe con exactitud en qué momento llegarán los clientes.

1.1.1. TEORÍA DE COLAS

En muchas ocasiones en la vida real, un fenómeno muy común es la formación de colas o líneas de espera. Esto suele ocurrir cuando la demanda real de un servicio es superior a la capacidad que existe para dar dicho servicio. Ejemplos reales de esa situación son: los cruces de dos vías de circulación vehicular, los semáforos, el peaje de una autopista, los cajeros automáticos, la atención a clientes en un establecimiento comercial, la avería de electrodomésticos u otro tipo de aparatos que deben ser reparados por un servicio técnico, la espera de documentos o expedientes para su atención, etc.

Todavía más frecuentes, si cabe, son las situaciones de espera en *la informática, las telecomunicaciones y, en general, las nuevas tecnologías. Así, por ejemplo, los procesos enviados a un servidor para ejecución forman colas de espera mientras no son atendidos, la información solicitada, a través de Internet, a un servidor Web puede recibirse con demora* debido a congestión en la red o en el servidor propiamente dicho, podemos recibir la señal de líneas ocupadas si la central de la que depende nuestro teléfono móvil está colapsada en ese momento, etc.

1.1.2. ORIGEN

El origen de la Teoría de Colas está en el esfuerzo de Agner Kraup Erlang, que fue Matemático, Estadístico e Ingeniero Danés (Dinamarca, 1878 - 1929) y que en 1909 realizo el estudio para analizar la congestión de tráfico telefónico con el objetivo de cumplir la demanda incierta de servicios en el sistema telefónico de Copenhague. Sus investigaciones acabaron en una nueva teoría denominada Teoría de Colas o de Líneas de Espera. Esta teoría es ahora una herramienta de valor en negocios debido a que un gran número de problemas pueden caracterizarse, como problemas de congestión llegada-proceso-salida.

1.1.3. SISTEMA NACIONAL DE CONTROL

El Sistema Nacional de Control, es el conjunto de órganos de control, normas, métodos y procedimientos estructurados e integrados funcionalmente destinados a conducir y desarrollar el ejercicio del control gubernamental en forma descentralizada.

Su actuación comprende las actividades y acciones en los campos administrativos, presupuestales, operativo y financiero de las entidades y alcanza al personal que presta servicio en ellas, independientemente del régimen que las regule (Articulo Nª 12 de la Ley Nº 27785).

El ejercicio del control gubernamental por el Sistema Nacional de Control en las entidades, se efectúa bajo la autoridad normativa y funcional de la Institución, la misma que establece los lineamientos, disposiciones y procedimientos técnicos correspondientes a su proceso, en función a la naturaleza y/o especialización de dichas entidades, las modalidades de control aplicables y los objetivos trazados para la ejecución. Dicha regulación permitirá la evaluación, por los órganos de control, de la gestión de las entidades y sus resultados (Articulo Nª 14 de la Ley Nº 27785).

CONTROL EN LA REPÚBLICA.

TRIBUNAL MAYOR DE CUENTAS

Al producirse la independencia y nacer la República, el Tribunal Mayor y Hacienda Real de Cuentas del Virreinato, creado por el Rey de Felipe III de España por Real cédula de 1605, adoptó la denominación de tribunal de cuentas, dependiente del Ministerio de Hacienda.

FUNCIONES, FACULTADES Y ATRIBUCIONES.

Las instituciones del sector público nacional están obligadas a remitirle toda la documentación de sus operaciones presupuéstales. Los comprobantes recibidos eran distribuidos entre los juzgados, según las entidades asignadas a cada uno, para su revisión en lo relativo al cumplimiento de la normativa vigente aplicable.

De existir errores , irregularidades administrativas , indicio de dolo o cualquier otra deficiencia , el juzgado correspondiente confeccionaba un pliego de reparos , que consiste en una relación de observaciones que elevaban a la sala de vocales (Conformada por abogados) , quienes luego de su exhaustivo examen de los expedientes , emitían su dictamen , el cual , acompañado de un proyecto de

resolución presidencial elevaban al despacho del Sr. Presidente (Abogado) , del Tribunal Mayor de Cuentas , quien debe decidir por la procedencia del documento .

Debe anotarse que los encargados de los juzgados no son profesionales, sino solo empleados de carrera, poseedores de la experiencia necesaria.

AREA ANALIZAR (GERENCIA TRAMITE DOCUMENTARIO Y ARCHIVO).

La Gerencia de Trámite Documentario y Archivo es un área, cuya finalidad es la de recepcionar documentos de diferentes instituciones del estado y de personas naturales y jurídicas., con el fin de darle un curso en serie a dicho documento para su respectiva evaluación por el área o las áreas encargadas a evaluar dicho documento.

TIPO DE DOCUMENTOS RECIBIDOS

- ✓ Acciones de control.
- ✓ Denuncias
- ✓ Entidades del estado.
- ✓ Sociedades de Auditoria
- ✓ Persona Natural.
- ✓ Empresas Privadas (Algunas).

TIPO DE EXPEDIENTE GENERADOS POR LA INSTITUCIÓN

-Oficio

-Memorándum

-Informes

-Planos

-CD

TERMINOLOGÍA PARA LA TEORÍA DE COLAS

Para describir una cola se deben especificar un proceso de entrada y uno de salida.

1.2.1. PROCESO DE LLEGADA

El proceso de entrada al Sistema, se conoce por lo general, por proceso de llegada. La llegada son los clientes. En todo modelo de colas, se supone que hay una o varias llegadas en un instante dado. Por ejemplo en el caso de un restaurante. Si sucede que hay más de una llegada en un instante dado, decimos que se permite llegadas en masa.

En general, suponemos que el proceso de llegada no es afectado por el número de clientes presentes en el sistema.

Sea el caso de un banco, esto significaría que el proceso que gobierna las llegadas no cambia, haya 5 ó 500 personas en la cola.

Si al proceso de llegada no lo afecta el número de clientes presentes, lo expresamos normalmente especificando una distribución de probabilidad que gobierne el tiempo entre llegadas sucesivas.

1.2.2. PROCESO DE SALIDA O DE SERVICIO

Para describir el proceso de salida, que con frecuencia se llama proceso de servicio, de un sistema de cola, en general especificamos una distribución de probabilidad: la distribución del tiempo de servicio, que gobierna el tiempo de servicio a un cliente. En todos los casos se supone que la distribución de tiempo de servicio es independiente del número de clientes presentes. Esto significa, por ejemplo, que el servidor no trabaja más rápido cuando hay más clientes.

Existen dos formas de ordenar los servidores: servidores en paralelo y servidores en serie. Los servidores están en paralelo si todos ellos dan el mismo tipo de servicio y un cliente sólo necesita pasar por un servidor para completar su servicio. Por ejemplo, los cajeros de un banco están organizados generalmente en paralelo; y cualquier cajero puede llevar acabo el servicio deseado. Los servidores están en serie si un cliente debe pasar por varios de ellos antes de completar el servicio. Un ejemplo de un sistema de cola en serie es una línea de ensamble.

1.2.3. DISCIPLINA DE LA COLA

Para explicar por completo un sistema de cola, también debemos detallar acerca de la disciplina de la cola y la manera en la que los clientes se unen a ella.
La disciplina de la cola es el método que se usa para determinar el orden en el que se sirve a los clientes. La disciplina más común es la disciplina FIFO (First In, First Out, "el primero en llegar primero en ser servido"), en la que los clientes son servidos en el orden de su llegada. Bajo la disciplina LIFO (Lost in, First Out, "último en llegar, primero en ser servido"), las llegadas más recientes son las primeras en recibir el servicio. Si pensamos que la salida de un ascensor sea un servicio, entonces un ascensor muy lleno ilustra una disciplina LIFO. A veces, el orden en el que llegan los clientes no tiene efecto alguno sobre el orden en que se les sirve. Este sería el caso si el siguiente cliente en llegar se selecciona al azar de entre los que están esperando para ser atendidos. A este caso se le llama disciplina SRAND (Service Random, "Servicio en orden aleatorio). Cuando al llamar a una aerolínea se les pide que esperemos, la suerte de la selección determina con frecuencia al siguiente interlocutor que es atendido por un operador.

