UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSTGRADO

La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática

TESIS

para optar el grado académico de Magíster en Educación con Mención en Docencia en el Nivel Superior

AUTOR

Vladimir David Guerra Alvarado

Lima-Perú

2009

SUMARIO

SUMARIO

INTRODUCCIÓN

La Resolución de Problemas es consustancial a la propia existencia del hombre como ser social. Una vez que el *homo sapiens* se erige sobre el resto del reino animal. La propia vida le impone encontrar soluciones a los diferentes problemas ante sus ojos, tanto los cambios que objetivamente se producían en su entorno (escasez de alimentos, condiciones climáticos adversas, etc.) como por la propia visión que iba teniendo de la realidad que lo rodeaba, planteábanle a diario situaciones para las que no poseía respuesta inmediata, o contradecían las creencias establecidas o era incapaz de resolverlas con los instrumentos (materiales o teóricos) con que enfrentarlas. Así, a lo largo de su milenaria existencia sobre el planeta Tierra, la historia del hombre ha discurrido a través de la resolución de problemas cada vez más complejos en un número cada vez mayor de ámbitos de su propia vida y del medio que lo rodea.

Sin embargo no fue hasta bastante tiempo después que el hombre se plantea la Resolución de Problemas como objeto de estudio en sí mismo, tanto en los planos filosófico, psicológico y pedagógico.

En esta tesis sólo se abordará una arista de la cuestión: El Método Heurístico basado en la resolución de problemas de George Polya, vista a la luz del interés que puede tener un primer acercamiento para el docente de aula, para el profesor de matemática. Difícilmente pudiera ser separado lo pedagógico de lo epistemológico y lo psicológico, por ello, se traerán sucintamente los principales hitos y propuestos que son imprescindibles para una actualización somera de esta temática.

Es adecuado y justo asumir, que la historia del Método Heurístico, basado en la Resolución de Problemas Matemáticos puede dividirse en dos grander momentos: antes y después de la salida del conocido libro *How to solve it* del destacado matemático Polaco húngaro George Polya. Así la abordaremos en este trabajo.

Desde la antigüedad hasta 1945

Han tenido que pasar miles de años para que el hombre asumiera la Resolución de Problemas como método u objeto de estudio en el terreno de la enseñanza.

A falta de referencias anteriores pudiera considerarse al sabio griego Sócrates como el precursor por antonomasia del llamado hoy *Problem Solving* por unos o Enseñanza Problémica por otros.

Conocido es que la propia existencia de este sabio ha sido cuestionada, pero las referencias que hasta nosotros han llegado de Demócrito y algunos discípulos de Sócrates, fundamentalmente de esa fuente inestimable que son los Diálogos de platón, tanto en los famosos juicios como en el Menón, se evidencia que este Maestro de discurso controvertido y muy personal , era un convencido de que la discusión problemática con su interlocutor, el planeamiento creciente y lógico de situaciones que provocan un esfuerzo intenso en la búsqueda de argumentaciones, provocaría un aprendizaje significativo aunque ese término no estuviera acuñado en tan temprana época en sus discípulos.

Aunque entre los más destacados matemáticos y pensadores griegos posteriores a Sócrates: Platón, Euclides, Pappus, entre otros, tuvieron presentes las ideas de la Heurística, no se avanzó mucho en este terreno durante los siguientes 2000 años. Donde incluso se llegó a los extremos de una enseñanza regida por los cánones eclesiásticos que propendía un aprendizaje repetitivo y memorístico, por demás enciclopédico.

El próximo hito lo marca indudablemente el matemático y filósofo francés René Descartes (1596 - 1650) quien pudiera ser considerado - como dijera Bertrand Russell – “como el fundador de la filosofía moderna” o como simplemente dijera Polya: *was one the very great* considerando el aporte fundamental que significó la concepción de la Geometría Analítica a partir de la introducción de los sistemas coordenados. Pero no sólo por ser un filósofo de amplio espectro ni por su trascendental aportación a la Geometría y en consecuencia al Álgebra y al Análisis Matemático es que debe ser recordado Descartes. Especial trascendencia tuvieron sus *Regulae ad Directionem Ingenií*, obra inconclusa que pretendió escribir en tres tomos, incluso de mayor importancia que su publicado *Discours de la Méthode*.

Las Reglas fueron publicadas con posterioridad (Descartes, 1592). En ellas como dijera Schoenfeld (1987), el gran pensador francés explica a los mortales corrientes como ellos podrían pensar como él y cómo siguiendo su método, podrían resolver problemas como él lo hizo. Por su parte Polya (1965) considera que las siguientes palabras de Descartes describen el origen de las Reglas:

"Cuando, en mi juventud, oí hablar de invenciones ingeniosas, trataba de saber si no podía inventarlas yo mismo, sin incluso leer al autor, así advertí que me conformaba a ciertas reglas"

En su propósito de "matematizar" la cultura humana. Descartes se planteaba un plan sencillo:

Fase I: Reducir la resolución de un problema algebraico cualquiera a la resolución de una ecuación algebraica.

Fase II: Reducir la resolución de un problema matemático cualquiera, a la resolución de un problema algebraico y una vez aquí estaríamos en la Fase I.

Fase III: Reducir un problema cualquiera (no matemático) y mediante su "matematización" reducir su resolución a la de un problema matemático y una vez aquí estaríamos en la Fase II.

Análogamente a Descartes, el filósofo y matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646 - 1716) también propuso la Matematización del mundo, proyectó escribir un *Arte* de la *invención*, pero no lo llevó a vías de hecho, sin embargo como refiere Polya (1965) numerosos fragmentos esparcidos de su obra muestran interesantes ideas sobre dicho tema.

Aunque no explicitara en igual medida que Descartes un conjunto de métodos o reglas para resolver problemas para los cuales no se conoce la vía de solución, sin lugar a dudas un papel de sin igual importancia le concedemos en esta breve historia a Leonhard Euler (1707-1783), matemático suizo considerado el más prolífico de todos los matemáticos y al cual Polya (1966) dedicó merecido reconocimiento. Quizás el principal aporte en vida de Euler desde el punto de vista pedagógico en la educación heurística de sus discípulos, quede descrita con el siguiente comentario de Condorcet (matemático contemporáneo de Euler) citado por Polya:

"Euler prefería instruir a sus alumnos con la pequeña satisfacción de sorprenderlos. El pensaba no haber hecho bastante por la ciencia si no hubiese añadido a los descubrimientos con que la enriqueció la íntegra exposición de las ideas que le llevaron a esos descubrimientos".

Ya a principios del siglo XIX surgió otro gigante de las matemáticas, cuya obra estuvo velada durante casi 100 años a la comunidad científica y que también incursionó en explicar cómo atacar aquellos problemas para los cuales no se poseía un procedimientos de resolución: Bernardo Bolzano (1781 - 1848), matemático y logicista checo que en su libro *Wissenschaftslehre* dirigido a la lógica, dedicó una extensa parte a la heurística. Modestamente relata:

“No pretendo en lo absoluto presentar aquí ningún procedimiento de investigación que no sea conocido desde hace tiempo de los hombres de talento, no creo que encuentren aquí nada nuevo en la materia. Pero voy a esmerarme en asentar, en términos claros, las reglas y los caminos de la investigación seguidos por todo hombre capaz, aunque en la mayoría de los casos lo sigue sin tener plena conciencias de ellos. Si bien ignoro si he tenido o no pleno éxito en esta empresa, guardo al menos la ilusión que mi modesta contribución sea del gusto de algunos y, tenga aplicaciones más tarde”.

Aún cuando fuese cierto que él no aportara ningún procedimiento o regla heurística, el proponerse hacer una recopilación y divulgar esos modos de actuación de los “hombres de talento” tiene un valor educacional excepcional, por cuanto de todos es conocido que muchos científicos e investigadores destacados basan su actividad en recursos obtenidos de una larga experiencia o a veces instrumentados magistralmente por ellos mismos, pero que pocas veces son explicitados, saliendo a la luz sólo la exposición formal y rigurosa del resultado obtenido.

Ya en la primera mitad del siglo pasado debe destacarse la obra de Henry Poincaré (1854 - 1912) *Mathematicak Creation* (1913) (aparecida en francés en 1908).

Debe añadirse el trabajo del psicólogo Graham Wallas, *The Art of Thought* (1926), en el cual se describen cuatro fases en la resolución de problemas, a saber, de Saturación, Incubación, Inspiración y Verificación, (Problemas y Teoremas en análisis I, 1925) donde se exponen algunas ideas sobre heurística.

A pesar de esta historia con exponentes de la talla de los descritos, el terreno educacional permaneció en general ajeno a esas consideraciones y no se propiciaron programas de enseñanza que incluyera el uso del método heurístico, basado en la resolución de problemas.

De 1945 hasta la fecha

Este fue el año en que salieron a la luz libros de dos matemáticos destacados de la época: el *An essay on the psychology of invention in the mathematical field* de Jacques Hadamard (1865 – 1963) y el *How to solve it* de George Polya, siendo este último de mayor trascendencia y divulgación, sobre todo en décadas posteriores.

Esta obra marcó un hito trascendental en la recopilación y divulgación de toda la obra anterior de muchos matemáticos y en particular de la obra de Polya como matemático y profesor, en la resolución de problemas.

Posteriormente Polya sigue trabajando sobre las ideas planteadas como Szego en 1925 y más detalladas en el *How to solve it,* y aparecieron en *Mathematical and Plausible Reasoning* (1954) y *Mathematical Discovery* (1962 – 1965) donde se concretan toda una serie de ideas sobre la importancia y posibilidad real de poner en práctica una verdadera reseña heurística.

En la literatura se refieren diferentes investigaciones y experiencias dedicadas a la Resolución de Problemas y en general a la necesidad de enseñar a pensar, que abordan esta problemática desde los enfoques de las operaciones cognitivas (*Feuerstein, Klausmeier, etc*.); de orientación heurística (*Rubistein, Schoenfeld, De Bono, etc.*); del pensamiento formal, del pensamiento por medio del lenguaje y la manipulación de símbolos y del llamado a pensar sobre el pensamiento (1987).

Sin embargo no es hasta la década de los ’80 que se toman en cuenta, en los EEUU, para su instrumentación en el contexto áulico las ideas de Polya, sobre todo lo concerniente a las etapas en el proceso de resolución de problemas. Es generalmente aceptado como punto inicial de este período de concepción de los programas tomando en cuenta la resolución de problemas, el año 1977 a partir de que la *National Council of Supervisors of Mathematics* de los EEUU *declara que* **aprender a resolver problemas es la razón principal del estudio de las matemáticas. ¡Triunfo del método Heurístico!**

En 1980 se planteo que la resolución de problemas debía ser el centro de la atención de las matemáticas escolares, y realmente comienza a tomarse en cuenta por investigadores en Educación Matemática y los profesores la necesidad de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas, se estudia la obra de Polya y comienzan investigaciones desde diferentes ópticas de las ciencias psicopedagógicas.

Para concluir la presentación, debo manifestar que el presente trabajo ha llegado a culminación con el valioso asesoramiento del Dr. Elías Jesús Mejía Mejía, para él mi más vivo agradecimiento.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1.1. CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA

La naturaleza propia de la matemática como quehacer científico, conlleva ciertas particularidades para su enseñanza que deben tenerse presentes, cualquiera que sea el nivel que dicha enseñanza debe ser impartida.

Ella exige necesariamente, de parte del docente un buen nivel de conocimiento y manejo didáctico y, al mismo tiempo un buen nivel de conocimiento matemático, lo suficientemente profundo y actualizado como para permitirle alcanzar los objetivos específicos de la asignatura.[1]

La enseñanza de la matemática encierra así, en particular para el docente, ciertos requisitos específicos de enfoque y realización metodológicas, que si no son adecuadamente abordadas pueden dificultar notoriamente – y aún impedir – el logro de las metas programadas.

Al respecto es preciso tener en cuenta, que la didáctica de la matemática exige – para la enseñanza de la matemática – la actividad del estudiante, es decir su participación plena, su protagonismo en el proceso educativo del cual es parte

[1] Marshall, S.: Tendencias actuales en la educación científica. Trognel. Buenos Aires, 1981- Pp. 130-131

fundamental.[2] Sin embargo, conseguir aquella actividad deseada, depende de estrategias (combinación de métodos y procedimientos didácticos) empleados en la enseñanza de la matemática tomando como base los momentos del Método Heurístico.

1.2. MARCO SITUACIONAL

Es innegable la importancia y trascendencia que adquieren las estrategias (métodos y procedimientos didácticos) utilizados por el profesor para una buena enseñanza de la matemática, sea cualquiera el nivel que se imparte la asignatura.

No obstante ello, es posible afirmar que muchos docentes tienen problemas para diseñar sus estrategias didácticas de aprendizaje, combinando conveniente métodos y procedimientos, para encarar eficazmente su labor. La enseñanza de la matemática se torna, entonces, puramente expositiva y verbalista. Deviene en el enunciado de propiedades, desarrollo de ejercicios de parte del profesor, deviene en una enseñanza de “pizarra y tiza” que relega al estudiante a un papel secundario en el proceso, haciendo de él un indiferente receptor pasivo. Puede afirmarse que en términos generales, en nuestro medio el profesor de matemática, no pone el

[2] UNESCO: Nuevas tendencias en la enseñanza de la ciencias. París
Pág. 128 - 129

énfasis necesario, en la utilización de estrategias (métodos y procedimientos) apropiados para la enseñanza de la asignatura.

Por todo ello se hace necesario diseñar estrategias que convienen, métodos y procedimientos metodológicos alternativos, que puedan estar al alcance del profesor, de modo que puedan ser utilizados con efectividad, para realizar en alguna medida la mejora de la realidad actual de la enseñanza de la mejora matemática en todos sus niveles.

1.3. DELIMITACIÓN Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Los **alumnos** que acceden de secundaria a la educación superior, presentan en el primer ciclo (estudios generales), dificultades que se pueden sintetizar en los siguientes aspectos:

- Debe conocer y manejar la matemática con grandes niveles de abstracción y realizar demostraciones para el que no ha recibido preparación previa.
- No ha resuelto problemas en forma opcional, es decir justificando cada una de las afirmaciones que se hacen en el proceso.
- No ha manejado los 4 momentos que plantea Polya, para resolver un ejercicio o un problema, sino que ha usado el automatismo.

- Una deficiencia en el conocimiento de conceptos básicos de la matemática.
- Muestra de aprendizaje mecanicista, pues tiende a operar directamente sobre los datos.
- Dificultad para interpretar el enunciado de un problema, para extraer los datos y la incógnita o incógnitas.
- Inseguridad en su desenvolvimiento para operar en matemática, que afecte significativamente su aprendizaje y su autoestima.

Lo antes expuesto lleva con frecuencia, a un desprestigio y rechazo de la matemática por parte de los estudiantes, deviniendo así en un factor causante de los bajos niveles de aprendizaje en los alumnos.

El uso del método Heurístico basado en la Resolución de Problemas en donde se combinan los métodos Socráticos e individual y los procedimientos inductivos y deductivo puede ser útil para el mejoramiento de la enseñanza de la matemática, diseñando una estrategia que proporciona una enseñanza sistemática o metódica mediante la resolución de problemas.

Este método motiva al estudiante a enfrentar ejercicios y problemas matemáticos que lo entrenen en el razonamiento y demostración, en la resolución de problemas y en el manejo de la comunicación matemática que debe ser clara precisa y sencilla, para el logro de aprendizajes significativos.

Esta metodología esta enmarcada en el aprendizaje activo y centrado en el alumno, se convierte en un medio poderoso de construir el conocimiento matemático; el uso de estrategias y demostraciones creativas para hallar soluciones, rechazando el dogmatismo, desarrollar y potenciar competencias y habilidades; promueve el autoaprendizaje, el trabajo cooperativo, así como expresar mediante argumentos matemáticos el grado de comprensión de los nuevos conocimientos.

El método Heurístico basado en la Resolución de Problemas necesita el desarrollo de actitudes personales para crear en los estudiantes confianza en sus posibilidades de hacer matemática, seguridad y satisfacción al resolver problemas (evaluación intrínseca), honestidad y transparencia para lograr los resultados; rigurosidad al plantear argumentos; autodisciplina en el trabajo; respecto por las opiniones de los demás y tolerancia a la crítica de sus condiscípulos.

1.4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Por todo lo expuesto, nos planteamos las siguientes preguntas para resolver en la investigación.

1.4.1. Problema Principal:

¿Existen diferencias significativas en el rendimiento académico del grado de estudiantes que trabajan con el Método Heurístico de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas, con respecto al grupo de estudiantes al cual no se aplica dicha estrategia?

1.4.2. Sub problemas:

Sub Problema 1

¿La utilización de métodos tradicionales para enseñanza de la matemática, determinada bajos niveles de aprendizaje?

Sub Problema 2

¿Se ha detectado factores de carácter pedagógico didáctico que condicionan el nivel del rendimiento de los estudiantes?

Sub Problema 3

¿En qué medida la enseñanza de la matemática usando el Método Heurístico, mejora el rendimiento académico de los estudiantes.

1.5. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

1.5.1. Objetivos Generales

Determinar y analizar si existen diferencias significativas en el rendimiento académico del grupo de estudiantes que trabajan con la estrategia didáctica de la enseñanza de la matemática, basada en la resolución de problemas, con respecto al grupo de estudiantes al que no se aplica dicha estrategia.

1.5.2. Objetivos Específicos

a) Determinar y comparar el nivel y dificultades del rendimiento académico de matemática de los estudiantes.

b) Identificar y explicar los factores de carácter didáctico, condicionante del rendimiento académico en matemática, detectado al concluir la investigación.

c) Comprobar si la enseñanza de la matemática basado en el método heurístico basado en la Resolución de problemas; mejora el rendimiento académico en los estudiantes de matemática.

1.6. JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

Es importante tener en cuenta que para la enseñanza de la matemática es fundamental que el profesor además de poner un adecuado bagaje de conocimientos en la especialidad, muestre un manejo eficaz de los métodos de enseñanza.

En ese sentido una investigación acerca de dichos métodos es siempre pertinente y necesaria, porque se trata de buscar y proponer alternativas de enseñanza, al alcance del docente y que pueden ser usados para mejorar en alguna medida el proceso educativo.

Es así como esta investigación quiere averiguar con algún grado de certeza si la utilización organizada del Método Heurístico, puede ser una alternativa viable y eficaz en la labor docente. Se intenta además, determinar si con el método antes mencionado se puede lograr algún mejoramiento en la calidad de la enseñanza de la matemática en nuestro medio. De ocurrir ello podrá también investigarse la posibilidad de usarla en forma más amplia y sostenida, podrán entonces, ser útiles para enfrentar problemas educacionales frecuentes en nuestra realidad, como el bajo rendimiento, la falta de interés e incentivar al docente a supervisar sus deficiencias, entre otros.

Por otra parte, si se tiene en cuenta que el nivel de aprendizaje alcanzado por lo estudiantes está vinculado – entre otros factores – con los métodos de enseñanza, se hace fundamental el mejoramiento de dichos métodos, precisamente una manera de hacerlo es investigar la validez y eficacia de si el Método Heurístico basada en la Resolución de Problemas, es capaz de lograr en alguna medida la elevación de los niveles de aprendizaje y, por consiguiente, el nivel académico en los estudiantes.

1.7. LAS HIPÓTESIS

1.7.1 HIPOTESIS GENERAL

Existen diferentes significativas en el nivel de rendimiento académico del grupo de estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista que trabajó con el Método Heurístico de la Matemática, basada en la resolución de problemas, con respecto al grupo al cual no se aplicó dicha Metodología.

1.7.2 SUB HIPOTESIS

Sub hipótesis1

El empleo de métodos tradicionales para la enseñanza de las Matemáticas da lugar a bajos niveles de aprendizaje, evidenciados por el bajo nivel de aprobación y de puntuación logrado por los estudiantes.

Sub hipótesis 2

Existen diferencias entra las notas de las pruebas de Pre y Post prueba en ambos grupos

Sub hipótesis 3

El empleo de la estrategia basada en la resolución de problemas para la enseñanza de las Matemáticas determina en los estudiantes mayor rapidez y destreza en el manejo racional de las fórmulas y propiedades, de manera que el nivel de aprobación del grupo se eleva significativamente más que cuando se emplea la enseñanza tradicional.

Sub hipótesis 4

El empleo de la estrategia basada en la resolución de problemas permite a los estudiantes un aprendizaje cualitativamente superior del manejo de fórmulas y propiedades, evidenciado por los rangos más elevados de calificación aprobatoria en comparación con los obtenidos cuando se emplea la enseñanza tradicional.

1.8. VARIABLES E INDICADORES

1.8.1 VARIABLE INDEPENDIENTE

Enseñanza de la Matemática usando el Método Heurístico basada en la resolución de problemas.

El método va a estimar el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes en los contenidos matemáticos. Este método va a permitir en los estudiantes un mayor dominio temático, una mayor rapidez y destreza en el manejo de propiedades y un aprendizaje cualitativamente superior en comparación con los logros obtenidos mediante la enseñanza tradicional.

1.8.2 VARIABLE DEPENDIENTE

El rendimiento académico de matemática.

Se determina dicho nivel de rendimiento mediante la aplicación de un test de salida (véase anexo 4).

1.8.3 VARIABLES INTERVINIENTES CONTROLADAS

* Tamaño de la muestra
* Edad y sexo de los estudiantes
* Lugar de residencia
* Colegio de procedencia
* Actividad laboral
* El tipo de institución educativa
* El nivel socio económico
* El acceso y disponibilidad de fuentes de información (Véase los anexos correspondientes).

1.9. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación se orienta a averiguar si el Método Heurístico, basado en la Resolución de Problemas, puede ser útil como una estrategia alternativa para la enseñanza de matemática. Sin embargo como sucede con toda investigación – en mayor o menor medida - nuestro trabajo ha tenido sus limitaciones que, si bien es cierto no son tan manifiestas como para alterar los resultados de la investigación, es necesario tenerlas en cuenta.

Una de las primeras limitaciones que ha tenido que enfrentar el presente trabajo, es el referido a la escasa disponibilidad de fuentes bibliográficas. No se ha podido tener a la mano, toda la información que hubiera sido menester.

