Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Universidad del Perú. Decana de América
Facultad de Ciencias Físicas
Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos

Influencia del material de relleno hidráulico en el sistema de bombeo en una mina de Cerro de Pasco

TESIS

Para optar el Título Profesional de Ingeniera Mecánica de Fluidos

AUTOR

Gretty Medalith CAMPOS ACUÑA

ASESOR

Mg. Mario Alberto GARCÍA PÉREZ

Lima, Perú

2026



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Campos, G. (2026). *Influencia del material de relleno hidráulico en el sistema de bombeo en una mina de Cerro de Pasco*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Físicas, Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios

Datos de autor	
Nombres y apellidos	Gretty Medalith Campos Acuña
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	70268109
URL de ORCID	https://orcid.org/0009-0003-9166-2578
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	Mario Alberto García Pérez
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	07930910
URL de ORCID	https://orcid.org/0009-0003-8071-802X
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	Miguel Ángel Ormeño Valeriano
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	06532600
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	Miguel Arámbulo Manrique
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	07418845
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	
Tipo de documento	
Número de documento de identidad	
Miembro del jurado 3	
Nombres y apellidos	
Tipo de documento	

Número de documento de identidad	
Datos de investigación	
Línea de investigación	A.2.5.1 Energética
Grupo de investigación	No aplica
Agencia de financiamiento	Sin financiamiento
Ubicación geográfica de la investigación	País: Perú Departamento: Cerro de Pasco Provincia: Cerro de Pasco. Distrito: Tinyahuarco Coordenada Norte:8’809,873 Coordenada Este:359,885
Año o rango de años en que se realizó la investigación	2023-2025
URL de disciplinas OCDE	Ingeniería mecánica https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#2.03.00

UNMSM
Firmado digitalmente por ARAMBULO MANRIQUE Miguel Ernesto FAU 20148092282 soft
Motivo: Soy el autor del documento
Fecha: 19.06.2026 12:10:50 -05:00

Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú, Decana de América

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA DE FLUIDOS

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS PRESENCIAL PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE INGENIERA MECÁNICA DE FLUIDOS

Siendo las 19:00 p.m horas del lunes 01 de junio del 2026, en el Auditorio de la Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos, bajo la presidencia del Dr. Ing. MIGUEL ORMEÑO VALERIANO y con la asistencia del asesor Mg. Ing. MARIO GARCÍA PÉREZ, y miembro Mg. Ing. MIGUEL ERNESTO ARAMBULO MANRIQUE se dio inicio a la sesión pública de sustentación de tesis para la obtención del Titulo Profesional de Ingeniera Mecánica de Fluidos, mediante la sustentación y aprobación de una tesis de la Bachiller:

CAMPOS ACUÑA GRETTY MEDALITH

El presidente del Jurado en primer lugar dio lectura al documento formal que designa al Jurado y aprueba el acto de sustentación de la tesis, así corno del resumen del expediente e invitó a la citada Bachiller a realizar la presentación y exposición de su tesis titulada "INFLUENCIA DEL MATERIAL DE RELLENO HIDRÁULICO EN EL SISTEMA DE BOMBEO EN UNA MINA DE CERRO DE PASCO".

Concluida la exposición de la candidata y luego de las preguntas de rigor por parte del Jurado, el presidente del mismo, invitó a la Bachiller a abandonar momentáneamente la Sala de Sesión para dar paso a la deliberación y calificación por parte del Jurado.

Al término de la deliberación del Jurado, se invitó a la candidata a regresar a la Sala de Sesión, para dar lectura a la calificación obtenida por el Bachiller, la misma que es:

18	Dieciocho	Aprobado con honores
(NUMERO)	(LETRAS)	(MENCIÓN)

El presidente del Jurado Dr. Ing . MIGUEL ORMEÑO VALERIANO, a nombre de la Nación y de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, declaró a la Bachiller CAMPOS ACUÑA GRETTY MEDALITH, Ingeniera Mecánica de Fluidos.
Siendo las 20:00 horas del mismo día, se levanta la sesión.

Dr. Ing. MIGUEL ORMEÑO VALERIANO
PRESIDENTE

Mg. Ing. MIGUEL ERNESTO ARAMBULO MANRIQUE
MIEMBRO TITULAR

Mg. Ing. MARIO GARCÍA PÉREZ
ASESOR

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, Decana de América

Anexo 1

CERTIFICADO DE SIMILITUD

Yo, Mario Alberto García Pérez, en mi condición de asesor acreditado mediante Dictamen Nº005-EPIMF-2026-FCF/UNMSM de la tesis, cuyo título es "INFLUENCIA DEL MATERIAL DE RELLENO HIDRÁULICO EN EL SISTEMA DE BOMBEO EN UNA MINA DE CERRO DE PASCO", presentado por la bachiller Gretty Medalith Campos Acuña para optar el título profesional de Ingeniera Mecánica de Fluidos, CERTIFICO que se ha cumplido con lo establecido en la Directiva de Originalidad y de Similitud de Trabajos Académicos, de Investigación y Producción Intelectual. Según la revisión, análisis y evaluación mediante la plataforma PIDS, el documento evaluado cuenta con el 8% de similitud, nivel PERMITIDO para continuar con los trámites correspondientes y para su **publicación en el repositorio institucional.**

Se emite el presente certificado en cumplimiento de lo establecido en las normas vigentes, como uno de los requisitos para la obtención del título profesional de Ingeniera Mecánica de Fluidos.

Lima, 07 de julio de 2026

Firma del Asesor:

Nombres y Apellidos del asesor: Mario Alberto García Pérez

DNI: 07930910

* Según corresponda: bachiller, magíster, doctor; título profesional o título de segunda especialidad

La vigencia del presente certificado corresponde a un período de noventa (90) días desde la fecha de su emisión; siempre que no haya observaciones en el texto durante el proceso de revisión por el jurado informante o surja alguna contingencia.

A mis padres y hermanos por su constante

Apoyo a lo largo de mi carrera.

A mi tía Magaly por su cuidado y amor en mi vida.

A mis abuelos, que me acompañan desde el cielo.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, agradecer a Dios por guiarme, cuidarme y darme las fortalezas para no rendirme en mi día a día.

A mis padres, por siempre confiar en mí y estar pendientes de cada paso que doy, sin su apoyo no habría podido llegar hasta este momento; son mis guías e inspiración.

A mis hermanos, por siempre estar a mi lado, haciéndome reír con sus juegos y ocurrencias, espero ser ejemplo de ellos para que sigan su vida académica.

A mi tía Magaly, por ser como una hermana para mí y cuidarme mientras me preparaba para ingresar a la universidad.

A mi gatita, por ser mi fiel compañera mientras estudio y trabajo.

A Valentin, por su gran apoyo emocional lleno de palabras de aliento a lo largo de la edición de este trabajo.

A mi asesor, el ing. García por sus consejos y acompañamiento en la redacción de este trabajo.

RESUMEN

En la actualidad, la minería enfrenta desafíos relacionados a la estabilidad de las excavaciones y la seguridad de las operaciones subterráneas. El relleno de mina forma parte esencial de estos desafíos, ya que se utiliza como método de relleno al interior de una mina, además de que se optimiza recursos, siendo esto un aspecto importante en la planificación minera. La selección del tipo de material de relleno y su impacto en el sistema de bombeo son aspectos críticos que influyen en la productividad de la mina.

Esta tesis abarca el desarrollo del sistema de bombeo de una unidad minera polimetálica ubicada en la región de Cerro de Pasco a 4250 m s.n. m.; teniendo como objetivo el análisis de la influencia de las propiedades del material de relleno hidráulico; para ello se examinarán sus propiedades (reológicas y granulométricas) y su relación con la selección de los equipos de bombeo y diámetro y selección de 2 tubería. Como parte de la metodología, se empleará el software AFT Fathom para la comparación de resultados, generando propuestas para el diseño y la optimización basadas en el análisis teórico y de simulación, para reducir los riesgos asociados en el transporte de relleno hidráulico en minería. Palabras clave: relleno hidráulico, propiedades reológicas, sistema de bombeo, eficiencia hidráulica, bombas centrífugas.

Palabras clave: Relleno hidráulico, propiedades reológicas, sistema de bombeo, eficiencia hidráulica, bombas centrífugas.

ABSTRACT

Currently, mining faces challenges related to excavation stability and the safety of underground operations. Mine backfilling is critical to addressing these challenges, as it is used as a backfill method within a mine and optimizes resources, making it an important aspect of mine planning. The selection of the backfill material type and its impact on the pumping system are critical aspects that influence mining productivity.

This thesis covers the development of the pumping system for a polymetallic mining unit located in the Cerro de Pasco region, at 4,250 m above sea level. The objective is to analyze the influence of the properties of the hydraulic backfill material. To do so, its properties (rheological and granulometric) and their relationship with the selection of pumping equipment, as well as the diameter and selection of two pipelines, will be examined. As part of the methodology, AFT Fathom software will be used to compare results and generate design and optimization proposals based on theoretical and simulation analyses to reduce the risks associated with hydraulic backfill transportation in mining. Keywords: hydraulic packing, rheological properties, pumping system, hydraulic efficiency, centrifugal pumps.

Keywords: Tailings, Rheological properties, Pumping system, Hydraulic efficiency, Centrifugal pumps.

Tabla de contenido

RESUMEN.....4

ABSTRACT.....5

I INTRODUCCIÓN.....11

I.1 Introducción.....11

I.2 Planteamiento del problema.....12

I.2.1 Determinación del problema.....12

I.2.2 Formulación del problema.....13

I.3 Objetivos.....13

I.3.1 Objetivo General.....13

I.3.2 Objetivos Específicos.....14

I.4 Importancia y justificación de la investigación.....14

I.4.1 Importancia de la investigación.....14

I.4.2 Justificación de la investigación.....15

I.5 Limitaciones de la investigación.....15

II REVISIÓN DE LITERATURA.....17

II.1 Marco teórico.....17

II.1.1 Fluido.....17

II.1.2 Clasificación de los fluidos.....17

II.1.3 Clasificación del flujo.....21

II.1.4 Régimen de flujo.....24

II.1.5 Pulpa mineral.....25

II.1.6 Reología.....27

II.1.7 Granulometría.....28

II.1.8 Transporte de fluidos 28

II.2 Antecedentes 30

II.2.1 Antecedentes Nacionales 30

II.2.2 Antecedentes Internacionales 31

II.3 Bases Teóricas 33

II.3.1 Transporte de fluido plástico de Bingham 33

II.3.2 Pérdidas principales 34

II.3.3 Pérdidas secundarias por accesorios 37

II.3.4 Determinación de la velocidad de sedimentación 39

II.3.5 Ecuaciones para el cálculo de la tubería 42

II.3.6 Material de tubería 43

II.3.7 Bombas de pulpa.....46

II.3.8 Correcciones de la eficiencia y altura 52

II.3.9 Cavitación.....55

II.3.10 Altura neta positiva de aspiración (NPSH) 56

II.3.11 Software AFT Fathom 58

II.4 Definición de términos 58

III HIPÓTESIS Y VARIABLES 60

III.1 Hipótesis.....60

III.1.1 Hipótesis General 60

III.1.2 Hipótesis específicas.....60

III.2 Variables.....60

III.2.1 Variable independiente 60

III.2.2 Variable dependiente 60

III.3 Operacionalización de las variables.....60

IV Materiales y Métodos 62

IV.1 Área de estudio 62

IV.2 Diseño de la investigación.....62

IV.2.1 Tipo y diseño de investigación 62

IV.2.2 Investigación aplicada 62

IV.3 Población y muestra 62

IV.3.1 Población 62

IV.3.2 Tamaño de muestra 63

IV.4 Procedimientos, Técnicas e instrumentos de recolección de información 63

IV.5 Análisis estadístico.....63

V RESULTADOS.....65

V.1 Presentación y análisis de datos.....65

V.1.1 Presentación de datos.....65

V.1.2 Análisis de datos.....68

VI DISCUSIÓN.....92

VII CONCLUSIONES 93

VIII RECOMENDACIONES.....94

IX BIBLIOGRAFÍA 96

X ANEXO 1 – HOJA DE CÁLCULO DEL DISEÑO DEL SISTEMA DE BOMBEO 99

Lista de tablas

Tabla 1. Ecuaciones físicas de pulpas mineras en sus diferentes expresiones 26

Tabla 2. Coeficiente de pérdida por accesorios 38

Tabla 3. Propiedades de los materiales de tuberías 43

Tabla 4. Operacionalización de las variables 61

Tabla 5. Reología del relave según el porcentaje de sólidos en peso 66

Tabla 6. Tabla resumen de las características y reología del fluido 66

Tabla 7. Tamaño de partículas sólidas 67

Tabla 8. Requerimientos del sistema de bombeo 68

Lista de figuras

Figura 1. Deformaciones de un elemento de fluido 17

Figura 2. Esfuerzo cortante vs velocidad de corte 19

Figura 3. Viscosidad vs velocidad de corte 19

Figura 4. Velocidad de corte vs esfuerzo de fluencia 20

Figura 5. Gravedad específica vs diámetro de partículas 22

Figura 6. Esquema de flujo homogéneo 23

Figura 7. Esquema de flujo heterogéneo 24

Figura 8. Régimen de flujo 25

Figura 9. Continuidad en una sección transversal 29

Figura 10. Relación del número de Hedstrom vs el número de Reynolds crítico 36

Figura 11. Tamaño de partículas vs el factor de Durand 40

Figura 12. Tamaño de partículas vs el factor de Mc Elvain & Cave 41

Figura 13. Ficha técnica de acero al carbono 44

Figura 14. Ficha técnica de HDPE 45

Figura 15. Clases de servicios de relaves 47

Figura 16. Descripción de los servicios de relaves 48

Figura 17. Curva de operación de bombas en serie 49

Figura 18. Curva de operación de bombas en paralelo 50

Figura 19. Punto de operación de la bomba 52

Figura 20. Ábaco para la determinación de la corrección 54

Figura 21. Ábaco para la corrección ER y bomba centrífuga en el bombeo 55

Figura 22. Curva presión atmosférica - Altitud 57

Figura 23. Curva temperatura – Presión absoluta de vapor 58

Figura 24. Curva granulométrica del relave 67

Figura 25. Determinación del tipo de flujo del relave 69

Figura 26. Perfil longitudinal del terreno 71

Figura 27. Determinación del factor 73

Figura 28. Línea de gradiente hidráulico del sistema 77

Figura 29. Sectorización de la tubería 78

Figura 30. Determinación del factor HR 87

Figura 31. Curva de bomba Weir 88

Figura 32. Determinación de H_{atm} 89

Figura 33. Determinación de H_{vap} 90

Figura 34. Diseño del sistema de impulsión 91

Figura 35. Resumen de resultados de la bomba 91

Figura 36. Resumen resultados de la tubería 91

I INTRODUCCIÓN

I.1 Introducción

En todo el mundo la minería subterránea enfrenta desafíos globales significativos, especialmente en zonas de alta altitud, donde métodos tradicionales de extracción como el de cámaras y pilares crean vacíos que comprometen la estabilidad de las excavaciones. Esto es particularmente crítico en minas de cobre, donde la recuperación eficiente del mineral es esencial para la sostenibilidad. Los vacíos no rellenados pueden ocasionar colapsos, poniendo en riesgo la seguridad de los trabajadores y la eficiencia operativa. El relleno hidráulico, que utiliza relaves clasificados para estabilizar minas y recuperar mineral, ha emergido como una solución viable, pero su implementación aún enfrenta barreras económicas, normativas y técnicas.

En Perú, las minas subterráneas, especialmente en las regiones altoandinas, enfrentan condiciones geográficas y climáticas extremas que dificultan la estabilidad de las excavaciones y aumentan los costos operativos. El uso del método de cámaras y pilares genera vacíos que, si no son rellenados, pueden poner en peligro tanto las operaciones como la seguridad. En este contexto, el relleno hidráulico se presenta como una estrategia para mitigar estos riesgos, pero la falta de proyectos eficientes y la gestión de los relaves siguen siendo desafíos importantes. Las políticas ambientales y las demandas de sostenibilidad exigen innovaciones tecnológicas para reducir el impacto de la minería.

A nivel local, la unidad minera de cobre ubicada en Cerro de Pasco enfrenta estos mismos problemas. A una altitud de 4250 m s. n. m., ha explotado los mantos mineralizados mediante cámaras y pilares, generando vacíos y mineral no recuperado en los pilares de autosoporte. Para mitigar estos riesgos, se ha planteado un proyecto de ‘relleno de mina’, que tiene como objetivo estabilizar las excavaciones y maximizar la recuperación del mineral mediante el uso de 800 mil m³ de relaves clasificados. Este proyecto requiere diseñar un sistema de bombeo para transportar los

relaves al 55% de sólidos, y, a su vez, se simulará el diseño mediante el software AFT Fathom, que ayudará a validar los resultados obtenidos.

I.2 Planteamiento del problema

I.2.1 Determinación del problema

El relleno hidráulico que utiliza relaves clasificados para estabilizar las excavaciones mineras y recuperar el mineral restante, impacta directamente en el diseño del sistema de bombeo. El diseño depende de las características del relleno, tales como su viscosidad, concentración de sólidos en porcentaje, esfuerzo de fluencia, etc., las cuales pueden afectar la capacidad de las bombas y tuberías para manejar el material sin generar problemas operativos.

Asimismo, el sistema de conducción, encargado de transportar el relave desde la planta hasta los puntos de inyección, también se ve influenciado por las características del relleno. La concentración de sólidos y la granulometría afectan el diseño de las tuberías y bombas, por lo que es crucial garantizar un sistema eficiente y seguro.

La selección de las bombas depende de la densidad, tamaño de partículas, concentración de sólidos y esfuerzo de fluencia, ya que las bombas deben ser capaces de manejar la mezcla sin perder la eficiencia ni requerir un mantenimiento excesivo. Es esencial elegir bombas que resistan el desgaste y operen con materiales abrasivos.

Este proyecto requiere diseñar un sistema de bombeo para transportar los relaves al 55% de sólidos; sin embargo, este diseño presenta retos técnicos, ya que las propiedades reológicas y granulométricas del material influyen directamente en la selección de bombas y dimensionamiento de tuberías. Para abordar estos desafíos, se plantea inicialmente un diseño basado en métodos de cálculo convencional, utilizando la ecuación de Bernoulli modificada, que luego será comparado con simulaciones realizadas en el software AFT Fathom, con el objetivo de identificar las discrepancias y proponer mejoras en la eficiencia, confiabilidad y sostenibilidad del sistema de

bombeo. La falta de análisis comparativos entre estos métodos podría limitar la toma de decisiones técnicas óptimas en la operación minera.

I.2.2 Formulación del problema

La evaluación de los datos de reológicos y granulométricos del relave, así como la aplicación de sus bases teóricas en el análisis, resultan esencial para evitar problemas técnicos en el diseño del sistema de bombeo del relleno hidráulico. Estos problemas pueden incluir el desgaste prematuro de los equipos, sedimentación en las tuberías, etc. En este sentido, validar el diseño mediante el software AFT Fathom permitirá corroborar los parámetros técnicos considerados y ayudará a fortalecer la confiabilidad del sistema.

Con base a lo expuesto líneas arriba, se plantea el siguiente problema general del proyecto:

I.2.2.1 Pregunta general

- ¿De qué manera influye el relleno hidráulico en el diseño del sistema de bombeo en una unidad minera de Cerro de Pasco?

También, se plantean los siguientes problemas específicos:

I.2.2.2 Preguntas específicas

- ¿Cómo influyen las propiedades granulométricas en el diseño del sistema de conducción en una unidad minera de Cerro de Pasco?
- ¿De qué manera afectan las propiedades reológicas del relleno hidráulico en la selección de las bombas en una unidad minera de Cerro de Pasco?
- ¿Cómo se compara el diseño propuesto con las simulaciones realizadas mediante el software AFT Fathom?

I.3 Objetivos

I.3.1 Objetivo General

- Analizar la influencia de las propiedades granulométricas y reológicas del material de relleno hidráulico en el diseño del sistema de bombeo de una unidad minera de Cerro de Pasco.

I.3.2 Objetivos Específicos

- Determinar cómo la granulometría del relleno hidráulico influye en el dimensionamiento de las tuberías del sistema de bombeo.
- Analizar cómo las propiedades reológicas del relleno hidráulico influyen en la selección del equipo de bombeo.
- Comparar y validar los resultados en el diseño del sistema de bombeo obtenido mediante métodos de cálculos convencionales con las simulaciones generadas en el AFT Fathom.

I.4 Importancia y justificación de la investigación

I.4.1 Importancia de la investigación

La presente investigación es de gran relevancia, ya que aborda un aspecto crítico del transporte de relaves en las operaciones mineras (diseño de sistema de bombeo para fluidos no Newtonianos). Debido al comportamiento reológico complejo del relleno hidráulico, su análisis detallado permite mejorar el dimensionamiento de los equipos, seleccionar de manera adecuada las bombas y tuberías, además de establecer las condiciones de operación que garanticen la eficiencia y seguridad del diseño.

Asimismo, el uso del software de simulación AFT Fathom como una herramienta de validación al diseño aporta un nuevo enfoque técnico, moderno y confiable para verificar el comportamiento hidráulico del sistema. Esta investigación contribuye al desarrollo de criterios técnicos que pueden ser aplicados a otros proyectos similares dentro del sector minero,

promoviendo soluciones sostenibles y optimizadas para el diseño de bombeo de relaves.

I.4.2 Justificación de la investigación

La presente investigación resalta la importancia de las propiedades reológicas y granulométricas del fluido en el diseño del sistema de bombeo de relleno hidráulico.

A continuación, se detallarán las principales justificaciones que se sustentan en este trabajo:

- Justificación de seguridad: Conocer la reología del material ayuda a mitigar riesgos en el diseño de bombeo, tales como fallas mecánicas, sobrepresiones, etc., los cuales pueden ser peligroso para los operarios y el entorno.
- Justificación económica: Un diseño de bombeo adecuado basado en las características del relleno hidráulico y su reología reduce el desgaste de los equipos y el consumo energético, lo que significa menores costos operativos.
- Justificación práctica: Considerar la reología del material permite diseñar un sistema que optimicen el transporte, reduciendo el riesgo de obstrucciones, optimizando su eficiencia.

I.5 Limitaciones de la investigación

El presente estudio presenta ciertas limitaciones de investigación y condiciones consideradas en el análisis, los cuales se mencionan a continuación:

- La simulación en el software AFT Fathom se realizó bajo condiciones del flujo estacionario, sin considerar los efectos del flujo en estado transitorio que se puede presentar durante las maniobras de arranque o parada.
- No se incluye una validación experimental del estudio, por lo que los resultados se basan en el cálculo analítico y la simulación numérica.
- No se evaluaron escenarios de operaciones variables, ni aspectos económicos

(CAPEX y OPEX), los cuales podrían ser desarrollados en investigaciones futuras para optimizar globalmente el sistema de bombeo.

II REVISIÓN DE LITERATURA

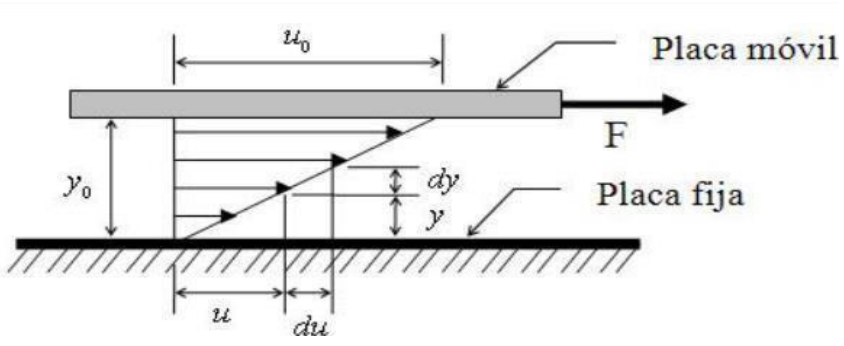
II.1 Marco teórico

II.1.1 Fluido

Un fluido es una sustancia que se caracteriza por su incapacidad para resistir de manera continua un esfuerzo cortante, lo que significa que se deformará mientras dicho esfuerzo permanezca aplicado (Fox et al., 2002).

En la figura 1 se muestra el comportamiento de un elemento de fluido entre las dos placas infinitamente, la placa superior se mueve a una velocidad constante, bajo la influencia de una fuerza aplicada constante.

Figura 1. Deformaciones de un elemento de fluido



Fuente. (Universidad de los Andes, s.f.)

II.1.2 Clasificación de los fluidos

II.1.2.1 Fluido Newtoniano

Un fluido Newtoniano se caracteriza por presentar una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad, manteniendo una viscosidad constante bajo condiciones específicas de operación (White, 2011). Los fluidos Newtonianos cumplen con la ley de la viscosidad de Newton.