Por último, las disciplinas de prioridad en espera; en la cual se clasifica cada llegada en algunas de las categorías que tiene. Luego se le da un nivel de prioridad a cada categoría, y dentro de cada nivel de prioridad los clientes entran al servicio según una disciplina LIFO. Las disciplinas de prioridad se usan con frecuencia en las salas de urgencia para determinar el orden en el que los clientes deben recibir tratamiento, como por ejemplo en las salas de emergencia de un hospital.

1.3. OBJETIVOS DE LA TEORÍA DE COLAS

Tales objetivos consisten en:

- Identificar el nivel óptimo de capacidad del sistema que minimiza el coste global del mismo.
- Evaluar el impacto que las posibles alternativas de modificación de la capacidad del sistema tendrían en el coste total del mismo.
- Establecer un balance equilibrado ("óptimo") entre las consideraciones cuantitativas de costes y las cualitativas de servicio.
- Hay que prestar atención al tiempo de permanencia en el sistema o en la cola: la "paciencia" de los clientes depende del tipo de servicio específico considerado y eso puede hacer que un cliente "abandone" el sistema.

En la teoría de la formación de colas, generalmente se llama sistema a un grupo de unidades físicas, integradas de tal modo que pueden operar al unísono con una serie de operaciones organizadas. La teoría de la formación de colas busca una solución al problema de la espera prediciendo primero el comportamiento del sistema. Para una solución al problema de la espera consiste en no solo en minimizar el tiempo que los clientes pasan en el sistema, sino también en minimizar los costos totales de aquellos que solicitan el servicio y de quienes lo prestan.

Por tanto, la teoría de colas incluye el estudio matemático de las colas o líneas de espera y provee un gran número de modelos matemáticos para describirlas. Generalmente el administrador se encuentra entre:

- Asumir los costos derivados de tener largas colas.
- Asumir los costos derivados de prestar un buen servicio.

1.4. NOTACÍÓN DE KENDALL- LEE PARA SISTEMAS DE COLAS

La siguiente notación que describimos se usa para representar un sistema de colas en el que las llegadas esperan en una sola cola hasta que uno de los "s" servidores idénticos en paralelo queda libre. Entonces el primer" cliente de la cola entra en el servicio y así sucesivamente.

Para representar un sistema de colas, Kendall (1951) inventó la siguiente notación. Cada sistema de colas se representa con seis características:

(1/2/3) (4/5/6)

1.-La primera característica específica la naturaleza del proceso de llegada.
M: Si la distribución de Probabilidad de los Arribos es Poisson.
EK: Si la distribución es Erlang.

2.-La segunda característica específica la naturaleza de los tiempos de servicio.
M: Si la distribución de probabilidad de los tiempos de Servicio es Exponencial.
EK: Si la distribución es Erlang.

3.-La tercera característica es el número de canales de servicio.

4.-La cuarta característica describe la disciplina de la cola.

5.-La quinta característica es la capacidad permisible de clientes en el sistema, Incluyendo los que esperan y los que están en la ventanilla.

6.-La sexta Característica da el tamaño de la población de la cual se toman los clientes.

1.5. CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN

Son medidas de desempeño del sistema de Espera; siendo éstos, valores promedio o probabilidades.

LQ: número promedio de usuarios en la línea de espera.

LS: número promedio de usuarios en el sistema.

WQ: tiempo promedio que un usuario espera ser atendido.

WS: tiempo promedio de permanencia en el sistema.

Pn: probabilidad de encontrar n usuarios en el sistema.

1.6. SISTEMA DE COLAS (M/M/S) (FIFO/∞/∞)

De acuerdo a lo definido en el punto 1.4 tenemos que este modelo de colas tiene las siguientes características:

- La distribución de probabilidad de los arribos es de Poisson, con rapidez igual a λ.
- Los tiempos de servicio son exponenciales, con rapidez μ.
- Sólo hay una cola de usuarios esperando su servicio en una de las "s" ventanillas o servidores.
- La disciplina de la cola es Primero en Llegar Primero en ser Servido (FIFO).
- La capacidad del sistema es ilimitada (∞).
- El tamaño de la población es ilimitado (∞).

También es necesario definir algunos parámetros que describan el sistema en cuanto a su operación:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1)$$

λ = Número medio de llegadas por unidad de tiempo.

$1/\mu$ = Cantidad media de trabajo, o tiempo medio de servicio.

$$\Psi = \frac{\lambda}{s\mu} \quad (2)$$

S = Número de servidores.

La ecuación 2 es conocida como intensidad de tráfico. Teniendo como única condición que ésta sea menor a la unidad $(\Psi < 1)$

$$\mu_n = n\mu \qquad (n = 0,1,....,s)$$
$$\mu_n = s\mu \qquad (n = s+1,\ s+2)$$

Ψ<1, Para que soporte el nivel de demanda, en media debe ser menor al número de clientes que llegan en una unidad de tiempo que el número de clientes que pueda ser atendido.

Ψ>=1, significa que existe congestión o el sistema está saturado.

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s-1}\left(\frac{\rho}{\rho!}\right) + \frac{\rho^s}{n\ !(1-\psi)}} \qquad (3)$$

La ecuación 3 representa la Probabilidad de no encontrar usuarios en el sistema.

$$P_n = \left(\frac{\rho^n}{n!}\right)P_0; \quad 0 < n < s \qquad (4)$$

$$P_n = \left(\frac{\rho^n}{s^{n-s}\ s!}\right)P_0; \quad 0 > s \qquad (5)$$

La ecuación 4 y 5 representa la Probabilidad de encontrar "n" usuarios en el sistema.

Así mismo, la probabilidad de que todos los servidores estén ocupados es:

$$p(n > s) = \frac{s\rho^s p_0}{s!(s-\rho)} \qquad (6)$$

$$\textbf{LQ=} \frac{\rho^{s+1} P_0}{(s-1)!(s-\rho)^2} \qquad (7)$$

La ecuación 7 representa el número de promedio de usuarios en la línea de espera.

$$\textbf{LS=}LQ+\rho \qquad (8)$$

La ecuación 8 representa el número promedio de usuarios en el sistema sirviéndose.

$$\textbf{WQ=}LQ/\lambda \qquad (9)$$

La ecuación 9 representa el tiempo promedio que un usuario espera ser atendido (Tiempo en cola).

$$\textbf{WS=}\ WQ+1/\mu \qquad (10)$$

"La ecuación 10 representa el tiempo promedio de permanencia en el sistema", (Tiempo de servicio).

1.7 ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE ESPERA

El análisis de un sistema de espera consiste de los siguientes pasos:

a) Recolección de datos.

b) Prueba de la bondad de ajuste de las distribuciones empíricas.

c) Selección de un modelo de colas adecuado y la obtención de las

d) Medidas de desempeño.

e) Aplicación de un modelo de decisión apropiado.

1.8 RECOLECCIÓN DE DATOS

Al iniciar este paso surgen diversas interrogantes para la recolección de datos, tales como ¿Cuándo observar el sistema?, ¿Cómo recolectar los datos?. En casi todas las situaciones de espera se tienen lo que se denominan "periodos ocupados" y durante éstos aumenta la tasa de llegadas al sistema en comparación con otras horas del día. Es por ello que en situaciones como éstas será necesario recolectar los datos durante los periodos ocupados, pues se debe tener en cuenta que el congestionamiento en sistemas de espera ocurre en esos períodos. La observación del sistema debe de ser completa desde la hora de atención a los clientes (Inicio y Cierre), durante un periodo razonable.

1.9 SELECCIÓN DE UN MODELO DE COLAS ADECUADO

En este paso se elegirá el modelo que traduzca el comportamiento del sistema y se procederá a obtener sus medidas de desempeño: LS, LQ, WS, WQ.