Otra de las limitaciones se refiere a la población muestral. Esto es en sentido que el número de alumnos que conformaron los grupos de trabajos (experimental y de control) fue relativamente bajo, llegando a tener sólo 24 estudiantes. Por esa razón los 2 grupos de trabajo tuvieron que ser necesariamente pequeños.

Lograr vencer la apatía y la carencia de conocimientos previos que los estudiantes traen en la educación Secundaria para que trabajen activamente en el tratamiento de temas de Geometría del Espacio, Trigonometría y del Álgebra.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

La resolución de problemas en el currículo de matemáticas

Si existe un área del currículo en la que no parece necesario realizar ninguna justificación acerca de la importancia que tiene la solución de problemas, ésta es sin duda el área de Matemáticas. Durante mucho tiempo, cuando un estudiante afirmaba que estaba "solucionando un problema", se entendía que estaba trabajando en una tarea relacionada con las Matemáticas. Esta relación entre Matemáticas y solución de problemas parece estar implícita tanto en las creencias populares como en determinadas teorías filosóficas, psicológicas y en determinados modelos pedagógicos. No obstante, es especialmente evidente a partir dé los años cincuenta, con George Polya y los cuatro momentos para resolver un problema.

- Entender
- Plantear
- Resolver
- Comprobar

Desde esta fecha, el objetivo fundamental de la enseñanza de las Matemáticas en la mayoría de los currículos occidentales parece ser que el alumno se convierta en "un resolutor competente de problemas" (véase, para una revisión, SCHOENFELD 1985, 1992). Pero, como iremos viendo, el significado de este objetivo varía en función de la persona que la emita y del contexto en que se aplique.

Tradicionalmente, frente a otros campos del saber, las Matemáticas y la solución de problemas matemáticos han implicado el concurso de determinadas capacidades intelectuales. Un alumno podía aprobar la historia simplemente "estudiando" (es decir "memorizando de forma mecánica") pero para aprobar las Matemáticas también era necesario "comprenderlas" y para comprenderlas se "tenía que valer" o se tenía que ser "inteligente". Esta concepción popular se refleja en la ciencia y en la filosofía en la medida en que se han equiparado en numerosas ocasiones "las reglas del buen pensar" con los procedimientos algorítmicos y heurísticos utilizados en la resolución de tareas matemáticas.

Dicho de otra forma, una persona que tiene éxito en el campo de las Matemáticas es una persona que sabe razonar y pensar de una manera adecuada. Y, a la inversa, una persona que sabe razonar aprenderá fácilmente el conocimiento matemático. En consecuencia, enseñar los procedimientos matemáticos puede contribuir a desarrollar y ejercitar la capacidad general de razonamiento de los estudiantes.

Esta teoría acerca de la naturaleza del conocimiento matemático tiene su origen en la concepción formalista e idealista de Platón (La República o El Platón), según la cual el estudio de la aritmética tiene un efecto positivo sobre los individuos en la medida en que les obliga a razonar sobre situaciones abstractas. Para DOSSEY en “La naturaleza de la Matemática: su influencia y sus roles” (1992), esta idea de las Matemáticas como un conocimiento abstracto que refleja las capacidades de razonamiento está presente en la actualidad en la mente de muchos profesores y determina en parte la manera en que se enseña esta asignatura. De hecho, la labor formativa de las matemáticas es reconocida en los currículos de Educación en nuestro país. Así, por ejemplo, en Educación se afirma que “…la actividad matemática no sólo contribuye a la formación de los alumnos en el ámbito del pensamiento lógico-matemático, sino en otros aspectos muy diversos de la actividad intelectual, como la creatividad, la intuición, la capacidad de análisis y de crítica; etc.” Expresado con otras palabras, la enseñanza de las Matemáticas se justifica en parte por el hecho de que supone un entrenamiento de estrategias de razonamiento y pensamiento que supuestamente se podrían generalizar a otras áreas del currículo y a la vida cotidiana.

Está afirmación supone creer que existen unos procedimientos generales de razonamiento o de solución de problemas que pueden ser enseñados de manera más o menos abstracta y que pueden ser aplicados en cualquier campo del conocimiento. Pero, al mismo tiempo, proporciona una visión «estructuralista» de las Matemáticas, ya que sería necesario aprender y enseñar la estructura de esta disciplina debido a que sus aspectos formales conforman una estructura del pensamiento (GARCÍA ARMENDÁRIZ, AZCÁRATE y DEULOFEU, 1993, para un análisis de ésta y otras visiones de las Matemáticas y de sus consecuencias en los métodos de enseñanza).

Aquellas personas que han defendido de forma extrema que el objetivo de las Matemáticas es fundamentalmente la enseñanza de estrategias de pensamiento y que, por tanto, han dejado de lado otros posibles objetivos, han reducido el término “problema matemático” a tareas para las que no existe un procedimiento preestablecido que pueda aportar una solución.

Es decir, aquellas tareas que implican la utilización de algoritmos conocidos o para las que existen fórmulas, constituirían verdaderos problemas. Los problemas tanto para el profesor como para el alumno serían sólo determinadas paradojas matemáticas; determinados problemas no cuantitativos, etc., que exigirían pensar matemáticamente. Una consecuencia obvia de este planteamiento llevado a su extremo es que prácticamente no se pueden utilizar verdaderos problemas hasta que el alumno tenga un conocimiento profundo de determinados conceptos matemáticos y, por tanto hasta que la enseñanza esté avanzada.

Frente a esta concepción idealista que justifica la utilización y la investigación en solución de problemas matemáticos en función de sus valores formativos para el desarrollo de estrategias de pensamiento y razonamiento, la gran importancia concedida a la solución de problemas 'tendría una segunda justificación en argumentos más prácticos. Las Matemáticas son el idioma de las ciencias y de la tecnología. En este sentido, aprender a resolver problemas matemáticos y analizar cómo los expertos y no expertos resuelven este tipo de tareas puede contribuir, a un aumento del conocimiento científico y tecnológico .de manera general. Al mismo tiempo, las Matemáticas constituyen un poderoso auxiliar para la resolución de problemas de carácter científico.
De la misma manera, la complejidad del mundo actual hace que este tipo de conocimiento sea una herramienta muy útil para analizar ciertas tareas más o menos cotidianas como, por ejemplo, pedir un préstamo, analizar los resultados electorales, o tomar decisiones en el ámbito del consumo cotidiano.

Según DOSSEY (1992), esta concepción más utilitaria de las Matemáticas tiene su origen en el pensamiento de otro filósofo griego, Aristóteles, y podemos también observarla en el quehacer cotidiano de muchos profesores en sus aulas. De hecho, consideraciones de tipo práctico han llevado a cambios importantes en el currículo de las Matemáticas. Por ejemplo, como es bien conocido, el lanzamiento del primer Sputnik soviético al espacio, con su consiguiente demostración del poder tecnológico de la antigua URSS frente al de EE UU, llevó a que este país se planteara una reforma en su educación básica matemática.

De la misma manera que en la visión anterior, esta concepción de las Matemáticas tiene también consecuencias diferentes en la utilización de los problemas matemáticos; aquí, la preocupación estriba más en que el alumno adquiera determinadas técnicas y estrategias susceptibles de ser aplicadas en distintos campos que en la comprensión estructural de los aspectos formales. Tanto este carácter aplicado de los procedimientos matemáticos como el aspecto formativo son recogidos en los currículos de Educación Primaria y Secundaria de nuestro país. Así, por ejemplo, se citan tres capacidades educativas en la enseñanza de las Matemáticas en la Educación.

- Razonamiento y demostración
- Resolución de problemas, e
- Interpretación de gráficos y expresiones simbólicas.

De los múltiples significados de resolver un problema en Matemática

Podríamos decir que el interés por la solución de problemas en Matemáticas se ha debido, por un lado, a la idea de que el razonamiento en esta materia refleja y promueve el razonamiento en otros campos del conocimiento y, por otro lado, a que una mayor profundización en los conocimientos y procedimientos matemáticos ayudaría a que avanzasen otras ramas científicas y tecnológicas e, incluso, a resolver más efectivamente las tareas cotidianas. Como consecuencia, tendríamos dos visiones difíciles y que, al mismo tiempo, pueden ser complementarias de los objetivos de la enseñanza de las Matemáticas y de los problemas matemáticos.

No obstante, ambas visiones se caracterizan por presentar a las Matemáticas como un área de carácter formal con procedimientos de tipo general y que pueden, por tanto, aplicarse a distintos contenidos. Este carácter de las Matemáticas ha contribuido, por un lado, a que los procedimientos de solución de tareas matemáticas hayan sido considerados como métodos paradigmáticos de la solución de problemas en general. Así por ejemplo, el libro de POLYA (1945). "Como resolverlo", que tan gran influencia ha tenido en el estudio y en la enseñanza de la resolución de problemas, se basa en la observación de los procesos y procedimientos utilizados por matemáticos para enfrentarse a Matemáticas, ha contribuido también a que se diseñasen métodos de la enseñanza de la solución de problemas de índole fundamentalmente procedimental.

Independientemente de las distintas visiones que puedan tener los profesores de Matemáticas y los investigadores sobre las características de los conocimientos y procedimientos matemáticos, parece claro que estas concepciones no se corresponden en absoluto con las concepciones e ideas que tienen sus alumnos sobre los mismos fenómenos. Como recogen diversos trabajos realizados recientemente en EE.UU. (por ejemplo, LAMPERT, 1990; SCHOENFELD, 1985, 1988; véase para una revisión, SCHOENFELD, 1992) los estudiantes indican que las Matemáticas y la solución de problemas matemáticos constituyen un conocimiento descontextualizado cuyo aprendizaje carece de objetivos distintos del de obtener ciertas calificaciones escolares. El cuadro que viene a continuación recoge algunas de estas ideas a partir de la revisión realizada por SCHOENFELD, 1992. Presenta un cuadro de creencias típicas de los estudiantes sobre la naturaleza de las matemáticas:

- Los problemas matemáticos tienen una y sólo una respuesta correcta.

- Sólo existe una forma correcta de resolver un problema matemático y, normalmente, lo correcto es seguir la última regla que el profesor ha demostrado en clase.
- Los estudiantes “normales” no son capaces de comprender. las Matemáticas; sólo pueden aspirar a memorizarlas y a aplicar mecánicamente aquello que han aprendido sin entender.
- Los estudiantes que han comprendido las Matemáticas deben ser capaces de resolver cualquier problema en .cinco minutos o menos.
- Las Matemáticas que se enseñan, no tienen nada que ver con el mundo real.
- Las reglas formales de. las Matemáticas son irrelevantes para los procesos de descubrimiento y de invención.

Frente a la idea de que trabajar en Matemáticas implica poner en marcha ciertas capacidades de inferencia y razonamiento general y de que la instrucción en problemas matemáticos influye en nuestra capacidad de razonamiento y de solución de problemas, los estudiantes creen que sólo existe una forma correcta de solucionar cualquier problema matemático y que esta forma es la regla que el, profesor ha demostrado más recientemente en clase (LAMPERT, 1990). Es más, ni siquiera esperan llegar a comprender en algún momento los procesos matemáticos que deben utilizar.

Simplemente esperan poder memorizarlos y aplicarlos mecánicamente en el momento oportuno.

De la misma manera, frente a la idea de que el conocimiento matemático constituye una base importante del conocimiento científico y tecnológico, los estudiantes de Secundaria de EE.UU. manifiestan que las reglas formales de las Matemáticas son totalmente irrelevantes para los procesos de descubrimiento o invención (SCHOENFELD, 1992). Pero tampoco este conocimiento es útil para la vida cotidiana ya que, según estos estudiantes, las Matemáticas aprendidas, tienen poco o nada que ver con el mundo real (SCHOENFELD. 1985). Si añadimos que también afirman que los problemas matemáticos tienen una sola y exclusiva solución y que si un alumno sabe las suficientes matemáticas alcanzará esta solución en menos de cinco minutos, el panorama resulta bastante desolador.

Es posible que los estudiantes peruanos compartan muchas de estas concepciones con sus compañeros de EE.UU. De hecho, con hacer un poco de memoria, muchos de nosotros podemos, recordar las largas horas delante de un papel, intentando “solucionar” una determinada división por siete cifras, una raíz cuadrada no exacta o pasando x e y de un lado a otro de una ecuación, sin tener la más remota idea de cuáles eran las razones por las que hacíamos tan extrañas artimañas. Según SCHOENFELD (1992), estas ideas de los estudiantes están totalmente relacionadas con sus experiencias en el aula y reflejan más las ideas de sus profesores " sobre cómo se deben enseñar las Matemáticas" que las ideas sobre qué constituye esta disciplina.

Estas ideas de los profesores se reflejan en los distintos significados otorgados a la expresión «solución de problemas» que es utilizada para expresar actividades tan diversas como las incluidas en la realización de ejercicios más o menos repetitivos, en los procedimientos propios de «pensar matemáticamente», o las empleadas en tomas de decisiones en distintos contextos. Autores como SCHOENFELD (1983). STANIC y KILPATRICK (1988) o WEBSTER (1979) llegan a recoger hasta 14 significados diferentes para la utilización del término solución de problemas en Matemáticas. No obstante, WEBSTER en "Ideas y tendencias en la resolución de problemas" (1979 señala que estos distintos significados se pueden resumir fundamentalmente en dos aspectos:

1) Solucionar problemas es equivalente a cualquier actividad que requiere ser hecha en Matemáticas.
2) Es equivalente a plantearse e intentar resolver una cuestión difícil o sorprendente.

Tipos de problemas en la enseñanza de las Matemáticas

En Matemáticas se ha entendido por problema cualquier tipo de actividad procedimental que se realice dentro o fuera del aula. No obstante, cualquier tarea (sea matemática o no matemática) no constituye un problema. Para que hablemos de la existencia de un problema, la persona que está resolviendo esa tarea tiene que encontrarse con alguna dificultad que le obligue a plantearse cuál es el camino que tiene que seguir hacia la meta.

Todos los profesores hemos acabado por aprender que los problemas que plantearnos a nuestros alumnos en clase pueden diferir considerablemente de los que ellos mismos se plantean fuera del aula. Es más, lo que para nosotros puede ser un problema relevante y significativo, puede resultar trivial o carecer de sentido para nuestros alumnos. Obviamente, ellos no tienen los mismos problemas que nosotros, y sin embargo, uno de los objetivos explícitos de la Educación, es que los alumnos no sólo se planteen determinados problemas sino que lleguen incluso a adquirir los medíos para resolverlos.

Orientar el currículo hacia la solución de problemas implica buscar y diseñar situaciones lo suficientemente abiertas como para inducir en los alumnos una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas para encontrar respuestas a preguntas no sólo escolares, sino también de su realidad cotidiana. Sin procedimientos eficaces -sin destrezas o estrategias- el alumno no podrá resolver problemas.

Enseñar a resolver problemas no consiste sólo en dotar a los alumnos de y estrategias eficaces sino también de crear en ellos el hábito y la actitud de enfrentarse al aprendizaje como un problema al que hay que encontrar respuesta. No se trata sólo de enseñar a resolver problemas, sino también de enseñar a plantearse, problemas: a convertir la realidad en un problema que merece ser indagado y estudiado. Tal como requiere el objetivo educativo antes mencionado, el aprendizaje de la solución de problemas sólo se convertirá en autónomo y espontáneo, trasladándose al ámbito de lo cotidiano, si se genera en el alumno la actitud de buscar respuestas a sus propias preguntas/problema, si se habitúa a hacerse preguntas en lugar de buscar solo respuestas ya elaboradas por otros, sean el libro de texto, el profesor o la televisión. El verdadero objetivo final de que el alumno aprenda a resolver problemas es que adquiera el hábito de plantearse y resolver problemas como forma de aprender.

Esta última característica sería la que diferenciase un verdadero problema de situaciones similares como pueden ser los ejercicios. Expresado con otras palabras, un problema se diferenciaría de un ejercicio en que, en este último caso, disponemos y utilizamos mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución. Por tanto, es posible que una misma situación constituya un problema para una persona mientras que para otra ese problema no existe, bien porque carece de interés por la situación, bien porque posee los mecanismos para resolverla sin apenas inversión de recursos cognitivos y puede reducirla a un mero ejercicio.

Además de concebir la distinción entre ejercicios y problemas como algo relativo al contexto de la tarea y al alumno que se enfrenta a ella, es importante especificar la relación que, desde el punto de vista del aprendizaje, existe entre realizar un ejercicio y resolver un problema (para una visión más general de los procesos de aprendizaje implicados en la adquisición de destrezas y estrategias).

De modo sintético, podemos decir que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnicas sobreaprendidas (es decir, convertidas en rutinas automatizadas como consecuencia de una práctica continuada).

Por tanto, un problema es, en algún sentido, una situación nueva o diferente de lo ya aprendido que requiere utilizar de modo estratégico técnicas ya conocidas (POZO y POSTIGO, 1993). El alumno que se enfrenta por primera vez a la tarea de comparar dos eras cronológicas o calendarios históricos distintos pude encontrarse ante un problema pero, cuando lo haya resuelto repetidas veces, el problema quedará reducido a un ejercicio.

No es un déficit procedimental, sino conceptual, el que impide resolver esa tarea. Los procedimientos, sean destrezas o estrategias, se aplican a unos contenidos factuales y conceptuales, que, de no ser comprendidos por los alumnos, imposibilitan que éstos conciban la tarea como un problema. En otras palabras, sin comprensión de la tarea, los problemas se convierten en pseudo-problemas, en meros ejercicios consistentes en la aplicación de rutinas sobreaprendidas y automatizadas, sin que el alumno sepa discernir el sentido de lo que está haciendo y, por consiguiente, sin que pueda trasladarlo o generalizarlo de modo autónomo a situaciones nuevas, sean cotidianas o escolares. Consecuentemente, es importante, antes de entrar a analizar las estrategias y procesos implicados en la solución de problemas, establecer con la mayor nitidez posible la distinción entre un ejercicio repetitivo y un problema.

2.2 BASES TEÓRICAS

Ejercicio y Problema

Podemos partir de una definición ya clásica de problema, que lo identifica con "una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución" (LESTER, 1983) Esta definición, con la cual parecen estar de acuerdo la mayoría de los autores, hace referencia a que una situación sólo puede ser concebida como un problema en la medida en que existe un reconocimiento de ella como tal problema, y en la medida en que no dispongamos de procedimientos de tipo automático que nos permitan solucionarla de forma más o menos inmediata, sino que requieren de algún modo un proceso de reflexión o toma de decisiones sobre la secuencia de pasos a seguir.

Esta última característica sería la que diferenciase un verdadero problema de situaciones similares como pueden ser los ejercicios. Expresado con otras palabras, un problema se diferenciaría de un ejercicio en que, en este último caso, disponemos y utilizamos mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución. Por tanto, es posible que una misma situación constituya un problema para una persona mientras que para otra ese problema no existe, bien porque carece de interés por la situación, bien porque posee los mecanismos para resolverla sin apenas inversión de recursos cognitivos y puede reducirla a un mero ejercicio.

Además de concebir la distinción entre ejercicios y problemas como algo relativo al contexto de la tarea y al alumno que se enfrenta a ella, es importante especificar la relación que, desde el punto de vista del aprendizaje, existe entre realizar un ejercicio y resolver un problema (para una visión más general de los procesos de aprendizaje implicados en la adquisición de destrezas y estrategias).

De modo sintético, podemos decir que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnicas sobreaprendidas (es decir, convertidas en rutinas automatizadas como consecuencia de una práctica continuada).

Por tanto, un problema es, en algún sentido, una situación nueva o diferente de lo ya aprendido que requiere utilizar de modo estratégico técnicas ya conocidas (POZO y POSTIGO, 1993). El alumno que se enfrenta por primera vez a la tarea de comparar dos eras cronológicas o calendarios históricos distintos puede encontrarse ante un problema pero, cuando lo haya resuelto repetidas veces, el problema quedará reducido a un ejercicio.

Como ya hemos señalado, no puede determinarse en general si una tarea escolar dada es un ejercicio o un problema, sino que depende no sólo de la experiencia y los conocimientos previos de quien lo resuelve, sino también de los objetivos que se marca cuando realiza la tarea. Cuando la práctica nos proporcione una solución directa y eficaz para la solución de un problema, escolar o personal, acabaremos aplicando esa solución de modo rutinario, con lo que la tarea simplemente servirá para ejercitar habilidades ya adquiridas.

Aunque este ejercicio es importante, porque permite consolidar habilidades instrumentales básicas, no debe confundirse con la resolución de problemas, que implica el uso de estrategias, la toma de decisiones sobre el proceso de solución que debe seguirse, etc. pero existe otra sutil relación entre ejercicios y problemas que es importante tener en cuenta. Si un problema que se soluciona repetidamente acaba por convertirse en un ejercicio, la solución de un problema nuevo requiere la utilización estratégica de técnicas o destrezas previamente ejercitadas.

En definitiva, la resolución de problemas y la realización de ejercicios constituyen un continuo educativo cuyos límites no siempre son fáciles de limitar. Sin embargo, *es importante que en las actividades de aula la distinción entre ejercicios y problemas esté bien definida y; sobre todo*, que quede claro para el estudiante que las tareas reclaman algo más de su parte que el simple ejercicio repetido. Ahora queremos resaltar que los ejercicios y los problemas requieren de los alumnos la activación de diversos tipos de conocimiento, no sólo de diferentes procedimientos, sino también de distintas actitudes, motivaciones y conceptos. En la medida en que son situaciones más abiertas o nuevas, la solución de problemas supone para el alumno una demanda cognitiva y motivacional mayor que la ejecución de ejercicios, por lo que muchas veces los alumnos no habituados a resolver problemas son inicialmente remisos a intentarlo y procuran reducir los problemas a ejercicios rutinarios.