La ecuación N.°1 define el modelo matemático para un fluido Newtoniano:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (1)$$

Donde:

τ – Esfuerzo cortante (Pa)

μ – Viscosidad (Pa.s)

$\frac{dv}{dy}$ – Tasa de deformación de corte o gradiente de velocidad (1/s)

II.1.2.2 Fluido no Newtoniano

Chhabra et al., (2008) señala que un fluido no Newtoniano es aquel cuya interacción entre el esfuerzo cortante y velocidad de corte no presenta una proporcionalidad directa; en consecuencia, la viscosidad deja de ser un valor constante, y pasa a depender de las condiciones de flujo, la geometría del sistema, velocidad de corte, etc.

De acuerdo con este autor, fluidos no Newtonianos se clasifican de dos maneras:

A Independientes del tiempo

Bird et al., (2002), define a los fluidos independientes del tiempo como aquellos cuya relación entre el esfuerzo cortante y la velocidad de corte es instantánea y no depende del tiempo.

$$f\left(\tau_w\right) = \frac{dv}{dy} \quad (2)$$

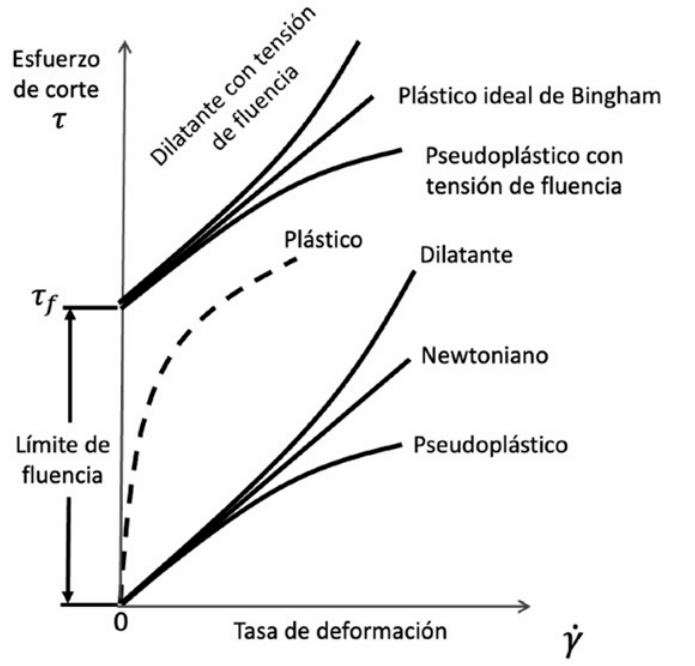
Donde:

τ_w – Esfuerzo cortante aplicado (Pa)

$\frac{dv}{dy}$ – Ratio de deformación de corte o gradiente de velocidad (1/s)

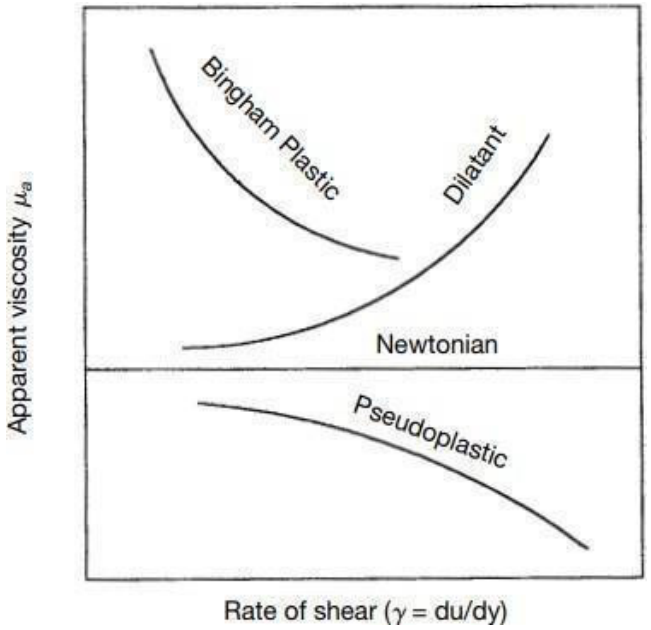
Las figuras 2 y 3 muestran el comportamiento reológico de los fluidos independientes del tiempo, representando la relación esfuerzo cortante vs la velocidad de corte y la variación de la viscosidad plástica vs velocidad de corte.

Figura 2. Esfuerzo cortante vs velocidad de corte



Fuente. (Árbol minero, 2024)

Figura 3. Viscosidad vs velocidad de corte



Fuente. (Albunaga, 2002)

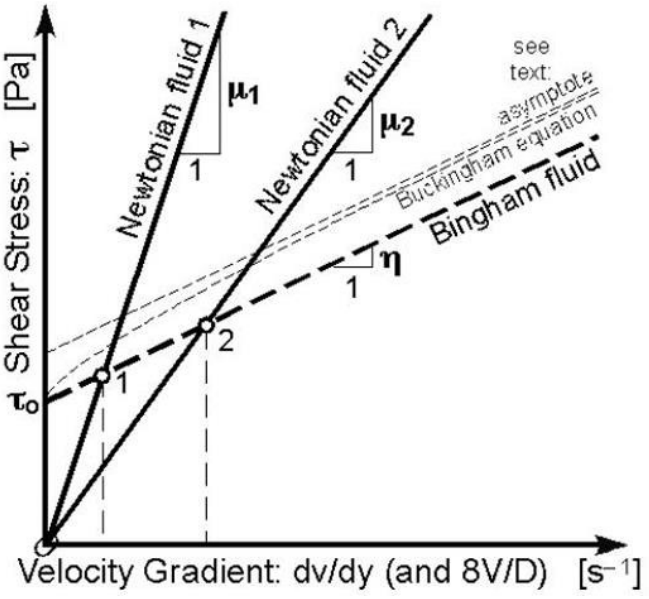
Plástico de Bingham

Para Bird et al. (2002) un fluido plástico de Bingham es aquel que se caracteriza por

permanecer como un cuerpo rígido mientras el esfuerzo cortante aplicado no alcance el valor mínimo necesario para que este inicie su movimiento, a esto se le conoce como esfuerzo de fluencia. Solo cuando dicho umbral es superado, el material comienza a fluir.

La figura N.°4 muestra la relación entre el gradiente de velocidad y el esfuerzo de fluencia para fluido plástico de Bingham en comparación con un fluido Newtoniano. En el caso del fluido plástico de Bingham, este se comporta como un cuerpo sólido gelatinoso en reposo y como un fluido cuando se le somete a esfuerzos cortantes superior al esfuerzo de fluencia. Cuando es esfuerzo supera este límite, la relación del esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad se vuelve lineal y la pendiente de la línea formada se denomina viscosidad plástica (η).

Figura 4. Velocidad de corte vs esfuerzo de fluencia



Fuente. (Árbol minero, 2024)

La ecuación N.°3 define el modelo matemático que describe el fluido:

$$\tau_w - \tau_0 = \eta \times \frac{dv}{dy} \tag{3}$$

Donde:

τ_w – Esfuerzo cortante aplicado (Pa)

τ_y – Esfuerzo cortante de fluencia (Pa)

η- Viscosidad plástica (Pa.s)

$\frac{dv}{dy}$ – Ratio de deformación de corte (1/s)

Sin embargo, la ecuación para los plásticos de Bingham descritos por la ecuación de Buckingam como expresión del esfuerzo en pared se muestra en la ecuación N.°4:

$$\tau_w = \tau_0 + \eta\left[\frac{8V}{D}\right] \tag{4}$$

Donde:

D – Diámetro interno de la tubería (m)

V- Velocidad media del flujo (m/s)

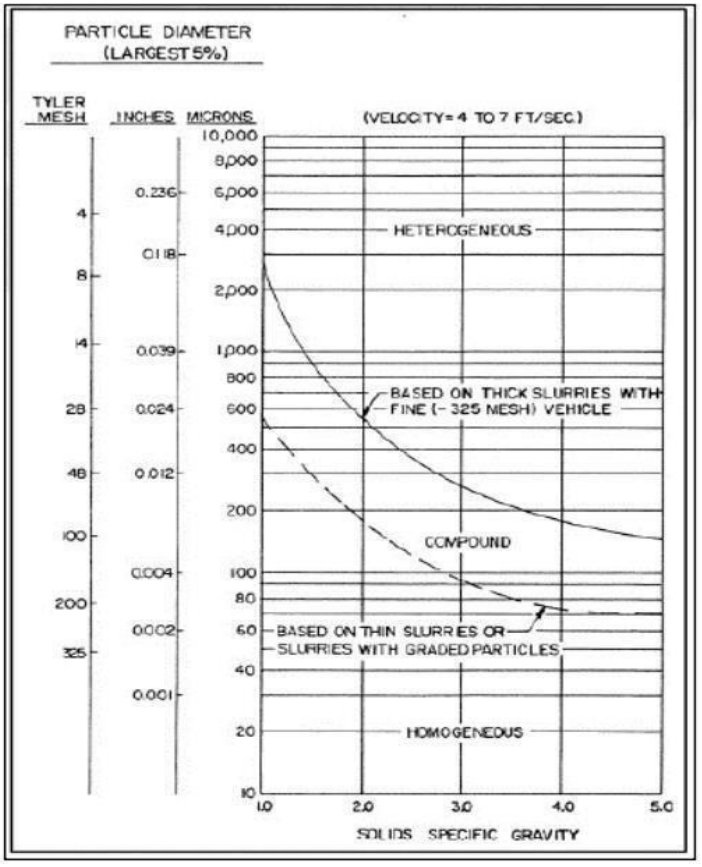
La siguiente ecuación N.°5 expresa la relación matemática de la viscosidad aparente en función a la ecuación N.°4:

$$\mu_{ap} = \eta + \frac{\tau_0}{\left(\frac{8V}{D}\right)} \tag{5}$$

II.1.3 Clasificación del flujo

Para determinar el tipo de flujo se debe tener en consideración la gravedad específica del sólido y el diámetro de partícula. La figura N.°5 muestra que, a altos valores de gravedad específica de sólidos y grandes tamaños de partícula, el flujo es heterogéneo, caso contrario, se trata de un flujo homogéneo.

Figura 5. Gravedad específica vs diámetro de partículas



Fuente. (Normativa ANSI/HI-12.1-12.6-2016)

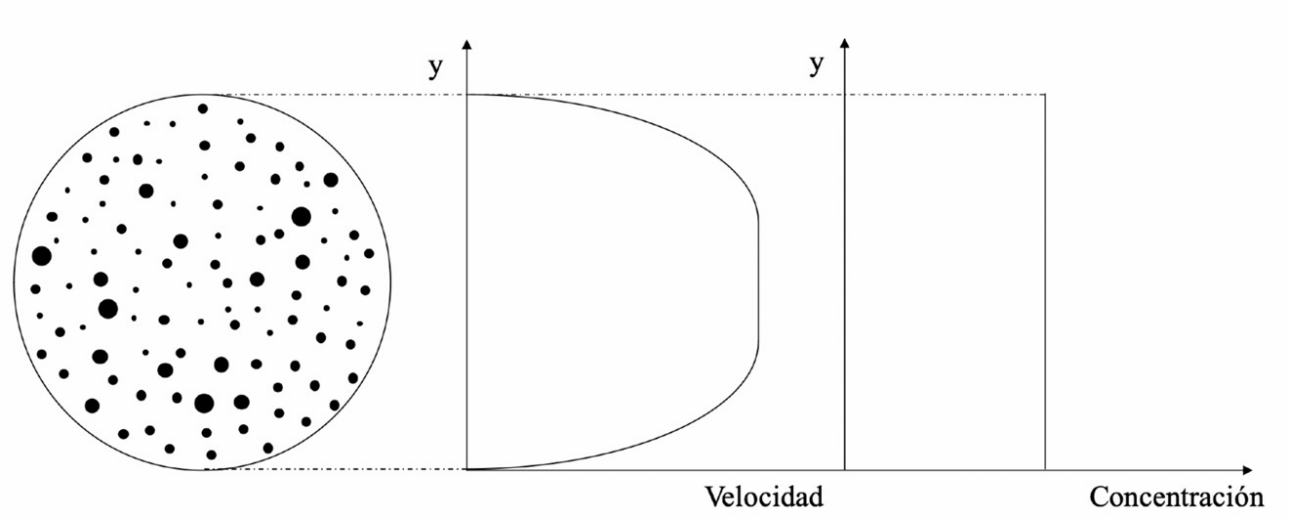
II.1.3.1 Flujo homogéneo

De acuerdo con Albunaga (2002), el flujo homogéneo se comporta como un flujo monofásico de partículas finas de mezcla con un porcentaje de concentración de sólidos en peso alto (50%-60%). A medida que incrementa la concentración de partículas produce que la viscosidad se incremente y desarrolla fluidos no Newtonianos. Respecto al tamaño de las partículas típicas, estas son inferiores de 40 μm hasta 70 (malla 325-200).

En la Figura N.°6 se muestra la distribución de las partículas de manera uniforme y los perfiles de velocidad y concentración. El perfil de velocidad es simétrico similar al de un flujo monofásico y la concentración de sólidos permanece constante a lo largo de la tubería. Este comportamiento de las partículas en suspensión ocurre cuando la velocidad de transporte es alta,

evitando así la segregación y garantizando una mezcla estable entre la fase líquida y sólida.

Figura 6. Esquema de flujo homogéneo



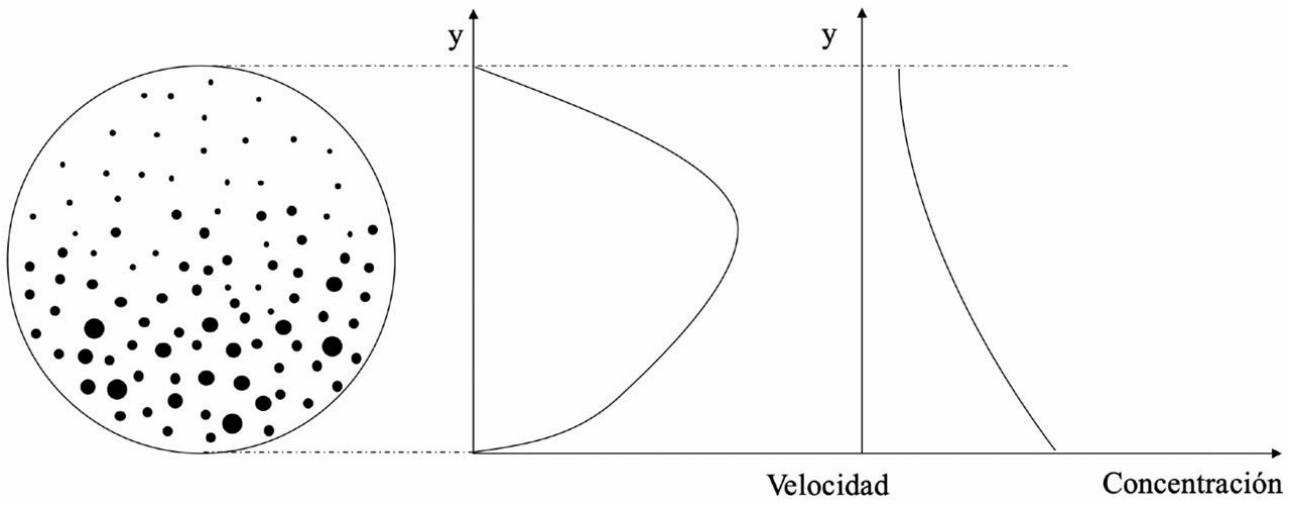
Fuente. (Árbol minero, 2024)

II.1.3.2 Flujo Heterogéneo

Según Albunaga (2002), en un flujo heterogéneo los sólidos no se encuentran distribuidos de manera uniforme. En el caso de las pulpas en tuberías, las partículas más pesadas se encuentran en el fondo, mientras que las más ligeras, están en suspensión, y la concentración de porcentaje de sólidos en peso es baja (<25%).

En figura N.°7 se muestra el comportamiento de flujo heterogéneo con distribución de partículas no uniformes y perfiles de velocidad y concentración; estos perfiles denotan que la característica principal del flujo es velocidad máxima en la zona central de la tubería y la concentración de partículas es mayor en la zona inferior.

Figura 7. Esquema de flujo heterogéneo



Fuente. (Árbol minero, 2024)

II.1.4 Régimen de flujo

Fox et al. (2002) señala que el régimen del flujo se determina con el número de Reynolds, que es la relación de las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas.

El cálculo para determinar el régimen de flujo está definido mediante la siguiente ecuación N.°6:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \tag{6}$$

Donde:

ρ – Densidad (kg/m^3)

V – Velocidad (m/s)

D – Diámetro (m)

μ – Viscosidad dinámica $(kg/m.s)$

II.1.4.1 Régimen Laminar

Como indican Fox et al. (2002), en el régimen laminar, la estructura del flujo se caracteriza

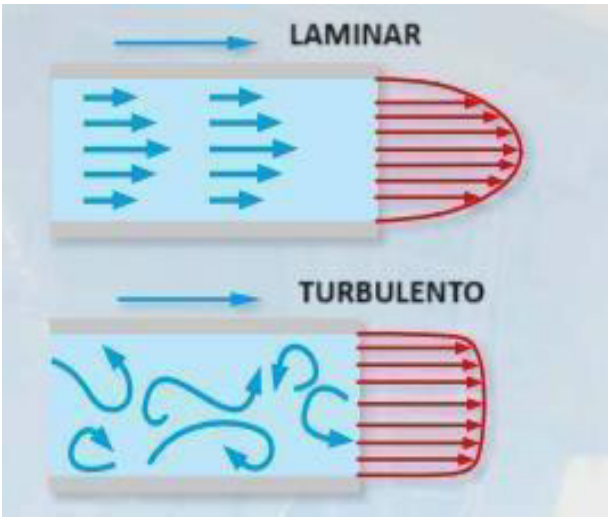
por un movimiento continuo en láminas o capas, además, en el régimen laminar, no hay mezclas macroscópicas de fluidos adyacentes.

II.1.4.2 Régimen turbulento

De acuerdo con Davidson (2015, p.40), el flujo en el régimen turbulento se caracteriza por movimientos tridimensionales de las partículas.

En la figura N.º 8 se aprecia el perfil de velocidades de los flujos en régimen laminar y turbulento.

Figura 8. Régimen de flujo



Fuente. (Gaviria, 2015)

II.1.5 Pulpa mineral

Según Wills y Finch (2016), la pulpa mineral se define como una mezcla bifásica constituida por partículas sólidas finas suspendidas en un medio líquido. Su comportamiento hidráulico depende de la concentración de sólidos, granulometría y viscosidad del fluido. Cuando estas partículas se encuentran distribuidas uniformemente a lo largo de la tubería, se puede considerar que se trata de un fluido homogéneo.

Cuando se trabaja con pulpas, es necesario expresar la proporción relativa en la que se encuentran el mineral y el agua; estos parámetros que se relacionan entre sí serán explicados,

matemáticamente, a continuación:

II.1.5.1 Concentración de sólidos en peso (C_p)

La concentración de sólidos en peso corresponde al porcentaje de peso o flujo másico del mineral respecto del peso o flujo másico de la pulpa.

II.1.5.2 Concentración de sólidos en volumen (C_v)

La concentración de sólidos en volumen corresponde al volumen o flujo volumétrico del mineral, respecto al volumen o flujo volumétrico de la pulpa.

II.1.5.3 Densidad de la pulpa (ρ_m)

La densidad de la pulpa se define como la relación entre el peso o flujo másico de una pulpa y su peso o flujo volumétrico.

En la tabla N.°1 se presentan las ecuaciones para determinar los parámetros físicos necesarios proporcionado por la Universidad Politécnica de Cartagena.

Tabla 1. Ecuaciones físicas de pulpas mineras en sus diferentes expresiones

-	C_p	C_v	J	ρ_m
$C_p =$	*****	$\dfrac{C_v \times \rho_s}{C_v \times (\rho_s - \rho_l) + \rho_l}$	$\dfrac{J}{10^3 \times \rho_l + J \times \left(\dfrac{\rho_s - \rho_l}{\rho_s} \right)}$	$\dfrac{\rho_s \times (\rho_m - \rho_l)}{\rho_m \times (\rho_s - \rho_l)}$
$C_v =$	$\dfrac{C_p \times \rho_l}{\rho_s - C_w \times (\rho_s - \rho_l)}$	*******	$\dfrac{J}{10^3 \times \rho_s}$	$\dfrac{\rho_m - \rho_l}{\rho_s - \rho_l}$
$J =$	$\dfrac{\rho_l \times 10^3}{\dfrac{1}{C_w} - \dfrac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_s}}$	$C_v \times \rho_s \times 10^3$	*******	$\dfrac{(\rho_m - \rho_l)}{(\rho_s - \rho_l)} \times \rho_s \times 10^3$

$$\rho_m = \frac{\rho_l}{1 - C_w \times \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_s}} \qquad C_v \times (\rho_s - \rho_l) + \rho_l \qquad \rho_l + \frac{J}{10^3} \times \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_s} \qquad *******$$

Fuente. (Universidad politécnica de Cartagena, 2023)

II.1.6 Reología

La reología es la ciencia que estudia las características de deformación y de flujo, principalmente establece la relación entre la tasa de deformación y el esfuerzo de corte (Chhabra y Richardson 2008).

Debido a que cada pulpa o relave posee sus propias características (gravedad específica, % de sólidos, densidad, etc.), y que estas relacionan la proporción de las fases que la comprenden. El análisis realizado en laboratorio caracterizará lo mencionado anteriormente, que servirá para definir el desarrollo del proyecto.

A continuación, se muestran los parámetros reológicos de los materiales:

II.1.6.1 Viscosidad plástica (η)

Bird et al. (2002) define a la viscosidad plástica como la resistencia interna de un flujo, una vez que este haya superado el esfuerzo de fluencia necesario para iniciar su movimiento. La viscosidad plástica representa la pendiente de la parte lineal de la curva del esfuerzo cortante vs el gradiente de velocidad.

II.1.6.2 Viscosidad aparente (μ_{ap})

La viscosidad aparente se define como la relación entre el esfuerzo cortante y velocidad de corte en un punto determinado del flujo (Barnes et al., 1989). A diferencia de la viscosidad plástica, la viscosidad aparente no es un valor único, ya que este depende del régimen de formación del flujo (Bird et al., 2002).

II.1.6.3 Esfuerzo de fluencia (τ_0)

El esfuerzo de fluencia o cedencia es el valor mínimo necesario de esfuerzo cortante que debe aplicarse a un fluido para que este empiece a fluir. Con valores debajo de este umbral, el material se comporta como un cuerpo sólido elástico, y solo al superarlo se produce la deformación (Bird et al., 2002)

II.1.7 Granulometría

De acuerdo con Allen (2003), la granulometría del relave se refiere a la distribución de los tamaños de partículas que se encuentra en los materiales mediante el tamizado o sedimentación; expresada generalmente en términos de porcentaje en peso que pasa por diferentes tamaños.

Los resultados del análisis granulométrico permiten describir la distribución de las partículas en función a su tamaño, expresándolo mediante una curva de distribución de tamaño de partícula, el cual relaciona el diámetro equivalente y el porcentaje acumulado que pasa a través de un tamiz. De esta curva se obtienen diámetros característicos tales como el D_{80}, D_{50}, etc.

II.1.7.1 Diámetro 50 (D_{50})

Para Allen (2003), el diámetro 50 corresponde al tamaño de partícula con el cual el 50% del material total pasa por la malla o tamiz. Este valor representa la mediana de la distribución de tamaños; ya que la mitad de las partículas es fina y la otra es gruesa.

II.1.7.2 Diámetro 80 (D_{80})

El diámetro 80 corresponde al tamaño del tamiz o malla por donde el 80% del material pasa (Will et al., 2016).

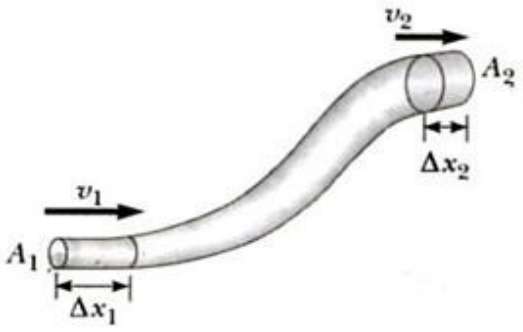
II.1.8 Transporte de fluidos

A continuación, se detallarán algunas definiciones necesarias para el transporte de fluidos

II.1.8.1 Ecuación de continuidad

De acuerdo Cengel y Cimbala (2014), el estudio de la ecuación de continuidad parte del principio de la Conservación de la masa mediante un volumen de control. Considerando este volumen de control arbitrario una sección de tubería de un flujo que se mueve a través de ella, la masa del flujo trasladado se conserva, lo que quiere decir que la masa que pasa por una sección transversal inicial A_1, es la misma que pasa por la misma sección transversal A_2, tal como se muestra en la figura N.°9.