1.10 APLICACIÓN DE UN MODELO DE DECISIÓN APROPIADO

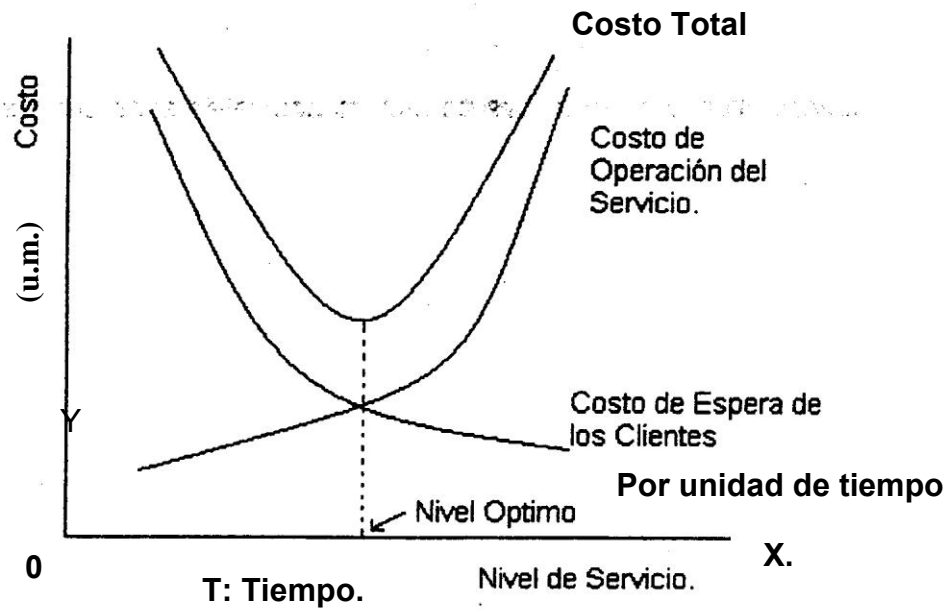
El objetivo de un modelo de Costo de Espera es el de determinar el nivel de servicio que equilibre los dos siguientes costos en conflicto:

- Costo de ofrecer el servicio.
- Costo que resulta de la demora en el ofrecimiento del servicio.

El primer costo está asociado con la operación de la instalación y el segundo representa el costo de demorar a los clientes. Se observa que un incremento en el nivel de servicio debe reducir el tiempo de espera del cliente y viceversa. Esto significa que cuando aumenta (disminuye) el costo de operación de la instalación debido al incremento (disminución) del nivel de servicio, el costo de espera debe disminuir (aumentar). El nivel óptimo de servicio se escoge para minimizar la suma de los dos costos.

Gráfico N° 02

MODELO DE COSTO DE ESPERA



1.11 PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE.

Luego de haber recolectado los datos, se puede resumir la información en forma significativa, de modo tal que permita determinar la distribución. asociada. Esto se logra normalmente resumiendo las observaciones en forma de un histograma de frecuencias. Después se puede sugerir una distribución teórica que se ajuste a los datos observados (Poisson, Exponencial, Normal, Erlang, etc.), para finalmente realizar las pruebas de bondad de ajuste.

1.11.1 PRUEBA DE CHI CUADRADO $\left(\chi^2\right)$

Esta prueba se utiliza para encontrar la distribución de probabilidad de una serie de datos. La metodología de la prueba $\left(\chi^2\right)$ es la siguiente:

1.-Se colocan n datos históricos en una tabla de frecuencias de m intervalos. Se obtiene la frecuencia observada en cada intervalo i (O_i).Se calcula la media y la varianza de los datos.

2.-Se propone una distribución de probabilidad de acuerdo con la forma de la tabla de frecuencias obtenida en el punto 1.

3.-Con la distribución propuesta, se calcula la frecuencia esperada para cada uno de los intervalos (E_i) mediante la integración de la distribución propuesta y su posterior multiplicación por el número de datos.

4.-Se calcula el estimador:

$$\chi^2_{(obs)} = \sum_{i-1}^{m} \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i}$$

5.-Si el estimador es menor o igual al valor correspondiente χ^2 con $m_{(k-1)}$ grados de libertad (k = número de parámetros estimados da la distribución) y a un nivel de confiabilidad de 1 - α, entonces no se puede rechazar la hipótesis de que la información recopilada sigue la distribución propuesta en el punto 2.

1.11.2 PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV.

Esta prueba trabaja con la distribución de probabilidad acumulada. La metodología es la siguiente:

1.-Se colocan n datos históricos en una tabla de frecuencia con m intervalos. Para cada intervalo se tendrá la frecuencia observada i Se calcula la media y la varianza de los datos.

2.-Se divide la frecuencia observada de cada intervalo por el número total de datos, para obtener la probabilidad observada i.

3.-Se calcula la probabilidad acumulada observada de cada intervalo del punto.

4.-Se propone una distribución de probabilidad de acuerdo con la forma de la tabla de frecuencias obtenida en el punto 1.

5.-Con la distribución propuesta se calcula la probabilidad esperada para cada uno de los intervalos mediante la integración de la distribución propuesta.

6.-Se calcula la probabilidad esperada para cada intervalo de clase.

7.-Se calcula el valor absoluto entre Fx (teórica) y Fx (empírica) para cada intervalo y se selecciona la máxima diferencia, llamándola DM. Siendo Fx, la función de distribución acumulada.

8.-El estimador DM se compara con un valor límite correspondiente a $1.63/\sqrt{n}$. Si el estimador DM es menor o igual a este valor límite, entonces no se puede rechazar que la información histórica sigue la distribución propuesta en el punto 4.

CAPITULO II: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 ANTECEDENTES

Cualquiera que haya tenido que esperar frente a un semáforo, en un Supermercado, en un McDonald's o en una oficina del registro civil, ha vivido la dinámica de las filas de espera. Tal vez uno de los mejores ejemplos de administración eficaz de filas de espera sea el que observamos en el Walt Disney World. Es posible que un día lleguen solamente 25.000 visitantes pero al día siguiente pueden arribar 90.000, pero un análisis cuidadoso de flujo de proceso, la tecnología correspondiente al equipo para el traslado de personas (manejo de materiales), la capacidad y la distribución física, permite a esta organización mantener en niveles aceptables los tiempos de espera para el público que desea entrar a las diversas atracciones.

En ingeniería, en la administración de flujo de trabajo, y en varias otras disciplinas, el modelamiento de colas también llamado modelamiento de evento discreto es casi sinónimo de la simulación. Desde el punto de vista de simulación de eventos discretos, un modelo es una representación de un sistema, hacemos referencia a entidades y sus atributos, conjuntos, eventos, actividades, y retardos (delays).

Este caso, es un ejemplo común del "normal" problema que existe en muchas empresas tanto de producción como de servicios. Las colas originadas por la falta de capacidad para poder servir a sus clientes.
Este problema tipo se puede solucionar, analizando las colas originadas en el sistema e identificar sus causas para darles soluciones, como es el objetivo del presente trabajo.

2.2 TRABAJOS PRECEDENTES

Existen trabajos de investigación que se han realizado con respecto a la atención de clientes, entre ellos se han llevado a cabo en los siguientes lugares tales como:

- Aeropuertos.
- Supermercados.
- Hipermercados.
- Hospitales / Clínicas.
- Indústria.
- Bancos.
- Comercio y otros.

2.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

El desconocimiento del comportamiento diario de un sistema de atención, trae como consecuencia una mala asignación de recursos y un planteamiento inadecuado de las estrategias de atención para el logro de los objetivos.

Dicho desconocimiento repercute de manera directa en los usuarios del sistema de servicio, pues la calidad de éste disminuye al generarse tiempos de espera prolongados.

Aunado a que el apoyo de otras áreas resulta contra producente debido a que asumen labores de las cuales no han sido capacitadas, ocasionando una atención deficiente, debido a la lentitud e inadecuado registro de información y desconocimiento de los procedimientos.