En la solución de problemas, las técnicas sobreaprendidas, previamente ejercitadas, constituyen un medio o recurso instrumental necesario, pero no suficiente, para alcanzar la solución; además se requieren estrategias, conocimientos conceptuales, actitudes, etc. sin embargo, cuando intentamos determinar qué tienen que hacer los alumnos para resolver un problema concreto con el fin de ayudarles a hacerlo, no siempre es fácil identificar los procesos o pasos que tienen que dar. Nosotros sabemos resolver el problema, pero no siempre podemos verbalizar o describir lo que hacemos. Es éste un rasgo típico de todo el conocimiento procedimental. Los procedimientos sabemos hacerlos, pero no siempre decirlos. Como señala LESTER (1983), tratar de explicar qué hacemos para resolver un problema, o qué se debe hacer, es similar a tratar de explicar a un amigo que jamás ha montado en bicicleta cuáles son los movimientos y equilibrios que realizamos normalmente para que tal artefacto no sólo se mantenga en pie, sino que además nos traslade en la dirección que deseamos y a la velocidad que nuestras fuerzas y el terreno nos permitan. No obstante, a pesar de la dificultad de expresar nuestras acciones, nuestros procedimientos, parece ser que mucha gente aprende a montar en bicicleta y que la forma en que monte puede ser diferente en función de cómo haya aprendido a hacerlo y de cómo se le haya enseñado.

Es, por tanto, necesario preguntarse por la forma en que las personas resolvemos los problemas. Los estudios realizados en las últimas décadas por la psicología cognitiva educativa, así como numerosas experiencias educativas dirigidas a enseñar a los alumnos a resolver problemas o, en un sentido más genérico, a pensar, pueden ayudarnos a comprender mejor los procesos implicados en la solución de problemas y cómo pueden ser mejorados a través de la enseñanza.

Tendencias en el estudio y enseñanza de solución de problemas

Sin embargo, en estos estudios podemos identificar dos tendencias generales en el acercamiento a la solución de problemas ya su enseñanza. Durante bastante tiempo los estudios psicológicos y sus aplicaciones educativas parecían compartir la idea de que la solución de problemas se basa en la adquisición de estrategias generales, de forma que una vez adquiridas pueden aplicarse con pocas restricciones a cualquier tipo de problema. Desde este enfoque, enseñar a resolver problemas es proporcionar a los alumnos esas estrategias generales para que las apliquen cada vez que se encuentran con una situación nueva o problemática.

La solución de problemas sería así un contenido escolar posible de generalizar, independiente de las áreas específicas del currículo, que debería abordarse desde las materias más formales (es sintomático que solucionar problemas nos evoque aún la Matemática, la Filosofía, etc.). Frente a este enfoque ha surgido más recientemente otra forma de entender la solución de problemas y su instrucción, según la cual ésta sólo puede ser abordada en el contexto de las áreas o contenidos específicos a los que se refieren los problemas. Para este enfoque no tendría sentido hablar de enseñar a resolver problemas en general, sino que habría que tratar la solución de problemas en cada una de las áreas (Ciencias de .la Naturaleza, Matemática, Ciencias Sociales, etc.), quienes defienden esta posición suelen hacer estudios comparando la solución de problemas por personas expertas y novatas en un área determinada, mostrando cómo los procesos utilizados difieren en función del conocimiento y la experiencia previa en ese dominio, que difícilmente se transfieren o generalizan a problemas de otras áreas.

Tipos de problemas

Existen numerosas clasificaciones de las posibles estructuras de los problemas, tanto en función del área al que pertenecen y del contenido de los mismos, como del tipo de operaciones y procesos necesarios para resolverlos o de otras características. Así, por ejemplo, se diferenciaría entre problemas de carácter deductivo o de carácter inductivo según los razonamientos que tendría que realizar un sujeto. Realizar la demostración de una fórmula matemática podría ser un ejemplo de problema deductivo, mientras que extraer la raíz cuadrada de un número real de cuatro cifras, un problema de tipo inductivo.

Una de las clasificaciones clásicas de los distintos tipos de problemas es la realizada por la Gestalt en función de las actividades que realizan las personas para resolver una tarea. La Gestalt era una escuela de Psicología que se desarrolló en Alemania entre, las dos guerras mundiales y que tomó su nombre de un terminó alemán que puede traducirse por "configuración", ya que concebían que los procesos psicológicos debían analizarse de forma global y estructural. Los psicólogos de la Gestalt y, más concretamente, WERTHEIMER (1945) distinguían entre pensamiento productivo y reproductivo. EI pensamiento productivo consiste en la producción de modos de solución nuevos a partir de una organización reorganización de los elementos del problema, mientras que el pensamiento reproductivo consiste en la aplicación de métodos ya conocidos. Esta distinción es similar a la que hemos realizado antes entre un problema y un ejercicio: Aunque ambos suponen una conducta dirigida hacia un objetivo y la utilización de una serie de medios para obtenerla, en el caso de los problemas nos encontramos con que esa situación supone para el sujeto algún escollo que necesita superar, bien porque tiene que conseguir nuevos medios para obtener una solución, bien porque debe organizar de distinta manera los medios que ya posee. Por el contrario, en el caso del ejercicio, el sujeto conoce y tiene automatizadas las técnicas que le llevarán a solucionar la tarea de manera inexorable.

Investigaciones realizadas por Polya en la resolución de problemas:

En 1945, Polya en su libro "How to solve it", desarrolla una serie de estrategias importantes en la resolución de problemas, con lo cual potencia la construcción de una nueva metodología en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, En este libro, el autor propone cuatro pasos básicos para resolver un problema, a saber: comprender el problema, concebir un plan, ejecutarlo y examinar la solución. En cada uno de estos pasos, según Polya, el docente debe guiar a sus estudiantes con una serie de preguntas,

En la etapa de comprensión, el docente debe proponer un problema con un nivel de dificultad adecuado (ni muy fácil, ni muy difícil), el cual debe ser expuesto de forma natural e interesante para el estudiante. En la etapa de concebir un plan, el papel del docente radica en guiar al estudiante, a través de preguntas, hacia una estrategia para la solución del problema basada en experiencias anteriores y conocimientos previos, En lo que respecta a la etapa de ejecución del plan, es el estudiante quien examina todos los detalles y analiza que los pasos realizados sean correctos (es importante hacer notar la diferencia entre demostrar que un paso es correcto a simplemente comprobarlo). Finalmente, en el cuarto paso, se lleva a cabo una visión retrospectiva de la solución con el objeto de verificar el resultado y el razonamiento seguidos, esto le permite al estudiante afianzar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver otros problemas.

La idea fundamental de este libro, es en síntesis, plantear una serie de pasos para resolver un problema, en donde se definen claramente el rol del estudiante y del docente en cada uno de ellos.

Es importante señalar, que a pesar del abordaje efectuado por Polya en las estrategias a seguir para la resolución de problemas, éste no ofrece una definición clara de lo que es un problema en el libro " How to solve it", será hasta 1961, con su libro Mathematical Discovery, en el cual define un problema como aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata. En otras palabras, una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cuál no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que" conduzca a la misma (Krulik y Rudnik, 1980).

En el año 1966, Polya brinda un nuevo aporte significativo a la enseñanza de la matemática, en particular, a la resolución de problemas con su libro, "Matemáticas y razonamiento plausible", pues muestra cómo la construcción matemática puede ser aprovechada para su enseñanza, es decir, cómo las estrategias seguidas por un profesional en matemática, que Polya denomina "razonamientos plausibles" pueden permitirle a un estudiante aprender matemáticas.

Por otro lado, su enfoque en el desarrollo de estrategias heurísticas, delimita claramente las condiciones que debe tener un problema para generar un aprendizaje significativo, pues sugiere que un problema debe permitirle al estudiante recurrir a problemas análogos, realizar conjeturas, generalizar, entre otras.

En resumen, los trabajos de Polya aluden a las características básicas que debe presentar un problema, así como el impacto cognitivo que genera la resolución de problemas en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Requisitos de un buen problema

Para enseñar bien las habilidades de resolución de problemas y razonamiento, los profesores deben contar con un banco de problemas buenos. Un buen problema, para propósitos de instrucción, tiene las siguientes características:

1. Es interesante y desafiante para los alumnos.
2. Requiere habilidades de análisis crítico y observación.
3. Provee una oportunidad para discutir e interactuar.
4. Implica la comprensión de conceptos y la aplicación de una habilidad.
5. Debiera llevar a un principio y/o generalización.
6. Se presta para una variedad de soluciones, y, a veces, para múltiples respuestas.

Momentos en la resolución de un problema

Además de los elementos que acabamos de reseñar, e independientemente de que una tarea esté bien o mal definida, la resolución del problema exige una comprensión de la tarea, la concepción de un plan que nos lleve hacia la meta, la ejecución del mencionado plan y, por último, un análisis que nos lleve a determinar si hemos alcanzado o no la meta.

Esta secuencia que acabamos de describir es similar a la que establecía el matemático POLYA (1945) como necesaria para resolver un problema. Aunque POLYA basó su libro en observaciones sobre la forma en que expertos matemáticos (incluido él mismo) solucionaban problemas, tanto la secuencia descrita acerca de cómo se deben resolver, como los consejos sobre la utilización e introducción de los problemas en el aula han servido de base para diseñar problemas en diversos ámbitos del saber.

Expresado con otras palabras, los momentos que se usan para resolver problemas y los métodos heurísticos para buscar esta solución descrito por POLYA han sido consideradas como métodos generales de resolución de tareas independientes de su contenido. De forma similar, gran parte de los modelos sobre cómo "enseñar a pensar y/a resolver problemas" desde este enfoque se han centrado también en tareas de carácter matemático o numérico (NICKERSON, PERKING y SMITH, 1985) que, según se pretende, se pueden generalizar fácilmente a otras tareas.

Por tanto, según POLYA y otros autores, el primer paso en la resolución de problemas consiste en la comprensión de lo mismo.

Seguramente resulta una perogrullada la afirmación de que es imposible resolver una tarea sin una comprensión previa de ella, pero comprender un problema .no sólo significa entender las palabras, el lenguaje o los símbolos en los que está planteado sino también asumir la situación como tal problema y adquirir una disposición de búsqueda de esa solución. Generalmente, para que nos planteemos una situación como un problema debemos tomar conciencia de que estamos ante una situación nueva, o de que se ha producido un cambio respecto a alguna situación anterior, o bien de que nos enfrentamos ante una tarea para la cual sólo tenemos una explicación insuficiente. Expresado con otras palabras, comprender un problema implica darse cuenta de !as dificultades y escollos que presenta una tarea y la voluntad de intentar superarlas. Para que se dé esta comprensión es, por supuesto, necesario que además de los elementos de novedad, el problema contenga aspectos ya conocidos que nos permitan guiar nuestra búsqueda de una correcta solución.

EJECUCIÓN DE LOS MOMENTOS NECESARIOS PARA RESOLVER UN PROBLEMA, SEGÚN POLYA

Comprender el problema

* ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
* ¿Cuál es la condición'? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es suficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Concebir un plan

* ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
* ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?

  Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. .
* He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método'? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
* ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en nuevamente? Refiérase a las definiciones.
* Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular'? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma pueda variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos'? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? v ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la

incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí? ¿Ha empleado todos. los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Ejecución del plan

* Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos.
* ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

Visión retrospectiva

* ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
* ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En este sentido, POLYA (1945) recomienda enseñar estas estrategias utilizando para ello problemas específicos de muy diversas áreas, lo cual facilitaría la generalización a distintos campos de conocimiento y contribuiría a la formación de estrategias generales. No obstante, es necesario recordar de nuevo que el trabajo de POLYA se centra fundamentalmente en el área de la solución de problemas matemáticos y que éstos se caracterizan generalmente por tener una estructura muy bien definida y cerrada. NICKERSON, PERKING y SMITH (1985) señalan, en su revisión de diferentes métodos y teorías sobre cómo enseñar a pensar, que los trabajos sobre la enseñanza de este tipo de estrategias se encuentran con dos dificultades. Por un lado, es difícil saber cuándo estas estrategias son útiles y van ayudar a resolver una tarea. Por otro lado, aunque estas estrategias o heurísticos estén lo suficientemente bien especificadas y operativizadas como para poder ser programadas dentro de un ordenador, pueden no ser lo suficientemente concretas para su realización dentro de un campo o un terreno poco familiar.

En todo caso, parece difícil, tanto por razones psicológicas como propiamente didácticas, entrenar a los alumnos en la solución de problemas de un modo general, es decir, con independencia de los contenidos concretos a los que se aplican. En reconocimiento de este hecho, la investigación y los programas de intervención diseñados actualmente desde la psicología de la instrucción parten del supuesto de que el uso de las habilidades cognitivas está en gran medida condicionado por el contendido de las tareas a las que se aplican. En el caso concreto de la solución de problemas, en los últimos años los modelos generales han sido reemplazados por otros específicos, basados en gran medida en la comparación entre personas con diferente grado de especialización -en la resolución de problemas concretos.

La heurística no debe confundirse con el algoritmo; los algoritmos son esquemas que se aplican a una serie de problemas; para cada tipo de problemas hay un algoritmo específico. Si se elige el algoritmo apropiado y se aplica correctamente, se obtendrá el resultado correcto. En cambio, la heurística es más general y aplicable a todo tipo de problemas. Provee el tipo de direcciones que todos necesitan para aproximarse a los problemas, comprenderlos, confrontarlos y resolverlos.

Características de un buen "razonador" y "solucionador" de problemas*

Aunque no se puede decir exactamente qué es lo que los hace exitosos, Krulik y Rutnick (1993) señalan que los buenos razonadores y solucionadores de problemas, exhiben algunas características comunes. Por ejemplo, tienen el deseo de resolver problemas; les interesan los problemas y se sienten desafiados por ellos. Se estimula fácilmente su curiosidad y disfrutan el perseguir una solución lógica. Son naturalmente inquisitivos; sus pensamientos van más allá de lo obvio hacia el por qué de la respuesta. Son perseverantes al solucionar problemas, no se desilusionan fácilmente, continuamente vuelven a tratar nuevos métodos, tienen un gran repertorio de cosas que probar y se resisten a dejar de probar. Son personas curiosas, con

* Arancibia, V., Herrera, P. Strasser, H. (1997) Manual de Psicología Educacional. Santiago de Chile.

interés en investigar; su pensamiento es divergente, y va más allá de encontrar la solución a un problema en particular. No temen especular, conjeturar o adivinar, se arriesgan y no temen equivocarse o fracasar en un problema dado, también tienen la habilidad de saltarse algunos pasos en el proceso de solución; conectan cosas rápidamente, perciben cuáles son los detalles irrelevantes y pueden hacer generalizaciones a partir de pocos ejemplos.

Se sugiere que los buenos razonadores y solucionadores de problemas son que conversan con ellos mismos. Saben qué preguntas hacerse a sí mismos y qué hacer con la respuesta a través del proceso de resolución .Más que nada, pueden focalizarse en la tarea que tienen y seguir en esa dirección.

Sugerencias para estimular la resolución de problemas de parte del alumno

a. Crear una atmósfera de éxito

Si lo alumnos son exitosos en sus problemas introductorios, van a estar más dispuestos a enfrentar problemas más difíciles. Por eso hay que elegir los problemas cuidadosamente, usando primero los más simples, para asegurar un grado de éxito.

b. Incentivar a los estudiantes a resolver problemas

Para llegar a ser exitosos en la resolución de problemas y el razonamiento, los estudiantes deben verse enfrentados a estos tipos de actividades constantemente. Para esto, la práctica es necesaria: los estudiantes deben resolver problemas. Los profesores deben elegir problemas que sean de interés para los estudiantes. Es interesante que los problemas puedan resolverse de más de una manera, para fomentar soluciones creativas; los profesores deben incentivar aproximaciones alternativas. Los profesores pueden dar la tarea a grupos pequeños, para buscar más de una solución; todo esto se debe discutir.

c. Introducir objetos manipulables y dibujos al proceso de solución.

El uso de objetos manipulables y dibujos le permite al alumno "ver" lo que está pasando y observar las relaciones que existen. Tales cosas debieran estar siempre disponibles para los estudiantes, ya que se usan para simular la actividad retratada en el problema. El profesor debe ser un modelo para los estudiantes, y debe adquirir práctica en dibujar a mano alzada, etc.

d. Sugerir alternativas cuando los estudiantes han sido frustrados en sus intentos de solución

Es frecuente que algunos estudiantes, aun sin lograr el éxito, continúan con la misma aproximación que no les otorga el resultado. Esta predisposición generalmente lleva a volver al resultado equivocado, ya que bloquea todo tipo de comportamiento alternativo. La aproximación debe ser cambiada si la persona no logra resolver exitosamente el problema; el profesor puede ayudar mostrándole información que el estudiante no tomó en cuenta, etc.

Si los estudiantes están bloqueados en un problema, se les puede sugerir que miren atrás, y vean como resolvieron otros problemas parecidos en el pasado. Se puede sugerir a los estudiantes que prueben una de las siguientes ideas:

1. Actuar el problema.
2. Usar objetos manipulables.
3. Hacer un dibujo.
4. Buscar un problema similar cuya solución ya conocen.
5. Adivinar y chequear.
6. Tratar de resolver una versión más simple del problema.
7. Hacer una tabla.
8. Usar una calculadora.
9. Trabajar hacia atrás, desde la respuesta.

10. Buscar un patrón.
11. Dividir el problema en partes y resolver cada una.
12. Usar pensamiento lógico.

Incentivar a los estudiantes para que hagan conjeturas

Conjeturar es el acto de adivinar el resultado de una situación. Frecuentemente es un proceso de "brainstorming" que produce predicciones que rápidamente pueden ser descartadas o modificadas. El resultado debería llevar a una generalización probable. Se le debe dar tiempo a los estudiantes para analizar y organizar el material, inferir hasta que aparece una idea, sin presionar con la solución correcta muy rápido.

Requerir a los estudiantes la creación de sus propios problemas

Cuando los estudiantes escriben sus propios problemas o se hacen preguntas significativas acerca de su vida cotidiana, empiezan a verlos desde una nueva perspectiva; de esa manera, se involucran más en los problemas, ya que los sienten más cercanos, etc.

Un buen resolutor de problemas es aquel capaz de utilizar información, habilidades o entendimientos previamente adquiridos, para satisfacer las demandas de un situación desconocida o poco familiar, visualizando para ello la mayor cantidad de alternativas posibles.

Rendimiento Académico

Rendimiento académico es el nivel de conocimientos que posee un estudiante. [1]

Entonces el rendimiento académico de los estudiantes será aquel que también es producto de un aprendizaje pero ya realizado dentro de una situación de rango superior.

El rendimiento se expresa en una calificación cuantitativa o cualitativa, es decir, una nota que será el reflejo de un aprendizaje o del logro de unos objetivos previamente establecidos o determinados.[2]

Factores que influyen en el rendimiento académico

Los factores relacionados con el fracaso del rendimiento académico están agrupados en tres grandes bloques: factores personales, factores socios – familiares, factores pedagógicos – didácticos. En cada uno de estos bloques encontraremos numerosas variables, ellas son:

Factores personales

Son factores relacionados con el individuo. Así tendemos:

- Personalidad
- Inteligencia

---

[1] Diccionario Enciclopédico de Educación. Op. Cit. Pág. 376
[2] Touron Figueroa, Javier. Factores del rendimiento académico en la universidad, pág. 24

- Motivación e interés
- Autoestima
- Trastornos emocionales y afectivos
- Trastornos derivados de desarrollo biológico
- Trastornos derivados de desarrollo cognitivo

<u>Factores socio – familiares</u>

- Factores socioeconómicos: nivel socioeconómico de la familia, composición de la familia, ingresos familiares.
- Factores socioculturales: nivel cultural del padre y hermanos, medio social de la familia.
- Factores educativos interés de los padres para actividades académicos de sus hijos, expectativas de los padres hacia sus hijos, expectativa de los padres hacia la formación integral de sus hijos, identificación de los hijos con las imágenes de los padres.

<u>Factores Pedagógicos – didácticos</u>

- Plan de estudio inadecuado
- Estilos de enseñanza poco apropiados
- Deficiencia en la planificación docente
- Contenidos inadecuados
- Desconexión con la práctica
- Escasez de medios y recursos
- La no presencia de un conjunto de objetivos bien definidos.

- Estructuración inadecuada de las actividades académicas
- Ambiente estudiantil poco adecuado
- Tiempo de aprendizaje inadecuado

Pautas para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes

Los docentes pueden ayudar a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, en la resolución de problemas con las siguientes actividades.

- Motivar al estudiante a realizar actividades orientadas al logro y a persistir en ellas.
- Fomentar en los alumnos una alta autoestima
- Contar con indicadores viables de rendimiento académico (notas, informe, revisiones, auto evaluaciones de diferentes ángulos).
- Contribuir a la solución de conflictos personales mediante la orientación y comprensión, de ser necesario recurrir a apoyo psicológico.[3]

Medición del Rendimiento Académico

En el sistema educativo peruano, en especial en los colegios y universidades sin importar si son de carácter privado o estatal, la mayor parte de las calificaciones se basan en sistema vigesimal, es decir, de 0 a 20.[4]

---

[3] Maddox, Harry, Op, cit. Pág. 14 y LLarrosa, Faustino. Op. Cit. Pág. 67-68
[4] Miljanovich Castilla, Manuel. Relaciones entre la inteligencia general, el rendimiento académico y la comprensión de la lectura en el campo educativo.

Sistema en el cual el puntaje obtenido se traduce a la categorización de logro del aprendizaje.

Categorización de rendimiento académico

Notas	Valoración de aprendizaje logrado
00 - 41	Bajo
42 - 61	Regular
62 - 80	Bueno

Equivalencias:

Puntaje		Nota
40	----→	20

2.3 DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE TÉRMINOS

Algoritmo u Operación: Secuencia de pasos o procedimientos lógicos de transformación de la información para alcanzar una meta y submetas diseñadas con anticipación.

Competencia: Conjunto de conocimientos, destrezas y actitudes que ha de ser capaz de movilizar una persona, de forma integradora, para actuar eficazmente ante las demandas de un determinado contexto.

Competencia Matemática: La competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en forma que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo comprometido y reflexivo.

Comprensión de Matemática: Es la actividad racional que consiste en el descubrimiento por parte del sujeto, de las leyes, teoremas y axiomas de la matemática.

Comprender y traducir el Problema: Consiste en convertir la información que incluye un problema a términos matemáticos que pueda manipular el estudiante o la persona que resuelve el problema.

Comprobación de la Solución del Problema: Es el proceso final en la resolución del problema, mediante el cual, el sujeto comprueba la veracidad de la solución, colocando la solución como un posible caso particular que se presente en reemplazo de varias posibles soluciones.