Figura 9. Continuidad en una sección transversal



Fuente. (Instituto nacional José Miranda Carrera, s.f.)

La ecuación de continuidad está denotada matemáticamente mediante la siguiente ecuación N.°7:

$$\begin{aligned} \Delta m_1 &= \rho A_1 \Delta x_1 \\ \Delta m_2 &= \rho A_2 \Delta x_2 \end{aligned} \tag{7}$$

La ecuación N.°8 denota matemáticamente que $\Delta m_1 = \Delta m_2$ debido a que la masa se conserva y la densidad del fluido es la misma en todos los puntos:

$$\begin{aligned} \rho A_1 v_1 &= \rho A_2 v_2 \\ A_1 v_1 &= A_2 v_2 = Cons\tan te \end{aligned} \tag{8}$$

II.1.8.2 Ecuación de Bernoulli modificada

La ecuación de Bernoulli modificada o ecuación de la energía muestra la relación que hay entre la presión, velocidad y altura en 2 puntos de análisis. Esta relación se describe mediante la siguiente ecuación matemática N.°9:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 \pm H_u = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + h_{f.B} \quad (9)$$

Donde:

v: Velocidad del fluido (m/s)

P: Presión (N/m^2)

Z: Altura (m)

H_u: Altura suministrada por la bomba (m)

$h_{f.B}$: Pérdidas de carga (m)

II.2 Antecedentes

II.2.1 Antecedentes Nacionales

Hasta la fecha se han realizado múltiples investigaciones en función a antecedentes técnicos referidos al relleno de mina mediante el sistema de bombeo de relleno hidráulico. A continuación, se detallarán algunos de estos estudios de tesis de grado y monografía a nivel nacional e internacional, de las cuales son tomados como referencia para el desarrollo del presente trabajo.

- Niño, C. (2019). relaves aplicados y selección de un sistema de bombeo de relaves aplicado al requerimiento de una operación minera (Tesis para optar el título de Ingeniero Mecánico-Eléctrico). Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería. Programa Académico de Ingeniería Mecánico-Eléctrica. Piura, Perú.

Este trabajo de investigación detalla la metodología de cálculo utilizado que es mediante el

cálculo manual para posteriormente este ser validado con el software de selección de bombas de pulpa de GIW. Este estudio concluyó con la selección de una bomba desde el punto de vista económico cuya eficiencia es del 83.4%, aportando a los futuros trabajos, una guía de selección de bombas de pulpa.

- Villavicencio, R. (2019). Cálculo hidráulico del sistema de transporte de relaves – caso Mina Invicta. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Físicas, Escuela Profesional de Ingeniería Mecánica de Fluidos]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Este trabajo de investigación caracteriza la pulpa de relave mediante el pilotaje de datos en laboratorio, a fin de lograr una disposición correcta de estos productos residuales de los procesos mineros; aportando a futuros trabajos una secuencia de pasos a seguir desde el punto de visto de ingeniería mecánica de fluidos.

- Custodio,S. (2023). Diseño del sistema de bombeo y líneas de descarga de los espesadores de relave para una mina cuprífera en la región Junín [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad Tecnológica del Perú.

Mediante este trabajo de investigación el autor busca diseñar el sistema de bombeo de descarga de relaves a través de un análisis de las principales deficiencias en el punto de descarga, teniendo en consideración los parámetros reológicos y mediciones del flujo para un correcto funcionamiento de sus bombas actuales. Como resultado se tiene el reemplazo de sus bombas volumétricas por las bombas centrífugas. Este trabajo aplica el desarrollo de la metodología mediante los cálculos manuales, los cuales fueron validados posteriormente con el software de selección de bombas de pulpas desarrollado por GIW.

II.2.2 Antecedentes Internacionales

- Muñoz, M. (2019). Análisis de las pérdidas de carga en el sistema de bombeo para relaves de mineral cobre y hierro mediante simulación computacional [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad católica de Valparaíso.

El autor de este trabajo tiene por objetivo estudiar el comportamiento de una bomba centrífuga de relaves mediante los parámetros establecidos por Brass; posteriormente, utiliza el software ANSYS para su modelación, verificando su funcionalidad bajo condiciones de operación. Este trabajo nos muestra, desde el punto de vista teórico, las propiedades, consideraciones y características que se deben tener en cuenta al diseñar una bomba de relaves.

- Cardona, C. (2021). Caracterización y estandarización de los sistemas de bombeo en minería subterránea [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad de Antioquia.

El autor de la presente tesis tiene por objetivo identificar el funcionamiento de cada sistema de bombeo, teniendo en consideración aspectos importantes como la medición de parámetros y selección de equipos, evitando el sobredimensionamiento y la deficiencia. Este trabajo nos muestra las consideraciones a tomar para lograr la automatización del sistema, haciéndola más segura y práctica.

- Olate, Y. (2021). Análisis del comportamiento de una bomba centrífuga de relaves no operativa antes diferentes condiciones de flujo [Tesis para optar el título de ingeniero civil mecánico]. Universidad de Chile.

El autor tiene por objetivo estudiar el comportamiento de una bomba centrífuga de relaves mediante los parámetros establecidos por Brass; posteriormente, utiliza el software ANSYS para su modelación, verificando su funcionalidad bajo condiciones. Este trabajo nos muestra, desde el punto de vista teórico, las propiedades, consideraciones y características que se deben tener en cuenta al diseñar una bomba de relaves.

II.3 Bases Teóricas

II.3.1 Transporte de fluido plástico de Bingham

II.3.1.1 Número de Hedstrom

El número de Hedstrom es un número adimensional que relaciona el esfuerzo fluencia o cedencia y las fuerzas viscosas, es decir, ayuda a medir qué tanta fuerza necesita el fluido para empezar a ceder. El cálculo es primordial para determinar el régimen de flujo en sistemas de comportamiento no Newtoniano (Chhabra y Richardson, 2008). Este número adimensional está definido mediante la siguiente ecuación N.°10:

$$He = \frac{\rho_m \times \tau_0 \times D^2}{\eta^2} \tag{10}$$

Donde:

ρ_m : Densidad de la pulpa (kg/m^3)

τ_0 : Esfuerzo de fluencia (kg/ms^2)

D: Diámetro interno de la tubería (m)

η : Viscosidad plástica (kg/m.s)

II.3.1.2 Presión de Arranque

Es la presión mínima requerida para vencer la tensión de cedencia del fluido y permitir su flujo a través del sistema. Esta condición se da cuando el esfuerzo cortante en pared de tubería es igual al esfuerzo de fluencia. De acuerdo con Albunaga (2002), se determina mediante la siguiente ecuación N.°11:

$$P_{st} = \frac{4 \times \tau_0 \times L}{D} \tag{11}$$

Donde:

τ_0 : Esfuerzo de fluencia (kg/m.s^2)

D: Diámetro interno de la tubería (m)

L: Longitud de la tubería (m)

II.3.2 Pérdidas principales

Para determinar la pérdida de carga de flujos homogéneos de un fluido plástico de Bingham se puede calcular mediante la ecuación propuesta por Darcy-Weisbach. La adaptación para las pérdidas primarias a fluidos no Newtonianos requiere del uso de un coeficiente de fricción corregido en función del comportamiento reológico del fluido (Cengel y Cimbala, 2014). La expresión matemática correspondiente se define en la ecuación N.°12:

$$H = \frac{f_D \times L \times V^2}{2 \times g \times D} \tag{12}$$

Donde:

H : Pérdidas de carga (m)

f_D : Coeficiente de fricción de Darcy

L: Longitud de tubería (m)

V : Velocidad media del flujo (m/s)

D: Diámetro interno de la tubería (m)

g : Aceleración de la gravedad (m/s^2)

Por otro lado, el gradiente de fricción hidráulico se define como la pérdida de carga por unidad de longitud, el cual está definido en la ecuación N.°13:

$$i = \frac{h_f}{L} = \frac{f_D \times v^2}{2 \times g \times D} \tag{13}$$

II.3.2.1 Determinación del factor de fricción

A Factor de fricción en régimen laminar

Según lo descrito por Albunaga (2002), Hedstrom (1952) modificó la ecuación propuesta por Buckingham (1921) para un flujo laminar completamente desarrollado para expresar las pérdidas de fricción en función del número de Reynolds y el número de Hedstrom. Esta ecuación N.°14 se expresa de la siguiente manera:

$$f_{NL} = \frac{16}{\mathrm{Re}_B}\left[1 + \frac{He}{6\,\mathrm{Re}_B} - \frac{He^4}{3 f_{NL}^3\,\mathrm{Re}_B^7}\right] \tag{14}$$

Donde:

He: Número de Hedstrom

Re_B: Número de Reynolds para fluidos Bingham

B Factor de fricción en régimen transitorio

Mediante un experimento realizado por Hanks y Pratt (1967) citado en el libro de Baha Albunaga (2002), se desarrolló una ecuación que describe el comportamiento del flujo en régimen transitorio, en función del número de Reynolds crítico y del número de Hedstrom

Esta relación se expresa matemáticamente en la ecuación N.°15:

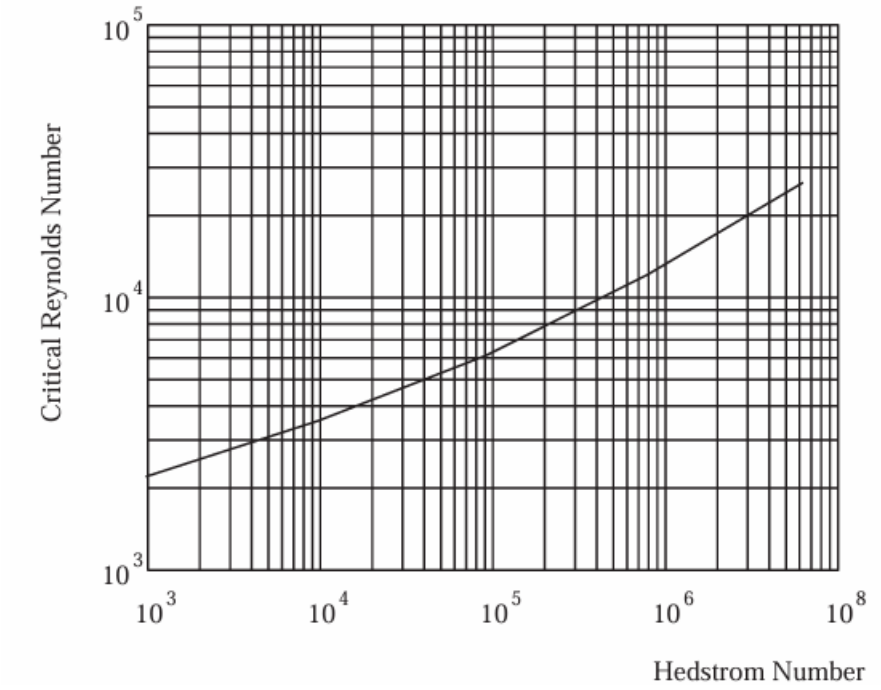
$$\mathrm{Re}_{Bc} = \frac{He}{x_c}\left(1 - \frac{4}{3}x_c + \frac{1}{3}x_c^4\right) \tag{15}$$

Donde: $x_c = \dfrac{\tau_0}{\tau_w}$, es la relación entre el esfuerzo de fluencia y el esfuerzo cortante de pared en la transición del flujo laminar a turbulento. El número de Hedstrom en la transición de determina mediante la ecuación N.°20:

$$He = 1680\left[\frac{x_c}{(1 - x_c)^3}\right] \tag{20}$$

La figura N.°10 presenta los valores del número de Hedstrom vs el número de Reynolds crítico.

Figura 10. Relación del número de Hedstrom vs el número de Reynolds crítico



Fuente. (Baha Albunaga, 2002)

Por otro lado, el número de Reynolds crítico también se obtiene del número adimensional de Hedstrom, el cual se detalla en un modelo analítico realizado por Wilson y Thomas (2006):

- $Re_c = 2100$ Si $He < 1700$

- $Re_c = 80\ He^{0.4}$ Si $1700 < He < 10^5$

- $Re_c = 25He^{0.5}$ Si $He > 10^5$

De lo anterior, se deduce lo siguiente:

Si:

$Re < Re_c \rightarrow$ Flujo laminar

$Re > Re_c \rightarrow$ Flujo turbulento

C Factor de fricción en régimen turbulento

De acuerdo con Albunaga (2002), la ecuación semi empírica propuesta por Hanks y Dadia fue modificada por Darby (1992) para relacionar el factor de fricción con los números de Reynolds y Hedstrom en el análisis de flujos No Newtoniano.

La expresión del factor de fricción en régimen turbulento se muestra en la siguiente ecuación N.°16:

$$f_N = (f_{NL}^m + f_{NT}^m)^{1/m} \tag{16}$$

Donde: $m = 1.7 + \dfrac{40000}{\mathrm{Re}_B}$

- $f_{NL} = \dfrac{16}{\mathrm{Re}_B}\left[1 + \dfrac{He}{6\mathrm{Re}_B} - \dfrac{He^5}{3 f_{NL}^3 \mathrm{Re}_B^7}\right] \approx \dfrac{16}{\mathrm{Re}_B}\left[1 + \dfrac{He}{6\mathrm{Re}_B}\right]$

$f_{NT} = 10^a \mathrm{Re}_B^b$ y

- a=-1.47$\left[1 + 0.146\exp\left(-2.9x10^{-5} He\right)\right]$

$b = -0.193$

Finalmente, el factor de Darcy se obtiene de la siguiente manera:

$$f_D = 4 f_N \tag{17}$$

II.3.3 Pérdidas secundarias por accesorios

Las pérdidas de cargas locales o secundarias se deben a la singularidad (válvulas, codos, reducciones, etc. (Rocha, 2007)

Estas pérdidas se expresan en función a la velocidad de la tubería que la contiene, tal como se muestra en la ecuación N.°18:

$$H_f = k\frac{V^2}{2\times g} \tag{18}$$

Donde:

k : Coeficiente de pérdidas por accesorios

V: Velocidad del flujo (m/s)

g: Aceleración de la gravedad (m/s^2)

En la tabla N.°2 se muestran los coeficientes de pérdida por accesorios:

Tabla 2. Coeficiente de pérdida por accesorios

Accesorio	K
Boquilla	2.6
Codo de 45°	0.4
Codo de 90° radio largo	0.6
Codo de 90° estándar	0.9
Codo de 180°	2.2
Entrada de borda	1
Entrada normal tanque tubo	0.5
Medidor de agua disco	7
Medidor Venturi	2.5
Tee	0.6
Tee salida bilateral	1.8
Tee salida lateral	1.3
Válvula bola	5
Válvula compuerta abierta	0.2
Válvula compuerta de 50% abierta	5.6
Válvula de globo abierta	10

Válvula de pie	1.8

Fuente. (Morris H. and Wiley J., 1977)

II.3.4 Determinación de la velocidad de sedimentación

De acuerdo con lo definido por Concha (2014), la velocidad de sedimentación es la rapidez con la que las partículas suspendidas dentro de un fluido descienden bajo la acción de la gravedad. Este valor depende de las propiedades del fluido, así como las características de la partícula.

A continuación, se detallarán algunas ecuaciones propuestas para el cálculo de esta:

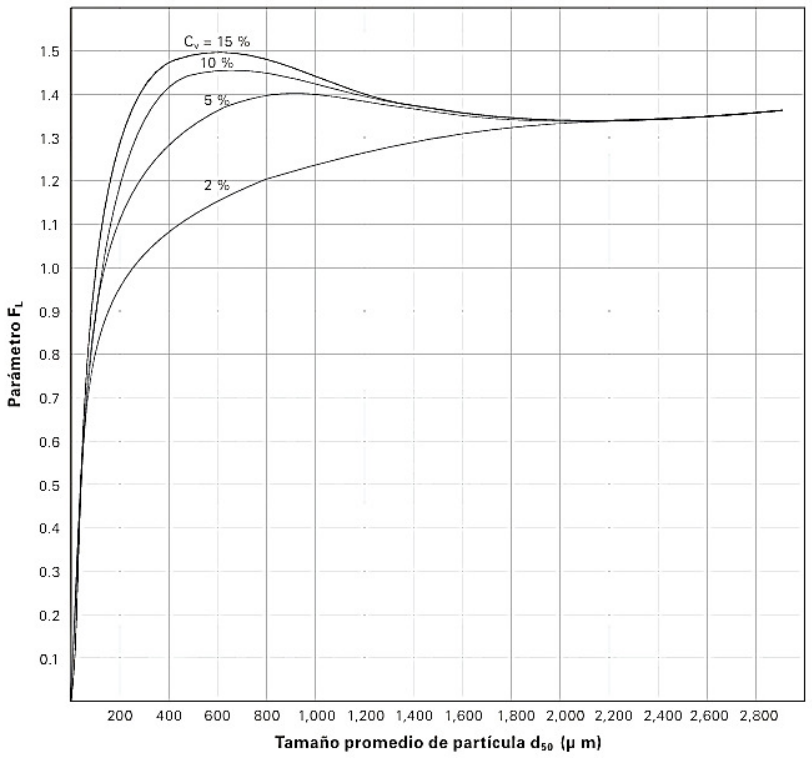
II.3.4.1 Durand y Condolios (1952)

Durand y Condolios (1952, citados en Albunaga, 2002) derivaron la siguiente ecuación para sólidos de arena y grava de tamaño uniforme:

$$V_D = F_L \sqrt{2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)} \tag{19}$$

El factor F_L se determina mediante la siguiente figura N.°11:

Figura 11. Tamaño de partículas vs el factor de Durand



Fuente. (WEIR Minerals, 2024)

Sin embargo, debido a que, en la mayoría de los casos, las suspensiones son partículas de diferentes tamaños, este grafico es considerado conservador en muchos aspectos.

II.3.4.2 WASP (1970)

Wasp (1970, citado por Albunaga, 2002), propuso un modelo matemático para representar concentraciones más diluidas partiendo de la ecuación propuesta por Durand y Condolios. La cual se expresa de la siguiente manera:

$$V_D = F_L^{'}\sqrt{2gD\left(\frac{\rho_s-\rho_L}{\rho_L}\right)}\left(\frac{d_p}{D}\right)^{1/6} \tag{20}$$

Schiller y Herbich (1991, citado por Albunaga, 2002) propusieron la siguiente ecuación para determinar el factor F_L:

$$F_L = \left(1.3\times C_v^{0.125}\right)\left[1-\exp\left(-6.9d_{50}\right)\right] \tag{21}$$

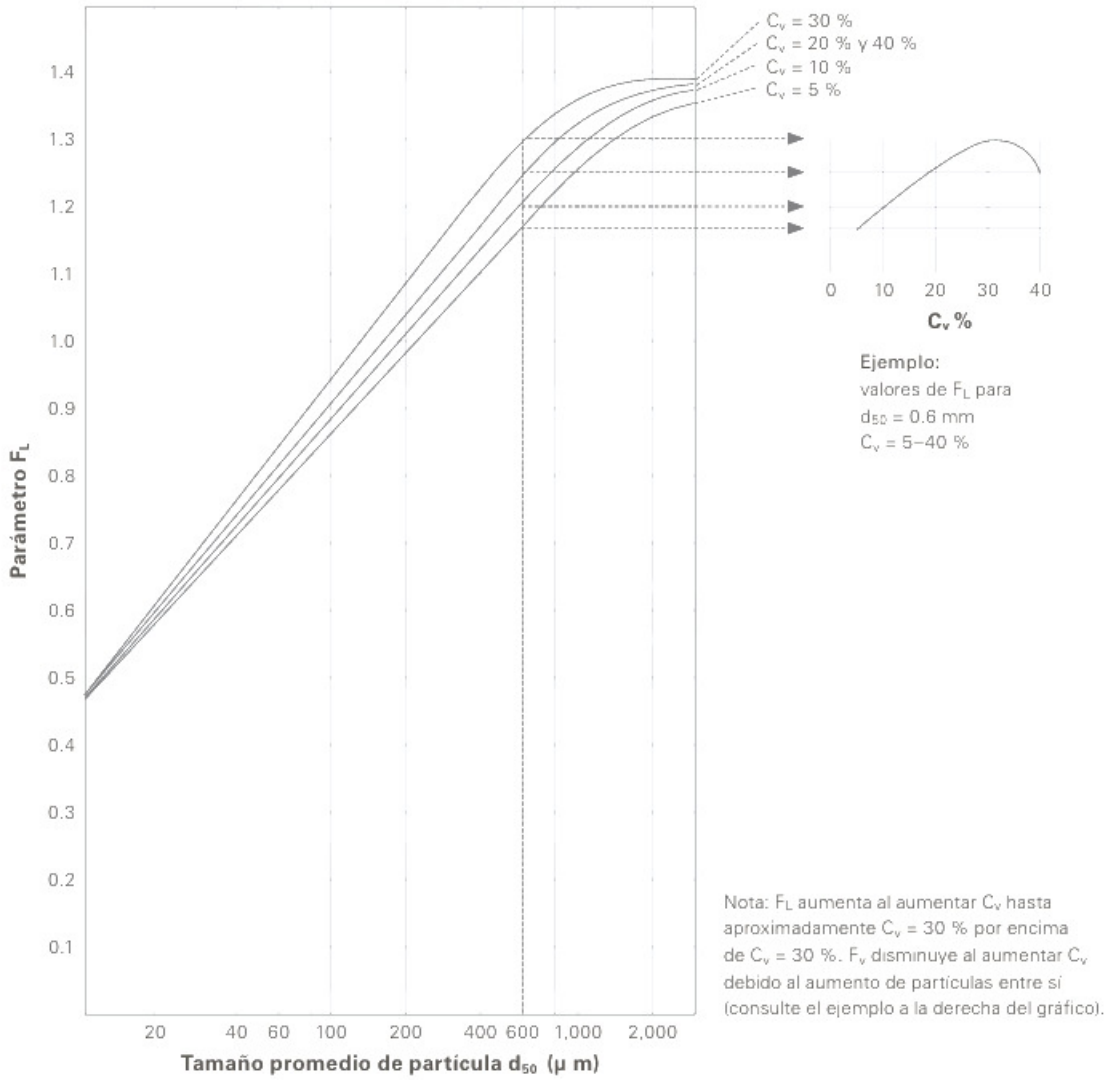
II.3.4.3 MC Elvain y Cave (1972)

Mc Elvain y Cave (1972, citado por Albunaga, 2002), presentaron una modificación de la ecuación propuesta Durand para relaves cuya concentración volumétrica es menor de 30%.

$$V_D = F_L\sqrt{2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)} \tag{22}$$

Para la determinación del FL, se utilizará el nomograma de Mc Elvain y Cave, los cuales están en función de D50 y la Concentración volumétrica.

Figura 12. Tamaño de partículas vs el factor de Mc Elvain & Cave



Fuente. (WEIR Minerals, 2024)

II.3.4.4 Durand – Rayo (1993)

Rayo (1993, citado por Albunaga, 2002), apoyado de los antecedentes empíricos de la velocidad de sedimentación corrige el coeficiente Fl propuesto por Mc Elvain y Cave para los siguientes casos mostrados en la ecuación 23, 24 y 25:

- Para partículas finas, de granulometría uniforme y diámetros pequeños:

$$V_D = 1.1 F_L \sqrt{2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)^{0.6}} \tag{23}$$

- Para pulpas de granulometría gruesa, extendida y tuberías de diámetros pequeño

$$V_D = F_L \sqrt{2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)}\left[\frac{d_{80}}{d_{50}}\right]^{0.1} \tag{24}$$

- Para pulpas de granulometría uniforme y tuberías de diámetros grandes (mayor a 8'')

$$V_D = 1.25 F_L \left[2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L}\right)\right]^{0.25} \tag{25}$$

Donde:

D: Diámetro interno de la tubería (m)

ρ_s: Densidad del sólido (kg/m^3)

ρ_l: Densidad del líquido (kg/m^3)

d_{50}: Diámetro 50 (um)

g: Aceleración de la gravedad (m/s^2)

II.3.5 Ecuaciones para el cálculo de la tubería

II.3.5.1 Diámetro de tubería

Para determinar un cálculo aproximado del diámetro económico y comercial de la tubería para sistemas de bombeos no continuos, se empleará la ecuación de Bresse, la cual se muestra en la ecuación N.°26:

$$D = 0.5873 \times N^{0.25} \times \sqrt{Q} \tag{26}$$

Donde:

D: Diámetro interno (m)

N: Número de horas de bombeo al día (horas/días)

Q: Caudal de bombeo (m^3 / s)

II.3.5.2 Velocidad media del flujo

Para determinar la velocidad media del flujo, partimos de la ecuación de conservación de la energía, que está determinada en la ecuación N.°27:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{4 \times Q}{\pi \times D^2} \tag{27}$$

Donde:

D: Diámetro interno (m)

Q: Caudal de bombeo (m^3 / s)

II.3.6 Material de tubería

Entre las tuberías más comunes encargadas del transporte de pulpas tal como el relleno hidráulico se tienen al acero al carbono y al HDPE, cada una de ellas con propiedades distintas, tal como se muestra en la tabla N.°3:

Tabla 3. Propiedades de los materiales de tuberías

Material	Características
HDPE	-Diámetros desde ¼ in hasta 24 in. -Buena resistencia a altas presiones y a cambios de temperatura. -Tolerancia corrosiva: 1.6 mm -Mayor costo. -Menores presiones admisibles. -Flexible para transporte y ubicación.
Acero al carbono	-Uniones por termofusión o bridas. -Bajo costo. -Bajas rugosidades

Fuente. (Cidelsa y FR Tubos de acero., s.f.)