Para la determinación de los factores que influyen en brindar un servicio ineficiente es muy útil aplicar la técnica conocida como tormenta de ideas, donde deben participar los trabajadores que brindan el servicio de atención a los usuarios (Front Office).

2.3.1. Alcance

El estudio se enfoca a analizar el sistema de la Gerencia de Trámite Documentario y Archivo de una Organización que controla a otras Entidades Públicas.

2.3.2. Finalidad

La finalidad del presente trabajo es aplicar la teoría de colas como instrumento para la toma de decisiones en la asignación de recursos.

2.3.3. Objetivos.

2.3.3.1 Objetivo General

Colocar el comportamiento de la demanda de atención y elaborar las estrategias de atención.

2.3.4. Hipótesis

"Es posible describir el comportamiento de la demanda del servicio y establecer estrategias de atención mediante la aplicación de la teoría de colas".

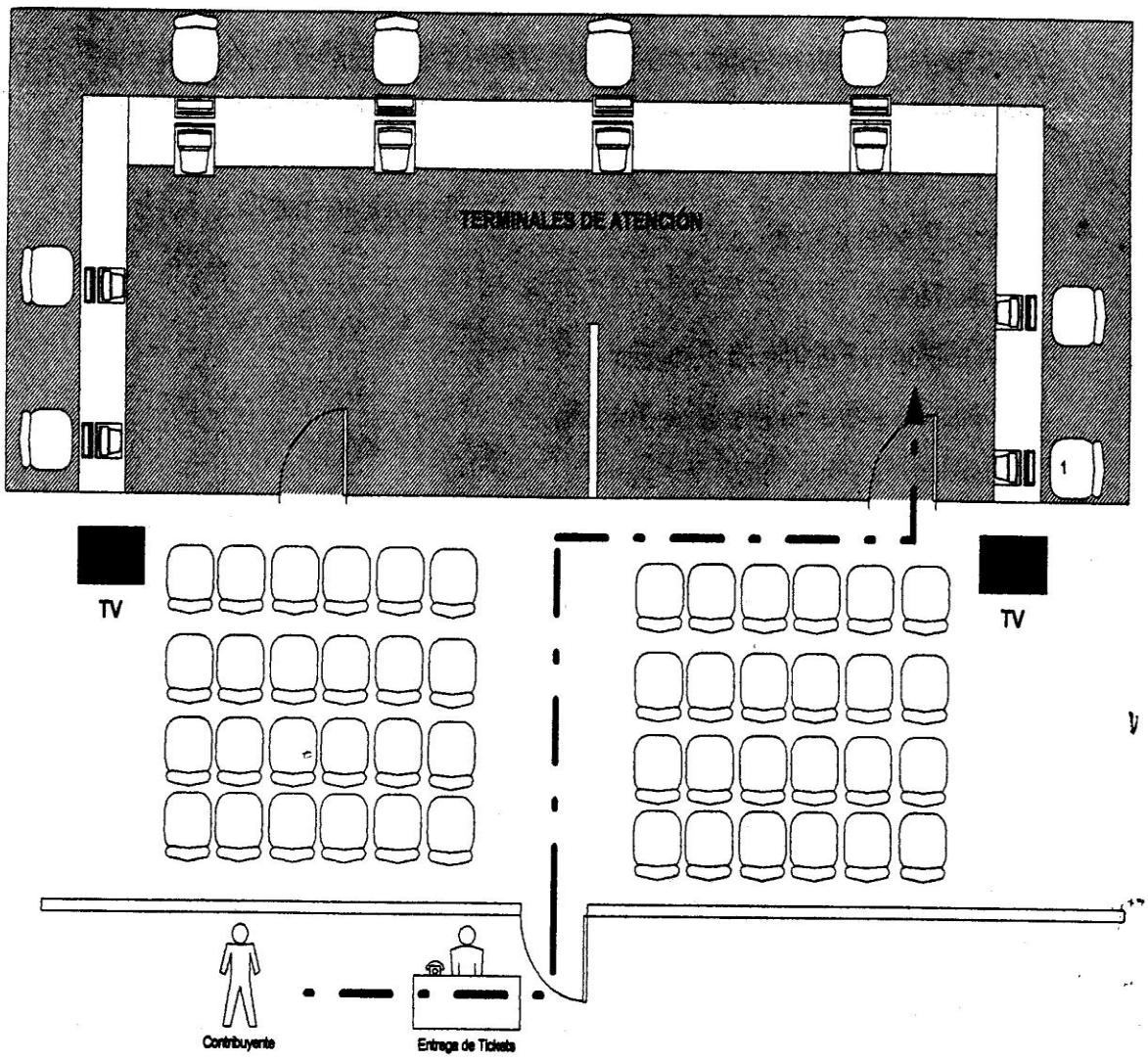
2.3.5. Aportación a la Disciplina

✓ Ratificar el uso de la Teoría de colas, como herramienta sólida de soporte en la toma de decisiones
✓ Complementar la metodología de la teoría de colas, con las estrategias de las empresas, para obtener beneficios económicos que sustenten su aplicación.

En el gráfico N° 04 se muestra la distribución física del sistema de atención.

GRÁFICO N° 04

DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE ATENCIÓN



3.1 DEFINICIÓN DE VARIABLES

3.2.1. Variable Exógenas

- ✓ Tiempo de arribo.
- ✓ Tipo de servicio a requerir.

3.2.2. Variables Endógenas

- ✓ Tiempo de servicio.
- ✓ Tiempo promedio de espera.
- ✓ Tiempo promedio de servicio.
- ✓ Tiempo promedio de ocio.

3.2.3 Variables de Estado

- ✓ Números de arribos al Sistema en un período t.
- ✓ Números de usuarios en la Cola.
- ✓ Números de usuarios en el Servicio.
- ✓ Números de usuarios atendidos
- ✓ Números de usuarios en el Sistema de Atención al Público de la Gerencia de trámite documentario y archivo.

3.3 MÉTODO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el presente estudio se está utilizando el método descriptivo para analizar sistemáticamente "lo que existe", en la Gerencia de Trámite Documentario y Archivo de dicha Entidad Pública, con respecto a las variaciones y condiciones de cada una de las situaciones.
En el estudio centraremos nuestro problema al mejoramiento de la atención al cliente.

Al inicio de la investigación, se ha realizado un reconocimiento de las condiciones actuales del sistema de servicios y el seguimiento de las actividades con el propósito de evaluar la tendencia y la eficiencia del servicio de la entidad pública.

3.4 INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para la recolección se utilizará el seguimiento a las personas fijando la hora de llegada a los puntos de atención y la hora de salida de estos. La información se levantó a lo largo de la semana, tratando de describir el comportamiento a lo largo del día (Determinar horas puntas) y el comportamiento a lo largo de la semana (Días de mayor afluencia de público).

3.5 MUESTRA DE DATOS

Se Tomó una muestra aleatoria simple entre los días 03 y 14 de Marzo del 2008, dado que en esta época son los días de mayor afluencia del público, por ser días de mayor ingreso de expedientes que solicitan diversas informaciones a la institución pública.

3.6 PROCESAMIENTO Y ANALISIS DE DATOS.

3.6.1 Obtención de la Tasa de Arribos λ

En los siguientes cuadros correspondientes 1 y 2 se muestra el intervalo del día en que hay mayor afluencia del público, generando congestión siendo este horario de 10:30 a.m a 14:30pm.

Tabla Nª 1

horario	03/03/2008	04/03/2008	05/03/2008	06/03/2008	07/03/2008
8:30 - 10:30 am.	73	244	225	241	155
10:30 - 14:30 pm.	563	545	535	462	565
14:30 - 17:30 pm.	400	425	408	277	432
Total	1036	1214	1168	980	1231
Porcentaje de 10:30 a 14:30 (%)	54,34	44,89	45,80	47,14	49,05

Tabla Nª 2

horario	10/03/2008	11/03/2008	12/03/2008	13/03/2008	14/03/2008
8:30 - 10:30 am.	297	237	261	301	562
10:30 - 14:30 pm.	540	562	592	607	644
14:30 - 17:30 pm.	384	427	447	455	639
Total	1221	1226	1300	1363	1845
Porcentaje de 10:30 a 14:30 (%)	44,23	45,84	45,54	44,53	34,91

Definimos entonces este intervalo para obtener el comportamiento de las llegadas, en los cuadros 3 y 4, se muestra la cantidad de clientes que arriban en un intervalo de 10 minutos.