Currículo de Matemática: Es el conjunto de experiencias de aprendizaje del área de matemática que vivencian los estudiantes en situaciones educativas previstas o producto de sus interacciones con el medio.

Ejercicio Matemático: El resolver dispone de un algoritmo que una vez aplicado le lleva a la solución inmediata. En este caso, el único problema, si así puede llamársele, estriba en averiguar el algoritmo que hay que aplicar.

Método Heurístico: Enfoca con profundidad y en forma sistematizada la enseñanza de resolución de Problemas, aplicando cuatro momentos.

a) entender b) plantear c) resolver y d) comprobar el resultado.

Interpretación de gráficos y/o Expresiones Simbólicas: Es el reconocimiento de las figuras, gráficas, fórmulas, diagramas, y ecuaciones que se utilizan en los problemas de matemática, y posteriormente organizar de ellos datos relevantes del problema que permita llevarlo a un lenguaje que el estudiante pueda operar con facilidad.

Modelación: Es la presentación de la realidad o contexto, en el cual se está realizando la acción o fenómeno estudiado. Dicha representación puede ser gráfica o simbólica de la matemática, como las ecuaciones.

Pensamiento Crítico: El pensamiento crítico se propone analizar o evaluar la estructura y consistencia de los razonamientos, particularmente opiniones o afirmaciones que la gente acepta como verdaderas en el contexto de la vida cotidiana. Tal evaluación puede basarse en la observación, en la experiencia, en el razonamiento o en el método científico. El pensamiento crítico se basa en valores intelectuales que tratan de ir más allá de las impresiones y opiniones particulares, por lo que se requiere claridad, exactitud, precaución, evidencia y equidad. Tiene por tanto una vertiente analítica y otra evaluativa. Aunque emplea la lógica, intenta superar el aspecto formal de esta para poder entender y evaluar los argumentos en su contexto y dotar de herramientas intelectuales para distinguir lo razonable de lo no razonable, lo verdadero de la falso.

Pensamiento Matemático: Práctica de habilidades para formar categorías coherentes, usar procesos de cuantificación y manejo de formas, para construir representaciones simbólicas del entorno y desarrollar las competencias para resolver problemas cotidianos, que aunque sean de naturaleza variada, puedan verse bajo un mismo enfoque de contenidos o metodologías.

Pensamiento Divergente: Consiste en la producción de modos de solución nuevos y creativos, de un problema, a partir de una organización o reorganización de los elementos del problema.

Problema: Es una o un conjunto de oraciones, enunciados o proposiciones que tiene un estado inicial bien definido y un estado final por resolver.

Problema Bien Definido: El punto de partida del problema (planteamiento) como el punto de llegada (solución) y el tipo de operaciones que hay que recorrer para salvar la distancia entre ambos están especificados de forma muy clara.

Procedimiento: Conjunto de acciones ordenadas a la consecuencia de una meta.

Razonamiento y Demostración: Son los criterios mediante el cual. El sujeto adopta una posición o comportamiento, y opera con una secuencia de procedimientos lógicos para llegar a la solución del problema.

Resolución de Problemas: La resolución de un problema de produce cuando alguien que resuelve un problema lo traduce en una representación interna y luego busca un camino a través del espacio del problema desde el estado dado estado final.

Resolutor de Problemas: Sujeto que realiza la secuencia o procedimiento básicos, con o sin el apoyo de materiales, en la resolución de un problema.

Situación Problemática: Es la formulación de problemas, a partir de la exploración de contextos.

Traducción del Enunciado de un Problema: Es el estadio en la solución del problema, en el cual el sujeto convierte el enunciado del problema, dado en lenguaje natural, gráfico o simbólico, al lenguaje simbólico matemático que le permite al sujeto aproximarlo a la solución del problema.

Heurística: Arte de descubrir o encontrar la solución de un problema matemático, del griego heurísco.

APRENDIZAJE

Actividad mental o motriz, individual o grupal (planteo de problemas, resolución e problemas, comprobación de los resultados hallados para crear seguridad), cuya ejecución correcta manifiesta cambio conductual en el individuo.

MÉTODO DE ENSEÑANZA

El método de POLYA, basado en la resolución de problemas que contiene cuatro momentos:

- Entender el problema
- Plantear el problema
- Resolver el problema
- Comprobar el resultado

OBJETIVO EDUCACIONAL

Ejercicio efectivo de una actividad que el estudiante es capaz de llevar a cabo en forma eficaz al término de una sesión de enseñanza – aprendizaje.

RENDIMIENTO ACADÉMICO

Son los calificativos logrados por los estudiantes durante el desarrollo de una o más asignaturas.

ENSEÑANZA INDIVIDUALIZADA

Resultado que se alcanza en el proceso educativo cuando la actividad del estudiante marcha de acuerdo con sus intereses, capacidades y motivaciones.

RETROALIMENTACIÓN

Conjunto de acciones que lleva a cabo el docente para reajustar o corregir el proceso educativo cuando se han producido errores u omisiones o como refuerzo de aprendizaje que permite el logro de los objetivos educacionales.

SECUENCIA LIMITADA

Cantidad mínima de información que requiere el estudiante para responder adecuadamente a un problema o pegunta planteada o para efectuar una actividad sugerida.

PRÁCTICA DIRIGIDA

Ficha que contienen aplicaciones de un tema elegido, periodizada para un tiempo determinado, que se entrega al estudiante en forma de material escrito con información ordenada y progresiva, para finalizar su aprendizaje.

EFICACIA EDUCATIVA

Son los resultados que ocasionan el proceso educativo, tales como los logros de aprendizaje, la satisfacción por los estudios, los cambios conductuales, etc., por parte de los estudiantes.

PROCEDIMIENTO DIDÁCTIO

Actividad práctica específica de destreza, habilidad, pensamiento, etc., empleada durante la aplicación del método heurístico.

DIFERENCIAS INDIVIDUALES

Forma peculiar y característica con que cada estudiante responde al proceso educativo y que remanifiesta en las diferencias conductuales, de aprendizaje, de rendimiento académico, de asistencia a clases, etc., entre todos los estudiantes de su sección.

TRABAJOS ACADEMICO INDIVIDUALIZADO

Es el desarrollo y avance que se realiza en las actividades educativas cuando el estudiante se responsabiliza y toma a su cargo la preparación, realización y evaluación de su propio aprendizaje.

CAPITULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

3.1.1 Operacionalización de la Variable Independiente

A. Enseñanza de la matemática usando el Método Heurístico basada en la resolución de problemas

Conceptualmente se define como Metodología de enseñanza activa, centrada en el estudiante, donde se aplica como aspecto central de la enseñanza de la matemática la resolución de problemas.

Operacionalmente las dimensiones de la enseñanza de la matemática mediante el Método Heurístico, basado en la resolución de problemas tienen cuatro dimensiones y doce indicadores:

Dimensión 1:

Introducción en la enseñanza de la matemática usando el Método Heurístico basado en la resolución de problemas: Consiste en atraer la atención de los estudiantes y motivarlos para ejecutar las acciones que comprometen la clase.

Indicadores:

I_1 - Atrae la atención de los estudiantes e introduce en la clase revisando o recordando sus conocimientos previos.

I_2 - Presenta un tema o material didáctico de introducción al tema de matemática.

I_3 - Realiza un breve comentario y propicia el diálogo heurístico del tema presentado, con la participación de los estudiantes.

Dimensión 2:

Proceso de construcción del conocimiento: Consiste en la presentación de los conceptos principales de los temas de Geometría del Espacio, Trigonometría y Algebra, y la organización del trabajo en equipo de los estudiantes, que les permita orientarse y tener una guía para actuar en forma colectiva e individual.

Indicadores:

I_4 - Establece una lista de temas relacionados con la Geometría del Espacio, la Trigonometría, el Algebra, se seleccionan los problemas y se determinan las competencias de aprendizaje.

I_5 - Revisa los conceptos principales de los Geometría del Espacio, Trigonometría y el Algebra y las competencias definidas en cada una de estas áreas.

I_6 - Utiliza apoyos y recursos didácticos con la finalidad de clarificar la estructura general de los temas revisados y los conceptos de mayor complejidad.

I_7 - Organiza los equipos de estudiantes, presenta las estrategias, los materiales didácticos y remite al estudiante a los contenidos de los conocimientos que se desean enfocar en la Unidad Didáctica.

Dimensión 3:

Práctica guiada: Es el proceso de monitorear y retroalimentar la ejecución de la resolución de problemas, proporcionando andamiaje y reforzando los aspectos no asimilados del Método Heurístico.

Indicadores:

I_8 - Monitorea y retroalimenta la ejecución de nuevas estrategias de resolución de problemas.

I_9 - Proporciona sugerencias y ayudas para asegurar éxito en la ejecución de la resolución de problemas.

I_{10} - Interacciona formulando preguntas para sondear aprendizajes y destrezas en la resolución de los problemas.

Dimensión 4:

Confrontación de información: Es el proceso de monitorear la aplicación independiente de los estudiantes, los procedimientos, vías de solución y las respuestas a los problemas, mediante un debate.

Indicadores:

I_{11} - Promueve un debate sobre las estrategias y las dificultades encontradas en la resolución de los problemas y refuerza aspectos no asimilados.

I_{12} - Monitorea la aplicación independiente de los estudiantes sobre la resolución de problemas y la extensión de los problemas como consecuencia de lo anteriormente expuesto, la variable independiente asume dos valores:

Valor alto: Se considera que se aplica la enseñanza de la temática basada en la resolución de problemas, cuando se cumple el 80% de los indicadores.

Valor bajo: Se considera que no se aplica la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas, cuando se cumple menos del 79% de los indicadores.

B. Enseñanza tradicional de la matemática

Cuando el proceso cumple con los siguientes indicadores:

- Los estudiantes avanzan el estudio del tema de acuerdo a la enseñanza expositiva que da el profesor.
- Se da énfasis en la solución de una lista de ejercicios y problemas en forma repetitiva y mecanizada, no se maneja la justificación racional de los procesos.
- Las competencias y contenidos sólo son conocidos por el profesor.
- Los estudiantes son receptores pasivos de la enseñanza impartida por el profesor, esporádicamente se realizan trabajos individuales y grupales.

3.1.2 Operacionalización de la Variable Dependiente "Rendimiento Académico de matemática"

Conceptualmente se define como el producto o resultado del proceso educativo, representa el esfuerzo y la actividad racional del estudiante, que consiste en el descubrimiento de las estrategias, algoritmos, teoremas y axiomas de la matemática, cuando realiza el proceso de resolución de problemas.

Operacionalmente las dimensiones tienen que ver con los momentos de POLYA, para el nivel del Rendimiento Académico de la matemática basada en la Resolución de Problemas son cuatro, con ocho indicadores:

Dimensión 1

Interpreto y comprendo el problema: Consiste en comprender el problema, familiarizándose con él lo más posible. Supone la identificación, y la interpretación de los datos disponibles inicialmente, en pos de una idea útil. Supone la determinación de esta idea, reúne información acerca del problema y se pregunta: ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuáles son los datos y condiciones?

Indicadores

I_1 - Identifica los datos y las variables.

I_2 - Discrimina secuencias, relaciones o repeticiones en los datos.

Dimensión 2

Elaboro un plan de solución: En este proceso el sujeto recurre a su experiencia pasada para encontrar una estrategia de solución. Supone la discriminación de relaciones y repeticiones, y compara modelos matemáticos.

Se pregunta: ¿Conozco un problema relacionado? ¿Puedo formular el objetivo de una nueva forma utilizando mi experiencia pasada o puedo reordenar los datos de una nueva forma?

Indicadores

I_3 - Organiza modelos matemáticos o estrategias adecuadas para la resolución.

I_4 - Elabora un esquema, una figura o un organizador gráfico, pasando de un modo de representación a otro.

Dimensión 3

Aplico una estrategia de solución: Se trata de la ejecución de un plan, aquel al que la "idea útil" dio inicio y que, en principio, permite la obtención de la solución al problema. Supone que ejecuta y comprueba cada uno de los pasos dados en la resolución, analiza la estrategia diseñada al llegar a la solución y se pregunta: ¿Puedes ver claramente que cada paso es correcto? ¿Qué consigo con esto?

Indicadores:

I_5 - Ejecuto y Compruebo cada uno de los pasos.

I_6 - Analiza la estrategia diseñada al llegar a la solución.

Dimensión 4:

Verificar y generalizar los resultados: En esta etapa se evalúa la solución generada, contrastándola con el criterio de solución empleado, estableciendo el correcto enlace de todos los operadores, desde el inicio hasta el final. El sujeto intenta verificar el resultado viendo como todo encaja, e infiere otro método de resolución y se pregunta: ¿Puedo utilizar este resultado o este método para resolver otros problemas?

Indicadores:

I_7 - Verifica y Generaliza el resultado obtenido, generalizando para otras situaciones.

I_8 - Infiere una nueva forma de resolver el problema.

Esta variable asume los tres valores siguientes:

Nivel Alto de rendimiento académico: Cuando el puntaje obtenido en el rendimiento académico por los estudiantes es superior al promedio.

Nivel Regular de rendimiento académico: Cuando el puntaje obtenido por los estudiantes es igual al promedio referido.

Nivel Bajo de rendimiento académico: Cuando el puntaje obtenido por los estudiantes es inferior al promedio referido.

CUADRO Nº 1

PUNTAJES DE EVALUACIÓN

MÉTODO HEURÍSTICO BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		
DIMENSIONES	**INDICADORES**	**PUNTAJE**
Interpreto y Comprendo (20%)	- Identifica los datos y las variables. - Elabora un esquema, una figura o un organizador gráfico, pasando de un modo de representación a otro	4
Elaboro un Plan (30%)	- Discrimina secuencias, relaciones o repeticiones en los datos. - Compara modelos matemáticos o estrategias adecuadas para la resolución.	6
Ejecuto el Plan (30%)	- Ejecuta y comprueba cada uno de los pasos. - Analiza la estrategia diseñada al llegar a la solución.	6
Verifico y Generalizo (20%)	- Verifica el resultado obtenido, generalizando para otras situaciones. - Infiere una nueva forma de resolver el problema.	4
TOTAL (100%)		**20 puntos**

CUADRO Nº 2

NIVEL DE RENDIMIENTO ACADÉMICO

PUNTAJE	NIVEL DE RENDIMIENTO ACADÉMICO
00 – 40	BAJO
42 – 61	REGULAR
62 – 80	BUENO

3.2 TIPIFICACION DE LA INVESTIGACION

Por el tipo de preguntas: Teórica explicativa.

Por el método de contrastación de las hipótesis: De causa a efecto experimental.

Por el tipo de medición de las variables: Cuantitativa.

Por el número de variables: Bivariable.

Por el ambiente en que se realiza: De campo.

Por la fuente de datos que usa: Primaria.

Por el tiempo de aplicación de la variable: Longitudinal o diacrónica.

3.3 ESTRATEGIA PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

Se utilizó el diseño cuasi experimental preprueba-posprueba con grupo de control, asignando aleatoriamente a los sujetos a los dos grupos: experimental y de control. A ambos grupos se les administró la preprueba simultáneamente. Luego el grupo experimental recibió el tratamiento es decir se le aplicó el Método Heurístico en la enseñanza estrategia de enseñanza de la matemática, mediante la resolución de problemas, y el grupo de control no lo recibió, pero trabajó con la mismos problemas que utilizó el grupo experimental. Finalmente, se les administró -también simultáneamente- una postprueba, idéntica a la que se les administró a los dos grupos antes del experimento.

Este diseño tiene la intención de verificar las diferencias significativas de ambos grupos, debido a la influencia de la variable independiente que, en este caso, se refiere al Método Heurístico de la enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas, que se imparte en el Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista.

Se tiene la investigación del tipo:

Grupo Experimental:	0_{11}	X	0_{12}
Grupo de Control:	0_{21}		0_{22}

Donde:

X es el grupo experimental

0_{11} y 0_{12} son las Observaciones y mediciones antes (pre prueba) y después (post prueba) en el grupo experimental.

0_{21} y 0_{22} son las Observaciones y mediciones antes (pre prueba) y después (post prueba) en el grupo de control.

También se aplicaron 2 encuestas, una para toda la población de estudio conformada por 24 estudiantes y otra para los 12 docentes que enseñan Matemática, Biología y Química, para obtener información sobre los niveles y dificultades de resolución de problemas de los estudiantes, así como sobre los factores de carácter pedagógico-didáctico que estarían influyendo en los bajos niveles del rendimiento académico de dichos estudiantes.

3.4 POBLACION DE ESTUDIO

3.4.1 POBLACIÓN

La población de la presente investigación son los estudiantes matriculados en el Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista. Existen 24 estudiantes matriculados, distribuidos en 2 Secciones.

3.4.2 DELIMITACIÓN DE LA POBLACIÓN

La población DE INTERÉS o población OBJETIVO (ARY, JACOBS Y RAZABIEH, 1993:136) estuvo conformada por 24 estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista, que tienen las características comunes siguientes:

1) Son de extracción económica-social media alta, con edades que fluctúan entre 15 y 18 años y de sexo femenino en un 54,17%, según datos existentes en sus Fichas de Matrículas.
2) Mayoritariamente provienen del Área de Lima Metropolitana y uno de Paraguay.
3) Tienen índices académicos bajos, según los resultados mostrados en sus Certificados de Estudios.
4) Nunca han llevado la asignatura de matemática, usando el Método Heurístico basado en la resolución de problemas como parte de plan de estudios.
5) Tienen poco hábito de práctica de la matemática y su capacidad de resolución de problemas es baja, conforme se constató con la pre prueba de matemática administrada.

La población DE ESTUDIO o población ACCESIBLE, estuvo conformada por la totalidad de los estudiantes (24) del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista, de las secciones A y B respectivamente. Como esta población DE ESTUDIO es representativa o típica de la población DE INTERÉS o población OBJETIVO en lo que respecta a las características arriba mencionadas, los resultados o datos obtenidos se generalizaron a esta población.

Además, es necesario tener en cuenta que "las inferencias estadísticas sobre datos de población sólo revisten sentido práctico si ésta es relativamente pequeña" (P. MAXIM, 2002), como ocurre con nuestra población de estudio.

De otro lado, nuestro diseño cuasi experimental requirió este tipo de estudio, pues en nuestro experimento no nos interesó tanto una representatividad absoluta o exacta de sujetos de una población, sino una cuidadosa selección de sujetos con las características especificadas previamente en el planteamiento del problema (verbigracia: Los estudiantes manifestaron no haber llevado nunca asignaturas, seminarios o talleres con el Método Heurístico; tener poca motivación hacia la práctica de la matemática y la competencia de resolución de problemas, etc.).

Como ya referimos, nuestra población de ESTUDIO estuvo conformada por 24 estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista, los cuales tienen un promedio de 16 años de edad, 13 son del sexo femenino y, por tanto, 11 del masculino, y poseían las 5 características ya referidas anteriormente. Además, estos estudiantes fueron asignados aleatoriamente a dos grupos: uno experimental y otro de control; para determinar estas condiciones también se hizo al azar o por sorteo (KERLINGER, F., 1998: 130).

Pues, reconocemos que la garantía esencial contra las diferencias iniciales entre los grupos Experimental y de Control, "diferencias que podrían reducir la validez de las inferencias acerca de los efectos del tratamiento experimental, reside en la asignación al azar" (C. SELLTIZ y otros, 1980:186-187).

CUADRO N° 3

POBLACIÓN DE ESTUDIO

SECCIONES	**ESTUDIANTES SEXO**				**TOTAL**	
	M		**F**			
	Nº	**%**	**Nº**	**%**	**Nº**	**%**
A-1	6	50	6	50	12	100
A-2	5	41.67	7	58.33	12	100
TOTAL	11	45.83	13	54.17	24	100

3.5 INSTRUMENTO DE RECOLECCION DE DATOS:

3.5.1 OBJETO MEDIDO

La población accesible de estudio a la que se le aplicó la prueba, estuvo constituida por 24 estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista, de los cuales 13 son mujeres y tienen un promedio de 16 años de edad.

3.5.2 ENCUESTA PARA APLICAR A LOS ESTUDIANTES DEL CENTRO PRE UNIVERSITARIO DE LA UNIVERSIDAD PRIVADA SAN JUAN BAUTISTA.

A. Encuesta a los estudiantes

Nombre:…………………………………………………………….....

Objetivo: Averiguar si los alumnos han hecho demostraciones matemáticas en sus estudios de Educación secundaria

Aplicación: Se planteó una prueba con 5 problemas de geometría, dos de Trigonometría y tres de Álgebra, obteniéndose un promedio de 08.

B. Lista de cotejo de la enseñanza de la matemática

Consiste en un cuestionario de preguntas abiertas de valoración y actitudes del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática desarrolladas por el docente en el aula, donde se señala los aspectos metodológicos, secuencia del proceso de enseñanza y el uso de recursos didácticos en el trabajo con los estudiantes.

3.5.3 CONTENIDO MEDIDO DE LA VARIABLE RENDIMIENTO ACADÉMICO

Se midió la variable dependiente rendimiento académico, que incluye cuatro dimensiones {Elaboración de un plan de solución e Interpretación, aplicar una estrategia de solución y

Verificar y generalizar los resultados) y ocho indicadores, ya mencionados.

