Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Facultad de Ingeniería Industrial

Escuela Académico Profesional de Ingeniería Industrial

Modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, para la mejora de la toma de decisiones

TESIS

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Industrial

AUTOR

Edward Angello ZAMBRANO ESCOBEDO

ASESOR

Eduardo Eliseo RAFFO LECCA

Lima, Perú

2016

Referencia bibliográfica

Zambrano, E. (2016). *Modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, para la mejora de la toma de decisiones*. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ingeniería Industrial, Escuela Académico Profesional de Ingeniería Industrial]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

22

8(e)

62

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
(Universidad del Perú, DECANA DE AMERICA)
FACULTAD DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ACTA Nº013-DAcad-FII-2016

SUSTENTACIÓN DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO INDUSTRIAL

El Jurado designado por la Facultad de Ingeniería Industrial, reunido en acto público en el Auditorio de la Facultad de Ingeniería Industrial, el día **Martes 20 de diciembre de 2016**, a las 16:00 horas, se dio inicio a la sustentación de la tesis:

"MODELACIÓN DE SERIES DE TIEMPO EN FINANZAS, MEDIANTE FRACTALES, PARA LA MEJORA DE LA TOMA DE DECISIONES"

Que presenta el Bachiller:

ZAMBRANO ESCOBEDO, EDWARD ANGELLO

Para optar el Título Profesional de Ingeniero Industrial en la Modalidad: **Ordinaria.**

Luego de la exposición, absueltas las preguntas del Jurado y siendo las 17:25 horas se procedió a la evaluación secreta, habiendo sido APROBADO por UNANIMIDAD con la calificación promedio de DIECIOCHO (18) lo cual se comunicó públicamente.

Ciudad Universitaria, 20 de diciembre del 2016

MG. SALAS BACALLA, JULIO ALEJANDRO
Presidente

ING. MENDOZA ALTEZ EDGARDO AURELIO
Miembro

ING. BARREDA GUTIERREZ, NANCY
Miembro

ING. RAFFO LECCA, EDUARDO ELISEO
Asesor

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mis tíos Raúl y Carmen que me criaron y educaron como a un hijo y que hasta la fecha continúan con su gran labor de Inculcar en mi el deseo de superación con el amor que siempre me dieron.

“Debemos considerar el estado actual del universo como el efecto de su estado previo y como la causa de lo que vendrá, una inteligencia que en algún momento conociera todas las fuerzas que animan a la naturaleza y la situación de cada objeto en el universo, si fuera tan poderosa como para analizar estos datos, sintetizaría en una sola fórmula los movimientos de los grandes cuerpos del universo y de los más ligeros átomos, nada sería incierto para ella y el pasado y el futuro seria claro a sus ojos”

Pierre-Simon Laplace 1814

TABLA DE CONTENIDO

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

Los modelos tradicionales de mercados financieros no sólo nos presentan una visión simplificada de su funcionamiento, tal cómo hacen todos los modelos, también nos presentan un modelo basado en supuestos que no sólo no tienen fundamento empírico, sino que estos modelos tampoco han sido capaces de explicar los movimientos de los mercados financieros (particularmente en lo que respecta a movimientos bruscos que ocurren con una frecuencia muchas veces superior a lo predicho por modelos tradicionales), realizar buenas predicciones ni detallar los factores que impulsan los movimientos del mercado o la manera en que estos se producen.

La hipótesis de mercados eficientes, presenta un mundo poblado de agentes racionales (o al menos se comportan como racionales de manera agregada cómo dicta la hipótesis de Hayek) y simpatizantes al riesgo en el que los precios de los activos reflejan toda la información disponible y que ya fue descontada en el precio de los activos por los agentes racionales. Así el mercado seguirá los preceptos de un modelo lineal, en el cual no queda memoria del pasado y cuyas características justifican el uso de la estadística y la econometría en su estudio y análisis.

Para hacer frente a estos problemas podemos utilizar las herramientas de la geometría fractal desarrollada Benoit Mandelbrot y otros, que nos permitirán trabajar en el marco de un modelo más general del cual la hipótesis de mercados eficientes es un caso particular y anómalo. Mediante el uso de fractales se pueden describir formas (y procesos) de gran complejidad por medio de tan sólo unas simples reglas. La interacción dinámica del sistema dominado por reglas simples dará origen a su complejidad, en la cual las partes guardarán una relación con el todo (son sistemas autorreferentes o auto similares).