Cada Fila-Columna muestra la cantidad de clientes que llegan durante ese intervalo de tiempo en ese día y al final de la columna se obtiene la cantidad total de clientes atendidos por día.

Tabla Nª 3

Arribos en cantidad de personas por cada 10 minutos de atención del 03/03/2008 al 07/03/2008.

	03/03/2008	04/03/2008	05/03/2008	06/03/2008	07/03/2008
10:30 - 10:40 am	50	26	18	24	25
10:40 - 10:50 am	20	17	22	22	25
10:50 - 11:00 am	27	19	19	29	24
11:00 - 11:10 am	15	25	27	15	11
11:10 - 11:20 am	26	28	33	22	48
11:20 - 11:30 am	32	15	21	20	31
11:30 - 11:40 am	29	33	31	29	23
11:40 - 11:50 am	22	21	22	18	19
11:50 - 12:00 pm	37	27	20	20	24
12:00 - 12:10 pm	30	31	26	27	30
12:10 - 12:20 pm	17	28	31	28	22
12:20 - 12:30 pm	28	20	26	27	26
12:30 - 12:40 pm	22	25	32	19	22
12:40 - 12:50 pm	13	21	22	20	23
12:50 - 01:00 pm	17	16	19	21	17
01:00 - 01:10 pm	23	29	22	16	25
01:10 - 01:20 pm	17	14	16	6	27
01:20 - 01:30 pm	26	20	15	16	26
01:30 - 01:40 pm	18	31	21	12	18
01:40 - 01:50 pm	17	23	18	12	22
01:50 - 02:00 pm	27	22	14	10	17
02:00 - 02:10 pm	20	22	16	18	14
02:10 - 02:20 pm	14	14	25	13	25
02:20 - 02:30 pm	16	18	19	18	21
Total	563	545	535	462	565

Tabla Nª 4

Arribos en cantidad de personas por cada 10 minutos de atención, 10/03/2008 al 14/03/2008.

	10/03/2008	11/03/2008	12/03/2008	13/03/2008	14/03/2008
10:30 - 10:40 am	22	27	23	24	31
10:40 - 10:50 am	27	29	28	30	25
10:50 - 11:00 am	24	31	29	25	35
11:00 - 11:10 am	28	31	29	31	25
11:10 - 11:20 am	24	18	28	30	27
11:20 - 11:30 am	27	22	30	29	34
11:30 - 11:40 am	29	30	22	26	31
11:40 - 11:50 am	26	31	25	25	36
11:50 - 12:00 pm	23	26	23	36	36
12:00 - 12:10 pm	30	27	36	31	34
12:10 - 12:20 pm	23	40	34	31	39
12:20 - 12:30 pm	22	21	24	22	18
12:30 - 12:40 pm	15	19	22	27	30
12:40 - 12:50 pm	15	19	21	27	28
12:50 - 01:00 pm	23	23	23	37	22
01:00 - 01:10 pm	20	26	32	24	27
01:10 - 01:20 pm	27	17	23	23	25
01:20 - 01:30 pm	23	19	17	18	18
01:30 - 01:40 pm	21	23	20	17	15
01:40 - 01:50 pm	27	16	20	15	18
01:50 - 02:00 pm	16	18	20	18	23
02:00 - 02:10 pm	12	22	18	17	23
02:10 - 02:20 pm	14	11	24	27	25
02:20 - 02:30 pm	22	16	21	17	19
Total	540	562	592	607	644

Ahora calculamos la media y la varianza de los respectivos datos recopilados:
De las tablas se desprende que existan 240 datos; y la suma de todos ellos es: 5615 clientes.
Luego; la media representaría la tasa de arribos λ; obteniéndose de esta manera:
λ= 5615 / 240=23.396 clientes /diez minutos.
Asimismo calculamos la desviación estándar:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}$$ = 6.465 clientes.

Procedemos a realizar los cálculos respectivos para la determinación de la distribución de probabilidad que rige a la cantidad de clientes que arriban al sistema. Estos resultados se muestran en la siguiente tabla:

TABLA Nª 5

Pruebas de bondad de ajuste de los tiempos de arribo.

Intervalo del Nª de Clientes / 10 min.		Frecuencias Observadas				Frecuencia Teórica	
		Oi	Fi	hx	Hx	hx (Poisson)	Hx (Poisson)
0	6	1	1	0,00417	0,00417	0,00002	0,00002
6	9	0	1	0,00000	0,00417	0,00061	0,00063
9	12	6	7	0,02500	0,02917	0,00680	0,00743
12	15	16	23	0,06667	0,09583	0,03684	0,04427
15	18	37	60	0,15417	0,25000	0,11080	0,15507
18	21	32	92	0,13333	0,38333	0,20350	0,35857
21	24	48	140	0,20000	0,58333	0,24434	0,60291
24	27	43	183	0,17917	0,76250	0,20193	0,80484
27	30	25	208	0,10417	0,86667	0,11960	0,92444
30	33	18	226	0,07500	0,94167	0,05244	0,97688
33	36	8	234	0,03333	0,97500	0,01749	0,99437
36	39	3	237	0,01250	0,98750	0,00453	0,99890
39	42	1	238	0,00417	0,99167	0,00093	0,99983
42	45	0	238	0,00000	0,99167	0,00015	0,99998
45	48	1	239	0,00417	0,99583	0,00002	1,00000
48	51	1	240	0,00417	1,00000	0,00000	1,00000

Realizamos la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov – Smirnov.

$$|F_x \text{ (Empirica)} - F_x \text{ (Poisson)}|$$

0,00415
0,00354
0,02174
0,05156
0,09493
0,02476
0,01958
0,04234
0,05777
0,03521
0,01937
0,01140
0,00816
0,00831
0,00417
0,00000

El valor máximo es DM = 0,09493; y el punto crítico 1.63/ $\sqrt{240} = 0{,}10522$, puesto que el valor DM es menor al punto crítico de 0,10522, No podemos rechazar la hipótesis que afirma que el numero de arribos sigue una distribución de Poisson. Cuyo parámetro es λ = 23.396 clientes /Diez minutos.

GRAFICO Nª 05

Comparación entre los datos observados (VS) y los teóricos.