3.5.4 ESTRUCTURA DE LA PRE Y POST PRUEBA DE MATEMÁTICA

El instrumento elaborado, se aplicó en forma colectiva, conteniendo 40 ítemes sobre los conocimientos básicos de matemática. El contenido temático de la prueba es:

- Áreas y volúmenes de sólidos geométricos
- Funciones trigonometrías de ángulos compuestos
- Ecuaciones de primer grado con 1 y 2 variables
- Ecuaciones cuadráticas

La experimentación del trabajo, se llevó de acuerdo al siguiente cronograma:

Grupo	**Hrs. Semanal**	**Nº Semanas**	**Total de Hrs.**	**Turno**
Experimental	6	15	90	Mañana
Control	6	15	90	Mañana

El proceso experimental se desarrolla durante 15 semanas desarrollándose los siguientes temas:

PRUEBA DE PROCESO

CRONOGRAMACIÓN

Las clases se desarrollaron los días lunes miércoles y viernes de 8:00 a.m. a 10:00 a.m. con el grupo A (experimental) y de 10:00 a.m. a 12:00 m. con el grupo B (control), según el siguiente cronograma:

Primera Semana: **del 17 de agosto al 21 de agosto**

1^{era} Sesión.- (17/08/09)

Aplicación de la Pre Prueba

Fecha: Viernes 14 de agosto

2da Sesión.- (19/08/09)

Unidades Didácticas

- Funciones trigonométricas de ángulos compuestos
- Área lateral, total y volumen del prisma
- Ecuaciones de primer grado en R

3^{era} Sesión.- (21/08/09)

Unidades Didácticas

- Funciones Trigonométricas de ángulos compuestos
- Área lateral total y volumen del prisma
- Sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

Segunda Semana: del 24 de agosto al 28 de agosto

1era Sesión.- (24/08/09)

Unidades Didácticas

- Funciones trigonométricas de ángulos compuestos
- Área lateral, total y volumen del prisma
- Sistema de Ecuaciones de primer grado con dos variables en R

2da Sesión.- (26/08/09)

Unidades Didácticas

-Funciones trigonométricas de ángulos compuestos

-Área Lateral, Área total y volumen del prisma

-Sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

3era Sesión.- (28/08/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de ejercicios y problemas, sobre el área latera, total y volumen del prisma
- Ejercicios y problemas que se resuelven usando las funciones trigonométricas de ángulos compuestos
- Ejercicios y problemas de aplicación, usando las ecuaciones de primer grado.

Tercera Semana: **del 31 de agosto al 04 se setiembre**

1era Sesión.- (31/08/09)

Unidades Didácticas

- Funciones trigonométricas de ángulos compuestos
- Área lateral, total y volumen del prisma
- Sistema de ecuaciones de primer grado con 2 variables

2da Sesión.- (02/09/09)

Unidades Didácticas

- Área lateral y volumen de la pirámide
- Funciones Trigonométricas del ángulo duplo
- Sistema de ecuaciones de primer grado con 3 variables

3era Sesión.- (04/09/09)

Unidades Didácticas

- Área lateral y volumen de la pirámide
- Funciones Trigonométricas del ángulo duplo
- Sistema de ecuaciones de primer grado con 3 variables

Cuarta Semana: **del 07 de setiembre al 11 de setiembre**

1era Sesión.- (07/09/09)

Unidades Didácticas

- Funciones trigonométricas del ángulo mitad
- Área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Ecuaciones de segundo grado completa. Método de factorización

2da Sesión.- (09/09/09)

Unidades Didácticas

- Funciones trigonométricas del ángulo mitad
- Área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Ecuaciones de segundo grado completa. Método de factorización

3era Sesión.- (11/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Primer caso
- Área lateral total y volumen del cono
- Ecuaciones de segundo grado completa. Formula general

Quinta Semana: del 14 de setiembre al 18 de setiembre

1era Sesión.- (14/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Primer caso
- Área lateral total y volumen del cono
- Ecuaciones de segundo grado completa. Formula general

2da Sesión.- (16/09/09) Prueba de Proceso

3era Sesión.- (18/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Segundo caso

- Área lateral total y volumen del tronco de cono
- Ecuaciones de segundo grado incompleta, de la forma: $ax^2 \pm bx = 0$

Sexta Semana: del 21 de setiembre al 25 de setiembre

1era Sesión.- (21/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Segundo caso
- Área lateral total y volumen del tronco de cono
- Ecuaciones de segundo grado incompleta, de la forma: $ax^2 \pm bx = 0$

2da Sesión.- (23/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Tercer caso
- Área y volumen de la esfera
- Ecuaciones de segundo grado incompleta de la forma $ax^2 \pm c = 0$

3era Sesión.- (25/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos rectángulos. Tercer caso
- Área y volumen de la esfera
- Ecuaciones de segundo grado incompleta de la forma $ax^2 \pm c = 0$

Séptima Semana: del 28 de setiembre al 02 de octubre

1era Sesión.- (28/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Primer caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del prisma
- Inecuaciones de primer grado

2da Sesión.- (30/09/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Primer caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del prisma
- Inecuaciones de primer grado

3era Sesión.- (02/10/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Segundo caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen de la pirámide
- Inecuaciones de segundo grado

Octava Semana: del 05 de octubre al 09 de octubre

1era Sesión.- (05/10/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Segundo caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen de la pirámide
- Inecuaciones de segundo grado

2da Sesión.- (07/10/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Tercer caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Inecuaciones con valor absoluto

3era Sesión.- (09/10/09)

Unidades Didácticas

- Resolución de triángulos oblicuángulos. Tercer caso
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Inecuaciones con valor absoluto

Novena Semana: del 12 de octubre al 16 de octubre

1era Sesión.- (12/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de los senos
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del cono
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de primer grado con una variable

2da Sesión.- (14/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de los senos
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del cono
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de primer grado con una variable

3era Sesión.- (16/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de los cosenos
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando las fórmulas del área lateral, total y volumen del tronco de cono
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de primer grado con dos variables

Décima Semana: **del 19 de octubre al 23 de octubre**

1era Sesión.- (19/10/09) Prueba de proceso

2da Sesión.- (21/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de los cosenos
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando la fórmula del área lateral, total y volumen del tronco de cono
- Ejercicios y problemas aplicándolas ecuaciones de primer grado con dos variables

3era Sesión.- (23/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de tangente y cotangente
- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando la fórmula del área y volumen de la esfera
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de primer grado con tres variables

Undécima Semana: **del 26 de octubre al 30 de octubre**

1era Sesión.- (26/10/09)

Unidades Didácticas

- Ley de tangente y cotangente

- Ejercicios y problemas que se resuelven aplicando la fórmula del área y volumen de la esfera
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de primer grado con tres variables

2da Sesión.- (28/10/09)

Unidades Didácticas

- Identidades trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del prisma
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado completa. Método de factorización

3era Sesión.- (30/10/09)

Unidades Didácticas

- Identidades trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del prisma
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado completa. Método de factorización

Duodécima Semana: del 2 de noviembre al 6 de noviembre

1era Sesión.- (2/11/09)

Unidades Didácticas

- Ecuaciones trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen de la pirámide
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado completa. Fórmula general

2da Sesión.- (4/11/09)

Unidades Didácticas

- Ecuaciones trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen de la pirámide
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado completa. Fórmula general

3era Sesión.- (6/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando la ley de senos y cosenos
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado incompleta, de la forma $ax^2 \pm bx = 0$

Décima tercera Semana: del 9 de noviembre al 13 de noviembre

1era Sesión.- (9/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando la ley de senos y cosenos
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del tronco de pirámide
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado incompleta, de la forma $ax^2 \pm bx = 0$

2da Sesión.- (11/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando la ley de tangente y cotangente
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del cono
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado incompleta de la forma $ax^2 \pm c = 0$

3era Sesión.- (13/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando la ley de tangente y cotangente
- Creación de problemas del área lateral, total y volumen del cono
- Ejercicios y problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado incompleta de la forma $ax^2 \pm c = 0$

Décimo cuarta Semana: del 16 de noviembre al 20 de noviembre

1era Sesión.- (16/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando identidades trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral total del tronco de cono
- Ejercicios y problemas aplicando las inecuaciones de primer grado

2da Sesión.- (18/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando identidades trigonométricas
- Creación de problemas del área lateral total del tronco de cono
- Ejercicios y problemas aplicando las inecuaciones de primer grado

3era Sesión.- (20/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando ecuaciones trigonométricas
- Creación de problemas del área y volumen de la esfera
- Ejercicios y problemas aplicando las inecuaciones de segundo grado

Décimo quinta Semana: del 23 de noviembre al 27 de noviembre

1era Sesión.- (23/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando ecuaciones trigonométricas
- Creación de problemas del área y volumen de la esfera
- Ejercicios y problemas aplicando las inecuaciones de segundo grado

2da Sesión.- (25/11/09)

Unidades Didácticas

- Ejercicios y problemas aplicando ángulo compuesto
- Ejercicios y problemas aplicando ángulo duplo
- Ejercicios y problemas aplicando ángulo mitad

3era Sesión.- (27/11/09) Prueba de salida

Estos temas corresponden a las cuatro Unidades Didácticas, que son tomadas en cuenta para elaborar las preguntas de los Exámenes de Admisión.

La Pre y Post Prueba de matemática, esta conformada de la siguiente manera: Para el Área de Geometría del Espacio utilizamos principalmente problemas de cálculo de áreas y volúmenes, (7 preguntas), y en el Área de Trigonometría igualmente problemas aplicativos de la realidad, contextualizados. (7 preguntas).

Para el caso de las ecuaciones son problemas de aplicación de las ecuaciones lineales con una o dos incógnitas, y para el caso de las ecuaciones cuadráticas con una incógnita aplicada en igual caso al contexto real, (6 preguntas).

La Pre Prueba tuvo como objetivos:

1) Verificar si los grupos cumplen con los **requisitos** para la validez interna, expresados en el conocimiento de los temas, estrategias y algoritmos.
2) Posibilitar una **retroalimentación** en los temas que tiene relación básica para entender con eficacia los diversos conceptos, propiedades y aplicaciones, que se estudiará a lo largo de las cuatro unidades didácticas.

La Prueba de Proceso, se administra después de haber concluido el desarrollo de cada unidad didáctica, por el docente investigador, cuyos resultados se consideran como calificativos de la prueba de proceso.

La Post Prueba, se administra después de haber concluido el trabajo de campo, cuyos ítemes fueron elaborados de acuerdo a los niveles de dificultad, competencias y contenidos.

Los objetivos de la Post Prueba fueron:

1. Conocer el rendimiento académico logrado por los estudiantes del grupo experimental que aplicaron el Método Heurístico o enseñanza de la Matemática basada en resolución de problemas y del grupo de control que aplicaron la metodología tradicional.
2. Comparar el nivel del rendimiento académico de los estudiantes integrantes del grupo experimental y de control, para la confirmación o no de nuestra hipótesis de trabajo formulados con antelación y luego inferir conclusiones conducentes a la viabilidad de nuestra investigación.
3. Determinar el nivel de logro de las dimensiones, competencias y metas propuestas en la enseñanza de la matemática y emitir juicios valederos con miras a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.
4. Comprobar si la enseñanza de la matemática usando el Método Heurístico basada en la resolución de problemas mejora el rendimiento académico de los estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista.

Al respecto POZO (1994), Juan señala. "A los alumnos no se les puede enseñar a pensar, a resolver problemas en general, al margen de los contenidos específicos de cada área del currículo".

SCHOENFELD, A. (1985), señala con respecto a la resolución de problemas: "Es decir, el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuáles los alumnos aprenden a pensar matemáticamente".

Se ha elaborado una tabla de especificaciones acerca de los ítemes que se van a evaluar:

CUADRO Nº 4:

TABLA DE ESPECIFICACIONES DE LA PRUEBA DE MATEMÁTICA GENERAL

<table>
<tr><th>OBJETIVO</th><th>CAPACIDAD DE ÁREA</th><th>CONTENIDO</th><th>INDICADOR</th><th>ITEM</th><th>Ptje.</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Desarrollar sus capacidades, conocimientos y actitudes, referidas a ecuaciones lineales con</td><td rowspan="4">Razonamiento y demostración</td><td>Funciones Trigonométricas</td><td>Razonamiento y demostración de las F.T. de ángulos compuestos</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Geometría</td><td>Demostración de las fórmulas para hallar el A_L, A_T, y V del prisma</td><td>2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Álgebra</td><td>Resuelve ejercicios y problemas aplicando ecuaciones del primer grado</td><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Funciones Trigonométricas</td><td>Resuelve ejercicios y problemas de aplicación de F.T. de ángulos compuestos</td><td>4</td><td>1</td></tr>
</table>

una o dos variables. Así como también de las ecuaciones cuadráticas.		Geometría	Resuelve ejercicios y problemas del cálculo de A_L, A_T y V del prisma	5	1
		Álgebra	Resuelve ejercicios y problemas aplicando sistema de ecuaciones con dos variables	6	1
		Funciones Trigonométricas	Razonamiento y demostración de las F.T. del ángulo doble	7	1
		Geometría	Demuestra las fórmulas para hallar el A_L, A_T y V de la pirámide y el cono	8	1
		Álgebra	Demuestra el proceso para obtener la fórmula general de las ecuaciones de 2^{do} grado	9	1
Resolver Áreas y volúmenes de sólidos geométricos.	Resolución de problemas	Funciones Trigonométricas	Resuelve ejercicios y problemas de aplicación de las F.T. del ángulo doble	10	1
		Geometría	Resuelve ejercicios del A_L, A_T y V de la pirámide y el cono	11	1
		Álgebra	Describe el proceso cognitivo para resolver ejercicios y problemas aplicando Ec. de 2^{do} grado	12	1
Manejar las Razones y funciones trigonométricas de ángulo doble, ángulo mitad y ángulos compuestos.		Funciones Trigonométricas	Razonamiento y demostración de las F.T. del ángulo mitad	13	1
		Geometría	Describe el proceso cognitivo para hallar el área y volumen de la esfera	14	1
	Comunicación Matemática	Álgebra	Describe el proceso cognitivo para obtener la solución de una inecuación de 1^{er} grado	15	1
		Funciones Trigonométricas	Resuelve ejercicios y problemas de aplicación de las F.T. del ángulo mitad	16	1

Resolver problemas de su entorno y problemas, usando ecuaciones de segundo grado.					
		Geometría	Razonamiento y demostración para hallar las fórmulas del área y volumen de la esfera	17	1
		Álgebra	Describe el proceso para obtener una inecuación de 1er grado con valor absoluto	18	1
		Funciones Trigonométricas	Describe el proceso cognitivo del cálculo de las F.T. del ángulo triple	19	1
		Geometría	Describe el proceso cognitivo para hallar la solución de variados problemas de geometría del espacio	20	1

CUADRO Nº 5

ITEMS DEL UNSTRUMENTO POR COMPETENCIAS DEL ÁREA DE MATEMÁTICA

COMPETENCIAS	ITEM	f	%
RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN	1, 2, 7, 8, 9, 13, 17	7	35 %
COMUNICACIÓN MATEMÁTICA	3, 4, 5, 6, 10, 11, 16	7	35 %
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	12, 14, 15, 18, 19, 20	6	38 %
TOTAL		20	**100%**

3.5.5 FUENTES PARA LA ELABORACION DEL INSTRUMENTO

Se construyó un Banco de preguntas para la elaboración del instrumento, en base a las siguientes fuentes:

1. Elaboración del propio profesor, Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista.
2. Libro de Matemática Básica, elaborado por el propio profesor y editada por la Facultad de Educación (PROBACH).
3. Libros de Matemática General, de diversos autores sobre cada una de las unidades señaladas en el Silabo de Matemática.
4. Noticias en los periódicos, revistas y otros medios de difusión nacional, donde se plantea una relación de la Matemática con el medio ambiente que nos rodea.
5. Direcciones electrónicas de la especialidad y área de matemática en la Internet.
6. Problemas presentados por los propios estudiantes. Los estudiantes son una fuente importante en la obtención de problemas matemáticos.

3.5.6 CRITERIOS PARA LA ELABORACIÓN DEL INSTRUMENTO

Para la elaboración del instrumento se ha tenido en cuenta los siguientes criterios:

a) Las competencias especificadas para cada unidad del curso de Matemática para los estudiantes del Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista.
b) El grado de dificultad que presentan cada uno de los ítemes, según las prácticas realizadas anteriormente en las actividades desarrolladas.
c) La determinación de los ítemes según la variedad que contiene el banco de problemas
d) La determinación de los problemas según el juicio de expertos, elaborados por el grado de dificultad, los contenidos y las competencias de matemática.
e) En conjunto, el instrumento está conformado por 20 preguntas contenidos en un cuadernillo de 3 páginas.
f) Se hace entrega a los estudiantes que participan de la evaluación de una hoja cuadriculada adicional y de una hoja informativa que contiene sus datos generales y la tarjeta donde marcan sus respuestas y el nivel de dificultad de cada ítem.
g) Se elaboró la plantilla de la, hoja de respuestas
h) La aplicación del instrumento tiene una duración de dos periodos lectivos.

3.5.7 CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

Se constituyeron dos grupos: un grupo A y un grupo B. Cada uno de ellos con el mismo número de sujetos. El grupo A es el experimental y el grupo B es el de control.

Ambos grupos fueron idénticos en todo lo posible, especialmente en los siguientes factores: número de individuos, edad promedio, sexo, promedio de calificativos anteriores, nivel socio económico, zona de residencia y medio ambiente en el que se desenvuelven. Sólo con todo eso se pudo lograr que ambos grupos sean iguales, es decir que:

$$A = B$$

La variable independiente estuvo constituida por fichas de trabajo exprofesamente elaborado para el efecto. Los sujetos del grupo A desarrollaron sus clases utilizando fichas de trabajo (Problemas) en forma periódica y mediante sesiones de noventa minutos hasta concluir la práctica, actuando el profesor como un facilitador. Los sujetos del grupo B llevaron sus clases de la manera tradicional, es decir, con el profesor desarrollando las lecciones.

Al iniciar la investigación se aplicó la prueba de entrada mediante una prueba objetiva, con una escala de 40 puntos, para toda la muestra, es decir, para ambos grupos. Al finalizar la investigación se aplicó otra prueba objetiva o test final, con la misma escala de calificación y también para toda muestra. Se obtuvieron los promedios finales para ambos grupos, teniendo de esta manera el rendimiento o nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes de cada grupo, tanto individualmente como en promedio. Estos puntajes alcanzados constituyeron la observación cuantitativa de la investigación.

Siendo ambos grupos iguales se tendrá que si la diferencia en los niveles de aprendizaje alcanzado es significativa, se podrá afirmar que el método de enseñanza utilizado – el Método Heurístico – en el desarrollo de la asignatura es válido para ese nivel de estudiantes.

CAPITULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ENTRADA

En los siguientes cuadros se resume el tipo de respuestas proporcionadas por los estudiantes al desarrollar la prueba de entrada.

Se dan los resultados en grupos de tres cifras: la primera indica el número de respuestas buenas. La segunda las respuestas malas y la tercera las respuestas no contestadas.

Grupo A: Experimental

COD	RESPUESTAS POR			TOTAL DE RESPUESTAS
	I GEOMETRÍA	II TRIGONOMETRÍA	III ÁLGEBRA	
A1	10-2-2	7-2-1	10-4-2	27-8-5
A2	9-1-4	6-1-3	10-3-3	25-5-10
A3	6-3-5	5-1-4	7-3-6	18-7-15
A4	8-3-3	6-2-2	8-4-4	22-9-9
A5	12-2-0	4-2-4	12-1-3	28-5-7
A6	10-0-4	8-1-1	5-5-6	23-6-11
A7	5-6-3	6-0-4	5-5-6	16-11-13
A8	8-4-2	6-1-3	10-2-4	24-7-9
A9	9-2-3	4-2-4	12-1-3	25-5-10
A10	8-0-6	8-0-2	8-6-2	24-6-10
A11	12-1-1	4-3-3	10-2-4	26-6-8
A12	9-2-3	5-2-3	6-3-7	20-7-13

Cuadro: 1 Respuestas a la prueba de Entrada – Grupo A

Grupo B: Control

COD.	RESPUESTAS POR			TOTAL DE RESPUESTAS
	I Geometría	II Trigonometría	III Álgebra	
B1	8-4-2	6-2-2	5-3-8	19-9-12
B2	10-0-4	6-0-4	9-3-4	25-3-12
B3	2-6-6	6-3-1	8-5-3	16-14-10
B4	7-3-4	5-2-3	8-4-4	20-9-11
B5	12-2-0	8-1-1	12-1-3	32-4-4
B6	6-4-4	7-2-1	6-6-4	19-12-9
B7	4-6-4	6-1-3	7-4-5	17-11-12
B8	6-5-3	7-1-2	10-3-3	23-9-8
B9	8-3-3	5-2-3	9-3-4	22-8-10
B10	6-2-6	6-3-1	8-2-6	20-7-13
B11	6-6-2	6-0-4	10-6-0	22-12-6
B12	5-6-3	4-4-2	7-5-4	16-15-9

Cuadro: 2 Respuestas a la prueba de Entrada – Grupo B

ANÁLISIS DE LOS DATOS

De la cuarta que conforma cada uno de los cuadros, es decir. La que consigna los resultados totales de las respuestas se le puede hacer un análisis más detallado para determinar el porcentaje de respuestas buenas, malas y en blanco proporcionados tanto por cada sujeto como por cada uno de los grupos y para el total de la muestra. Se tendría así un buen indicador del nivel en Geometría del Espacio Álgebra y Trigonometría que tienen los estudiantes. En los cuadros que se consignan a continuación se hace ese análisis porcentual de respuestas para cada grupo. De allí se obtiene, además, un promedio porcentual para toda la muestra.