II.3.6.1 Acero al carbono

En la figura N.°13, se mostrarán la ficha técnica de las tuberías de Carbon Steel (CS) según la norma ASTM A53 Gr B considerado el tipo de SCH:

Figura 13. Ficha técnica de acero al carbono

Fuente. (FR Tubos de acero, s.f.)

Diámetro Nominal	Dimen. Exterior	STD			SCH-40			XS			SCH-80			SCH-160		
		Espesor Nominal	Peso		Espesor Nomi-nal	Peso		Espesor Nominal	Peso		Espesor Nominal	Peso		Espesor Nominal	Peso	
Pulg.	mm	mm	kg/m	kg	mm	kg/m	kg	mm	kg/m	kg	mm	kg/m	kg	mm	kg/m	kg
1/4	13.7	2.24	0.63	3.78	2.24	0.63	3.78	3.02	0.80	4.8	3.02	0.80	4.8	-	-	
3/8	17.1	2.31	0.84	5.04	2.31	0.84	5.04	3.20	1.10	6.6	3.20	1.10	6.6	-	-	
1/2	21.3	2.77	1.27	7.62	2.77	1.27	7.62	3.73	1.62	9.72	3.73	1.62	9.72	4.78	1.95	11.7
3/4	26.7	2.87	1.69	10.14	2.87	1.69	10.14	3.91	2.20	13.2	3.91	2.20	13.2	5.56	2.90	17.4
1	33.4	3.38	2.50	15	3.38	2.50	15	4.55	3.24	19.44	4.55	3.24	19.44	6.35	4.24	25.44
1 1/4	42.2	3.56	3.39	20.34	3.56	3.39	20.34	4.85	4.47	26.82	4.85	4.47	26.82	6.35	5.61	33.66
1 1/2	48.3	3.68	4.05	24.3	3.68	4.05	24.3	5.08	5.41	32.46	5.08	5.41	32.46	7.14	7.25	43.5
2	60.3	3.91	5.44	32.64	3.91	5.44	32.64	5.54	7.48	44.88	5.54	7.48	44.88	8.74	11.11	66.66
2 1/2	73.0	5.16	8.63	51.78	5.16	8.63	51.78	7.01	11.41	68.46	7.01	11.41	68.46	9.53	14.92	89.52
3	88.9	5.49	11.29	67.74	5.49	11.29	67.74	7.62	15.27	91.62	7.62	15.27	91.62	11.13	21.35	128.1
4	114.3	6.02	16.07	96.42	6.02	16.07	96.42	8.56	22.32	133.92	8.56	22.32	133.92	13.49	33.54	201.24
5	141.3	6.55	21.77	130.62	6.55	21.77	130.62	9.53	30.97	185.82	9.53	30.97	185.82	15.88	49.12	294.72
6	168.3	7.11	28.26	169.56	7.11	28.26	169.56	10.97	42.56	255.36	10.97	42.56	255.36	18.26	67.57	405.42
8	219.1	8.18	42.55	255.3	8.18	42.55	255.3	12.70	64.64	387.84	12.70	64.64	387.84	23.01	111.27	667.62
10	273.0	9.27	60.29	361.74	9.27	60.29	361.74	12.70	81.55	489.3	15.09	95.98	575.88	28.58	172.27	1033.62
12	323.8	9.53	73.88	443.28	10.31	79.71	478.26	12.70	97.46	584.76	17.48	132.05	792.3	33.32	238.69	1432.14
14	355.6	9.53	81.33	487.98	11.13	94.55	567.3	12.70	107.39	644.34	19.05	158.11	948.66	35.71	281.72	1690.32
16	406.4	9.53	93.27	559.62	12.70	123.31	739.86	12.70	123.30	739.8	21.44	203.54	1221.24	40.49	365.38	2192.28
18	457	9.53	105.16	630.96	14.27	155.81	934.86	12.70	139.15	834.9	23.83	254.57	1527.42	45.24	459.39	2756.34
20	508	9.53	117.15	702.9	15.09	183.43	1100.58	12.70	155.12	930.72	26.19	311.19	1867.14	50.01	564.85	3389.1
22	559	9.53	129.13	774.78	-	-	-	12.70	171.09	1026.54	28.58	373.85	2243.1	53.98	672.30	4033.8
24	610	9.53	141.12	846.72	17.48	255.43	1532.58	12.70	187.06	1122.36	30.96	442.11	2652.66	59.54	808.27	4849.62

II.3.6.2 HDPE

En la figura N.°14 se mostrará la ficha técnica de las tuberías HDPE según la norma AWWA C906-07 considerado el tipo de SDR:

Figura 14. Ficha técnica de HDPE

Fuente. (Cidelsa, 2012)

		(1) Relación estándar de dimensión SDR																					
		32.5		26		21		17		15.5		13.5		11		9.3		9		8.3		7.3	
Presión de Trabajo (Psi)	PE-3608	51		64		80		100		110		128		160		193		200		219		254	
	PE-4710	63		80		100		125		138		160		200		241		250		274		317	
DN (Pulg.)	DN Equiv (mm)	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m	e mín. (mm)	Peso prom. Kg/m
2 *	60.3	–	–	2.3	0.42	2.9	0.52	3.6	0.63	3.9	0.69	4.5	0.79	5.5	0.95	6.5	1.11	6.7	1.14	7,3	1,21	8,3	1,35
3	88.9	2,7	0,76	3,4	0,94	4,2	1,15	5,2	1,40	5,7	1,52	6,6	1,73	8,1	2,08	9,6	2,41	9,9	2,48	10,7	2,66	12,2	2,96
4	114.3	3,5	1,24	4,4	1,54	5,4	1,89	6,7	2,31	7,4	2,52	8,5	2,86	10,4	3,44	12,3	3,98	12,7	4,10	13,8	4,40	15,7	4,90
5	136.5	4,2	1,77	5,3	2,21	6,5	2,70	8,0	3,29	8,8	3,59	10,1	4,70	12,4	4,90	14,7	5,68	15,2	5,85	16,4	6,27	18,7	6,98
5 ½	141.3	4,3	1,90	5,4	2,36	6,7	2,89	8,3	3,53	9,1	3,84	10,5	4,36	12,8	5,25	15,2	6,09	15,7	6,27	17,0	6,72	19,4	7,48
6	168.3	5,2	2,70	6,5	3,35	8,0	4,10	9,9	5,00	10,9	5,45	12,5	6,19	15,3	7,45	18,1	8,64	18,7	8,89	20,3	9,53	23,1	10,61
7	181.0	5,6	3,12	7,0	3,87	8,6	4,75	10,7	5,80	11,7	6,31	13,4	7,16	16,5	8,62	19,5	9,99	20,1	10,28	21,8	11,02	24,8	12,28
8	219.1	6,7	4,57	8,4	5,68	10,4	6,95	12,9	8,48	14,1	9,24	16,2	10,49	19,9	12,63	23,6	14,64	24,3	14,79	26,4	16,15	30,0	17,99
10	273.1	8,4	7,12	10,5	8,80	13,0	10,80	16,1	12,87	17,6	14,36	20,2	15,95	24,8	19,62	29,4	22,75	30,3	22,97	32,9	25,09	37,4	27,95
12	323.8	10,0	9,99	12,4	12,39	15,4	14,84	19,1	18,53	20,9	19,85	24,0	22,92	29,4	27,58	34,8	31,98	36,0	32,91	39,0	35,28	44,4	39,30
13	339.7	10,5	11,02	13,1	13,63	16,2	16,72	20,0	20,39	21,9	22,22	25,2	25,23	30,9	30,36	36,5	35,2	37,7	36,22	40,9	38,82	46,5	43,25
14	355.6	10,9	12,07	13,7	14,93	16,9	17,89	20,9	21,84	22,9	23,91	26,3	27,64	32,3	32,60	38,2	38,57	39,5	39,68	42,8	42,54	48,7	47,39
16	406.4	12,5	15,74	15,6	19,51	19,4	23,92	23,9	28,52	26,2	31,8	30,1	35,34	36,9	42,59	43,7	50,38	45,2	51,83	49,0	55,56	55,7	61,90
18	457.2	14,1	19,94	17,6	24,70	21,8	29,58	26,9	36,93	29,5	39,53	33,9	44,73	41,6	54,00	49,2	63,78	50,8	65,60	55,1	70,32	62,6	78,34
20	508.0	15,6	26,60	19,5	29.77	24,2	36,52	29,9	44,58	32,8	48,80	37,6	55,22	46,2	67,88	54,6	78,71	56,4	79,87	61,2	86,80	–	–
21.5	546.1	16,8	28,46	21,0	35,25	26,0	43,20	32,1	52,69	35,2	57,41	40,5	65,19	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
22	558.8	17,2	29,78	21,5	36,90	26,6	44,18	32,9	53,94	36,1	59,04	41,4	66,90	50,8	82,14	60,1	95,24	62,1	96,63	–	–	–	–
24	609.6	18,7	35,42	23,4	42.87	29,0	51,00	35,9	64,19	39,3	70,27	45,2	79,60	55,4	97,75	65,5	113,35	67,7	115,03	–	–	–	–
26	660.4	20,3	41,59	25,4	51,55	31,4	63,17	38,8	77,05	42,6	83,96	48,9	95,34	60,0	114,72	71,0	133,03	–	–	–	–	–	–
28	711.2	21,9	48,26	27,4	59,79	33,9	73,26	41,8	89,36	45,9	97,37	52,7	110,57	64,7	133,05	76,5	154,28	–	–	–	–	–	–
30	762.0	23,4	55,37	29,3	68,64	36,3	84,10	44,8	102,58	49,2	111,78	56,4	126,93	69,3	152,74	81,9	177,11	–	–	–	–	–	–
32	812.8	25,0	63,03	31,3	78,10	38,7	95,69	47,8	116,72	52,4	127,18	60,2	144,42	73,9	173,78	–	–	–	–	–	–	–	–
34	863.6	26,6	71,12	33,2	88,17	41,1	108,03	50,8	131,76	55,7	143,58	64,0	163,04	78,5	196,19	–	–	–	–	–	–	–	–
36	914.4	28,1	79,76	35,2	98,85	43,5	121,11	53,8	147,72	59,00	160,96	67,7	182,78	83,1	219,95	–	–	–	–	–	–	–	–
42	1066.8	32,8	108,51	41,0	134,48	50,8	164,84	62,8	201,06	68,8	219,09	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
48	1219.2	37,5	141,77	46,9	175,68	58,1	215,31	71,7	262,61	78,7	286,16	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
54	1371.6	42,2	179,49	52,8	222,55	65,3	272,43	80,7	332,43	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–

II.3.7 Bombas de pulpa

Según la definición dada por la normativa ANSI/ HI -12.1-12.6-2016, las bombas de pulpa son aquellas que sirven para bombear un líquido con partículas abrasivas. Estas bombas van a variar dependiendo de las propiedades de la pulpa, las cuales se emplean generalmente para mover pulpas con concentraciones entre 2 y 50 % de sólidos en volumen y gravedades específicas de hasta un 5.3.

La selección correcta de una bomba es importante, ya que cada una se adapta a condiciones de bombeo específicas; mientras que las bombas utilizadas en la industria del cementado o similares manejan partículas finas y a presiones bajas, en el bombeo de rocas, la carcasa de la bomba y el impulsor, deben también resistir golpes fuertes, por lo que deben ser construidos gruesos y fuertes.

El transporte hidráulico de sólidos requiere algunas consideraciones particulares para su operación, a diferencia del transporte de agua, los cuales se mencionarán a continuación:

- El diseño debe considerar las fluctuaciones de Cp.
- Los caudales mínimos transportables quedan definidos por la velocidad límite de deposición.

- El caudal máximo está restringido por la velocidad máxima para evitar abrasión.

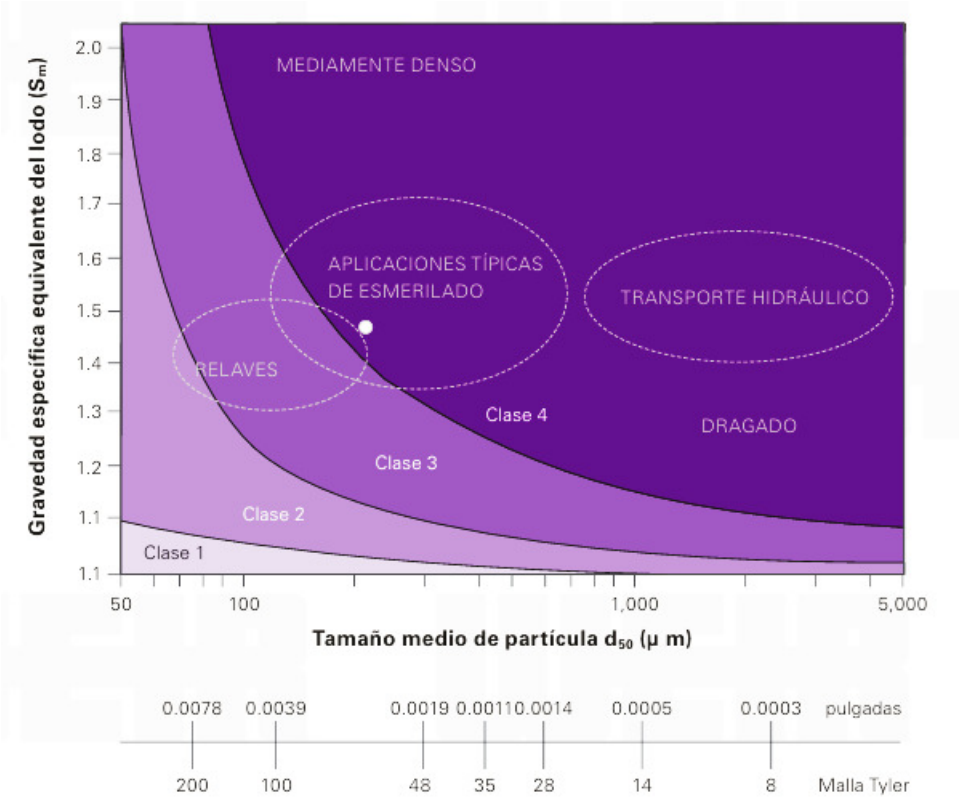
Antes de seleccionar el equipo de bombeo adecuado, es necesario entender estas características reológicas del fluido, lo que va a determinar la selección del tipo de bomba. A continuación, se presenta la metodología general para selección de equipos de bombeo:

II.3.7.1 Consideración para bombas de relaves

A Clases de servicios

La figura N.°15 muestra la clasificación de servicios de lodos o relaves que se basan en el diámetro 50 y la gravedad específica del fluido Esta clasificación sirve para definir el valor máximo por bomba de ADT y la velocidad máxima periférica del impulsor tal como se muestra en la figura N.°16.

Figura 15. Clases de servicios de relaves



Fuente. (WEIR Minerals, 2024)

Figura 16. Descripción de los servicios de relaves

	Service class			
	1	2	3	4
Head per stage: m (ft)	105 345	73 240	55 180	40 130
Impeller peripheral speed: All-metal pump m/s (ft/min)	46 9000	38 7500	33 6500	28 5500
Rubber-lined pump	Head generated by impellers made of natural rubber is generally limited to 40 m (130 ft) per stage, which corresponds to peripheral speed of 28 m/s (5500 ft/s). Synthetic elastomers may allow higher limits.			

Fuente. (Normativa ANSI HI 12.1-12.6, 2016)

B Características reológicas

Se debe tener en consideración las propiedades reológicas del material (Viscosidad, densidad, tamaño de partículas, porcentaje de sólidos), ya que, además, estas nos determinan si se trata de un fluido newtoniano o no newtoniano.

II.3.7.2 Instalación múltiple de una bomba de lodo

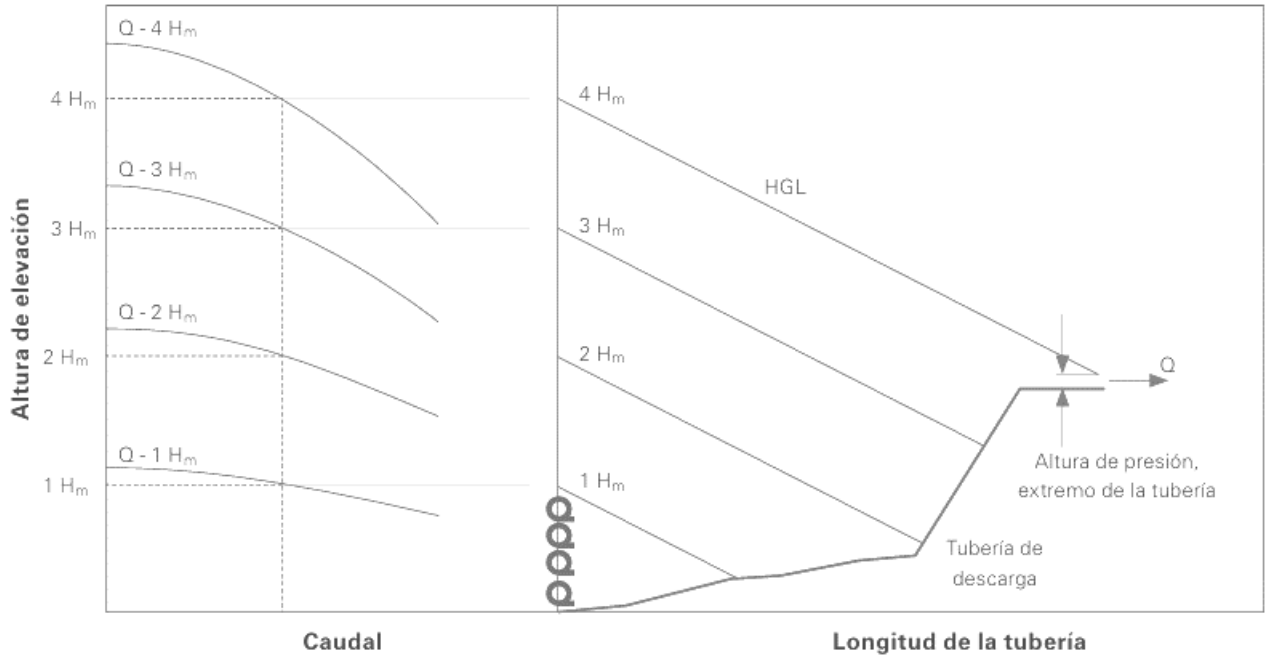
La instalación múltiple de las bombas de lodos depende de cuando una altura es demasiado alta para una sola bomba y cuando un caudal es demasiado grande para una sola bomba.

A Bombas en serie

Cuando el ADT es muy alto y con una sola bomba no se lograr lo requerido, se pueden operar 2 o más bomba con conexiones en serie, lo que significa que, la descarga de la primera bomba se conecta directamente a la segunda, y así sucesivamente, en caso lo requiera.

La figura N.°17 representa la curva de operación de un sistema de bombeo en serie.

Figura 17. Curva de operación de bombas en serie



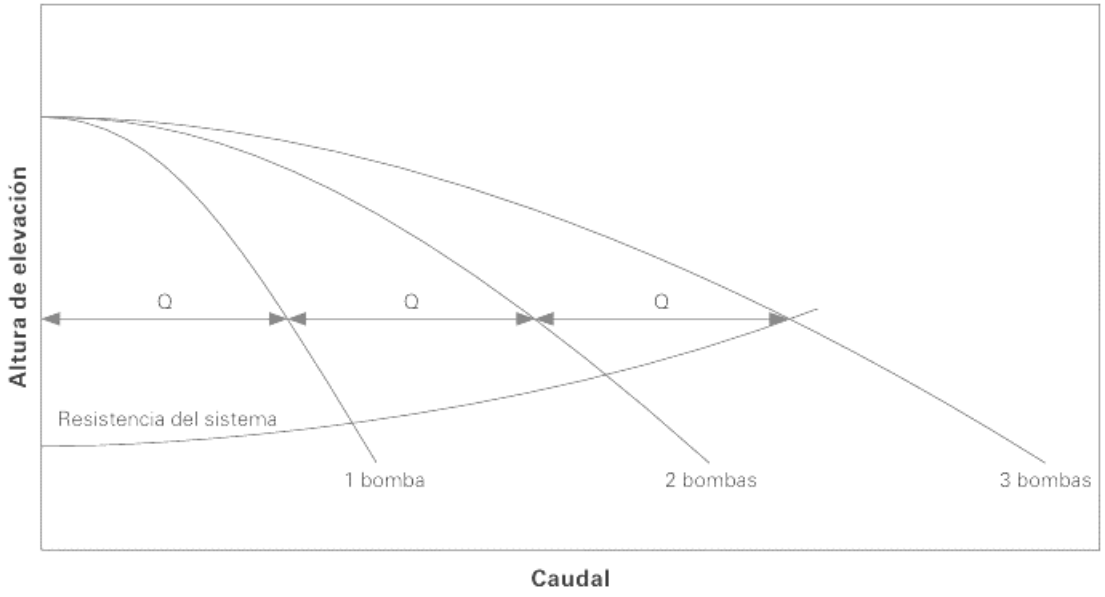
Fuente. (WEIR Minerals, 2024)

B Bombas en paralelo

En los sistemas de bombeo donde se requiera caudales más altos de los que pueda proporcionar una sola bomba, se pueden adicionar más bombas con conexión en paralelo, lo que quiere decir, que se instalan líneas de descarga y aspiración conectadas a una tubería o colector común.

La figura N.°18 la curva de operación de un sistema de bombeo en paralelo.

Figura 18. Curva de operación de bombas en paralelo



Fuente. (WEIR Minerals, 2024)

II.3.7.3 Curvas del sistema de bombeo

A Curva de rendimiento de la bomba

La curva de rendimiento de una bomba es la representación gráfica del comportamiento de esta y sus parámetros de operación. Este tipo de curvas permite evaluar o predecir cómo trabajará la bomba en ciertas condiciones de operación.

A continuación, se detallarán los componentes de la curva de rendimiento de una bomba.

Caudal

Es el volumen de fluido bombeado en un determinado intervalo de tiempo. En las curvas del sistema de bombeo, estas se van a ubicar en el eje horizontal.

Altura

Es la altura que requiere un sistema hidráulico para mantener un caudal determinado a través del sistema. Este valor es calculado a partir de los datos de aspiración y descarga de la bomba, además de las pérdidas del primarias y secundarias del sistema.

Línea BEP

La línea BEP indica la mayor eficiencia que tendrá la bomba a una determinada velocidad. Este parámetro se considera al momento de seleccionar el equipo ya que indica el punto de trabajo de esta.

Líneas NPSHr

La línea NPSHr indica la altura requerida en el lado de aspiración de la bomba para evitar que ocurra cavitación.