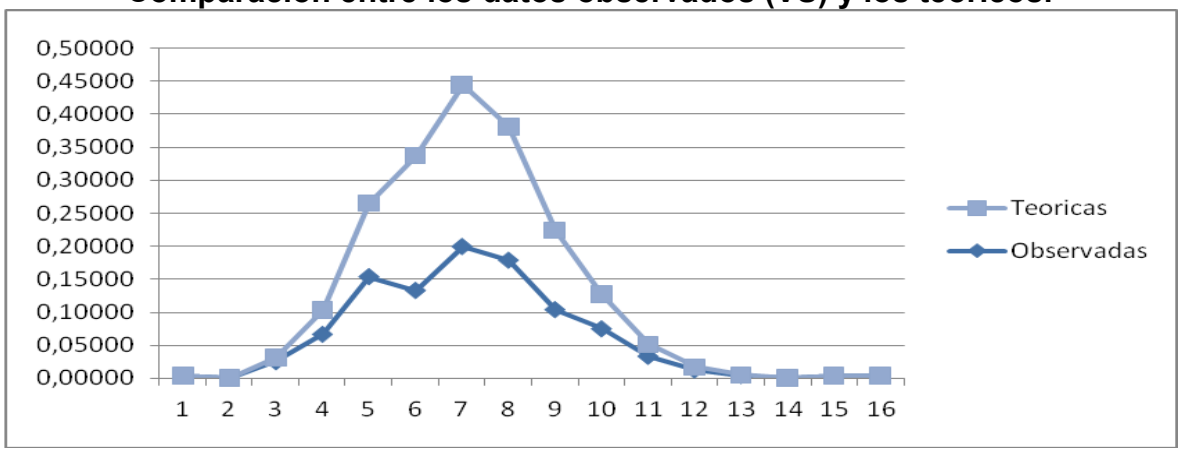
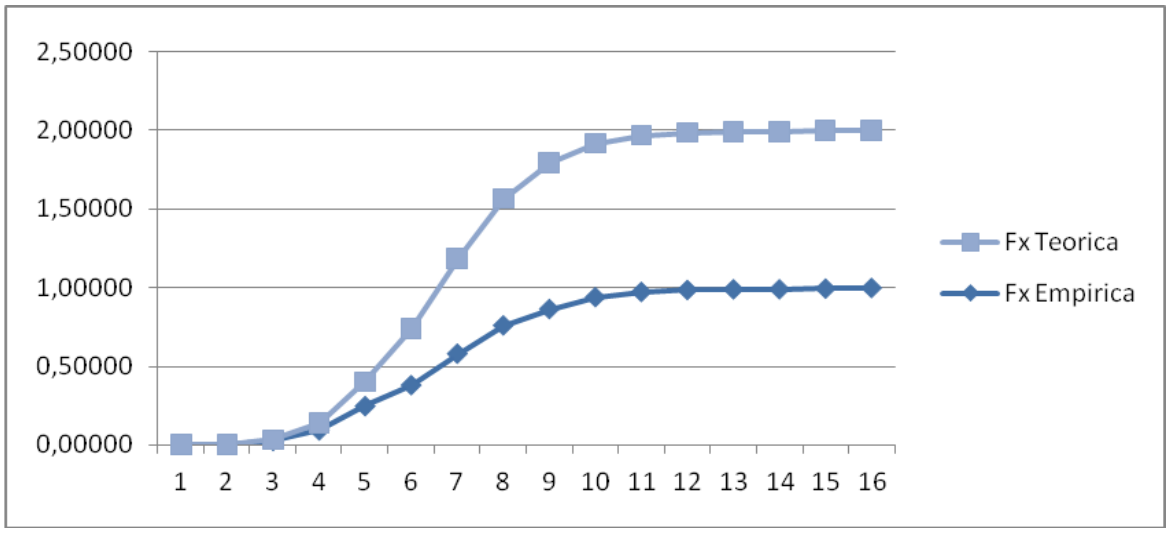


GRAFICO Nª 06

COMPARACION ENTRE LOS DATOS OBSERVADOS (VS) LOS TEORICOS ACUMULADOS.



3.6.2 Obtencion de la Tasa de servicio u.

Se establecieron los tiempos de servicios de cada terminal en minutos ; obteniendose las tablas 6 y 7 . Para ello se tomo el tiempo de servicio para los ocho terminales , obteniendose para cada una de ellas el tiempo que tardaron en atender a 60 personas durante dos dias . Cada dia se registraron 240 clientes en las ocho terminales , recolectando asi las 480 datos , los cuales estan tomados en minutos .

Tabla Nª 6

Los Tiempos de Atención por Teminal de Servicio (Min).

(Muestra 1)

Terminales Muestra 1							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
8.70	1.49	7.75	6.53	3.40	7.10	1.00	3.12
1.90	3.07	6.20	1.53	2.72	4.62	4.20	2.53
0.85	2.90	8.23	7.25	2.01	3.51	1.01	6.33
2.20	6.98	6.15	2.63	0.57	5.33	2.30	1.50
2.48	7.58	1.90	5.95	4.70	2.87	1.70	3.10
2.68	1.93	9.50	3.20	3.37	11.00	4.35	7.30
9.12	5.72	5.78	3.82	2.40	7.08	3.52	5.68
2.13	1.02	5.93	10.30	4.88	3.27	4.33	2.23
1.78	4.80	4.00	1.32	2.00	6.35	4.52	0.59
2.78	9.25	7.75	1.08	1.05	6.73	9.33	6.10
1.58	4.52	1.87	7.52	2.59	4.53	3.25	1.02
2.10	1.53	1.52	1.17	5.82	5.37	2.62	0.54
2.18	4.80	5.35	1.50	1.57	9.10	2.90	5.60
1.82	5.01	2.23	7.10	6.25	1.50	1.55	8.02
2.01	3.75	11.20	10.04	3.10	10.02	3.35	1.23
2.02	2.42	2.13	3.70	6.22	2.10	2.87	12.00
0.96	3.10	2.65	5.62	1.02	5.37	1.00	6.07
4.95	1.29	1.35	3.20	7.30	3.07	1.92	2.02
0.69	7.05	6.10	2.08	3.05	2.15	3.23	1.32
3.03	1.10	2.85	1.53	1.65	5.68	1.70	2.01
1.42	1.20	2.95	2.02	1.35	3.03	0.75	1.92
4.70	5.38	3.08	8.05	2.02	6.10	1.51	0.92
1.52	3.87	0.67	2.87	1.22	2.77	2.53	0.97
1.19	1.05	4.87	1.23	3.93	3.42	7.60	2.07
1.00	3.75	3.23	5.05	2.60	6.85	0.80	3.35
5.95	2.72	0.77	1.67	3.63	1.90	2.57	2.00
6.03	1.40	3.87	4.42	4.35	2.55	2.67	2.08
4.70	1.38	2.35	3.72	4.23	1.42	2.87	1.55
0.73	2.15	1.66	5.47	1.58	2.00	1.49	1.92
1.00	3.55	1.55	3.40	5.07	1.15	0.92	0.95

Tabla Nª 7

LosTiempos de atencion por Terminal de Servicio.

(Muestra 2)

Terminales Muestra 2							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3.53	4.03	2.75	0.95	4.30	4.02	3.75	1.29
9.10	1.15	1.55	2.10	3.90	4.08	4.13	5.03
2.15	3.40	5.00	1.95	2.23	3.20	5.35	1.37
3.42	0.95	3.03	3.68	5.35	2.40	1.47	1.12
1.03	5.90	1.03	2.35	2.82	5.75	2.62	2.63
4.12	0.86	8.05	1.97	1.25	1.23	1.33	1.42
5.00	1.14	8.70	1.15	5.43	10.10	1.23	3.53
8.10	10.70	10.12	1.04	1.57	4.64	0.68	3.40
1.57	8.75	0.78	0.77	3.35	2.35	1.92	1.37
1.02	6.10	2.78	4.62	7.10	2.42	4.57	3.40
1.22	1.00	5.28	5.15	0.95	1.56	5.07	1.01
1.03	2.35	5.97	2.09	2.05	11.70	4.23	11.50
0.98	3.20	1.95	1.00	1.08	0.57	2.38	1.10
5.01	2.03	0.80	2.00	1.75	6.43	1.00	1.57
1.73	0.95	2.87	2.20	2.93	1.18	0.87	0.77
3.73	0.60	1.18	1.35	3.35	3.87	1.02	2.02
5.52	2.27	3.35	1.05	1.05	1.40	7.55	4.10
2.35	6.87	2.27	3.73	1.13	5.43	3.92	9.20
0.77	3.50	2.18	5.20	2.35	1.13	2.87	1.00
3.35	2.35	2.23	4.22	8.10	4.50	0.82	6.53
2.53	0.97	1.42	6.75	5.30	0.90	6.62	8.20
0.98	1.43	2.01	1.11	1.57	4.32	0.94	4.08
2.43	2.22	1.20	1.12	2.45	7.40	3.97	4.20
5.05	4.50	3.40	2.93	4.20	8.57	0.80	5.03
5.20	3.85	3.33	1.03	3.73	6.75	3.90	1.02
1.01	5.02	1.57	1.56	6.58	0.98	5.38	6.40
3.20	0.72	0.82	5.62	3.60	3.12	0.92	3.92
2.42	4.02	6.57	2.38	3.40	5.01	9.00	2.48
2.12	3.20	0.93	0.97	0.57	3.23	2.88	1.85
4.25	7.02	4.10	2.48	2.62	2.01	1.02	2.60

Se calculó 480 tiempos de servicios entre las 8 terminales con que cuenta el sistema.