Grupo A: ANÁLISIS PORCENTUAL DE RESPUESTAS

ANÁLISIS PORCENTUAL DE RESPUESTAS						
COD	**BUENAS**		**MALAS**		**EN BLANCO**	
	N.º	%	N.º	%	N.º	%
A1	27	67.5	8	20	5	12.5
A2	25	62.5	5	12.5	10	25
A3	18	45	7	17.5	15	37.5
A4	22	55	9	22.5	9	22.5
A5	28	70	5	12.5	7	17.5
A6	23	57.5	6	15	11	27.5
A7	16	40	11	27.5	13	32.5
A8	24	60	7	17.5	9	22.5
A9	25	62.5	5	12.5	10	25
A10	24	60	6	15	10	25
A11	26	65	6	15	8	20
A12	20	50	7	17.5	13	32.5

Cuadro: 3 Valores porcentuales de las respuestas a la pre prueba– Grupo A

Promedio porcentual para el grupo A:

Respuestas buenas: 57.9%

Respuestas malas: 17.1%

Respuestas en blanco: 25 %

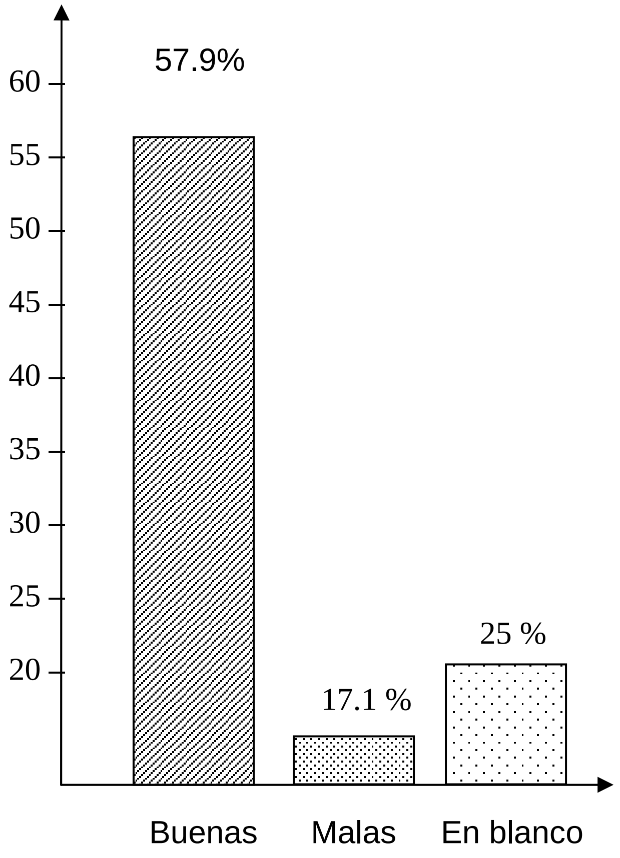


Figura 1: Respuestas a la pre prueba. Grupo A

Grupo B. ANÁLISIS PORCENTUAL DE RESPUESTAS

COD	**BUENAS**		**MALAS**		**EN BLANCO**	
	N.º	%	N.º	%	N.º	%
B1	19	47.5	9	22.5	12	30
B2	25	62.5	3	7.5	12	30
B3	16	40	14	35	10	25
B4	20	50	9	22.5	11	27.5
B5	32	80	4	10	4	10
B6	19	47.5	12	30	9	22.5
B7	17	42.5	11	27.5	12	30
B8	23	57.5	9	22.5	8	20
B9	22	55	8	20	10	25
B10	20	50	7	17.5	13	32.5
B11	22	55	12	30	6	15
B12	16	40	15	37.5	9	22.5

Cuadro: 4 Respuestas a la pre prueba – Grupo B

Promedio porcentual para el grupo B:

Respuestas buenas:	52.3 %
Respuestas malas:	23.5 %
Respuestas en blanco:	24.2 %

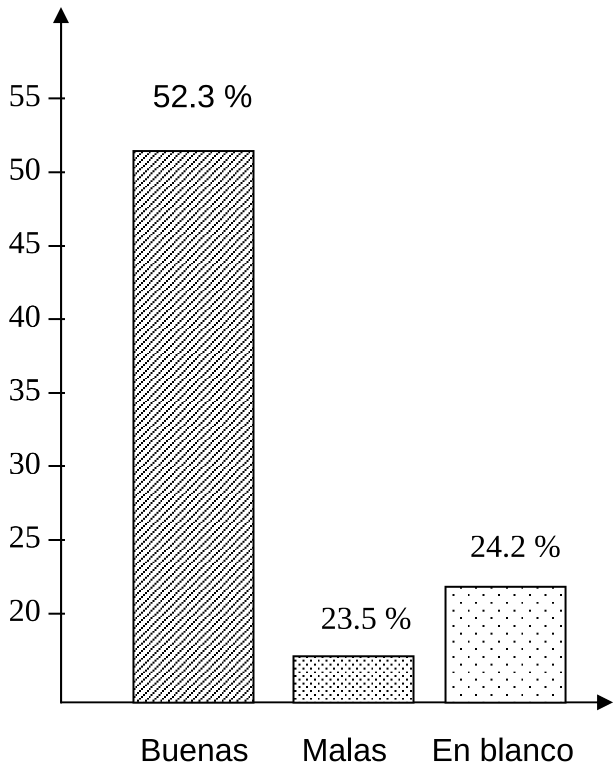


Figura 2: Respuestas a la pre prueba. Grupo B

Del análisis porcentual de las respuestas buenas, malas y en blanco dadas para la prueba de entrada por ambos grupos se aprecia que los valores muestran cifras muy parecidas para ambos. Lo cual se aprecia en el siguiente cuadro resumen:

Grupos A y B: Promedio porcentual de Respuestas

GRUPO	BUENAS	MALAS	EN BLANCO
A	57.9	17.1	25
B	52.3	23.5	24.2
TOTAL	55.1	20.3	24.6

Cuadro: 5 Respuestas a la pre prueba. Grupos A y B

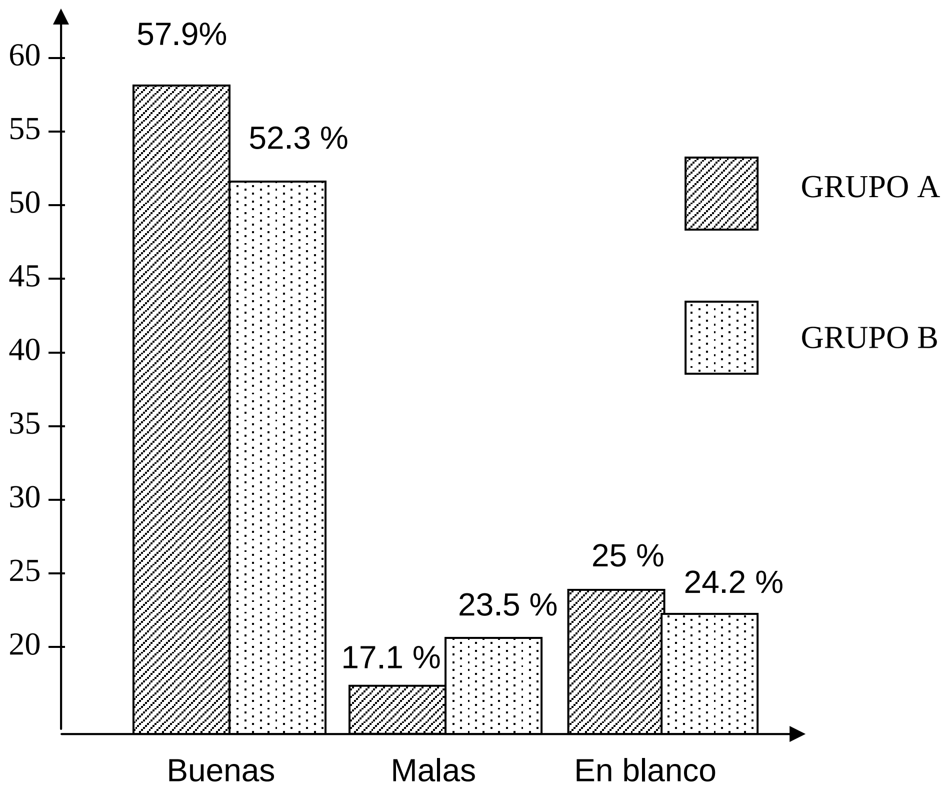


Figura 3: Respuestas a la pre prueba. Grupos A y B

Se aprecia la homogeneidad de los grupos cuando se comparan los porcentajes de respuestas buenas: un 57.9% para el grupo A y un 52.3% para el grupo B, con una pequeña diferencia porcentual de 5.6%. La homogeneidad es más manifiesta cuando se compara los porcentajes acumulados de respuestas malas y en blanco. Se tiene así 42.1% para el grupo A y 47.7% para el grupo B, con una diferencia porcentual de sólo 5.6%.

Los resultados de la prueba también se aprecian consignando los PUNTAJES ALCANZADOS y los CALIFICATIVOS LOGRADOS por los sujetos de cada grupo.

Grupo A: Calificativos Logrados

CÓDIGO	PUNTOS	%	CALIFICATIVO
A1	27	67.5	13.5
A2	25	62.5	12.5
A3	18	45	9
A4	22	55	11
A5	28	70	14
A6	23	57.5	11.5
A7	16	40	8
A8	24	60	12
A9	25	62.5	12.5
A10	24	60	12
A11	26	65	13
A12	20	50	10

Cuadro: 6 Calificativos del Grupo A

Puntaje promedio: 23.17
Nota promedio: 11.58

N.º de aprobados: 9 (75%)
N.º de desaprobados: 3 (25%)

Grupo B: CALIFICATIVOS LOGRADOS

CÓDIGO	PUNTOS	%	CALIFICATIVO
B1	19	47.5	9.5
B2	25	62.5	12.5
B3	16	40	8
B4	20	50	10
B5	32	80	16
B6	19	47.5	9.5
B7	17	42.5	8.5
B8	23	57.5	11.5
B9	22	55	11
B10	20	50	10
B11	22	55	11
B12	16	40	8

Cuadro: 7 Calificativos del Grupo B – Pre Prueba

Puntaje promedio: 20.92

Nota promedio: 10.46

N.º de aprobados: 5 (41.7%)

N.º de desaprobados: 7 (58.3%)

RESULTADOS DE LA PRUEBA SE SALIDA

Al igual que la prueba de entrada, los tipos de respuestas proporcionadas por los estudiantes en la pos prueba se consignan en los cuadros que se dan a continuación. Aquí también los resultados se dan en grupos de tres cifras que indican, respectivamente, las respuestas buenas, malas y dejadas en blanco. Ese es el orden que siempre se sigue al proporcionar los resultados.

GRUPO A: Experimental

COD.	RESPUESTAS POR SECCIONES			TOTAL DE RESPUESTAS
	I	II	III	
A1	13-1-0	9-0-1	2-3-1	34-4-2
A2	10-4-0	9-0-1	10-2-4	29-6-5
A3	13-0-1	10-0-0	9-5-2	32-5-3
A4	10-2-2	9-0-1	11-3-2	30-5-5
A5	10-3-1	9-1-0	9-4-3	28-8-4
A6	12-1-1	8-2-0	12-3-1	32-6-2
A7	10-2-2	9-0-1	11-3-2	30-5-5
A8	8-6-0	9-1-0	7-3-6	24-10-6
A9	10-4-0	8-0-2	12-2-2	30-6-4
A10	10-3-1	10-0-0	12-4-0	32-7-1
A11	13-1-0	8-1-1	9-4-3	30-6-4
A12	8-4-2	6-2-2	6-4-6	20-10-10

Cuadro: 8 Respuestas a la prueba de salida. Grupo A

Grupo B: Control

COD.	RESPUESTAS POR			TOTAL DE RESPUESTAS
	I	II	III	
B1	7-2-5	7-3-0	3-6-7	17-11-12
B2	12-1-1	8-1-1	2-3-11	22-5-13
B3	9-4-1	10-0-0	1-5-10	20-9-11
B4	10-4-0	4-0-6	2-3-11	16-7-17
B5	11-2-1	10-0-0	11-4-1	32-6-2
B6	7-3-4	5-1-4	8-4-4	26-8-12
B7	8-5-1	6-2-2	6-4-6	20-11-9
B8	10-3-1	9-1-0	3-4-9	22-8-10
B9	12-1-1	9-1-0	2-4-10	23-6-11
B10	14-0-0	8-1-1	7-8-1	29-9-2
B11	8-4-2	4-4-2	9-7-0	21-15-4
B12	7-4-3	5-2-3	8-5-3	20-11-9

Cuadro: 9 Respuestas a la prueba de salida. Grupo B

De las RESPUESTAS TOTALES de los dos cuadros anteriores, puede hacerse un ANÁLISIS PORCENTUAL de los diferentes tipos de respuestas. Ello se aprecia en los cuadros siguientes:

Grupo A. ANÁLISIS PORCENTUAL DE RESPUESTAS

COD	**BUENAS**		**MALAS**		**EN BLANCO**	
	N.º	%	N.º	%	N.º	%
A1	34	85	4	10	2	5
A2	29	72.5	6	15	5	12.5
A3	32	80	5	12.5	3	7.5
A4	30	75	5	12.5	5	12.5
A5	28	70	8	20	4	10
A6	32	80	6	15	2	5
A7	30	75	5	12.5	5	12.5
A8	24	60	10	25	6	15
A9	30	75	6	15	4	10
A10	32	80	7	17.5	1	2.5
A11	30	75	6	15	4	10
A12	20	50	10	25	10	25

Cuadro: 10 Valores porcentuales de la prueba de salida. Grupo A

GRUPO B. ANÁLISIS PORCENTUAL DE RESPUESTAS

COD	BUENAS		MALAS		EN BLANCO	
	N.º	%	N.º	%	N.º	%
B1	17	42.5	11	27.5	12	30
B2	22	55	5	12.5	13	32.5
B3	20	50	9	22.5	11	27.5
B4	16	40	7	17.5	17	42.5
B5	32	80	6	15	2	5
B6	20	50	8	20	12	30
B7	20	50	11	27.5	9	22.5
B8	22	55	8	20	10	25
B9	23	57.5	6	15	11	27.5
B10	29	72.5	9	22.5	2	5
B11	21	52.5	15	37.5	4	10
B12	20	50	11	25.5	9	22.5

Cuadro: 11 Valores porcentuales de la prueba de salida. Grupo B

El mismo análisis porcentual puede apreciarse en los siguientes resúmenes y gráficos para cada uno de los grupos.

PROMEDIO PORCENTUAL PARA EL GRUPO A:

Respuestas buenas:	73.1 %
Respuestas malas:	16.3 %
Respuestas en blanco:	10.6 %

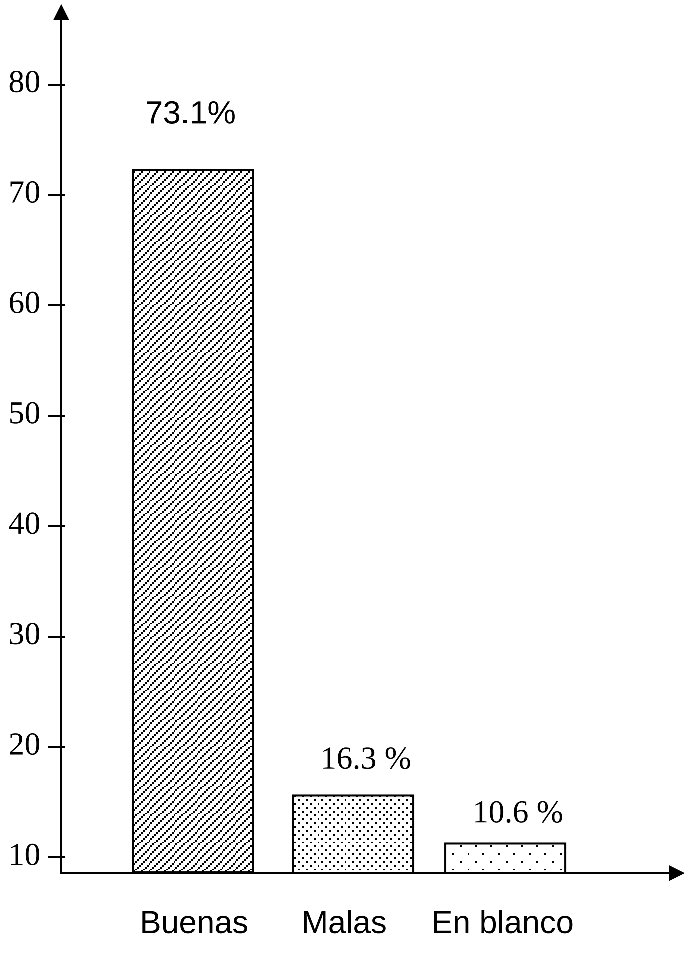


Figura 6: Prueba de salida. Grupo A

PROMEDIO PORCENTUAL PARA EL GRUPO B:

Respuestas buenas:	54.6 %
Respuestas malas:	21.1 %
Dejadas en blanco:	23.3 %

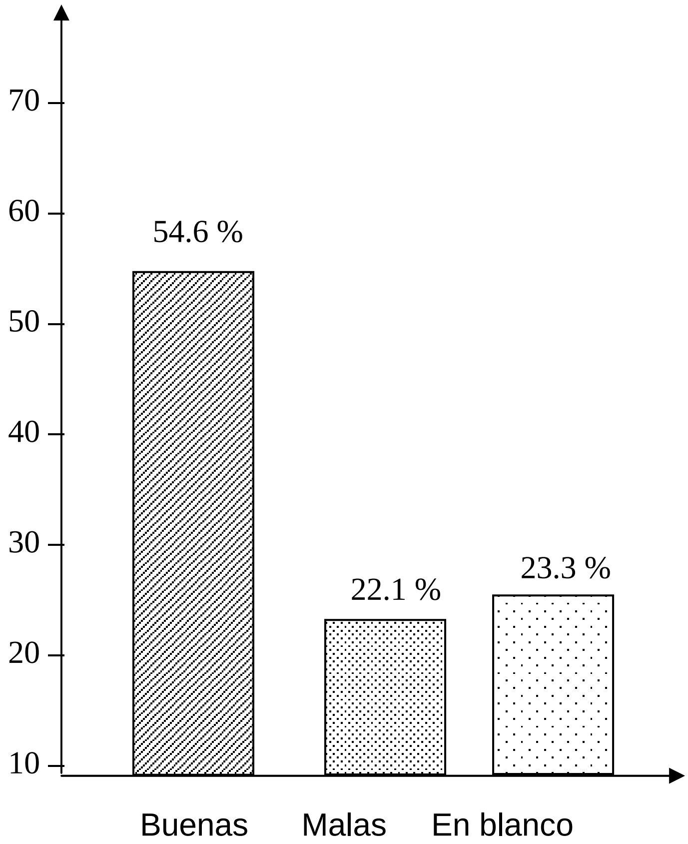


Figura 7: Prueba de salida. Grupo B

Del examen de las cifras porcentuales se puede apreciar un aumento significativo en el porcentaje de respuestas correctas, especialmente en el grupo a que de 57.9% inicial sube a 73.1% por su parte el grupo B pasa de 52.3% a 54.6%. El resumen de los porcentajes alcanzados se aprecia en el cuadro siguiente.

GRUPOS A y B PROMEDIO PORCENTUAL DE RESPUESTAS

GRUPO	BUENAS	MALAS	EN BLANCO
A	73.1%	16.3%	10.6%
B	54.6%	22.1%	23.3%
TOTAL	63.9%	19.2%	16.9%

Cuadro: 12 Resumen porcentual. Grupos A y B

Además, puede apreciarse que si sumamos las respuestas malas y dejadas en blanco, los porcentajes han descendido notoriamente. Así, el grupo A que en la prueba de entrada alcanza 42.1 % llega ahora apenas a 26.9% y el grupo B de 47.7% alcanza ahora la cifra de 45.4%. Como se ve hay un considerable descenso, especialmente en el grupo A. El gráfico, siguiente indica esas diferencias.

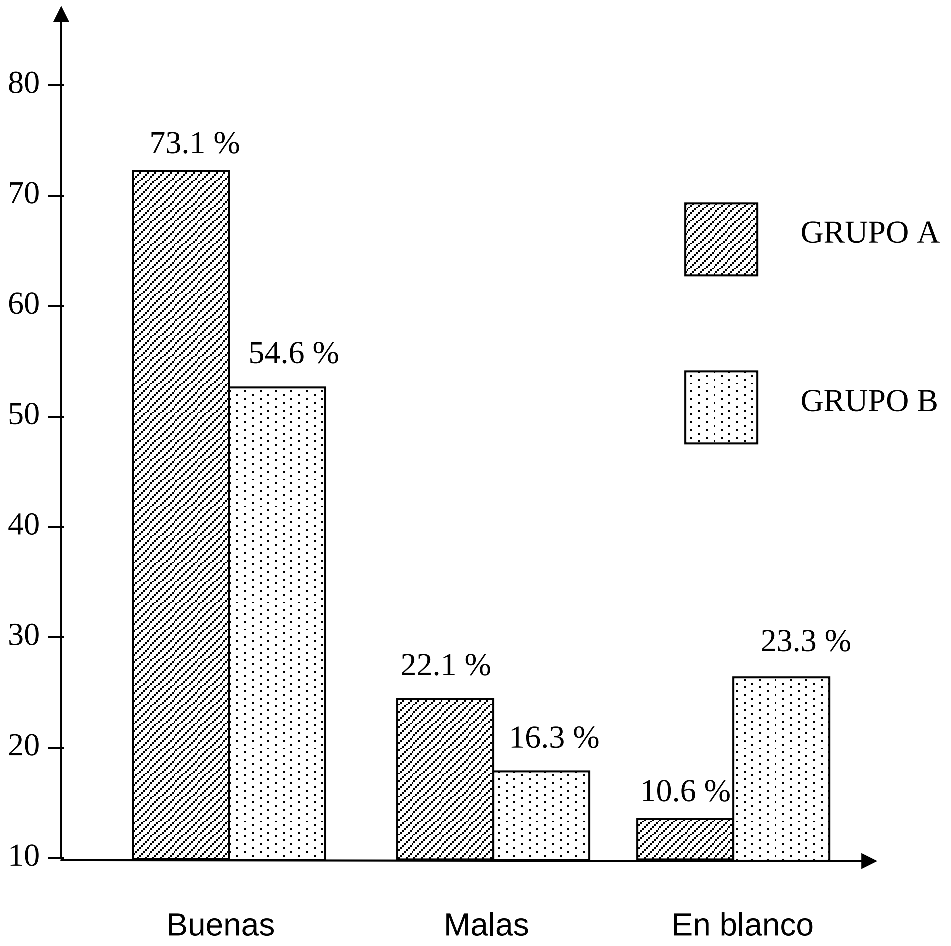


Figura 8: Diferencias porcentuales de respuesta

Grupos A y B

Los resultados en relación a los PUNTAJES y CALIFICATIVOS alcanzados son los siguientes:

GRUPO A: Calificativos Logrados – Post prueba

COD	PUNTOS	%	CALIFICATIVOS
A1	34	85	17
A2	29	72.5	14.5
A3	32	80	16
A4	30	75	15
A5	28	70	14
A6	32	80	16
A7	30	75	15
A8	24	60	12
A9	30	75	15
A10	32	80	16
A11	30	75	15
A12	20	50	10

Cuadro: 13 Calificativos logrados. Grupo A – Post prueba

Puntaje promedio: 29.3 %

Nota promedio: 14.6 %

N.º de aprobados: 11 (91.7%)

N.º de desaprobados: 1 (8.3%)

GRUPO B: Calificativos Logrados

COD	PUNTOS	%	CALIFICATIVOS
B1	17	42.5	8.5
B2	22	55	11
B3	20	50	10
B4	16	40	8
B5	32	80	16
B6	20	50	10
B7	20	50	10
B8	22	55	11
B9	23	57.5	11.5
B10	29	72.5	14.5
B11	21	52.5	10.5
B12	20	50	10

Cuadro: 14 Calificativos logrados. Grupo B – posprueba

Puntaje promedio: 21.8 %

Nota promedio: 10.9 %

N.º de aprobados: 6 (50%)

N.º de desaprobados: 6 (50%)

ANÁLISIS COMPARATIVO

A partir de los resultados de las pruebas de entrada y de salida, puede construirse una tabla de distribución de frecuencias que muestre las tendencias de agrupación de dichos resultados, como se observa en los cuadros que se dan a continuación:

PUNTAJES ALCANZADOS

PUNTOS	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	A	B	A	B
1 – 5				
6 – 10				
11 – 15				
16 – 20	3	7	1	(6)
21 – 25	6	4	1	(4)
26 – 30	3		6	(2)
31 – 35		1	4	
36 – 40				

Cuadro: 15 Distribución de Puntajes

CALIFICATIVOS

PUNTOS	PRE PRUEBA		POS PRUEBA	
	A	B	A	B
1 – 4				
5 – 8	1	2		(1)
9 – 12	6	8	2	(9)
13 – 16	5	2	9	(2)
17 – 20			1	

Cuadro: 16 Distribución de Calificativos

De análisis de las frecuencias de clase se desprende un hecho concreto: la diferente distribución de puntajes y calificativos entre la preprueba y la pos prueba. Dichos puntajes se agrupan básicamente en los intervalos de clase bajos en la preprueba, mientras que en la posprueba alcanza los intervalos más altos. Más aún puede observarse que los resultados del grupo A ocupan los puntajes más altos que los del grupo B. Se aprecia, por el ejemplo, que en los puntajes más altos (de 30 a 40 puntos) el grupo A comprende a 4 estudiantes, mientras que el grupo B no tiene ningún estudiante. Por el contrario en los puntajes bajos (de 1 a 20) se encuentran 6 estudiantes del grupo B, mientras que en ese rango sólo hay un estudiante del grupo A. Se aprecia, pues, que si bien ambos grupos muestran elevación de los niveles de aprendizaje (medidos por los puntajes alcanzados), en el Grupo A los niveles son, cualitativa y cuantitativamente, más altos. Hay, así una diferencia significativa en los niveles alcanzados por ambos grupos.