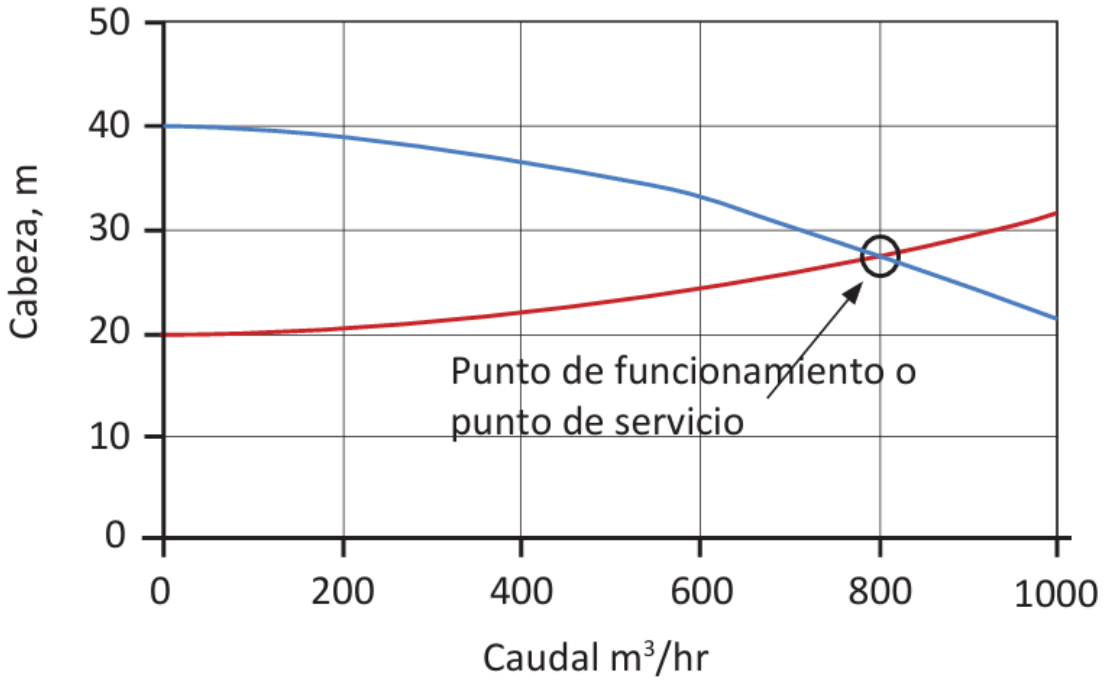
Línea de eficiencia

Las líneas de eficiencia muestran la eficiencia constante en todo el rango de velocidad que tiene la bomba.

B Punto de operación de la bomba

La figura N.°19 muestra que el punto de operación de una bomba es la intersección que hay entre el rendimiento de esta y la curva del sistema. Este punto representa las condiciones en las que trabajará la bomba en un sistema específico.

Figura 19. Punto de operación de la bomba



Fuente. (Manual de optimización de sistemas de bombeo, 2018)

II.3.8 Correcciones de la eficiencia y altura

II.3.8.1 Corrección de la eficiencia

Existen métodos empíricos y en base a ábacos para determinar la eficiencia de bombeo de pulpa en lugar de un bombeo de agua. Estos valores están relacionados entre sí mediante un factor de corrección.

La corrección de la eficiencia de bombeo está definida, matemáticamente, en la ecuación N.°28:

$$E_W = \frac{E_m}{ER} \tag{28}$$

Donde:

E_W : Eficiencia del agua

E_m : Eficiencia de la pulpa

ER : Factor de eficiencia de corrección

A continuación, se presentan los métodos existentes para la determinación de este factor de corrección:

A Método empírico

La universidad politécnica de Cartagena (2023) mostró la ecuación empírica desarrollada por Cave (s.f.) para la corrección de la eficiencia de bombeo considerando los parámetros generales de la pulpa. La formulación correspondiente se muestra en la ecuación N.°29:

$$ER = \left[1 - 0.000385 \times (\rho_s - \rho_l) \times C_W \times \left(1 + \frac{4}{\rho_s}\right) \times \ln\left(\frac{d_{50}}{22.7}\right)\right] \quad (29)$$

Donde:

ρ_s: Densidad del sólido (kg/m^3)

ρ_l : Densidad del líquido (kg/m^3)

d_{50} : Diámetro 50 de la partícula (μm)

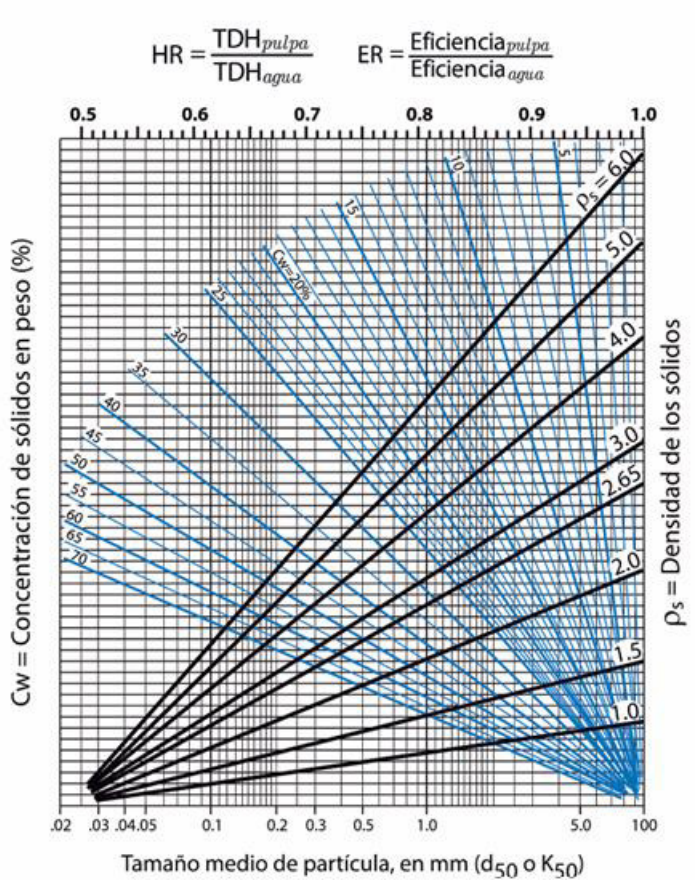
C_w : Concentración de sólidos en peso (%)

B Método en base a ábaco

La determinación del factor ER de los ábacos están en función de los parámetros de la pulpa.

La figura N.°20 muestra el ábaco para determinar el factor de corrección proporcionado por Cave, considerando que el factor ER es equivalente al HR:

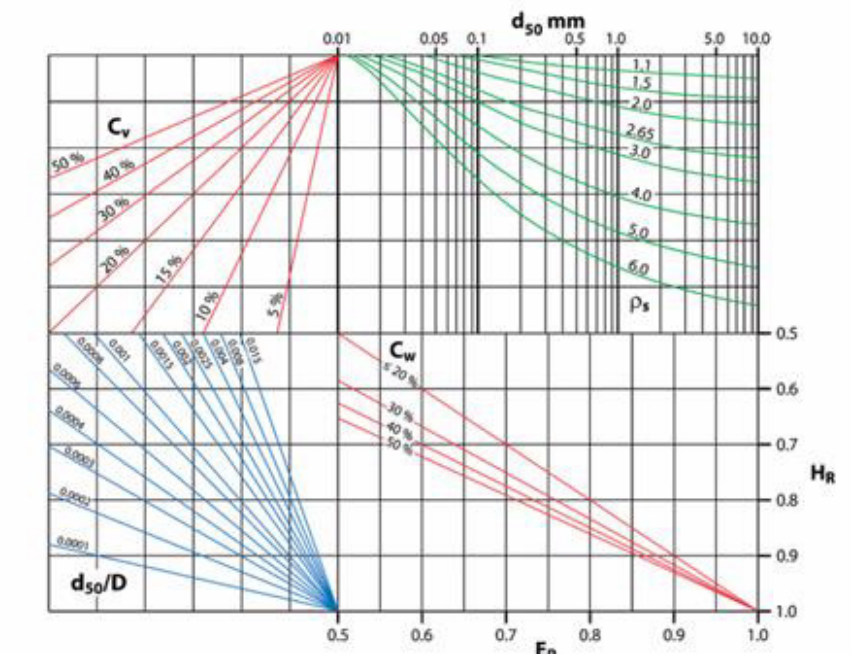
Figura 20. Ábaco para la determinación de la corrección



Fuente. (Universidad politécnica de Cartagena, 2023)

La figura N.°21 muestra la determinación del factor ER, el cual considera los parámetros definidos mediante el método empírico, e incorporando, además, el diámetro del impulsor de la bomba. A diferencia del ábaco anterior de la figura N.°20, este no asume que el factor ER sea igual al factor HR.

Figura 21. Ábaco para la corrección ER y bomba centrífuga en el bombeo



Fuente. (Universidad politécnica de Cartagena, 2023)

II.3.8.2 Corrección de la altura

La corrección del ADT del sistema de bombeo se determina mediante la ecuación N.°30:

$$H_W = \frac{H_m}{HR} \tag{30}$$

Donde:

H_W : Altura del agua (m)

H_m : Altura de la pulpa (m)

HR : Factor de altura de corrección.

Los factores de corrección de eficiencia (ER) y altura (HR) se han detallado como se muestran en las figuras N.°20 y 21 cuando la bomba desarrolla el mismo caudal de lodo o agua y la velocidad de la bomba es la misma. La altura de elevación total desarrollada por la bomba se expresa en metros de agua o lodo según corresponda.

II.3.9 Cavitación

La cavitación es un fenómeno que se produce por una combinación entre la temperatura y presión del fluido a la entrada de la bomba lo que provoca una ebullición local generando así pequeñas burbujas de vapor que posteriormente implosionan. La formación de estas burbujas tiene los siguientes efectos de rendimiento en la bomba:

- Disminuye la altura de elevación total.
- Disminuye la eficiencia de la bomba.
- Provoca erosión excesiva en el impulsor de la bomba.
- Genera fallas mecánicas.

II.3.10 Altura neta positiva de aspiración (NPSH)

El NPSH o altura neta positiva de aspiración es la mínima energía (expresada en metros de columnas) que debe tener el fluido a la entrada del impulsor para evitar la cavitación, es decir, la presión en este punto debe ser mayor a la presión de vapor del fluido. El NPSH se divide en 2 tipos, los cuales se van a definir a continuación:

II.3.10.1 Altura neta positiva de aspiración disponible (NPSHd)

Según lo definido por la Universidad Politécnica de Cartagena (2023), el NPSHd es el valor disponible que debe ser determinado según las condiciones del sistema de aspiración y las características del fluido.

En términos matemáticos, el NPSHd se expresa según la ecuación N.°31 definida por Custodio (2023):

$$NPSH_d = \frac{H_{atm} - H_{vap}}{SG} + H_{suc} - H_i \tag{31}$$

Donde:

H_{atm}: Presión atmosférica (m)

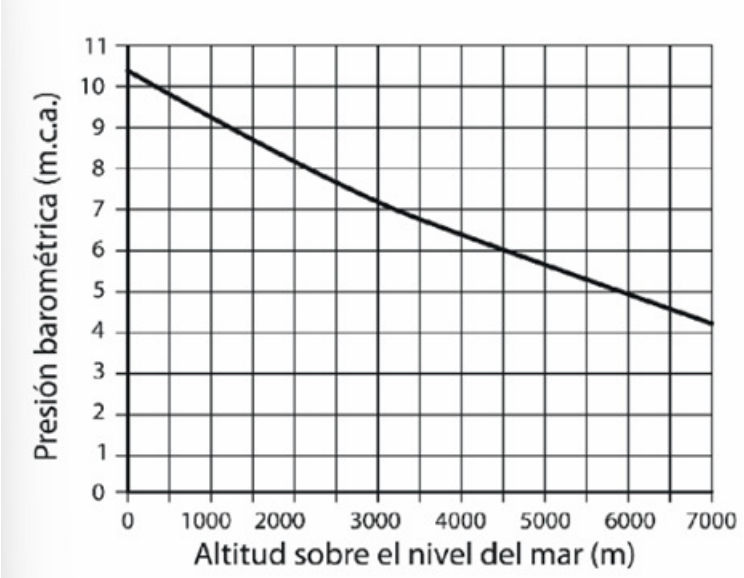
H_{vap} : Presión de vapor de fluidos (m)

H_{suc} : Altura estática de succión $(\pm)$.

H_i : Pérdidas de fricción en la tubería de succión (m).

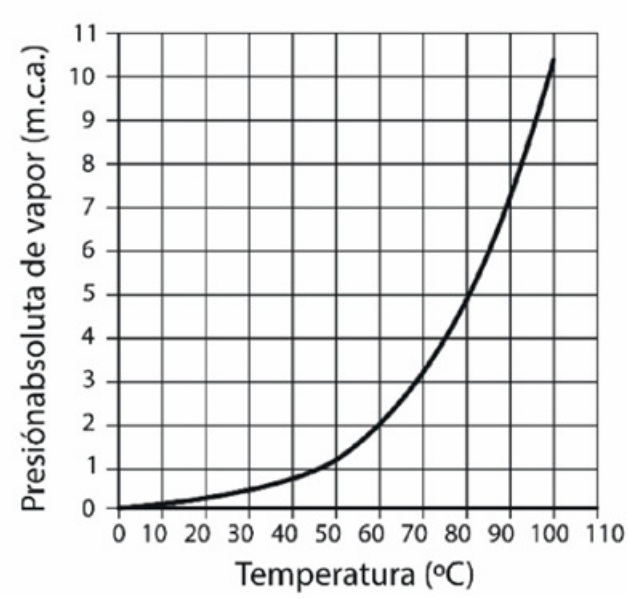
Los valores de la H_{atm} y H_{vap} se obtendrán de las figuras N.°22 y 23, las cuales están en función de la altitud y temperatura respectivamente.

Figura 22. Curva presión atmosférica - Altitud



Fuente. (Universidad politécnica de cartagena, 2023)

Figura 23. Curva temperatura – Presión absoluta de vapor



Fuente. (Universidad politécnica de cartagena, 2023)

II.3.10.2 Altura neta positiva de aspiración requerida (NPSHr)

Según define Warman minerals (2024), este valor es el que se recogen de las curvas características de cada bomba, el cual depende de su diseño y velocidad de operación.

Teniendo en consideración los dos valores (NPSHd y NPSHr) se concluye lo siguiente para que la bomba pueda funcionar sin cavitación:

$$NPSH_d > NPSH_r + 0.5$$

II.3.11 Software AFT Fathom

Se define al software AFT Fathom como un programa enfocado al cálculo hidráulico en régimen estacionario de sistemas de tuberías que trasiegan líquidos y slurries, independientemente de su tamaño y complejidad.

El motor de cálculo del programa para el desarrollo y solución en estado estable es mediante el método numérico de Newton-Rapshon.

II.4 Definición de términos

- Relleno hidráulico: El relleno hidráulico es resultante de la mezcla del relave y agua utilizado para rellenar vacíos generados por la explotación subterránea.
- Sedimentación: Es el depósito de las partículas sólidas en el fondo de la tubería, debido a la reducción de la velocidad del flujo o turbulencia que impide que estas sigan en suspensión.
- Factor de fricción: Es un parámetro adimensional que representa las pérdidas de carga o energía debido a la fricción del fluido con las paredes de la tubería.
- Presión de succión: Es la presión que se tiene a la entrada de la bomba, cuyo valor debe ser suficiente para evitar cavitación.
- Presión de descarga: Es la presión existente a la salida de la bomba que se requiere para vencer las pérdidas de carga, altura estática y entregar el caudal necesario al sistema.
- Pipeline: Es la tubería de impulsión principal que transporta el material de relleno hidráulico hacia la zona de descarga.
- Método de Newton Raphson: Es un procedimiento iterativo que se utiliza para encontrar las raíces reales de una función no lineal, basándose en aproximaciones sucesivas.

III HIPÓTESIS Y VARIABLES

III.1 Hipótesis

III.1.1 Hipótesis General

- El material de relleno hidráulico influye directamente en el diseño del sistema de bombeo de una unidad minera de Cerro de Pasco condicionando tanto la selección de bombas como el dimensionamiento de tuberías.

III.1.2 Hipótesis específicas

- Un mayor porcentaje de sólidos y viscosidad en el relleno hidráulico requiere bombas con mayor potencia y resistencia a la abrasión.
- El tamaño de partículas y densidad del relleno hidráulico determinan el cálculo del diámetro y selección adecuada de las tuberías.
- El modelo generado con el software AFT Fathom valida y optimiza el diseño del sistema frente a métodos convencionales.

III.2 Variables

III.2.1 Variable independiente

La variable independiente es el relleno hidráulico, el cual se caracteriza mediante los ensayos reológicos que permiten determinar los parámetros del flujo que describen su comportamiento dentro de las tuberías de impulsión.

III.2.2 Variable dependiente

La variable dependiente es el diseño del sistema de bombeo, que se determinar a partir del cálculo hidráulico, permitiendo definir los materiales de conducción y seleccionar las bombas adecuadas para la impulsión del relleno hidráulico.

III.3 Operacionalización de las variables

La operacionalización de las variables permite establecer los parámetros o dimensiones que serán empleados para analizar los efectos de la variable independiente sobre la variable dependiente. La tabla N.°4 muestra la operacionalización de las variables empleadas dentro del presente estudio:

Tabla 4. Operacionalización de las variables

Variables	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión	Indicador
Relleno hidráulico (Variable independiente)	Es una mezcla de relave y agua que se utilizar para rellenar vacíos en interior mina.	Son las propiedades físicas y reológicas del relleno hidráulico que influye en el funcionamiento del transporte y bombeo	-Granulometría del material. -Reología del material.	-D50. -Tamaño de partícula -Viscosidad plástica. -Esfuerzo de fluencia.
Diseño del sistema de bombeo (Variable dependiente)	Es el parámetro hidráulico que se requiere para transportar relleno hidráulico hacia los puntos de descarga de forma eficiente y segura	Son los parámetros técnicos que determinan el dimensionamiento y selección de los equipos y componentes del sistema de bombeo	-Dimensionamiento del sistema de conducción. -Selección del equipo de bombeo	-Velocidad del flujo. -Velocidad de sedimentación. -Presión del sistema. -Cálculo del ADT. -NPSHd disponible

IV Materiales y Métodos

IV.1 Área de estudio

La unidad minera se ubica en el departamento, provincia y región de Pasco a una altura aproximada de 4250 m s. n. m. El área de la planta de relleno hidráulico se ubica en las coordenadas WGS-84, 8’809,873 N y 359,885 E.

IV.2 Diseño de la investigación

IV.2.1 Tipo y diseño de investigación

Este trabajo corresponde a un tipo de investigación aplicada, ya que busca resolver un problema práctico específico relacionado al diseño de bombeo. El enfoque es cuantitativo, de diseño no experimental de corte transversal a nivel descriptivo-explicativo.

IV.2.2 Investigación aplicada

El presente trabajo es una investigación aplicada con enfoque cuantitativo, ya que se utilizarán datos medibles del sistema de bombeo (viscosidad, caudal, etc.) y herramientas de simulación del AFT Fathom para obtener los resultados precisos que validen los modelos matemáticos e hidráulicos. El diseño de la investigación es no experimental, dado que no se manipularon las variables del sistema, sino que se operaron tal como se presenta. Asimismo, el estudio es de corte transversal, dado que se evaluaron las condiciones hidráulicas bajo un escenario de operación, y el nivel de investigación es descriptivo-explicativo, ya que se describieron las propiedades reológicas y granulométricas del relleno hidráulico y se explicó la relación entre estas y los parámetros hidráulicos del sistema.

Para Murillo (2008), la investigación aplicada se caracteriza porque busca la utilización de los conocimientos adquiridos, mientras se van adquiriendo otros.

IV.3 Población y muestra

IV.3.1 Población

Todos los sistemas de bombeo existentes utilizados para el transporte de relleno hidráulico en minas subterráneas que operan en condiciones similares a la unidad minera de Cerro de Pasco.

IV.3.2 Tamaño de muestra

Los diseños de sistema de bombeo simulados con diferentes propiedades reológicas y granulométricas del relleno hidráulico aplicables a la unidad minera en estudio.

IV.4 Procedimientos, Técnicas e instrumentos de recolección de información

Para la recolección de datos se utilizó la información proporcionada por la unidad minera mediante de recopilación de información de toma de muestras; esto se refiere respecto a las características del fluido y su granulometría, para posteriormente ser enviados a un laboratorio, por la unidad minera, para su análisis.

A continuación, se muestran las técnicas utilizadas para la recolección de datos:

- Recopilación y análisis de datos proporcionados por la unidad minera, corresponde a los datos reológicos y la caracterización física del relave utilizado como material de relleno hidráulico.
- Revisión bibliográfica especializada, fuentes relacionadas al comportamiento de fluidos no Newtonianos y los criterios de diseño hidráulicos necesario para su transporte.
- Procesamiento y validación de los datos mediante el software AFT Fathom, esto es con el propósito de comparar los resultados obtenidos mediante simulación con el cálculo analítico desarrollado, para asegurar la consistencia del modelo hidráulico utilizado.

IV.5 Análisis estadístico

El análisis estadístico utilizado en la investigación se aplicó en el tratamiento y comparación

de los datos numéricos obtenidos mediante el cálculo analítico y la simulación obtenida mediante el Software AFT Fathom. Para ambos casos se determinaron los valores de las pérdidas de carga, ADT, etc. Teniendo como premisa las condiciones de diseño a fin de evaluar la variación entre ambos métodos.

Para determinar esta variación se calcularon los errores relativos entre los resultados determinados manualmente y mediante simulación. Este procedimiento permitió verificar la precisión del modelo respecto al método analítico.

V RESULTADOS

V.1 Presentación y análisis de datos

V.1.1 Presentación de datos

V.1.1.1 Consideraciones de diseño

Para las consideraciones de diseño de la caracterización y bombeo del relave se toma como referencia el 'Programa online para el transporte de fluidos en minería (2024)', los cuales son:

- Reología y análisis del fluido
- Velocidad del fluido y velocidad de sedimentación
- Diámetro y material de la tubería
- Factor de fricción y pérdidas de carga

Los criterios de diseño se tomaron como referencia de la tesis titulada 'Diseño del sistema de bombeo y líneas de descarga de los espesadores de relave para una mina cuprífera en la región Junín'. En dicho estudio, la autora establece los lineamientos de diseño basándose en los conocimientos adquiridos durante su 'Diplomatura de Especialización de Ingeniería de piping de la PUCP':

- La velocidad del flujo deberá ser como mínimo 10% más de la velocidad de la sedimentación ($V / V_L > 1.1$).
- La velocidad máxima en las tuberías de acero será de 3.5 m/s – 4 m/s.
- La velocidad máxima en las tuberías de HDPE será de 3.5 m/s.
- En la siguiente tabla se muestran los coeficientes de rugosidad para una tubería nueva:

V.1.1.2 Características y reología del fluido

De acuerdo con los resultados obtenidos en los ensayos reológicos de laboratorio realizados por la unidad minera, se determinó la clasificación del relave, cuyos valores se presentan en la tabla N.°5:

Tabla 5. Reología del relave según el porcentaje de sólidos en peso

Porcentaje de sólidos en peso (C_p)	Densidad (gr/l)	Yield Stress (Pa)	Viscosidad Bingham (Pa.s)
45	1458.0	0.022	0.01429
50	1536.0	0.030	0.01067
55	1622.0	0.637	0.01824
60	1720.0	4.107	0.02030
65	1829.0	9.641	0.02820

Fuente. (Elaboración propia, 2025)

Teniendo en consideración los resultados reológicos, la unidad minera solicitó trabajar con un porcentaje de sólidos al peso del 55% para la impulsión de relaves a interior mina.