Hacemos los calculos para determinar el tiempo promedio que un cliente permanece en un terminal .

La suma total de todos los tiempos de servicios son de 1632.74 minutos

$$\mu = 480/1632.74 = 0.29398 \text{ clientes /minuto.}$$

Ahora fijamos este valor como parametro de la distribucion exponencial:

$$f(x) = 0{,}29398 * e^{(-0{,}29398 * X)} \; ; \; X>0$$

En donde la variable “X” representa el tiempo de servicio de una terminal.

Realizamos la prueba de bondad de ajuste de Chi Cuadrado a esta función, para determinar si los tiempos de servicio , estan gobernados por una distribución Exponencial .

Aplicando los pasos de la prueba de Bondad de Ajuste ; se obtiene la siguiente tabla (8).

Tabla Nª8

Pruebas de bondad de ajuste tiempos de atencion.

			Frecuencias Observadas		Frecuencias Esperadas		(Oi-Ei)2/Ei
intervalo	Tiempos (Minutos)		frecAcum	Oi	fx(Exp)	Ei=480*fx	
1	0,54	1,04	66	66	0,11663	55,982	1,793
2	1,04	1,54	126	60	0,10069	48,331	2,817
3	1,54	2,04	177	51	0,08693	41,726	2,061
4	2,04	2,54	225	48	0,07504	36,019	3,985
5	2,54	3,04	261	36	0,06478	31,094	0,774
6	3,04	3,54	303	42	0,05593	26,846	8,554
7	3,54	4,04	330	27	0,04828	23,174	0,632
8	4,04	4,54	354	24	0,04168	20,006	0,797
9	4,54	5,04	374	20	0,03598	17,270	0,431
10	5,04	5,54	395	21	0,03107	14,914	2,484
11	5,54	6,04	410	15	0,02682	12,874	0,351
12	6,04	6,54	425	15	0,02315	11,112	1,360
13	6,54	7,04	435	10	0,01999	9,595	0,017
14	7,04	7,54	445	10	0,01726	8,285	0,355
15	7,54	8,04	451	6	0,01490	7,152	0,186
16	8,04	8,54	457	6	0,01286	6,173	0,005
17	8,54	9,04	462	5	0,01110	5,328	0,020
18	9,04	9,54	469	7	0,00958	4,598	1,254
19	9,54	10,04	471	2	0,00827	3,970	0,977
20	10,04	10,54	474	3	0,00714	3,427	0,053
21	10,54	11,04	476	2	0,00617	2,962	0,312
22	11,04	11,54	478	2	0,00532	2,554	0,120
23	11,54	12,54	480	2	0,00460	2,208	0,020

Procederemos a establecer luego el siguiente estadístico :

$$X^2(Obs) = \sum_{I=1}^{23} (O_i - E_i)\, 2/E_i = 29.357$$

Fijando un nivel de confiabilidad de 95% ; con (23-1-1=21) grados de libertad , encontramos su correspondencia valor en tablas :

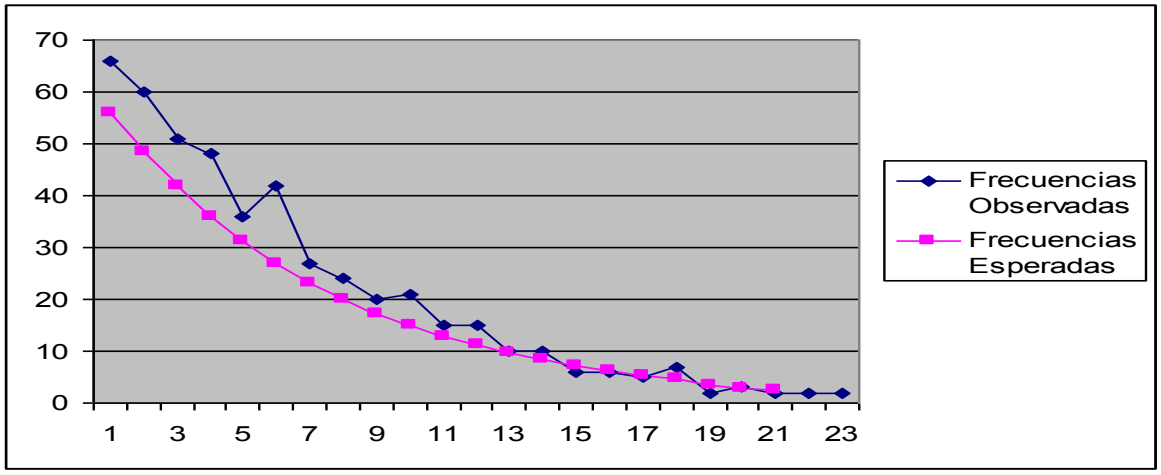
$$X^2_{(5\%,21)} = 32.67$$

Debido a que nuestro estadistico es menor al punto critico $X2_{(5\%,21)} = 32.67$; no podemos rechazar la hipotesis que afirma que los tiempos de servicio se distribuyen exponencialmente , cuyo parámetro es de 0.29368 clientes /minuto.

Se muestra en el gráfico Nª 07 , una comparación de las frecuencias observadas y las obtenidas mediante la distribución exponencial ; es decir , la frecuencia esperada.

GRAFICO Nª 07

COMPARACION ENTRE LOS DATOS OBSERVADOS (VS) LOS TEORICOS.



3.7.DESARROLLO DEL MODELO DE TEORIAS DE COLAS.

Una ves realizado el análisis de la cantidad de usuarios que ingresan al sistema , asi como el tiempo de servicio de las terminales ; se pudo obtener las siguientes tasas de arribo y de servicio , respectivamente : λ , μ.
Siendo el valor de estas:
λ=23.396 usuarios /10 min; o su equivalente a 140.376 usuarios por hora.
μ=0.29398 usuarios; o su equivalente a 17.6338 usuarios/hora.

3.7.1Obtencion de las características de operación.

Utilizando la notación de Kendall-Lee a nuestro sistema en estudio obtenemos el siguiente modelo con las siguientes características.

ESCENARIO 1: (M/M/8)(FIFO/∞/∞).

Además, realizamos los respectivos cálculos para hallar las características de operación; siguiendo la aplicación de dicho modelo.

P =7.95836
Ψ= 0.99480
P_0=0.00001282, representando este valor, la probabilidad de que haya cero “0” usuarios en el sistema.
LQ = 187.93 usuarios. Es decir, que habrán en promedio 187 usuarios esperando ser atendidos. Respuesta 8
LS =195.89 usuarios. Por tanto, habrán en promedio 195 clientes en el sistema.
WQ = 1.33875 horas. Este resultado indicaría que un usuario en promedio permanece en la cola durante 1 hora y 20 minutos, aproximadamente.

WS = 1.39545 horas. Indicando este valor que un usuario permanece en todo el sistema de espera durante 1 hora y 23 minutos, aproximadamente.

Con la misma forma obtenemos las probabilidades de que haya n usuarios en el sistema:

P_1 = 0.000102026 (0.01 % aprox.)
P_2 = 0.000405981 (0.04 % aprox.)
P_3 = 0.001076982 (0.11 % aprox.)
P_4 = 0.002142753 (0.21 % aprox.)
P_5 = 0.003410562 (0.34 % aprox.)
P_6 = 0.004523749 (0.45 % aprox.)
P_7 = 0.005143092 (0.51 % aprox.)
P_8 = 0.005116325 (0.51 % aprox.)
P_9 = 0.005089697 (0.51 % aprox.)
P (n≥8) = 0.983944 (98.39 % aprox.)