La presente investigación, establece como herramienta de la geometría fractal utilizada en el análisis de series financieras al exponente de Hurst (H) obtenible mediante el análisis de rangos re escalados o análisis R/S.

CAPÍTULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Antecedentes y formulación del problema

1.1.1 Antecedentes

Las series de tiempo en finanzas, se han estudiado bajo paradigmas lineales. Es decir, la visión de que para cada acción hay una reacción proporcional. Pero vemos que en la realidad no se dan estas reacciones tan proporcionales. Entonces en situaciones de no linealidad, esto complica el análisis académico y las predicciones. Es por eso que muchos académicos y estudios simplifican el estudio de la realidad bajo conceptos lineales, ya que asumen que las restricciones lineales no afectan a la utilidad de predicción de sus modelos, aunque el sistema sea no lineal.

Los modelos lineales son más fáciles de trabajar que los no lineales, y por esto son los más utilizados y los que se enseñan a nivel académico, ya que los beneficios de la simplificación del modelo lineal compensan más que las propias limitaciones del modelo asumiendo hipótesis de linealidad y normalidad.

Los modelos económicos se basan en supuestos e hipótesis que cuando se utilizan como predicción, sus resultados pueden tener “cierto grado de ajuste a la realidad” pero que no son muy fiables.

De acuerdo a la hipótesis de los mercados eficientes los precios y títulos negociados en los mercados financieros reflejan toda la información disponible y rápidamente se ajustan de manera total a la información nueva, por lo que los cambios en los precios son aleatorios y por tanto imprevisibles.

Esta hipótesis asume lo siguiente:

- Los mercados no tienen memoria, por lo que la información anterior no influye en las variaciones posteriores haciéndolas independientes.
- La información que poseen todos los inversores es la misma y por tanto la probabilidad de ganar o perder también es igual.
- Los activos financieros compiten entre sí, puesto que es la única manera de que toda la información que afecte al valor intrínseco de dichos títulos se refleje de manera inmediata en sus precios.
- Todos los títulos están perfectamente valorados y los inversores obtendrán un rendimiento sobre su inversión proporcional al nivel de riesgo asumido sin importar cuales sean los títulos adquiridos.

Dentro de los modelos tradicionales se encuentran:

Teoría de carteras de Markowitz.

Harry M. Markowitz desarrolló su modelo sobre la base del comportamiento racional de los inversores. Es decir que estos desean rentabilidad y rechazan los riesgos. A partir de estos elementos generó combinaciones en conjuntos de carteas eficientes, entre las cuales se encuentra la cartera optima, aquella que maximiza la rentabilidad-riesgo.

La teoría de Markowitz se basa en las premisas siguientes:

- La rentabilidad de cualquier cartera o título, es una variable aleatoria de carácter subjetivo, cuya distribución de probabilidad para el periodo de referencia es conocido por el inversor.
- La media de esa distribución representa su rentabilidad esperada.
- Su varianza o desviación estándar representa el riesgo de la acción o de la cartera.
- La conducta del inversor lo lleva a preferir aquellas carteras con mayor rentabilidad y menor riesgo.
- Una cartera es eficiente cuando ofrece mayor rentabilidad para un mismo nivel de riesgo
- Es óptima para cada inversor la cartera que es encuentra en el punto de tangencia entre el conjunto de carteras eficientes.

Modelo de mercado de Sharpe.

Ideado por W. F. Sharpe (1963) para simplificar el modelo de cartera de Markowitz (1952 y 1959), facilitando así el cálculo de Σ (matriz de varianzas y covarianzas entre las rentabilidades de los diferentes títulos que operan en el mercado). Este modelo se utiliza para estimar la rentabilidad y el riesgo de los valores mobiliarios o activos financieros. Según este modelo, el rendimiento de un activo financiero es una función lineal del rendimiento de la cartera de mercado (estimado por el rendimiento del índice).

$$Rit = \alpha i + \beta iRmt + \varepsilon it$$

El término independiente de esa relación o recta de regresión (coeficiente alfa) expresa la parte del rendimiento del correspondiente activo financiero que es independiente de las fluctuaciones del mercado, mientras que el coeficiente de la variable independiente o explicativa (rendimiento del mercado), el denominado coeficiente beta o coeficiente de volatilidad, mide el grado de vinculación o dependencia del rendimiento de ese activo con el rendimiento del mercado. Para desarrollar este modelo Sharpe se basó en las siguientes hipótesis:

- Las rentabilidades de dos activos son independientes entre sí ya que dichas rentabilidades únicamente dependen de las características de la empresa y de la sensibilidad del mercado.
- El inversor invierte todo el dinero disponible para la creación de la cartera.
- No se puede invertir una cantidad negativa en un activo.