La tabla N.°6 muestra un resumen de las principales características reológicas del fluido:

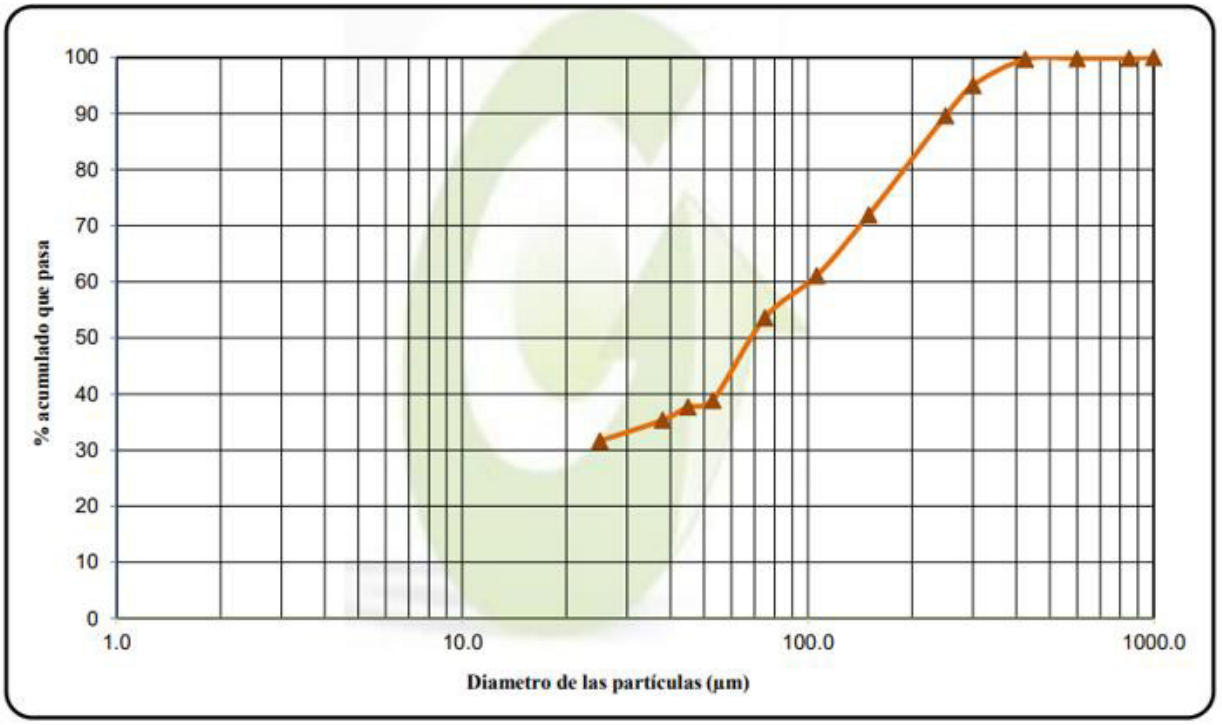
Tabla 6. Tabla resumen de las características y reología del fluido

Descripción	Unidad	Valor
D_{50}	mm	0.069
Porcentaje de sólidos	%	55.0
Esfuerzo de fluencia	Pa	0.637
Viscosidad de Bingham	Pa.s	0.01824

Fuente. (Elaboración propia, 2025)

La figura N.°24 muestra el resultado de la curva granulométrica del relave obtenida a partir de los ensayos de laboratorio:

Figura 24. Curva granulométrica del relave



De la curva granulométrica obtenida, se pueden determinar los diámetros de partículas (D_{50} , D_{80} , etc.) necesarios para el cálculo del diseño del sistema de bombeo.

La tabla N.°7 muestra un resumen de los principales diámetros característicos del relave:

Tabla 7. Tamaño de partículas sólidas

Granulometría del relave	Unidad	Valor
Diámetro de partículas D_{50}	um	68.92
Diámetro de partículas D_{80}	um	189.26

Fuente. (Elaboración propia, 2025)

V.1.1.3 Condiciones ambientales

Estas condiciones/registros ambientales de la unidad minera, la cual se ubica en la región de

Pasco se obtuvieron de las estaciones meteorológicas de Senamhi, donde:

- Temperatura mínima: -12.8 °C
- Temperatura máxima: 19.3 °C

V.1.1.4 Requerimientos del sistema de bombeo

La tabla N.°8 muestra las condiciones de operación para el diseño del sistema de bombeo:

Tabla 8. Requerimientos del sistema de bombeo

Descripción	Unidad	Valor
Caudal	m^3 / h	252.74
Presión de descarga	Bar	7.9
Cota de inicio	m s. n. m	4173.74
Cota más elevada	m s. n. m	4234.70
Cota de descarga	m s. n. m	4167.10
Longitud de tubería	m	2475.0

Fuente. (Elaboración propia, 2025)

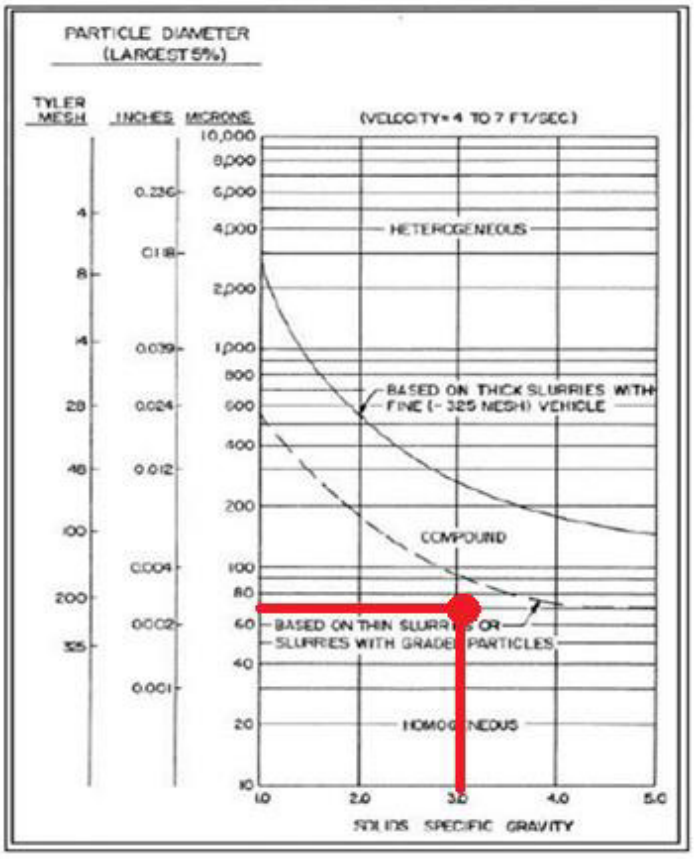
V.1.2 Análisis de datos

V.1.2.1 Determinación del flujo

Para la determinación del flujo, se tomará en cuenta los datos proporcionados en la tabla N.°6.

La figura N.°25 relaciona la gravedad específica de los sólidos y el diámetro 50 característico del relave.

Figura 25. Determinación del tipo de flujo del relave



De la figura N.°25, se puede observar que para una gravedad específica del sólido de 3.3 t/m^3 y un D_{50} de 68. 92 μm, el comportamiento corresponde a un flujo homogéneo.

La tabla N.°5 presenta los resultados de la reología realizada, de ello se puede concluir que el relave a bombear es un fluido plástico de Bingham, el cual se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\tau = \tau_y + \eta\left(\frac{dv}{dy}\right)$$

Donde:

$\tau_y = 0.637$ Pa

η=0.01824 Pa.s

Resultando: $\tau = 0.637 + 0.01824\left(\frac{dv}{dy}\right)$

V.1.2.2 Caracterización del relave

Teniendo en consideración la tabla resumen N.°6, se desarrollará los cálculos necesarios para caracterizar el relave, lo cual es fundamental para comprender su comportamiento dentro del transporte y disposición. El análisis de estos parámetros constituye una base para el dimensionamiento adecuado de equipos y tuberías; además, que asegura la confiabilidad en la operación del sistema.

A Densidad del sólido

$$\rho_m = \frac{\rho_l}{1 - C_w \times \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_s}}$$

$$1.622\ \text{t/m}^3 = \frac{1}{1 - 0.55 \times \left(1 - \frac{1}{\rho_s}\right)}$$

$$\rho_s = 3.3\ \text{t/m}^3$$

B Concentración de sólidos en volumen

$$C_v = \frac{C_w \times \rho_m}{\rho_s}$$

$$C_v = \frac{0.55 \times 1.722\ \text{t/m}^3}{3.3\text{t/m}^3}$$

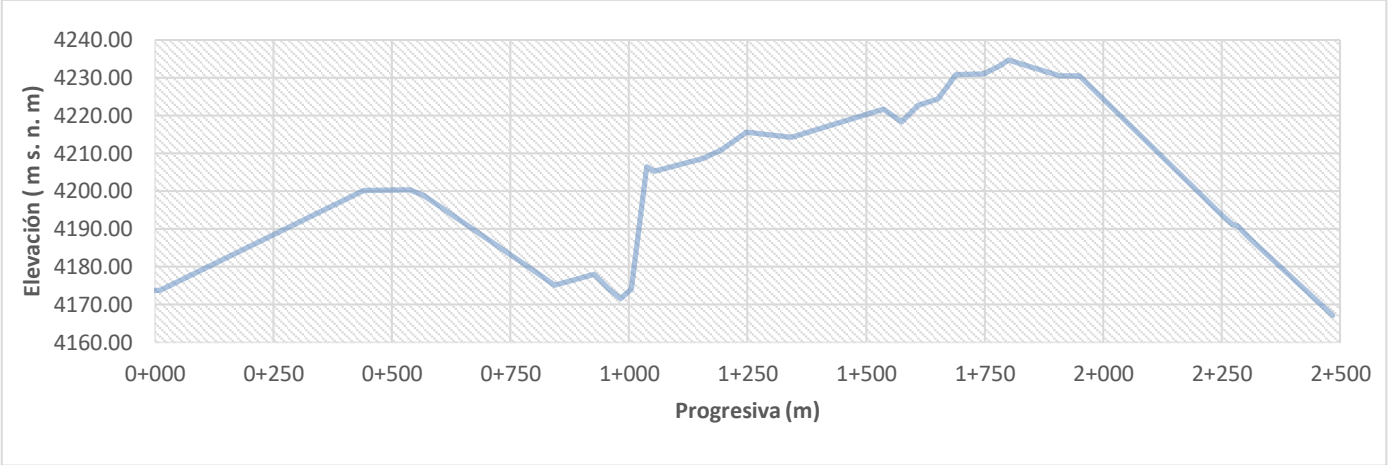
$$C_v = 27.03\%$$

V.1.2.3 Cálculos del sistema de bombeo

A Perfil longitudinal del terreno

Considerando la información brindada por la unidad minera sobre el trazo del terreno, se procederá a graficar el perfil longitudinal del sistema de bombeo, el cual se muestra en la figura N.°26:

Figura 26. Perfil longitudinal del terreno



B Determinación del diámetro y material de tubería

Para el cálculo del diámetro interno de la tubería se utilizará la ecuación de Bresse:

$$D = 0.5873 \times N^{0.25} \times \sqrt{Q}$$

$$D = 0.5873 \times \left(\frac{20}{24}\right)^{0.25} \times \sqrt{\frac{252.74}{3600}}$$

$$D = 0.1487 \text{ m} \approx 6 \text{ in}$$

Del resultado de la ecuación de Bresse se obtiene como diámetro interno 6 in, por lo que se escogerá un diámetro comercial próximo de 8 in.

Una vez calculado el diámetro de la tubería a utilizar, se procederá a determinar el tipo de material preliminar a utilizar como un primer tramo que soporte la presión de operación del sistema.

La máxima presión de la tubería se efectuará en el punto más bajo del pipeline, ya que a este nivel se tiene mayor columna de fluido. Esta expresión está determinada de la siguiente manera:

$$P = \rho_m \times g \times \Delta H$$

$$P = 1622 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 110.96 \text{ m}$$

$$P = 1.76 \text{ MPa}$$

Asimismo, a solicitud de la unidad minera, se contemplará la instalación de los primeros 430 m en tubería de acero al carbono, a fin de permitir una futura ampliación en los puntos de disposición de relave en caso sea requerido.

C Velocidad media del flujo

La velocidad media del flujo está determinada mediante la siguiente ecuación:

$$v = \frac{Q}{A}$$

$$v = \frac{0.0702056}{\frac{\pi(0.1937)^2}{4}}$$

$$v = 2.38 \text{ m/s}$$

La velocidad de flujo para el primer tramo está dentro de los parámetros de diseño considerados.

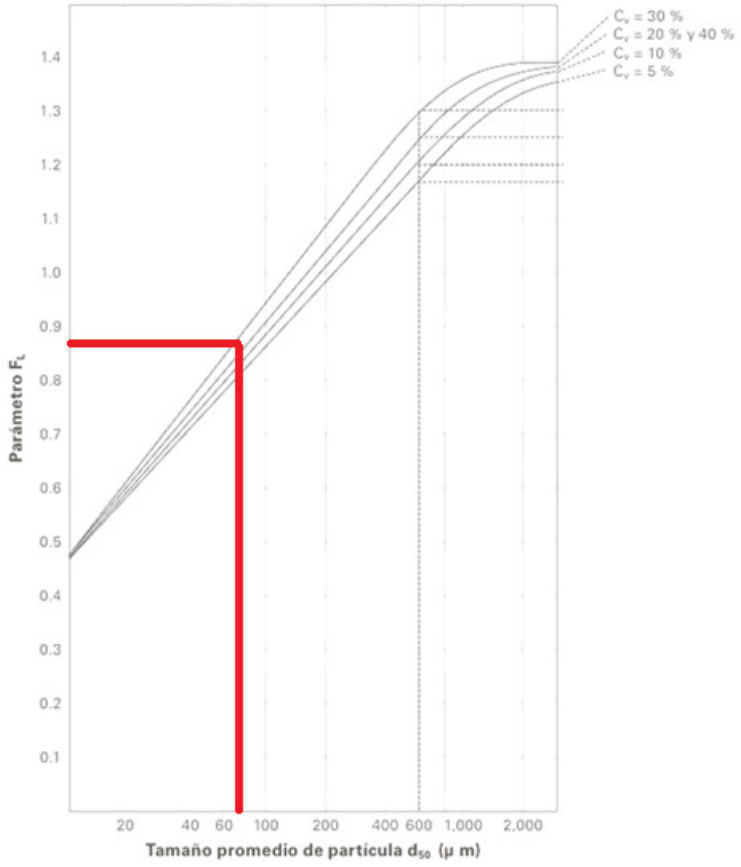
D Cálculo de la velocidad de sedimentación

La velocidad de sedimentación se calculará con la ecuación de Darcy en función al factor al nomograma de Durand.

Cálculo del F_L

Para la determinación del factor F_L se considera la concentración volumétrica del sólido $(C_v = 27.03\%)$ y el diámetro 50 $(D_{50} = 0.069mm)$, valores que se ubicarán en el nomograma del Durand de la figura N.°27:

Figura 27. Determinación del factor



Del nomograma, se obtiene como valor del factor $F_L = 0.87$.

Determinación de la velocidad de sedimentación

De lo obtenido de la figura N.°27, reemplazamos el factor en la ecuación de la velocidad de sedimentación propuesta por Cave - Rayo.

$$V_L = 1.25 F_L \left[2gD \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{0.25}$$

$$V_L = 1.25 \times 0.87 \times \left[2 \times 9.81 \times 0.1937 \times \left(\frac{3.3-1}{1} \right) \right]^{0.25}$$

$$V_L = 1.87 \text{ m/s}$$

Una vez obtenida la velocidad y la velocidad de sedimentación, se corroborará que para este tramo de bombeo no exista sedimentación, para ello:

$V / V_L \geq 1.1$, entonces:

$2.38 / 1.87 = 1.27 \geq 1.1$

(Cumple)

E Cálculo de Bingham

Determinación de la presión de arranque

$$P_{st} = \frac{4 \times \tau_y \times L}{D}$$

Reemplazando los datos:

$$P_{st} = \frac{4 \times 0.637 \times 2485}{0.1937} Pa$$
$$P_{st} = 32.69 KPa$$

a) Cálculo de la viscosidad aparente

$$\mu_{ap} = \eta + \frac{\tau_y}{\left(\frac{8V}{D}\right)}$$
$$\mu_{ap} = 0.1824 + \frac{0.637}{\left(\frac{8 \times 2.38}{0.1937}\right)}$$
$$\mu_{ap} = 0.0247 \text{ Pa.s}$$

Determinación del número de Hedstrom

A continuación, se determinará el número de Hedstrom para saber cuánto va a influir el esfuerzo de cedencia o fluencia en el régimen de flujo del relave.

$$He = \frac{\rho_m \times \tau_y \times D^2}{\eta^2}$$
$$He = \frac{1622 kg/m^3 \times 0.637 kg/ms^2 \times (0.1937m)^2}{0.01824^2}$$
$$He = 1.16 \times 10^5$$

Cálculo del número de Reynolds aparente

$$\mathrm{Re}_{ap} = \frac{\rho_m V D}{\mu_{ap}}$$

$$\mathrm{Re}_{ap} = \frac{1622\ \mathrm{kg/m^3} \times 2.38\ \mathrm{m/s} \times 0.1937 m}{0.0247\ \frac{\mathrm{kg}}{ms^2}}$$

$$\mathrm{Re}_{ap} = 3.03 \times 10^4$$

Cálculo del número de Reynolds Crítico

Debido a que el número de Hedstrom $He > 10^5$, se utilizará la siguiente ecuación para el cálculo del Reynolds Crítico:

$$\mathrm{Re}_c = 25\left(He\right)^{0.5}$$

$$\mathrm{Re}_c = 25(1.16 \times 10^5)^{0.5}$$

$$\mathrm{Re}_c = 8.5 \times 10^3$$

Entonces, como: $\mathrm{Re}_c < \mathrm{Re}_{ap} \rightarrow$ Flujo turbulento .

F Cálculo de las pérdidas de carga

Para lograr la sectorización a lo largo del pipeline y definir los valores del sistema de bombeo, se calculará la pérdida de carga total.

Determinación del factor de fricción de Darcy

$$f_D = 4f$$

Donde:

$$f = \left(f_L^m + f_T^m \right)^{1/m}$$

A su vez:

$$\text{m} = 1.7 + \frac{40000}{\text{Re}} = 1.7 + \frac{40000}{3.03\times10^4} = 3.02$$

$$f_L = \frac{16}{\text{Re}}\left(1 + \frac{He}{6\,\text{Re}}\right) = \frac{16}{3.03\times10^4}\left(1 + \frac{1.16\times10^5}{6\times3.03\times10^4}\right) = 8.65\times10^{-4}$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\,He\right)\right]$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\times1.16\times10^5\right)\right] = -1.48$$

$$f_T = \frac{10^a}{\text{Re}^{0.193}} = \frac{10^{-1.48}}{\left(3.03\times10^4\right)^{0.193}} = 4.52\times10^{-3}$$

Reemplazando los valores obtenidos en f:

$$f = \left(f_L^m + f_T^m \right)^{1/m} = \left[\left(8.65\times10^{-4}\right)^{3.02} + \left(4.52\times10^{-3}\right)^{3.02} \right]^{1/3.02}$$

$$f = 0.0045$$

Entonces, el factor de Darcy es:

$$f_D = 4f = 4\times0.0045 = 0.018$$

Cálculo de las pérdidas primarias

$$H = \frac{f_D L v^2}{2gD}$$

$$H = \frac{0.018\times2485\times2.38^2}{2\times9.81\times0.1937}$$

$$H = 66.67 \text{ mcf}$$

Cálculo de pérdidas secundarias

$$H_{\text{sec}} = \sum \frac{Kv^2}{2g}$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{v^2}{2g}\left(K_{c90} + K_{c45} + K_e\right)$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{2.38^2}{2\times9.81}\left(3\times0.9 + 9\times0.42 + 0.78\right)$$

$$H_{\text{sec}} = 2.096 \text{ mcf}$$

Entonces, las pérdidas por longitud de tubería son:

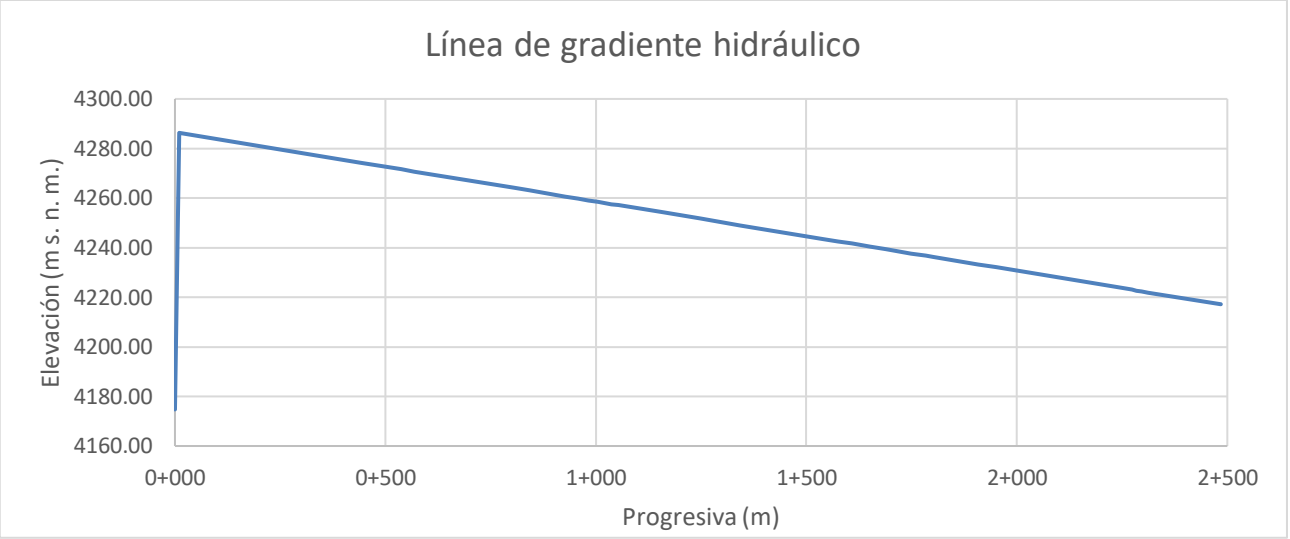
$$H_t / L = \frac{(66.67 + 2.096)}{2485}$$

$$H_t / L = \frac{68.77}{2485}$$

$$H_t / L = 0.0277$$

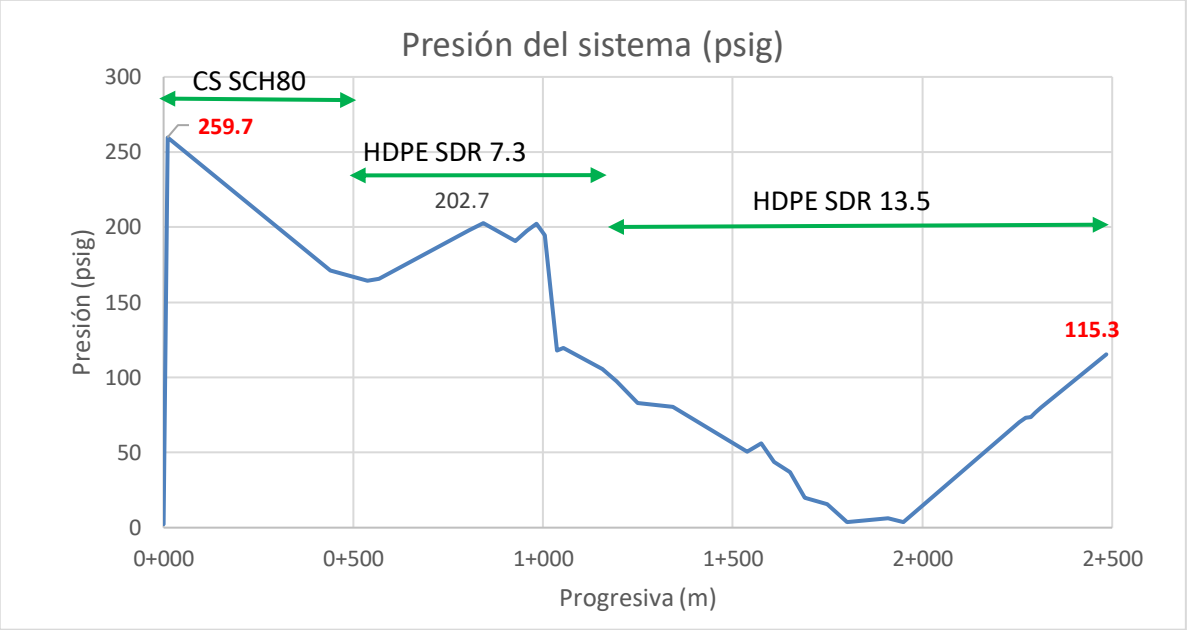
La figura N.°24 muestra la línea de gradiente hidráulico obtenido con los valores de las pérdidas por longitud:

Figura 28. Línea de gradiente hidráulico del sistema



La figura N.°29 muestra la sectorización del pipeline con las presiones obtenidas a lo largo de la tubería:

Figura 29. Sectorización de la tubería



Con los tramos de tubería definidos, se procederá a calcular nuevamente para encontrar el ADT total del sistema, teniendo en consideración los cambios realizados en cada sección.

A Tramo 1: Carbon Steel SCH 80

En los apartados anteriores se determinaron las condiciones de operación de la tubería de acero al carbono SCH 80, considerando el comportamiento de un fluido plástico de Bingham. A continuación, se procederá al cálculo de las pérdidas primarias y secundarias correspondientes a los primeros 440 m de tubería (incluyendo 10 m en la succión), los cuales están construidos con este material.

Determinación de las pérdidas primarias

Para el cálculo de las pérdidas primarias de este primer tramo, se considera el factor de Darcy hallado, cuyo valor es de 0.017.