En lo que se refiere a los calificativos o notas logradas por los estudiantes se aprecia otro tanto. En el rango de calificativos de 13 a 20 en el grupo A se encuentran 10 estudiantes (de un total de 12), mientras que en ese mismo rango sólo se encuentran 2 estudiantes del grupo B, En los rangos inferiores (calificativos de 1 al 12) se aprecia un hecho opuesto: en este rango sólo hay 2 estudiantes del grupo A por 10 estudiantes del grupo B.

Se ve así que los niveles de aprendizaje alcanzados por el grupo A logra puntajes y calificativos más altos que el grupo B, no sólo en cuanto a valores numéricos (notas más altas) sino también en valores porcentuales.

Así un 33% de estudiantes del grupo A alcanzan puntajes entre 30 y 40, mientras que en el grupo B ningún estudiante alcanza esos puntajes, En los puntajes menores de 1 a 20 están comprendidos el 50% de estudiantes del grupo B y sólo el 8% de estudiantes del grupo A.

En los calificativos sucede algo parecido. En el grupo A el 83% de estudiantes alcanzan notas de 13 a 20, mientras en el grupo B sólo el 17% de estudiantes alcanza estos calificativos. Más aún en el rango más alto con calificativos de 17 a 20, se encuentra el 8% de estudiantes del grupo A y ningún estudiante (0%) del grupo B. En cambio en los puntajes bajos, con calificativos de 1 a 12, hay un 17% de estudiantes del grupo A por un 83% de estudiantes del grupo B. Hay también una diferencia significativa en los niveles de aprendizajes alcanzados por ambos grupos.

PUNTAJES ALCANZADOS. Grupos A y B

ESTUDIANTES	GRUPO A		GRUPO B	
	Prueba Entrada	Prueba de Salida	Prueba Entrada	Prueba de Salida
1	27	34	19	17
2	25	29	25	22
3	18	32	16	20
4	22	30	20	16
5	28	28	32	32
6	23	32	19	20
7	16	30	17	20
8	24	24	23	22
9	25	30	22	23
10	24	32	20	29
11	26	30	22	21
12	20	20	16	20
PROM.	23.2	29.3	20.9	21.8

Cuadro: 17 Puntajes para ambos grupos

VALORES PORCENTUALES DE LOS PUNTAJES GRUPOS A y B

ESTUD	GRUPO A		GRUPO B	
	Prueba Entrada	Prueba de Salida	Prueba Entrada	Prueba de Salida
1	67.5	85	47.5	42.5
2	62.5	72.5	62.5	55
3	45	80	40	50
4	55	75	50	40
5	70	70	80	80
6	57.5	80	47.5	50
7	40	75	42.5	50
8	60	60	57.5	55
9	62.5	75	55	57.5
10	60	80	50	72.5
11	65	75	55	52.5
12	50	50	40	50
PROM.	57.9 %	73.1 %	52.3 %	54.6 %

Cuadro: 18 Porcentaje de puntuación para ambos grupos

El nivel porcentual de puntajes logrados aumentó como se esperaba entro los valores de la prueba de entrada y de salida para ambos grupos, los valores para el grupo A pasaron de un promedio porcentual de 57.9% subió 73.1% y los valores del grupo B pasaron de 52.3% a 54.6%. Es decir, mientras el grupo A acrecentó sus valores en 15.2 puntos, el grupo B lo hizo sólo en 2.3. Así el grupo A no sólo alcanza porcentajes más elevados sino que los rangos de mejoramiento porcentual son superiores para dicho grupo. Son estas cifras, como se ve, significativamente mejores para el grupo A que para el grupo B.

CALIFICATIVOS OBTENIDOS GRUPOS A y B

ESTUDIANTES	GRUPO A		GRUPO B	
	Prueba Entrada	Prueba de Salida	Prueba Entrada	Prueba de Salida
1	13.5	17	9.5	8.5
2	12.5	14.5	12.5	11
3	09	16	8	10
4	11	15	10	8
5	14	14	16	16
6	11.5	16	9.5	10
7	08	15	8.5	10
8	12	12	11.5	11
9	12.5	15	11	11.5
10	12	16	10	14.5
11	13	15	11	10.5
12	10	10	8	10
PROM.	11.6	14.6	10.5	10.9

Cuadro: 19 Calificativos para ambos grupos

Del análisis comparativo de los promedios de notas alcanzadas por cada uno de los grupos se rescatan los siguientes hechos: mientras el grupo A eleva su promedio en 3 puntos (15%) el grupo B sólo lo hace en 0.4 puntos (2%) l Además la diferencia entre los grupos en la prueba de entrada que es de sólo 1.1 punto (5.5%) aumenta en la prueba de salida, donde es de 3.7 puntos (18.5%) a favor del grupo A. Hay, entonces, una diferencia significativa entre los niveles alcanzados por ambos grupos.

ANÁLISIS DE PROMEDIOS

PROMEDIOS DE PUNTAJES

PRUEBA	GRUPO A	GRUPO B
ENTRADA	23.2	20.9
SALIDA	29.3	21.8

Cuadro: 20 Puntaje promedio para ambos grupos

El promedio de puntajes del grupo A se eleva en 6.1 puntos (15 %) mientras que en B sólo lo hace en un 0.9 puntos (2%). Además la diferencia de promedios entre los grupos en la prueba se entrada es de sólo 2.3 puntos (6 %) pero luego se eleva significativamente a un 7.5 puntos (19 %). Hay, pues, un mejoramiento cualitativo y cuantitativo más amplio y sostenido para el grupo A.

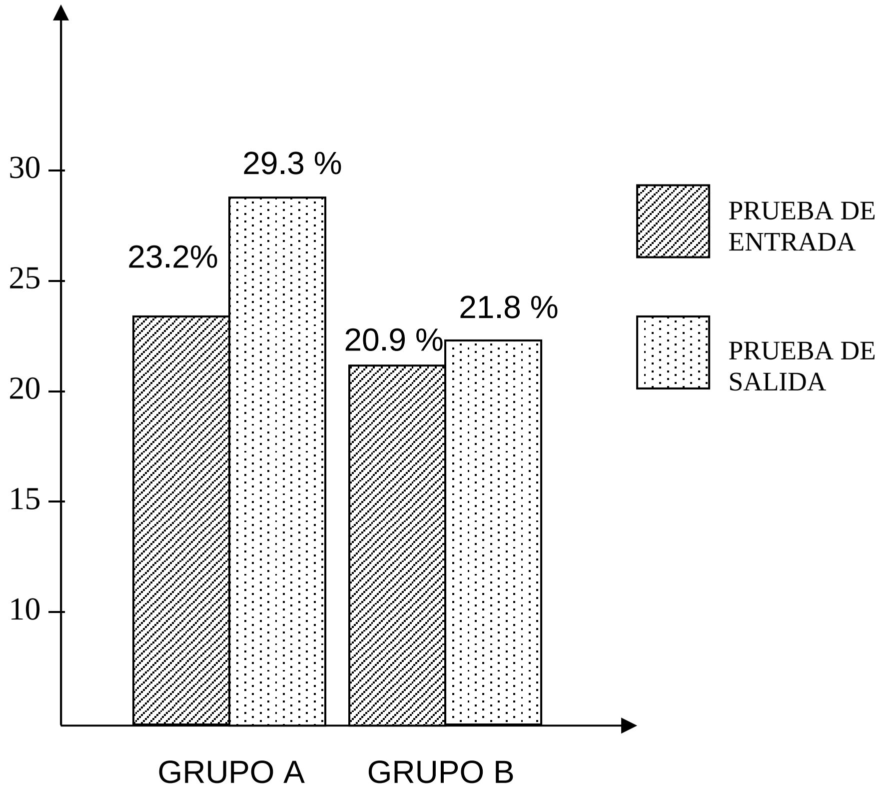


Figura 11: Puntajes alcanzados para ambos grupos

PROMEDIO DE PORCENTAJES DE PUNTUACIÓN

PRUEBA	GRUPO A	GRUPO B
ENTRADA	57.9 %	52.3 %
SALIDA	73.1 %	54.6 %

Cuadro: 21 Porcentaje de puntuación para ambos grupos

El porcentaje de puntuaciones alcanzado por ambos grupos se eleva a partir de la prueba de entrada, pero en el grupo A se eleva en 15,2 puntos porcentuales mientras que en el grupo B sólo lo hace en 2.3 puntos. Por otra parte, la diferencia porcentual en la prueba de entrada, que es de sólo 5.6 puntos, se hace más marcada en la prueba de salida, siendo la diferencia de 18.5 puntos porcentuales a favor del grupo A.

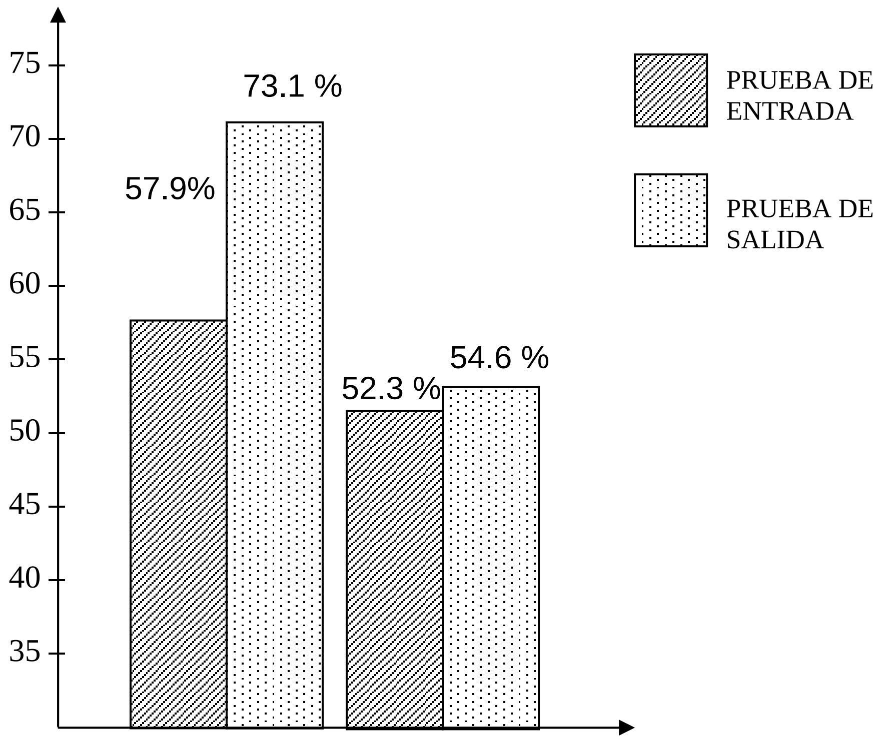


Figura 12: Porcentajes de puntuación para ambos grupos

PROMEDIO DE CALIFICACIÓN

PRUEBA	GRUPO A	GRUPO B
ENTRADA	11.6	10.5
SALIDA	14.6	10.9

Cuadro: 22 Calificativo promedio alcanzado por ambos grupos

Ambos grupos elevan el promedio de notas de la prueba de salida en relación con el promedio de la prueba de entrada. Pero hay diferencias manifiestas. El grupo A eleva su promedio en 3 puntos (15%) y el grupo B sólo en 0.4 puntos (2%). Además, en la prueba de entrada la diferencia de promedio de notas entre ambos grupos es de sólo 1,1 puntos, es decir, el 6%, pero esta diferencia se acrecienta mucho en la prueba de salida, llegando a ser de 3.7 puntos, o sea el 19 % a favor del grupo A. Existe así una diferencia significativa en los niveles de aprendizaje alcanzado por cada uno de los grupos.

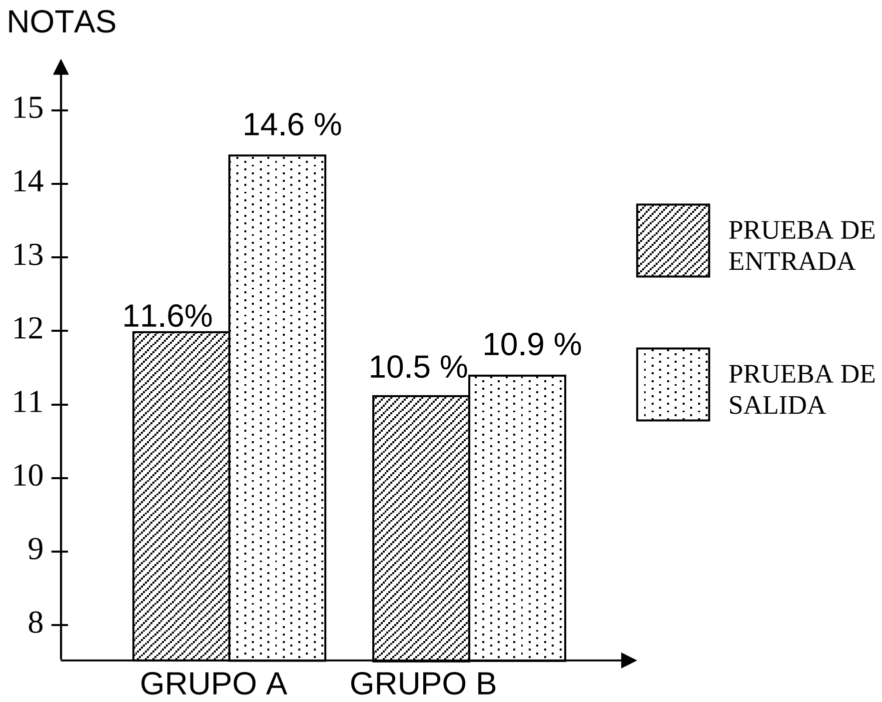


Figura 13: Notas logradas por ambos grupos

NIVELES DE APROBACIÓN

PRUEBA	GRUPO A		GRUPO B	
	N.º	%	N.º	%
ENTRADA	9	75	5	41.7
SALIDA	11	91.7	6	50

Cuadro: 23 Calificativo promedio alcanzado por ambos grupos

El número de estudiantes desaprobados en la prueba de entrada no es muy alto en ambos grupos o, dichos al revés, el nivel de aprobación en la prueba de entrada no es muy bajo: 9 estudiantes en el grupo A y 5 estudiantes en el grupo B, con un promedio de 58% de aprobación. Estos niveles se elevan en la prueba de salida, dado que, en la prueba de salida el grupo A logra una cifra de 11 aprobados, es decir, un 92% mientras que el grupo B alcanza únicamente 6 aprobados, o sea el 50%

La diferencia porcentual de elevación entre la prueba de entrada y de salida es de 16.7% para el grupo A y 8.3% para el grupo B. Hay pues una diferencia significativa en el avance. Por otra parte la diferencia de niveles de aprobación que es de 33.3% entre ambos grupos para la prueba de entrada, se hace mucho más manifiesto llegando a ser un 41.7% en la prueba de salida, con una clara ventaja para el grupo A.

CONCLUSIONES

C1. El análisis del tipo de respuesta dada por los estudiantes en la prueba de salida muestra, en relación con la prueba de entrada, un mejoramiento más evidente en el grupo experimental (Grupo A). Se observa que dicho grupo alcanza un 73% de respuestas buenas mientras que el grupo de control (Grupo B) lo hace en un 55%. En cambio, cuando se analizan las repuestas malas y dejadas en blanco, el grupo B tiene en ellas un 45% por sólo 27% del grupo A.

C2. En relación a los calificativos (en escala vigesimal) se observa que en el rango de notas altas hay 10 estudiantes del grupo A y 2 del grupo B. En los calificativos más bajos se hallan sólo 2 estudiantes del grupo A por 10 estudiantes del B.

Se tiene entonces que si se miden los niveles de aprendizaje en función de los puntajes y calificativos logrados, se observa que los niveles alcanzados por los estudiantes del grupo A son cualitativa y cuantitativamente más elevados.

C3. Si se consideran los valores porcentuales de los puntajes y calificativos logrados por los estudiantes, se aprecia también la diferencia de niveles alcanzados por ambos grupos. En el grupo A el 33% de los estudiantes logran puntajes altos, y mientras que en el grupo B no hay ningún estudiante que alcance dicho puntaje. En cambio el 50% de los estudiantes del grupo B presenta puntajes bajos por sólo el 8 % de estudiantes del grupo A.

En las notas sucede el mismo fenómeno; el 83% de estudiantes del grupo A logra notas altas en cambio el grupo B lo hace en un 17%. Más aún, en los rangos más elevados de calificativos (de 17 a 20), mientras que el grupo A consigna un 8% de estudiantes, frente a ningún estudiante del grupo B. Por otra parte en los rangos más bajos de calificativos, mientras que el grupo A ubica allí al 17% de sus estudiantes, el grupo B lo hace en un 83%. También se aprecia una diferencia significativa en los niveles de aprendizaje alcanzados por ambos grupos.

C4. En las tablas de distribución de frecuencias las tendencias de agrupación de los estudiantes en relación de los puntajes logrados muestran diferencias bien definidas entre ambos grupos. Así, los puntajes del grupo A ocupan intervalos más altos que los del grupo B. Se tiene que en los intervalos de clase más altos (de 30 a 40 puntos) el grupo A consigna a 4 estudiantes y el grupo B no tiene ningún estudiante. Por el contrario, en los intervalos de clase más bajos, hay 6 estudiantes del grupo B por 1 del grupo A.

C5. Los niveles de aprobación (número y porcentaje de alumnos aprobados) son muy diferentes para ambos grupos. Mientras el grupo A presenta el 91.7% de estudiantes aprobados (11 de 12 alumnos) el grupo B tiene un 50% (6 de 12 estudiantes). Esta es una significativa diferencia en los niveles de aprendizaje logrados por los dos grupos.

C6. El rango de incremento de puntajes entre la prueba de entrada y la evaluación de salida no es igual en ambos grupos. Mientras el promedio de puntaje del Grupo A se eleva en 6 puntos (15%), el grupo B se eleva únicamente en 1 punto (2%). Hay, como se ve, una diferencia numérica y porcentual bastante manifiesta, indicando que los mejores niveles fueron logrados por el grupo A.

C7. Existen diferencias manifiestas en los promedios de calificativos logrados por cada uno de los grupos en la prueba de salida. El grupo A eleva su promedio, en relación con la prueba de entrada, en 3 puntos (15%) y el grupo B en 0.4 puntos (2%). Además, en la prueba de entrada la diferencia de promedios entre los dos grupos es mínima, de sólo 1.1 punto (6 %). En la prueba de salida esta diferencia se hace muy grande, elevándose a 3.7% puntos (19%). Es decir, la diferencia se hace casi 3 veces mayor a favor del grupo A. Existe, entonces, una diferencia significativa en los niveles de aprendizaje alcanzados.

C8. Se tiene así que, por lo menos para la presente investigación, el empleo del Método Heurístico para la enseñanza de la Matemática, que emplea la resolución de problemas, ha elevado en forma significativa los niveles de aprendizaje del grupo experimental (grupo A) en relación con el grupo control (grupo B).

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA REFERIDA AL TEMA:

- ✓ ABRANTES, Paulo y otros (2002): ***La Resolución de Problemas en Matemáticas. Teoría y Experiencias.*** España. Editorial o Laboratorio Educativo

- ✓ ALBADALEJO. C y CAAMAÑO, A. (1992) “La resolución de problemas”

- ✓ ALCINA, C. BURGES (1998): ***Enseñar Matemáticas***. Barcelona. Editorial Grao.