Este resultado muestra la probabilidad de que todas las terminales estén ocupadas; es decir, el 98 % del tiempo estarán brindando el servicio.

De los resultados anteriores se desprende que el sistema actual de atención no es el adecuado, pues se mantienen demasiados usuarios en espera siendo además insuficiente la cantidad de terminales para dicha atención.

ESCENARIO 2: MODELO (M/M/9)(FIFO/∞/∞).

Ahora bien si consideramos este sistema con un terminal más; realizamos los respectivos cálculos para el modelo (M/M/9)(FIFO/∞/∞).

ρ=7.9584
Ψ=0.8843

P_0 = 0.000210080 siendo esta la probabilidad de que haya cero usuarios en el sistema.

LQ=4.894 usuarios. Es decir, que en promedio 5 usuarios esperan ser atendidos.

LS=12.85 usuarios. Es decir, que en promedio 13 usuarios permanecen en todo el sistema.

WQ=0.0348 horas. Por tanto en promedio un usuario permanecería en la cola durante 2.088 minutos.

WS=0.0913 horas. Por tanto un usuario en promedio permanecería en todo el sistema 5.478 minutos.

P_1 = 0.00167189 (0.17 % aprox.)
P_2 = 0.00665277 (0.66 % aprox.)
P_3 = 0.01764838 (1.76 % aprox.)
P_4 = 0.03511307 (3.51 % aprox.)
P_5 = 0.05588518 (5.59 % aprox.)
P_6 = 0.07413020 (7.41 % aprox.)
P_7 = 0.08427931 (8.43 % aprox.)
P_8 = 0.08384068 (8.38 % aprox.)
P_9 = 0.07413719 (7.41 % aprox.)
P_{10} =0.06555675 (6.55 % aprox.)
P_{11} =0.05796939 (5.80 % aprox.)

$P(n \geq 9)=0.640564494$ (64.06 % aprox.)

Siendo este valor la probabilidad que todas las terminales estén ocupadas.

ESCENARIO 3: MODELO (M/M/10)(FIFO/∞/∞).

Si consideramos un sistema con 10 terminales se tendría los siguientes valores para las características de operación:

Ψ=0.7958

P_0=0.0002907435 representado este resultado la probabilidad que haya cero usuarios en el sistema.

LQ=1.5590 usuarios. Es decir, que en promedio 2 usuarios esperan ser atendidos.

LS=9.5174 usuarios. Es decir que en promedio, habrá 10 usuarios aproximadamente.

WQ=0.0111 horas. Este resultado indica que en promedio un usuario permanecería en la cola durante 0.666 minutos.

WS=0.0678 horas. En promedio un usuario permanecería 4.068 minutos en todo el sistema.

Es decir, la probabilidad de que las terminales estén ocupadas será de 39.99%, aproximadamente.

ESCENARIO 4: MODELO (M/M/1)(FIFO/∞/∞).

Ψ=0.7235

P_0=0.000324724686 siendo este valor la probabilidad de que haya cero usuarios en el sistema.

LQ=0.6243 usuarios. Es decir, que en promedio 1 usuario espera ser atendido.

LS=8.58266 usuarios. Aproximadamente en promedio habrá 9 usuarios en el sistema.

WQ=0.004447 horas. Es decir, que permanecerá en espera en promedio 0.2668 minutos o equivalentemente 16 segundos.

WS=0.06114054 horas. Es decir, que en promedio un usuario permanecerá en el sistema 3.6684 minutos.

P (n≥11)=0.0000000023414

Este resultado demuestra que la probabilidad de que las terminales estén ocupadas será aproximadamente del 0%, es decir, existirían terminales “Ociosas”.

Tabla Nª9

Resumen General de Indicadores de Desempeño por Escenario Propuesto.

Servidores	Personas en Cola LQ	Personas en el Sistema LS	Tiempo de Espera (Min) WQ	Tiempo en el Sistema (Min) WS
8	187.93	195.89	80.33	83.73
9	4.89	12.85	2.09	5.48
10	1.56	9.52	0.67	4.07
11	0.62	8.58	0.27	3.67

Tabla Nª10

Aplicación de la Función Costo

Servidores	Tiempo (Min).	f(Cs)	f(Ce)	Total
8	83.00	0.93	5.64	6.56
9	2.08	1.04	0.15	1.19
10	0.67	1.16	0.05	1.20
11	0.27	1.27	0.02	1.29

Donde:

F (Cs): función del costo del servicio.

F (Ce): función del costo de espera.

CONCLUSIONES

1.-Finalizando el presente trabajo monográfico y utilizando la herramienta que es la teoría de colas podremos analizar y describir el sistema de trámite documentario de dicha Institución Pública.

2.-Actualmente el sistema de trámite documentario de dicha Institución Pública, cuenta con 8 terminales de servicio y tiene los siguientes indicadores de desempeño:

Nª de Terminales	Tiempo de Espera	Tasa de Atención X Servidor	Tasa de arribos	Costo del Sistema
8	1 Hora 20 Min.	17 usuarios por hora	140 Usuarios por Hora	S/6.56

Al aumentar un terminal de atención, se obtiene una disminución del 97% con respecto al tiempo de espera con 8 terminales, y el costo sufriría un decremento del 82%, se presenta el resumen en el siguiente cuadro:

Nª de Terminales	Tiempo de Espera	Tasa de Atención X Servidor	Tasa de arribos	Costo del Sistema
9	2.08 Minutos	17 usuarios por hora	140 Usuarios por Hora	S/1.19

Al aumentar a 10 terminales de atención se tiene una distribución de 68% con respecto al tiempo de espera con 9 terminales, sin embargo el costo total sufre un incremento del 1%, lo que indica que se alcanzó el valor óptimo.

Nª de Terminales	Tiempo de Espera	Tasa de Atención X Servidor	Tasa de arribos	Costo del Sistema
10	0.67 Minutos	17 usuarios por hora	140 Usuarios por Hora	S/1.20

RECOMENDACIONES.

1.-Se Llegó a la conclusión de que la alta dirección incorpore una ventanilla más de atención para, atender todos los trámites que se brindan.

2.-Se recomienda contratar los servicios de un orientador de tal manera que la tasa de atención aumente, dado que en muchos casos hay personas que llegan al área de atención sin los requisitos necesarios y así hace más dificultosa dicha atención a los demás usuarios.

3.-Se recomienda que la institución capacite a los demás profesionales de sus diferentes áreas de su institución con el fin de que estos apoyen en temporadas de gran demanda de requerimientos en el área de trámite documentario.

4.-Programar capacitaciones al persona de atención para que brinde una orientación y atención eficiente respecto a los trámites y procedimientos, además de brindar soluciones rápidas y coherentes.

5.-Proponer que las diferentes Gerencias de la institución apoyen en publicar los requisitos cada vez más simples en la PAGINA WEB, a favor de los usuarios al momento de ingresar sus respectivos expedientes en mesa de partes, con el fin que la atención sea más rápido y eficiente.

BIBLIOGRAFIA

1.-Frederick Hiller, Gerald Liebermann, Introducción a la Investigación de Operaciones, 6 edición, Editorial Mc Graw Hill, 1997, México.

2.-Thomas L. SAATY, Elementos de la Teoría de Colas, Editorial Aguilar, versión española, 1991, España.

3.-Wayne Winston, Investigación de Operaciones, Grupo Editorial Iberoamericana, 1994, México.

4.-Bieman Harold, Bonini Charles y Hausman Warren, Análisis Cuantitativo para los Negocios, 9na Edición, Editorial Mc Graw Hill, 1999, Bogotá.

5.-Hiller Frederick y Lieberinan Gerald, Introducción a la Investigación de Operaciones, 5ta edición, Editorial Mc Graw Hill, 1993, México.

6.-Taha Hamdy, Investigación de Operaciones, una Introducción, 6ta Edición, Editorial Prentice hall, 1998, México.

7.-Berenson y Revine, Estadística Básica en Administración. Editorial Prentice hall, 6ta Edición, México.