Reemplazamos los datos en la siguiente ecuación:

$$H = \frac{f_D L v^2}{2gD}$$

$$H = \frac{0.018 \times 440 \times 2.38^2}{2 \times 9.81 \times 0.1937}$$

$$H = 11.80 \text{ mcf}$$

Determinación de pérdidas secundarias

$$H_{\text{sec}} = \sum \frac{Kv^2}{2g}$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{v^2}{2g}\left(K_{c90} + K_{c45} + K_e\right)$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{2.38^2}{2 \times 9.81}\left(2 \times 0.9 + 4 \times 0.42 + 0.78\right)$$

$$H_{\text{sec}} = 1.23 \text{ mcf}$$

Entonces, las pérdidas totales para el primer tramo de tubería de acero al carbono SCH 80 son:

$$H_t = 11.80 \text{ mcf} + 1.23 \text{ mcf}$$

$$H_t = 13.03 \text{ mcf}$$

B Tramo 2: HDPE SDR 7.3

Velocidad media de la tubería

$$v = \frac{Q}{A}$$

Donde:

Q=252.74 $m^3 / h = 0.0702056$ m^3 / s

$D = 159.10$ mm = 0.15910 m

Reemplazando:

$$v = \frac{0.0702056}{\frac{\pi(0.15910)^2}{4}}$$

$$v = 3.53 \text{ m/s}$$

Cálculo de la velocidad de sedimentación

De la figura N.°27 se obtuvo el factor $F_L = 0.87$ del nomograma de Mc Elvain.

Partiendo de ello, reemplazamos el factor F_L en la ecuación de la velocidad de sedimentación:

$$V_L = 1.25 F_L \left[2gD\left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{0.25}$$

$$V_L = 1.25 \times 0.87 \times \left[2 \times 9.81 \times 0.1591 \times \left(\frac{3.3-1}{1} \right) \right]^{0.25}$$

$$V_L = 1.78 \text{ m/s}$$

Para corroborar que no exista sedimentación en este tramo del sistema de bombeo, se debe cumplir que:

$$V / V_L \geq 1.1$$

Entonces:

3.53/1.78=1.98 (cumple)

Cálculo de la viscosidad aparente:

$$\mu_{ap} = \eta + \frac{\tau_y}{\left(\frac{8V}{D} \right)}$$

$$\mu_{ap} = 0.01824 + \frac{0.637}{\left(\frac{8 \times 3.53}{0.1591} \right)}$$

$$\mu_{ap} = 0.0218 \text{ Pa.s}$$

Determinación del número de Hedstrom

A continuación, se determinará el número de Hedstrom para saber cuánto va a influir el esfuerzo de cedencia o fluencia en el régimen de flujo del relave.

$$He = \frac{\rho_m \times \tau_y \times D^2}{\eta^2}$$

$$He = \frac{1622 kg/m^3 \times 0.637 kg/ms^2 \times (0.1591 m)^2}{0.01824^2}$$

$$He = 7.86 \times 10^4$$

Cálculo del número de Reynolds aparente

$$\mathrm{Re}_{ap} = \frac{\rho_m V D}{\mu_{ap}}$$

$$\mathrm{Re}_{ap} = \frac{1622\ \mathrm{kg/m^3} \times 3.53\ \mathrm{m/s} \times 0.1591 m}{0.0218\ \frac{\mathrm{kg}}{ms^2}}$$

$$\mathrm{Re}_{ap} = 4.18 \times 10^4$$

Cálculo del número de Reynolds Crítico

Debido a que el número de Hedstrom $1700 < He < 10^5$, se utilizará la siguiente ecuación para el cálculo del Reynolds Crítico:

$$\mathrm{Re}_c = 80\left(He\right)^{0.4}$$

$$\mathrm{Re}_c = 80(7.86 \times 10^4)^{0.4}$$

$$\mathrm{Re}_c = 7.27 \times 10^3$$

Entonces, como: $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_c \rightarrow$ Flujo turbulento

Determinación de las pérdidas de carga

Se determinará las pérdidas primarias y secundarias para los 754 m de longitud que contiene este segundo tramo.

Pérdidas primarias

Para determinar las pérdidas primarias del sistema, se calculará inicialmente el factor de fricción de Darcy, el cual depende de la ecuación modificada de Darby

$H = \frac{f_D L v^2}{2gD}$, donde: $f_D = 4f$

$$f = \left(f_L^m + f_T^m \right)^{1/m}$$

A su vez:

$$\text{m} = 1.7 + \frac{40000}{\text{Re}} = 1.7 + \frac{40000}{4.18\times10^4} = 2.66$$

$$f_L = \frac{16}{\text{Re}}\left(1 + \frac{He}{6\,\text{Re}}\right) = \frac{16}{4.18\times10^4}\left(1 + \frac{7.86\times10^4}{6\times4.18\times10^4}\right) = 5.03\times10^{-4}$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\,He\right)\right]$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\times7.86\times10^4\right)\right] = -1.49$$

$$f_T = \frac{10^a}{\text{Re}^{0.193}} = \frac{10^{-1.49}}{\left(4.18\times10^4\right)^{0.193}} = 4.15\times10^{-3}$$

Reemplazando los valores obtenidos en f:

$$f = \left(f_L^m + f_T^m \right)^{1/m} = \left[\left(5.03\times10^{-4}\right)^{2.66} + \left(4.15\times10^{-3}\right)^{2.66} \right]^{1/2.66}$$

$$f = 0.0041$$

Entonces, el factor de Darcy es:

$$f_D = 4f = 4\times0.0041 = 0.0166$$

Reemplazando en la siguiente ecuación:

$$H = \frac{0.0166\times754\times3.53^2}{2\times9.81\times0.1591}$$

H = 49.96 mcf

Pérdidas secundarias

$$H_{\text{sec}} = \sum \frac{Kv^2}{2g}$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{v^2}{2g}\left(K_{c90} + K_{c45} + K_s\right)$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{3.53^2}{2\times9.81}\left(1\times0.9 + 3\times0.42 + 1\right)$$

$$H_{\text{sec}} = 2.01 \text{ mcf}$$

Entonces, las pérdidas totales para el segundo tramo de tubería de HDPE SDR 7.3 son:

$$H_t = 49.96 \text{ mcf} + 2.01 \text{ mcf}$$

$$H_t = 51.97 \text{ mcf}$$

C Tramo 3: HDPE SDR 13.5

Velocidad media de la tubería

$$v = \frac{Q}{A}$$

Donde:

Q=252.74 $m^3 / h = 0.0702056\ m^3 / s$

$D = 186.70$ mm = 0.18670 m

Reemplazando:

$$v = \frac{0.0702056}{\frac{\pi(0.18670)^2}{4}}$$

$v = 2.56$ m/s

Cálculo de la velocidad de sedimentación

De los cálculos anteriores, se obtuvo el factor $F_L = 0.87$ del nomograma de Mc Elvain.

Partiendo de ello, reemplazamos el factor F_L en la ecuación de la velocidad de sedimentación:

$$V_L = 1.25 F_L \left[2gD \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right) \right]^{0.25}$$

$$V_L = 1.25 \times 0.87 \times \left[2 \times 9.81 \times 0.18670 \times \left(\frac{3.3 - 1}{1} \right) \right]^{0.25}$$

$V_L = 1.85$ m/s

Para corroborar que no exista sedimentación en este tramo del sistema de bombeo, se debe cumplir que:

$V / V_L \geq 1.1$

Entonces:

2.56/1.85=1.38 (cumple)

Cálculo de la viscosidad aparente:

$$\mu_{ap} = \eta + \frac{\tau_y}{\left(\frac{8V}{D}\right)}$$

$$\mu_{ap} = 0.1824 + \frac{0.637}{\left(\frac{8 \times 2.56}{0.18670}\right)}$$

$$\mu_{ap} = 0.0240 \text{ Pa.s}$$

Determinación del número de Hedstrom

$$He = \frac{\rho_m \times \tau_0 \times D^2}{\eta^2}$$

$$He = \frac{1622 kg/m^3 \times 0.637 kg/ms^2 \times (0.18670 m)^2}{0.01824^2}$$

$$He = 1.08 \times 10^5$$

a) Cálculo del número de Reynolds aparente

$$\text{Re}_{ap} = \frac{\rho_m VD}{\mu_{ap}}$$

$$\text{Re}_{ap} = \frac{1622 \text{ kg/m}^3 \times 2.56 \text{ m/s} \times 0.18670 m}{0.0240 \ \frac{\text{kg}}{ms^2}}$$

$$\text{Re} = 3.23 \times 10^4$$

Cálculo del número de Reynolds Crítico

Debido a que el número de Hedstrom $10^5 < He$, se utilizará la siguiente ecuación para el cálculo del Reynolds Crítico:

$$\text{Re}_c = 25(He)^{0.5}$$

$$\text{Re}_c = 25(1.08 \times 10^5)^{0.5}$$

$$\text{Re}_c = 8.21 \times 10^3$$

Entonces, como: $\text{Re} > \text{Re}_c \rightarrow$ Flujo turbulento

Determinación de las pérdidas de carga

Se determinará las pérdidas primarias y secundarias para los últimos 1291 m de

longitud del pipeline.

Pérdidas primarias

Para determinar las pérdidas primarias del sistema, se calculará inicialmente el factor de fricción de Darcy, el cual depende de la ecuación modificada de Darby

$$H = \frac{f_D L v^2}{2gD}\text{, donde: } f_D = 4f$$

$$f = \left(f_L^m + f_T^m\right)^{1/m}$$

A su vez:

$$\text{m} = 1.7 + \frac{40000}{\text{Re}} = 1.7 + \frac{40000}{3.23\times10^4} = 2.94$$

$$f_L = \frac{16}{\text{Re}}\left(1 + \frac{He}{6\,\text{Re}}\right) = \frac{16}{3.23\times10^4}\left(1 + \frac{1.08\times10^5}{6\times3.23\times10^4}\right) = 7.72\times10^{-4}$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\,He\right)\right]$$

$$a = -1.47\left[1 + 0.14\exp\left(-2.9\times10^{-5}\times1.08\times10^5\right)\right] = -1.48$$

$$f_T = \frac{10^a}{\text{Re}^{0.193}} = \frac{10^{-1.48}}{\left(3.23\times10^4\right)^{0.193}} = 4.47\times10^{-3}$$

Reemplazando los valores obtenidos en f:

$$f = \left(f_L^m + f_T^m\right)^{1/m} = \left[\left(7.72\times10^{-4}\right)^{2.94} + \left(4.47\times10^{-3}\right)^{2.94}\right]^{1/2.94}$$

$$f = 0.0045$$

Entonces, el factor de Darcy es:

$$f_D = 4f = 4\times0.0045 = 0.018$$

Reemplazando en la siguiente ecuación:

$$H = \frac{0.018\times1291\times2.56^2}{2\times9.81\times0.1867}$$

H = 41.58 mcf

Pérdidas secundarias

$$H_{\text{sec}} = \sum \frac{Kv^2}{2g}$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{v^2}{2g}\left(K_{c90} + K_{c45} + K_s\right)$$

$$H_{\text{sec}} = \frac{2.56^2}{2\times 9.81}\left(1\times 0.9 + 3\times 0.42 + 1\right)$$

$$H_{\text{sec}} = 1.06 \text{ mcf}$$

Entonces, las pérdidas totales para el último tramo de tubería de HDPE SDR 13.5 son:

$$H_t = 41.58 \text{ mcf} + 1.06 \text{ mcf}$$

$$H_t = 42.64 \text{mcf}$$

Para determinar el ADT total del sistema de bombeo de relaves, se sumarán las pérdidas totales calculado en cada tramo de tubería, la altura estática y la presión requerida en la descarga:

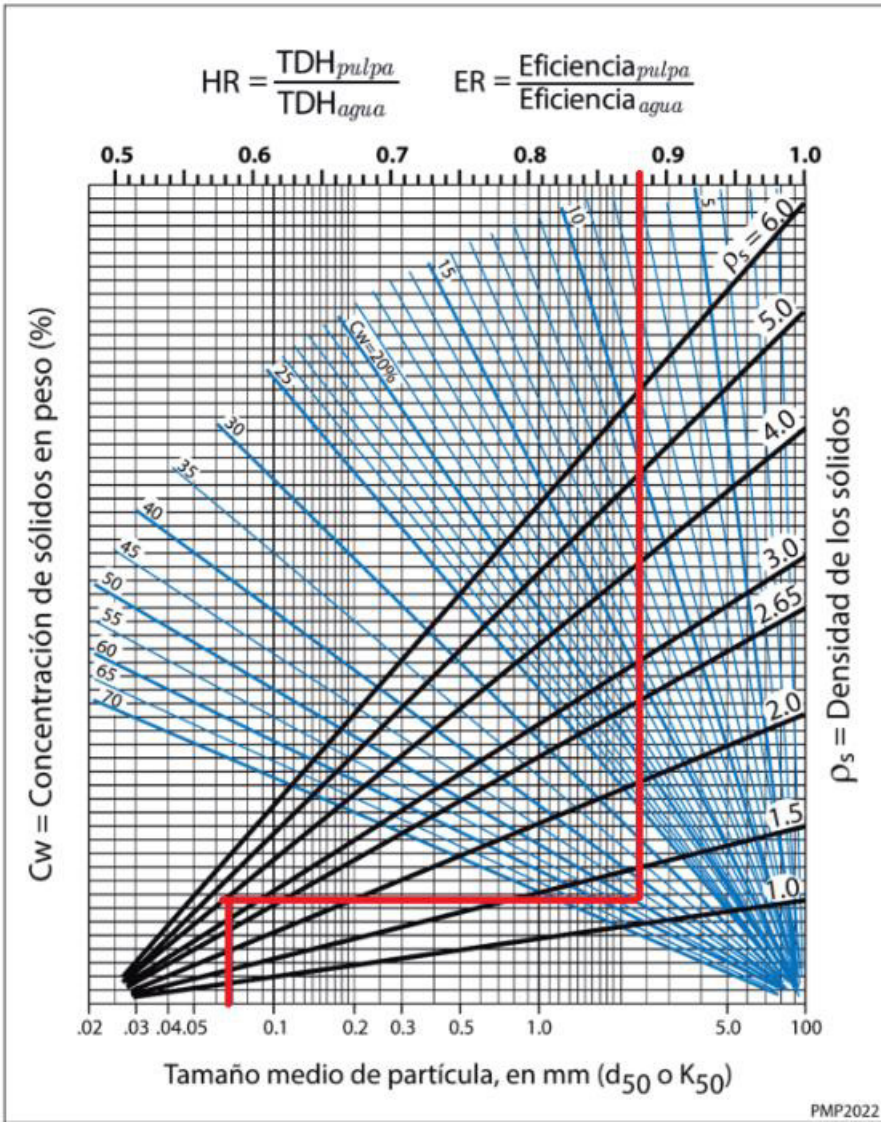
ADT = (107.64+59.96+50) mcf

ADT = 217.6 mcf

D Cálculo del ADT de agua

Con la finalidad de determinar el valor del ADT del agua, se procede a obtener el factor HR con la figura N.°30:

Figura 30. Determinación del factor HR



De la gráfica anterior, se tiene que, el factor HR en función de las características físicas del relave es 0.88; entonces:

$$HR = \frac{ADT_{relave}}{ADT_{agua}}$$

$$ADT_{agua} = \frac{ADT_{relave}}{HR} = \frac{217.6}{0.88}$$

$$ADT_{agua} = 247.3 \text{ mcf}$$

i. Cálculo de la potencia de la bomba

Se calculará la potencia requerida para el sistema de bombeo mediante la siguiente ecuación:

$$P = \frac{\rho_m \times g \times ADT \times Q}{n}$$

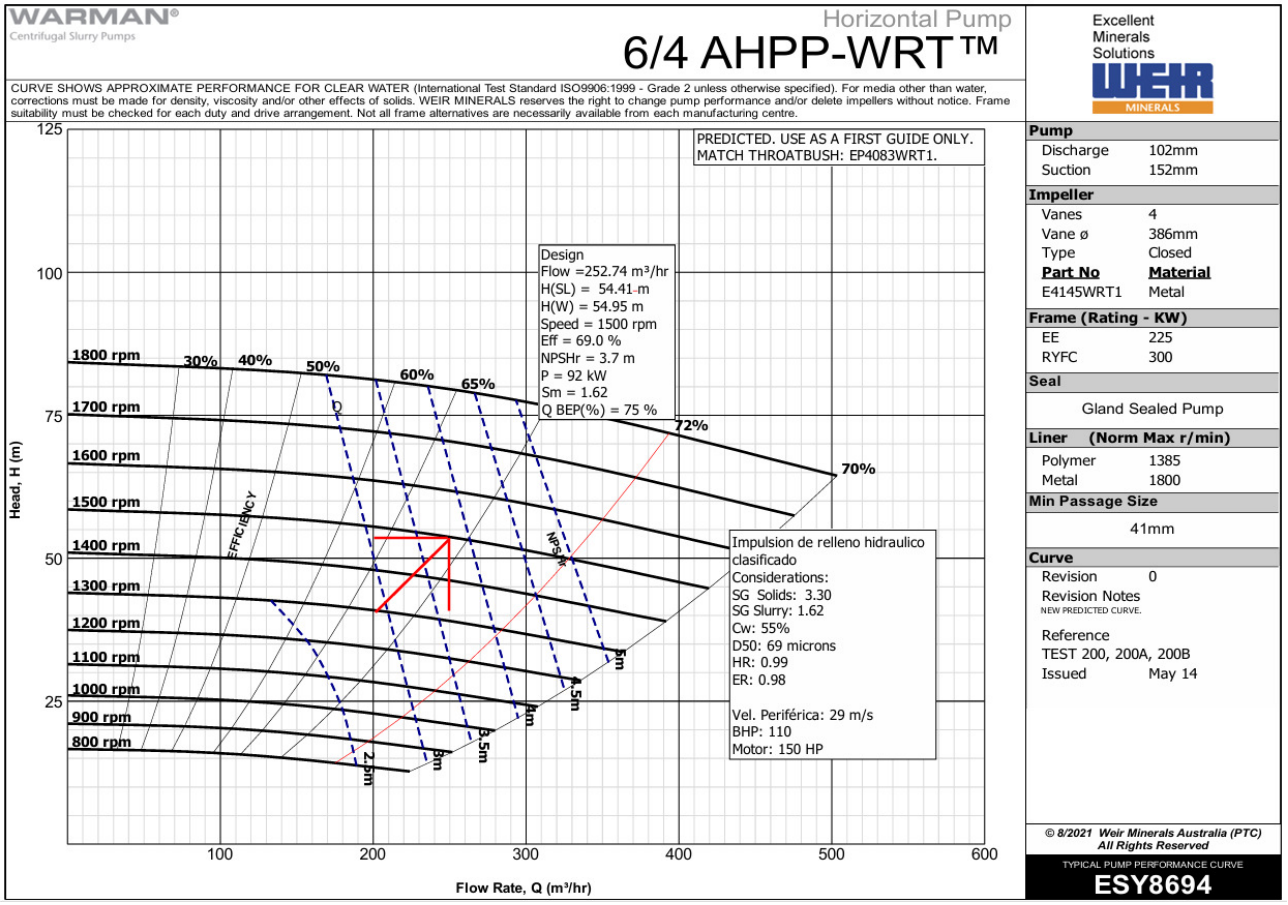
$$P = \frac{1622\ \text{kg/m}^3 \times 9.81\ \text{m/s}^2 \times \left(\frac{217.6}{4}\right)\ \text{m} \times (252.74\ /3600)\text{m}^3/s}{0.692}$$

$$P = 87.82\ \text{kW}$$

E Curva de la bomba

La figura N.°31 es la curva de operación recomendada, correspondiente a la bomba Warman 6/4 AHPP – WRT según las características del relave, caudal y ADT obtenido.

Figura 31. Curva de bomba Weir



Fuente. (WEIR, 2025)

F Cálculo del NPSHd

Para evitar la cavitación de la bomba, es necesario asegurar que se cumpla la siguiente condición:

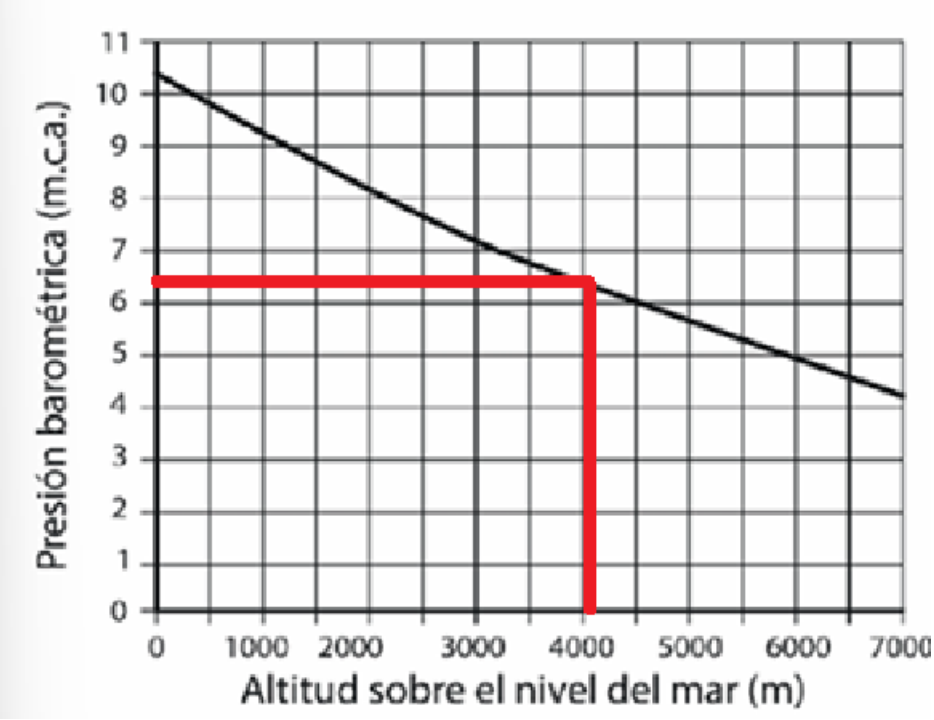
$$NPSHd > NPSHr$$

Donde:

$$NPSHd = \frac{Hatm - Hvap}{SG} + H_{suc} - H_f$$

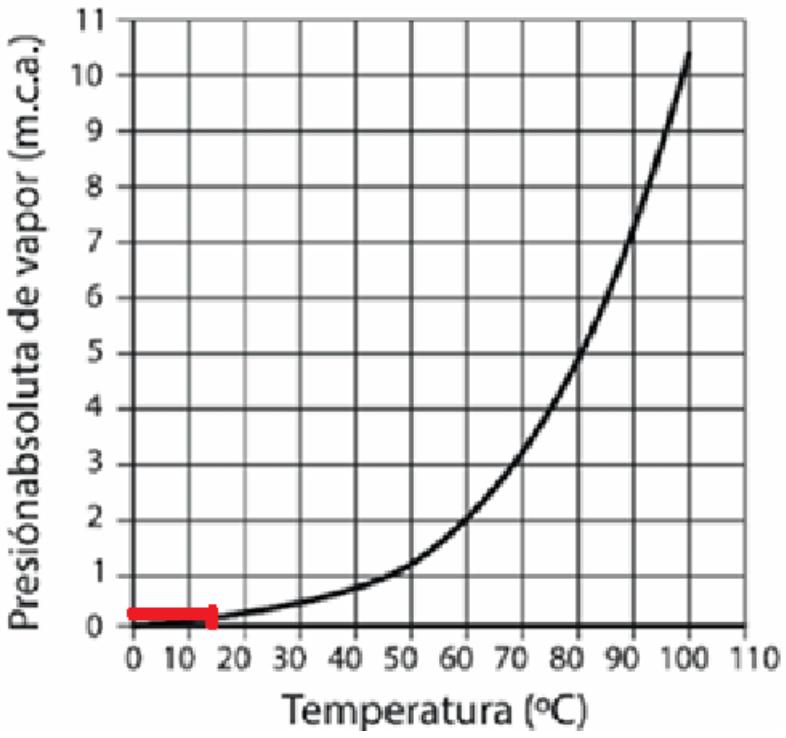
Los valores de H_{atm} y H_{vap} se obtendrán a partir de la figura N.°32 y 33:

Figura 32. Determinación de H_{atm}



De la figura N.°32 se tiene que $H_{atm} = 6.3$.

Figura 33. Determinación de H_{vap}



De la figura se tiene que $H_{vap} = 0.2$.