- ✓ ANDRE, T. (1986). Problem solving and education. New York (Eds.), Cognitive classroom learning. Understanding, thinking, and problem solving.

- ✓ ARMENDARIZ, M.V.G.; AZCÁRATE, C. y DEULOFEU, J. (1993) “didáctica de las matemáticas y psicología”

- ✓ BAÑUELOS, A.M. (1995). ***Resolución de problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato.*** Argentina. Editorial Perfiles Educativos.

- ✓ BLOOM, Benjamin (1980): ***Taxomanía de los Objetivos de la educación***. Argentina. Editorial El Ataneo. Segunda Edición.

- ✓ BORASSI, R. (1990): ***Sobre la naturaleza de los problemas.*** México Estudio en matemática educacional.

- ✓ BRANSFORD, J. D. y STEIN, B. S. (1984) (Trad. Cast.: *Solución IDEAL de problemas.* Madrid: Labor, 1987)

- ✓ CHARNAY, R. (1994): ***Aprender por medio de la Resolución de Problemas. En Didáctica de la Matemática.*** Buenos Aires. Argentina. Aportes. Paidos. Ira Edición (Compiladoras: Cecilia Parra e Irma Saiz).

- ✓ CHI, M. y GLASER, R. (1986): ***Capacidad de resolución de problemas***. Barcelona. Editorial labor.

- ✓ COCKCROFT REPORT (Trad. Cast: *Las matemáticas sí cuentan. Sí cuentan.* Servicio de Publicaciones del MEC, 1985)

- ✓ COCKCROFT, W. H. (1982): ***Las maravillas sí cuentan.*** Madrid MEC.

- CORBALAN, Fernando (1998): ***Juegos Matemáticos y Bachillerato*.** España. Editorial Síntesis S.A.

- CORTE, E. DE (1993) “La mejora de las habilidades de resolución de problemas matemáticos: hacia en modelo de intervención basado en las investigación. Madrid: Pirámide.

- CRUZ, C. (1995). ***El uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de Matemática. IX Conferencia Interamericana de Educ. Matemática.*** Santiago de Chile.

- DEWEY, J. (1933). ***Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación ente pensamiento reflexivo y proceso educativo.*** Barcelona. Editorial Paidos Traducción al castellano 1989.

- DIJKSTRA, E. (1991). Instructional design models and the representation of knowledge and skills. Educational Technology, pp. 19-26.

- GARNER, H. (1991) (Tad. Cast. de F. MELER – ORTI: *La mente no escolarizada. Como piensan los niños y cómo deberían enseñar las escuelas*. Barcelona: Páidós, 1993)

- GÓMEZ – GRANEL, C. y FRAILE, J. (1993) “Psicología y didáctica de las matemáticas”. *Infancia y aprendizaje*

- GASCÓN, J. (1994): ***El papel de la Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Matemáticas.*** México. Educación Matemática. Vol. 6, No. 3.

- GODINO, J. (2000): ***Competencias y Comprensión Matemática.*** España. Revista de Didáctica de las Matemáticas.

- GOLDIN, G.A. (1987): ***Representación cognitiva para la resolución de problemas matemáticos.*** Hilldale, New Jersey. Editorial C. Janvier.

- GUZMAN, Miguel (1987): **Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. Esquema de un curso inicial de preparación. Aspectos didácticos de matemáticas.** España. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación.

- GUZMAN, Miguel (1996): ***Para Pensar Mejor. Desarrollo de la Creatividad a través de los Procesos Matemáticos.*** Madrid. Ediciones Pirámide.

- GUZMÁN, Miguel (1993): ***Tendencias innovadoras en Educación Matemática.*** Perú. Editorial Moshera SRL.

- GUZMÁN, Miguel (2001): ***La enseñanza de las ciencias y ma matemática.*** España. Editorial Popular.

- GIMÉNEZ, Joaquín Y Otros (2004): **La actividad matemática en el aula. Homenaje a Paulo Abrantes.** España. Editorial Grao. Serie Didáctica de la Matemática.

- GRUPO O (1987) *Currículum de matemáticas, 12-16.* Valencia: Mestras

- HALMOS, Paul R. (1991). ***"Problems for Mathematicians, Young and Old"*** N.Y. Editorial. Mathematical Assn of Amer.

- HERNÁNDEZ, H. (1993): ***Sistema Básico de Habilidades Matemáticas. En Didáctica de la Matemática***. Quito. Ecuador. Artículos para el Debate. EPN.

- INHELDER, B. y PIAGET, Jean (1996): ***De la Lógica del Niño a la Lógica del Adolescente.*** Barcelona. Ediciones Paidos.

- KILPATRICK, J. (1988): Analyzing the solution of Word problems in msthematics: An exploratory study. Stanford University. Unpublished doctoral dissertation,

- KILLPATRICK, J. (1998): ***A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving***. Hillsdale NJ. In E A. Silver (pp. 1-15).

- LERNER, I. Ya & M.N. Skatkin (1978). ***Métodos de Enseñanza. En Didáctica de la Escuela Media*** de M.A. Danílov & M.N. Skatkin. La Habana Cuba. Editorial Pueblo y Educación.

- MAJMUTOV, M.I. (1983). ***La enseñanza problemática.*** La Habana. Cuba Editorial Pueblo y Educación.

- MASON, J. BURTON, L. y STACEY, K. (1982). ***Pensar matemáticamente.*** Barcelona MEC y Editorial Labor**.**

- MAYER, Richard E. (1986): ***Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición.*** España. Editorial Paidos.

- MINEDU (2005): **Matemática para la vida. Propuesta Pedagógica.** Lima – Perú.

- MINEDU (2005): ***Situación de las Universidades en el Perú*.** Lima-Perú.

- MINEDU (2006): ***Diseño Curricular Nacional.*** Lima – Perú

- MINEDU (2006): **Diseño Curricular Nacional de la Educación Superior Tecnológica.** Lima- Perú**.**

- NCTM (1991): **Estándares profesionales para la enseñanza de la matemática.** Sevilla. Imprime GRAFITRES SL – UTRERA**.**

- NCTM (2000): **Estándares curriculares y de Evaluación para la educación matemática.** Sevilla**.** Imprime GRAFITRES SL-UTRERA.

- NEWELL, A. y SIMON, H. (1972). **Human Problem Solving,** New Jersey Prentice Hall:

- OWEN, E. y Sweller J. (1985): ***Cómo los estudiantes aprenden resolviendo problemas?*** Australia. Universidad de Nueva Gales del Sur. Kensington

- PERALES, F. Javier (2010): ***Resolución de Problemas.*** Madrid. Editorial Síntesis S.A.

- PÉREZ ECHEVERRÍA, M. P. (1987) “Los problemas matemáticos”. *Cuadernos de pedagogía*

- PÉREZ ECHEVERRÍA, M. P. CARRETERO, M. y POZO, J. I. (1986) “Los adolescentes ante las matemáticas: proporción y probabilidad”. *Cuadernos de pedagogía, 133.*

- PERRY, Patricia, VALERO, Paola, CASTRO, Mauricio (1998): **Calidad de la educación matemática. Actores y Procesos en la Educación.** Bogotá. Ediciones Una Empresa Docente.

- POLYA George (1945): ***Cómo Plantear y Resolver Problemas.*** Editorial Trillas. Serie de Matemáticas. México.

- POLYA G. (1961): ***Matemáticas y razonamiento plausible.*** Madrid. Editorial Tecnos.

- POLYA J. (1945) How to solve it. Princeton: Princeton University Press (Trad. Cast. De la 2da ed.: *Cómo plantear y resolver problemas*). MÉXICO: Trillas, 1981

- POZO MAURICIO, Juan y Otros (1994): **La Solución de Problemas.** Madrid Editorial Santillana S.A.

- ✓ PUIG, Luis (1998): ***Investigar y Enseñar: Variedades de la educación matemática.*** Granada. España. Mathema. Editorial Comares.

- ✓ RESNICK, L. y KLOPFER, L. (2001): **Currículum y cognición.** Buenos Aires. Grupo Editor S.A.

- ✓ RESNICK, L. y FORD. W. (1981): The psychology of mathematics for instruction. (Trad. cast.: La enseñanza de las matemáticas. Barcelona: Paidós, 1991)

- ✓ REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS (2002): **Competencias Matemáticas.** España. Editorial GRAO. Serie Didáctica de las matemáticas UNO.

- ✓ RICO, L. (1988). **Didáctica activa para la resolución de problemas.** España. Sociedad Andaluza Educación Matemática. Grupo EGB

- ✓ ROQUE SÁNCHEZ, Jaime (2007): ***Matemática General***. Lima-Perú . Editorial Universidad Alas Peruanas. 250 pág.

- ✓ SÁNCHEZ CARLESSI, Héctor y otros (1982): **Bases Psicopedagógicas para el aprestamiento en la Educación Matemática.** Perú. INIDE.

- ✓ SCHOENFELD, A. (1983): Ideas y tendencias en la Resolución de Problemas. Madrid. España. En Separata del libro “La enseñanza de la matemática a debate”. Ministerio de Educación y Ciencia.

- ✓ SCHOENFELD, A. (1985): **Sugerencias para la enseñanza de la Resolución de Problemas Matemáticos.** Madrid. En Separata del libro ” La enseñanza de la matemática a debate” . Ministerio de Educación y Ciencia.

- ✓ SCHOENFELD, A. (1985): ***Solución de problemas matemáticos.*** USA. Academic Press, Inc.

- ✓ SCHOENFELD, H. A. Ed. (1985 a): *“Ideas y tendencias en la resolución de problemas”*. En: la enseñanza de la matemática a debate. MADRID: Servicio de Publicaciones del MEC.

- ✓ SCHOENFELD, H. A. Ed. (1985 b): *“Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos”*. En: la enseñanza de la matemática a debate. MADRID: Servicio de Publicaciones del MEC.

- ✓ SILVER, E. A. KILPATRICK, J. y SCHLESINGER, B. (1990). **Pensando a través de las matemáticas**. New York. Reportes de la educación matemática.

- ✓ WALLAS, G. (1926), **The arto f thought.** New York: Harcourt Brace Javanovich.

2. BIBLIOGRAFÍA REFERIDA A LA METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

- ✓ ARY, JACOBS y RAZAVIEH (1982): ***Introducción a la Investigación Pedagógica*.** México. Editorial Interamericana.

- ✓ AVILA ACOSTA, R.B. (2001): ***Metodología de la Investigación.*** Lima**-**Perú. Estudios y Eduiciones R.B.

- ✓ BUNGE, MARIO (1972): ***La investigación científica.*** Barcelona. Ariel

- ✓ BUNGE, MARIO (1982): ***Ciencia y Desarrollo. Investigación Científica y Problemas Nacionales.*** Buenos Aires. Editorial Siglo XX

- ✓ COCHRAN, William y COX, Gertrude (1985). ***Diseños Experimentales***. México. Editorial Trillas.

- ✓ CARRILLO, Francisco (1988). **Cómo hacer la Tesis y el Trabajo de Investigación Universitario.** Lima – Perú. Editorial Horizonte.

- ✓ ECO, Umberto (1986): Cómo se hace una Tesis. Barcelona. Editorial. Gedisa.

- ✓ ESCOTET, Miguel A. (1980): **Diseño multivariado en Psicología y Educación.** Barcelona. Editorial CEAC.

- ✓ FLORES BARBOZA, José (1993): ***La investigación Educacional***. Lima – Perú. Ediciones Desireé.

- ✓ GLASS, Gene y STANLEY, Julián (1985): ***Métodos estadísticos aplicados a las Ciencias Sociales***. México. Editorial Prentice Hall International.

- ✓ HABER, André y RUNYON, Richard (1976). **Estadística General.** México**.** Fondo Educativo Interamericano.

- ✓ HERNÁNDEZ, FERNÁNDEZ y BAPTISTA, Roberto (2000): ***Metodología de la investigación.*** México. Editorial Latinoamericana.

- KERLINGER, Fred (1992): ***Investigación del Comportamiento.*** México. Editorial Interamericana.

- KLIMOVSKY, Gregorio (1997): Las desventuras del conocimiento científico. Buenos Aires. AZ Editora.

- LEÓN y MONTERO (1999): ***Diseño de investigaciones.*** Madrid. Mc. Graw Hill.

- LEVIN, Jack (1979): **Fundamentos de estadística en la Investigación social,** México, Harla, 2da ed.

- MAXIN, Paul S. (2002): ***Métodos cuantitativos aplicados a las Ciencias Sociales***. México, Oxford University Press.

- MEJÍA MEJÍA, Elías (2001): **La Investigación Científica.** Lima, Cenit, Editores.

- MEJÍA, Elías y REYES, Edith (1994); ***Técnicas de Investigación Educativa*****.** Lima. CENIT. Editores.

- MEJÍA, Elías (2005): ***Metodología de la Investigación Científica***. Lima Perú. UNMSM.

- MEJÍA, Elías y REYES, Edith (1994): ***Operacionalización de variables conductuales***. Lima. CENIT. 4 Editores.

- MÉNDEZ, Carlos (1998). ***Guía para elaborar diseños de investigación.*** Bogotá. Mc. Graw Hill.

- MÉNDEZ, GUERRERO, MORENO y SOSA, (1998). ***El Protocolo de Investigación. Lineamientos ara su elaboración y análisis.*** México. Editorial Trillas.

- NISS, M. (1999): ***Competencias y descripción de sujetos.***

- ORBEGOSO VILLAFANE, Enrique (1995): ***Qué y Cómo Investigar en Pedagogía y Ciencias de la Educación.*** Lima. Perú. Ediciones Diálogo.

- OCDE (2005): **La Definición y Selección de Competencias Claves Resumen ejecutivo.**

- PISCOYA, Luis (1999): La Investigación Científica y Educacional**.** Lima**.** Amaru Editores**.**

- POPPER, Karl (1980): ***La lógica de la investigación científica***. Madrid. Editorial Tecnos.

- ROJAS SORIANO, Raúl (1986): *El proceso de la investigación científica*. México. Editorial Trillas.

- SACHS, Lothar (1978): ***Estadística aplicada.*** Barcelona, Editorial Labor.

- SÁNCHEZ BUCHÓN, C (1964): ***Estadística elemental aplicada a la Pedagogía.*** Madrid. Publicaciones Teresiana.

- SELLTIZ, Claire y Otros (1980): ***Métodos de investigación en las Relaciones Sociales.*** Madrid, Ediciones Rialp, S.A. 9na ed.

- TOFLER, Alvin (1981): ***La Tercera Ola.*** España. Plaza & Janes Editores.

- TORRES, C. (2000): ***Metodología de la Investigación Científica.*** Lima. Libros y publicaciones.

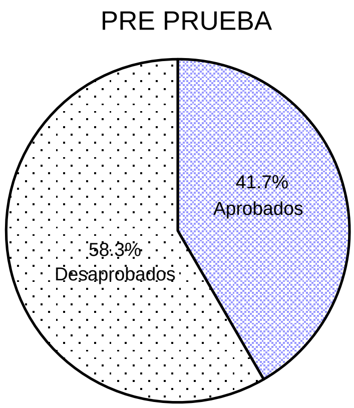


Figura 5: Nivel de Aprobación. Grupo B

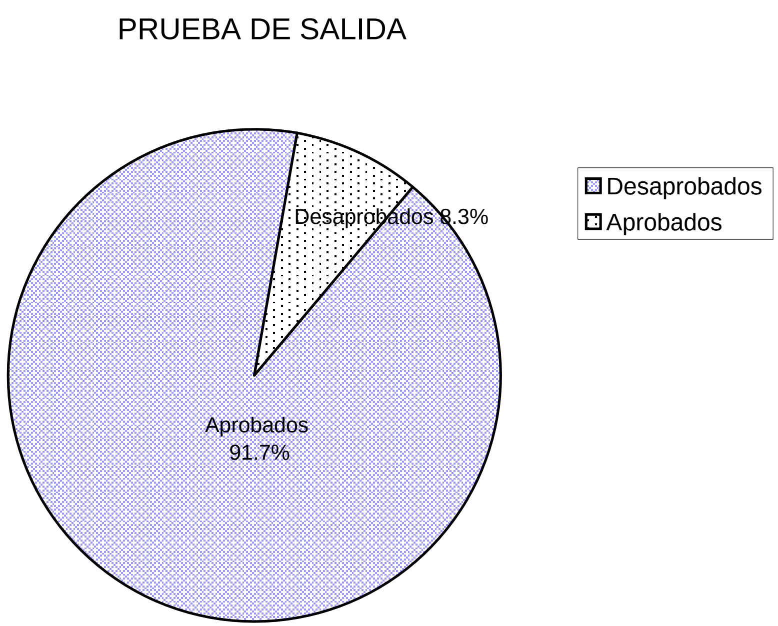


Figura 9: Aprobación y Desaprobación. Grupo A

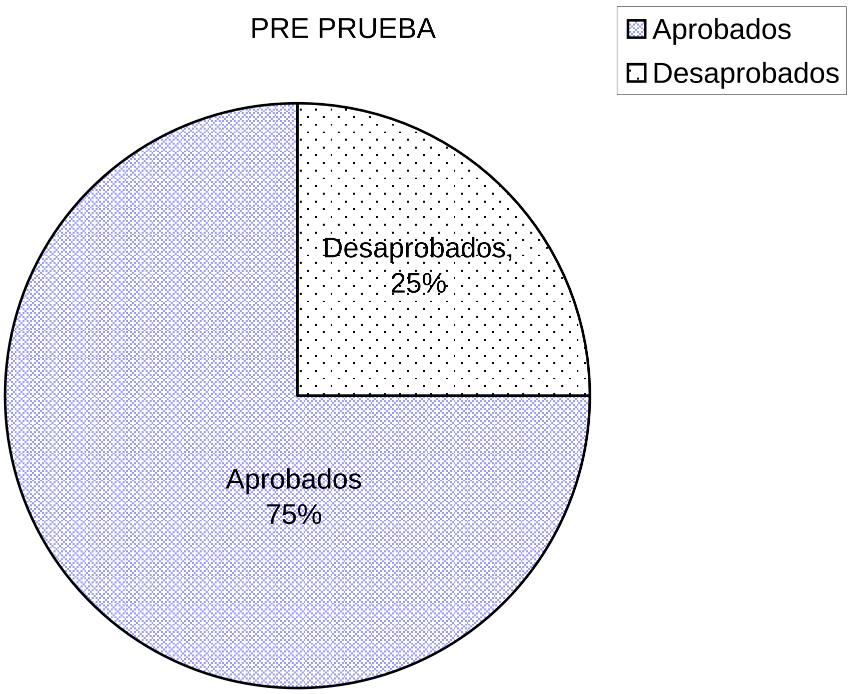


Figura 4: Nivel de Aprobación. Grupo A

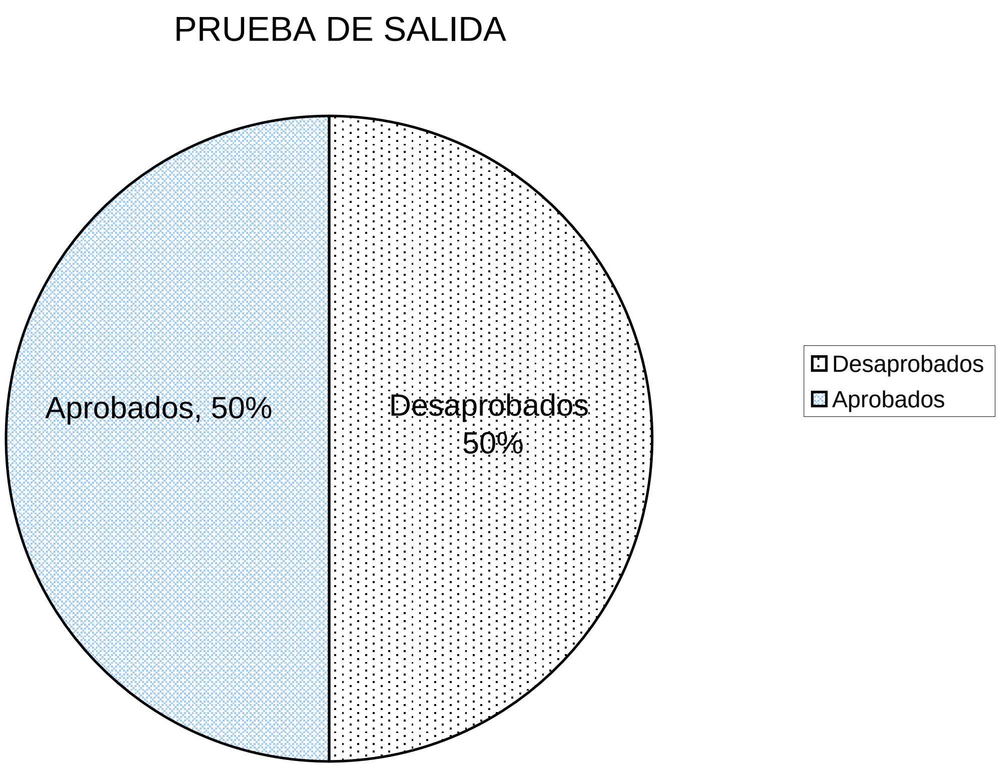
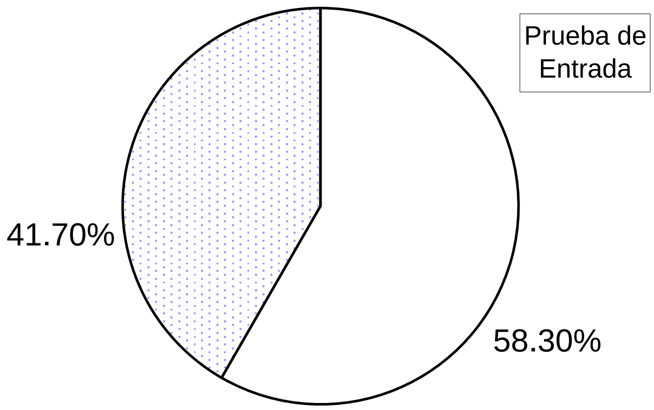


Figura 10: Aprobación y Desaprobación. Grupo B

NIVELES DE APROBACIÓN
GRUPO B



NIVELES DE APROBACIÓN
GRUPO B