Se tiene entonces:

$$\text{NPSHd} = \frac{6.3 - 0.2}{1.622} + 1 - 0.27$$

$$\text{NPSHd} = 4.49 \text{ m}$$

De la curva de la figura N.°31 de la bomba proporcionado por WEIR se obtiene que el valor del NPSHr es 3.7 m. En consecuencia, al reemplazar este valor en la condición establecida para evitar cavitación, se verifica lo siguiente:

$$\text{NPSHd} > \text{NPSHr} + 0.5$$

$$4.49 > 4.2$$

G Modelamiento en AFT Fahtom

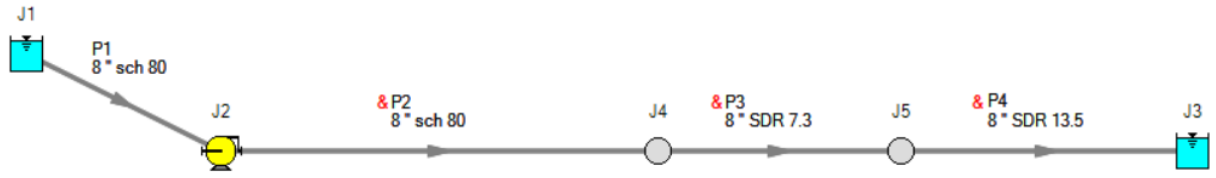
Se realizó el modelamiento del sistema en estado estacionario con el software AFT Fathom, teniendo en consideración las propiedades reológicas del fluido, las condiciones de

operación, las características de la tubería y los equipos principales. El análisis permitió validar y corroborar la veracidad de los resultados frente a los cálculos realizados manualmente.

Una vez definida las características de la tubería (diámetro, material, longitud, etc.), se procede a representar el sistema de impulsión en el software, incorporando los accesorios y las condiciones de operación.

La figura N.°34 del sistema permite visualizar la configuración para poder relacionar los resultados según el número y nombre de tubería correspondiente:

Figura 34. Diseño del sistema de impulsión



Una vez ingresado los parámetros, se obtuvieron los resultados mostrados en las figuras N.°35 y 36:

Figura 35. Resumen de resultados de la bomba

Results Diagram	Name	Vol. Flow (m3/hr)	Mass Flow (kg/sec)	dP (bar)	dH (meters)
Show ...	Pump	252.7	113.9	34.71	218.2

Figura 36. Resumen resultados de la tubería

Pipe	Name	Vol. Flow Rate (m3/hr)	Length (meters)	Elevation Inlet (meters)	Hyd. Diameter (mm)	Velocity (meters/sec)	dH (meters)	HGL Outlet (meters)
1		252.7	10.00	4.174	193.7	2.383	0.2569	4.174
2		252.7	430.00	4.174	193.7	2.383	11.2236	4.381
3		252.7	754.00	4.200	155.5	3.699	54.9659	4.326
4		252.7	1,291.00	4.210	184.7	2.621	41.8075	4.284

Según lo obtenido el en software, el ADT total del sistema es de 218.2 mcf, mientras

que el ADT obteniendo de manera manual es de 217.6 mcf. La diferencia entre ambos métodos presenta un error relativo del 0.27%, que es un valor considerado aceptable debido a la discrepancia mínima.

VI DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación evidencian la influencia de las propiedades reológicas y granulométricas del material de relleno hidráulico sobre el diseño del sistema de bombeo, detallando lo siguiente:

- Los resultados obtenidos tienen concordancia con lo planteado por Villavicencio (2019), quien demostró que la caracterización física del relave realizado mediante ensayos de laboratorio constituye una base para realizar un diseño hidráulico confiable. En el presente estudio se observó que la velocidad de sedimentación depende del diámetro de partícula, confirmando que un adecuado análisis garantiza la estabilidad del flujo y evita la deposición de los sólidos a lo largo de la tubería.
- La influencia de la viscosidad plástica y esfuerzo de fluencia sobre las pérdidas de carga concuerda con lo expuesto por Custodio (2023), quien señaló que la caracterización reológica del material es determinante para la selección del equipo de bombeo. En este trabajo de investigación se comprobó que las variaciones de las propiedades físicas del fluido (densidad, viscosidad, etc.) generan cambios significativos en la determinación del ADT, reflejando la relación directa que existe entre el diseño y las propiedades del fluido.
- La validación de los resultados mediante el software AFT Fathom permitió contrastar con los resultados del cálculo manual, encontrándose una diferencia

relativa menor al 1%, lo que coincide con los análisis realizados por Muñoz (2019), quien empleó herramientas de simulación numérica (ANSYS) para producir el comportamiento hidráulico de un sistema de bombeo de relaves, concluyendo que los modelos computacionales permiten estimar con precisión el diseño hidráulico, lo que se ratifica con la presente investigación.

VII CONCLUSIONES

- Este trabajo de tesis permitió demostrar que las propiedades granulométricas y reológicas del relleno hidráulico constituyen variables determinantes en el diseño del sistema de bombeo debido a la influencia directa que tiene en el comportamiento del flujo y sus parámetros de operación. Asimismo, la comparación realizada entre el cálculo analítico y la simulación en AFT fathom mostró concordancia, validando de esa manera la consistencia del modelo aplicado, dándole confiabilidad al diseño aplicado.

- Se determinó que las propiedades granulométricas influyen en la selección del material y diámetro de la tubería, ya que influye directamente en la determinación de la velocidad de sedimentación. El análisis mostró que el incremento el diámetro 50 y la gravedad específica del sólido, tiende a aumentar el riesgo a la sedimentación, lo cual exige diámetros capaces de mantener una velocidad mínima de transporte para evitar esta deposición de partículas. Considerando las propiedades del material de relleno hidráulico, se obtuvo una velocidad de sedimentación máxima de 1.87 m/s, por ello, se seleccionó un diámetro de tubería de 8 in, cuya velocidad mínima de operación es de 2.38 m/s, A partir de estos valores, el factor de sedimentación mínimo resulta 1.27, el cual supera lo mínimo recomendado (F.S > 1.1) lo que garantiza un transporte estable,

sin riesgo a sedimentar.

- Se verificó que la reología del material de relleno hidráulico influye en la determinación de las pérdidas de carga y la altura dinámica total (ADT), afectando proporcionalmente en la potencia requerida del equipo de bombeo. Los resultados mostraron que un incremento de esfuerzo de fluencia, viscosidad y densidad del relave, generaron mayores pérdidas primarias, ya que el factor de Darcy está influenciado por el número de Reynolds y número de Hedstrom. Para este estudio se identificó que el tramo de tubería HDPE SDR 7.3 presentó mayores pérdidas, ya que los valores de Reynolds y Hedstrom fueron mayores (4.18×10^4 y 7.86×10^4 respectivamente) a diferencia de los demás tramos evaluados. Finalmente, ya que la potencia de bombeo depende directamente del ADT y la densidad del relleno hidráulico, estos resultados evidenciaron que la caracterización reológica debe ser considerada desde la etapa inicial del diseño, para garantizar una selección adecuada del equipo de bombeo.
- Se confirmó la relación entre el cálculo analítico y la simulación realizada en el software AFT Fathom, lo que evidenció la consistencia de los parámetros de diseño. La comparación de resultados mostró que la altura dinámica total obtenida mediante el Software AFT Fathom es de 218.2 m.c.f mientras que el cálculo manual dió 217.6 m.c.f., resultando un error relativo del 0.27%. Esta diferencia mínima valida la correcta aplicación del modelo hidráulico, confirmando las propiedades reológicas y granulométricas utilizada en ambos modelos.

VIII RECOMENDACIONES

- Se recomienda realizar una evaluación experimental del sistema de bombeo considerando las propiedades reológicas y granulométricas del fluido, a fin de validar la relación entre los resultados de laboratorio y las condiciones reales de impulsión.
- Se recomienda analizar el modelo propuesto en estado transitorio, a fin de considerar los efectos dinámicos durante el arranque y parada de las bombas para evaluar la aparición de golpes de ariete o sobrecargas que puedan afectar el sistema de impulsión.

IX BIBLIOGRAFÍA

- Abulnaga, B. (2002). Slurry Systems Handbook. McGraw Hill Professional.
- Allen, T. (2003). Powder Sampling and Particle Size Determination. En *Elsevier eBooks*. https://doi.org/10.1016/b978-0-444-51564-3.x5000-1
- Árbol minero. (2024). Programa online en Transporte de fluidos en minería.
- Barnes, H. A., Hutton, J. F., & Walters, K. (1989). *An Introduction to Rheology*. Elsevier.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2001). *Transport Phenomena* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Cardona, C. (2021). Caracterización y estandarización de los sistemas de bombeo en minería subterránea [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad de Antioquia.
- Cengel, Y.A. and Cimbala, J.M. (2014) *Fluid Mechanics*. *Fundamentals and Applications*. 3rd Edition. McGraw-Hill, New York.
- Chhabra, R. P., & Richardson, J. F. (2008). *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications*. http://ci.nii.ac.jp/ncid/BA87575377
- Cidelsa. (2012). Tuberías Lisas HDPE. https://www.cidelsa.com/media/prod_brochure_2/Tuberia_Lisa_de_HDPE. pdf
- Concha, A. F. (2014). *Solid-Liquid Separation in the Mining Industry*.
- Custodio,S. (2023). Diseño del sistema de bombeo y líneas de descarga de los espesadores de relave para una mina cuprífera en la región Junín [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad Tecnológica del Perú.
- Davidson, P. A. (2015). *Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers* (2ª ed.). Oxford University Press.

- Fox, R. W., & McDonald, A. (1983). Introducción a la mecánica de fluidos.McGraw-Hill.
- FR Tubos de acero. (s.f.). Tubos ASTM A53/ A106. https://www.fiorellarepre.com.pe/FichaTecnica/804610.pdf
- Gaviria, J. (2015, 23 de noviembre). Representación del flujo laminar y turbulento en el tubo [Imagen]. Mecánica de fluidos. https://mecanicadefluidoscod5131587.blogspot.com/2015/11/perdidas-por- friccion-en-tuberias-con.html https://cidta.usal.es/cursos/redes/modulos/libros/unidad%209/comportamie nto.PDF.
- Institute, H. ANSI HI 12.1-12.6 (2016). Rotodynamic (Centrifugal) slurry pumps.
- Instituto Nacional Miranda Carrera. (s.f). http:////institutonacional.cl/wp-content/uploads/2016/06/4-Fisica-P-Comun-hidrodinámica-ecuación-de-continuidad.pdf
- Manual de Optimización de Sistemas de Bombeo. (2018). *Eficiencia Energética Industrial En Colombia*. https://www1.upme.gov.co/DemandaEnergetica/EEIColombia/Manual_sistemas_bombeo.pdf
- Morris, H. M. (1977). Applied Hydraulics in Engineering (2a ed.). John Wiley & Sons.
- Muñoz, M. (2019). Análisis de las pérdidas de carga en el sistema de bombeo para relaves de mineral cobre y hierro mediante simulación computacional 41 UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS Universidad del

Perú. Decana de América FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA DEFLUIDOS [Tesis para optar el título de Ingeniero mecánico]. Universidad católica de Valparaíso.

- Murillo, W. (2008). La investigación científica. Monografías. https://www.monografias.com/trabajos15/invest-cientifica/invest-cientifica
- Niño, C. (2019). Dimensionamiento y selección de un sistema de bombeo de relaves aplicado al requerimiento de una operación minera [Tesis para optar el título de Ingeniero Mecánico-Eléctrico]. Universidad de Piura. Facultad de Ingeniería.
- Olate, Y. (2021). Análisis del comportamiento de una bomba centrífuga de relaves no operativa antes diferentes condiciones de flujo [Tesis para optar el título de ingeniero civil mecánico]. Universidad de Chile.
- Rocha Canales, A. (2007). *Hidráulica de tuberías y canales* (1.ª ed., Vol. 1). Facultad de ingeniería civil. https://es.scribd.com/document/517317464/libro-arturo-rocha-1-100-Copiar.
- Universidad de los Andes. (s.f.). La viscosidad de un fluido [Imagen]. http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/djean/index_archivos/INST_Flujo/fundament/osteoricos.html.
- Universidad Politécnica de Cartagena. (2023). Bombeo de pulpas minerales diferentes de procedimientos de cálculos. *Departamento de Ingeniería Minera y Civil*.
- Villavicencio, R. (2019). Cálculo hidráulico del sistema de transporte de relaves – caso Mina Invicta. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias Físicas, Escuela Profesional de Ingeniería

Mecánica de Fluidos]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

- Weir Minerals. (2024). Manual Warman de bombeo de pulpas minerales.
- White, F. M. (2011). *Fluid Mechanics* (7th ed.). McGraw-Hill.
- Wills, B. A., & Finch, J. (2015). *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery* (8th ed.). Elsevier.
- Wilson, K. C., & Thomas, A. D. (2008). Analytic Model of Laminar-Turbulent Transition for Bingham Plastics. *The Canadian Journal Of Chemical Engineering*, *84*(5), 520-526. https://doi.org/10.1002/cjce.5450840502.

X ANEXO 1 – HOJA DE CÁLCULO DEL DISEÑO DEL SISTEMA DE BOMBEO

APÉNDICE

HOJA DE CÁLCULO HIDRÁULICO

CONDICIONES DE OPERACIÓN

Fluido		Relleno hidráulico
Flujo de Diseño, Q_d	m^3/h	252.74
Temperatura	ºC	12.00
Densidad del sólido (ρs)	t/m³	3.30
Densidad del líquido, (ρl)	t/m³	1.00
Concentración de Sólidos en peso (Cw)	%	55.00
D50	mm	0.069
Densidad de la pulpa (ρm)	t/m³	1.62
Viscosidad plástica (v)	Pa.s	1.82E-02
Concentración de Solidos en Volumen (Cv)	%	27.03
Esfuerzo cortante de fluencia	Pa	0.637

CONDICIONES DE INSTALACIÓN

Nivel mínimo de la Toma de agua	msnm	4174.74
Nivel de eje de succión de bomba	msnm	4173.74
Nivel más elevado de tubería de descarga	msnm	4234.70
Altura Estática Succión	mcp	1.00
Altura Estática Descarga	mcp	60.96
Presión requerida descarga	mcp	50.00
Presión Atmosférica	mcf	6.30
Presión de Vapor Absoluta (12°C)	mcf	0.20

CONDICIONES DE TUBERÍA

Conexión		**Succión**	**Descarga**	**Descarga**	**Descarga**
Material de la Tubería		**CS**	**CS**	**HDPE**	**HDPE**
Cédula de la Tubería (Sch/SDR)		**SCH 80**	**SCH 80**	**SDR7.3**	**SDR13.5**
Longitud de tubería	m	**10**	**430**	**754**	**1291**
Max Presion operacional permitida	psi	**650**	**650**	**317**	**250**
Diámetro Nominal, *D*	in	**8.0**	**8.0**	**8.0**	**8.0**
Diámetro Exterior, *d*	mm	219.1	219.1	219.1	219.1
Espesor de Pared, t	mm	12.70	12.70	30.0	16.2
Diámetro Interior, *d*	mm	193.70	193.70	159.10	186.70
Coeficiente Mac Elvain FL	-	0.87	0.87	0.87	0.87
Velocidad, *v*	m/s	2.38	2.38	3.53	2.56
Velocidad sedimentación, *vs*	m/s	1.87	1.87	1.78	1.85
Factor de Deposición, *v/vs > 1.1*	-	*1.27*	1.27	*1.98*	*1.38*

CÁLCULO DE BINGHAM

Número de Reynolds Re	-	4.10E+04	4.10E+04	5.00E+04	4.26E+04
Presión de arranque, Pst	Pa	32688.59	-	-	-
Número de Hedstrom, He	-	1.16E+05	1.16E+05	7.86E+04	1.08E+05
Viscosidad aparente , napp	Pa.s	0.0247	0.0247	0.0218	0.0240
Número de Reynolds aparente $Reap$	-	3.03E+04	3.03E+04	4.17E+04	3.23E+04

CÁLCULO DEL FACTOR DE DARCY

constante a	-	-1.48	-1.48	-1.49	-1.48
constante m	-	3.02	3.02	2.66	2.94
constante Ft	-	4.55E-03	4.55E-03	4.13E-03	4.47E-03
constante FL	-	8.67E-04	8.67E-04	5.04E-04	7.72E-04
f_N	-	0.0046	0.0046	0.0041	0.0045
Factor de darcy	-	0.018	0.018	0.017	0.018

PÉRDIDAS PRIMARIAS

Factor de seguridad	-	1	1	1	1
Pérdidas primarias por fricción	mcp	0.27	11.71	49.87	41.53
	Pa	4331.81	186268.00	793287.43	660712.61
ΔP/L	KPa/m	0.43	0.43	1.05	0.51
ΔP/L	psi/m	0.063	0.063	0.153	0.074
Pérdidas / m		0.087982846	0.02868345	0.068800207	0.032991683

PÉRDIDAS SECUNDARIAS

Coeficiente de pérdidas	k	QTY	QTY	QTY	QTY
Entrada a la tubería	0.78	1	0	0	0
Reducciones	0.35	0	0	0	0
Unión	0.3	0	0	0	0
Válvula bola	0.11	0	0	0	0
Codo de 90°	0.9	1	1	1	1
Codo de 45°	0.42	1	3	3	3
Salida	1	0	0	1	1
Pérdidas por accesorios	mcp	0.61	0.62	2.01	1.06
	Pa	9.66	9.94	31.95	16.85

PÉRDIDAS TOTALES

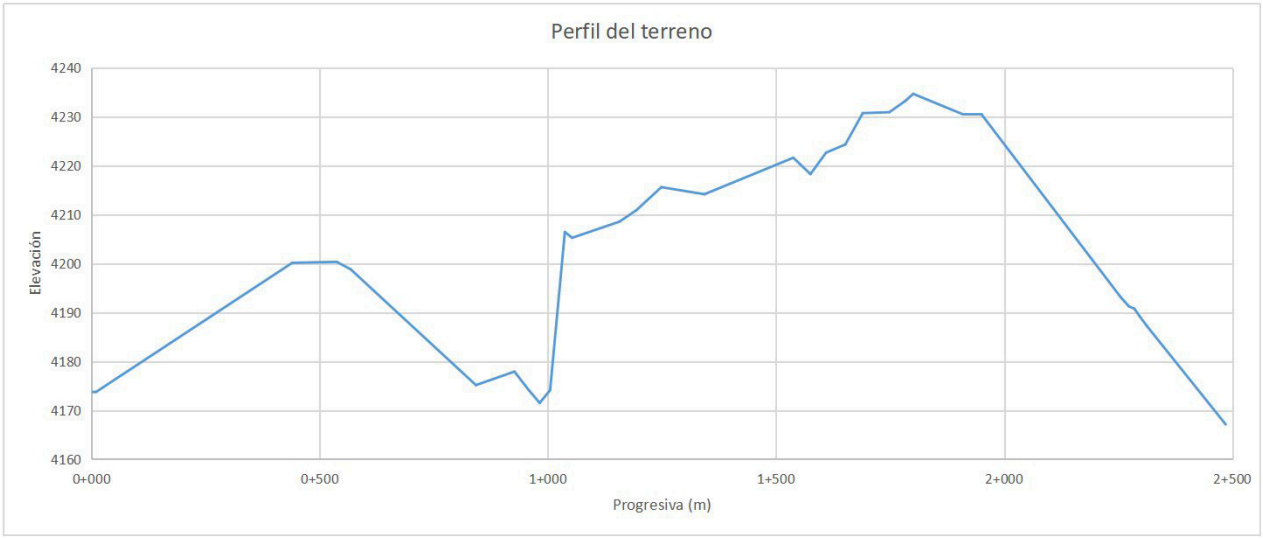
Pérdida total en la succión	mcp	0.88
Pérdida total en la descarga	m.c.p	106.80

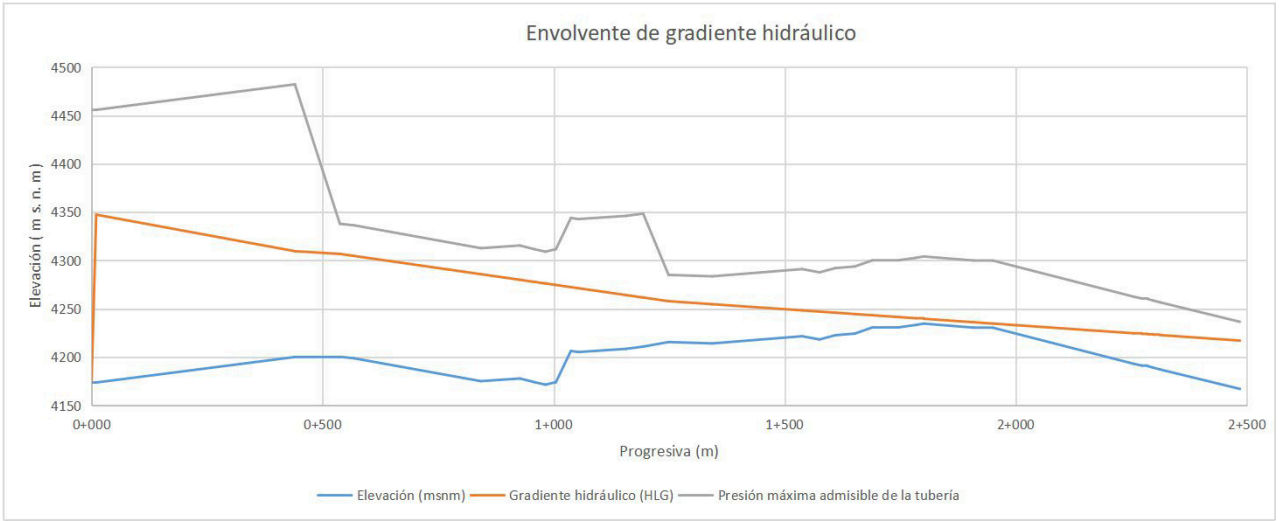
CÁLCULO DEL ADT DEL SISTEMA

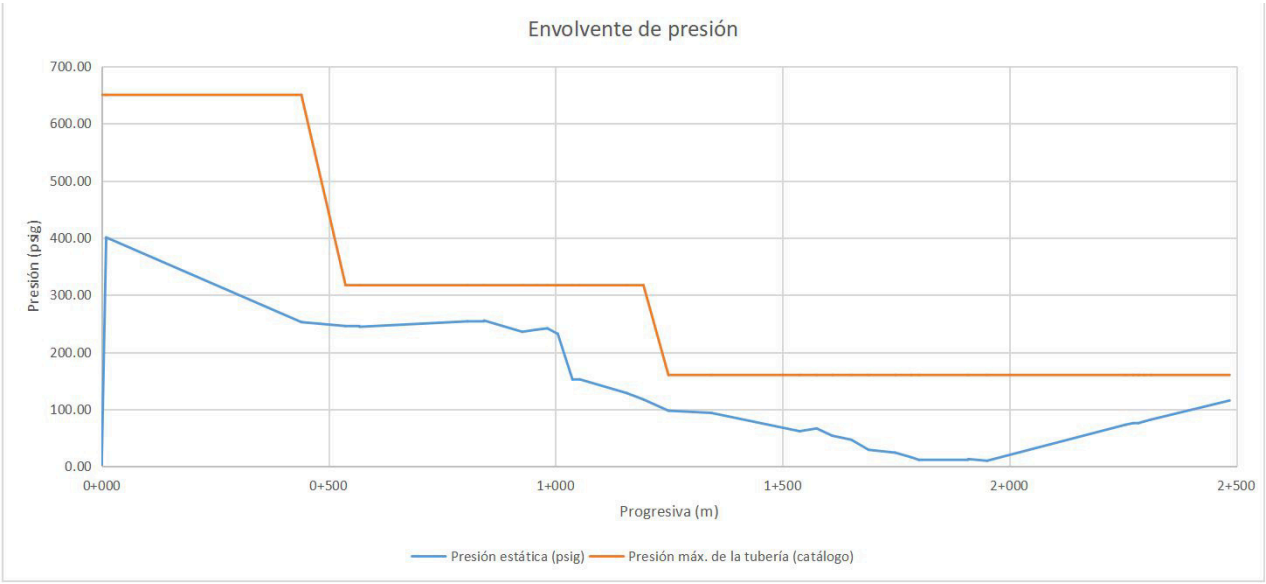
Altura estática	mcp	59.96
ADT	mcp	217.64
Factor HR	-	0.88
ADT Corr.	mca	247.32
NPSHd		4.489

POTENCIA DE LA BOMBA

Cantidad de bombas		4
Eficiencia de la bomba (ηb)	-	69%
Potencia teórica de la bomba	Kw	60.77
Potencia de la Bomba (P)	kW	88.07
Eficiencia del motor		95%
Factor de seguridad	-	1
Potencia estimada del motor	kW	92.70
Potencia estimada del motor	HP	124.22
Potencia nominal del motor	HP	150






Envolvente de presión
700.00
600.00
500.00
400.00
300.00
200.00
100.00
0.00
Presión (psig)
0+000
0+500
1+000
1+500
2+000
2+500
Progresiva (m)
Presión estática (psig)
Presión máx. de la tubería (catálogo)