Modelo CAPM.

El modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) fue desarrollado por varios autores independientemente, William Sharpe, John Lintner y Jack Treynor, a partir de las propuestas de Markowitz sobre la diversificación. Este modelo determina la relación existente entre el precio de un activo y el riesgo asumido por dicho activo, a partir de elementos como tasas libres de riesgo, primas por riesgo del mercado y el coeficiente de regresión que asocia los rendimientos del activo con los del mercado. Es un modelo frecuentemente utilizado en la economía financiera, utilizado para determinar la tasa de retorno teoréticamente requerida para un cierto activo. Hasta la fecha, se han hecho a numerosas modificaciones y adiciones para adecuar el modelo a diversas condiciones y propósitos. Sin embargo, es claro que representa una visión idealizada del mecanismo bajo el cual se forman los precios de los valores y se determinan los rendimientos esperados por parte del mercado.

El modelo asume varios aspectos sobre los inversores y los mercados:

- Los inversores buscan maximizar la utilidad esperada de la riqueza terminal en un solo periodo, y eligen entre carteras alternativas con base en el rendimiento esperado y desviación estándar de cada una de ellas.
- Los inversores pueden prestar o pedir prestadas sumas ilimitadas a la tasa libre de riesgo dada, sin restricciones sobre ventas en corto de cualquier activo.
- Los inversores tienen estimaciones idénticas de los valores esperados, varianzas y covarianzas de los rendimientos entre todos los activos, es decir, tienen expectativas homogéneas
- Todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal de inversión.
- Los inversores invierten toda su riqueza. Esto hace que ningún inversor tenga el dinero suficiente para poder incidir en el precio y, como consecuencia, el precio de cada activo es el precio de equilibrio.
- Todos los activos son perfectamente divisibles y perfectamente líquidos.
- En los mercados solo existen dos tipos de activos: los activos arriesgados y un activo libre de riesgo.
- Los mercados son perfectos, es decir, no hay costes de transacción, ni impuestos
- Los mercados son competitivos.

- Las cantidades de todos los activos son fijas y están dadas, y los activos son perfectamente divisibles.

Las principales limitaciones de este modelo se encuentran en sus mismos supuestos originales.

- El modelo no explica adecuadamente la variación en las rentabilidades de los títulos valores. Estudios empíricos muestran que activos con bajos betas pueden ofrecer retornos más altos de los que el modelo sugiere.
- El modelo asume que, dada una cierta tasa de rentabilidad esperada, los inversores prefieren el menor riesgo, y dado un cierto nivel de riesgo, preferirán los mayores retornos asociados a ese riesgo. No contempla que hay algunos inversores que están dispuestos a aceptar menores rentabilidades por mayores riesgos, es decir, inversores que pagan por asumir riesgo.
- El modelo asume que todos los inversores tienen acceso a la misma información, y se ponen de acuerdo sobre el riesgo y la rentabilidad esperada para todos los activos.
- La cartera del mercado consiste de todos los activos en todos los mercados, donde cada activo es ponderado por su capitalización de mercado. Esto asume que los inversores no tienen preferencias entre mercados y activos, y que escogen activos solamente en función de su perfil de riesgo-rentabilidad.

Las previsiones realizadas con modelos tradicionales, cuando han sido acertadas, han sido relevantes en periodos cortos de tiempo.

En la realidad, un pequeño cambio en una variable parece tener un impacto superior al que hubiera predicho la teoría.

El propósito del presente trabajo de tesis, es el desarrollo de nuevos modelos de series de tiempo de las finanzas (índices de cotizaciones generadas en la bolsa de valores de Lima) en base a la teoría del caos y la teoría fractal, para generar pronósticos con mayor ajuste a la realidad que los modelos econométricos tradicionales.

1.1.2 Formulación del problema

La econometría se utiliza como la herramienta para predecir el futuro económico. La visión econométrica ignora el tiempo o en el mejor de los casos los casos lo trata como una variable más. Los mercados y la economía no tienen memoria o es muy limitada. Presupone además que todos los inversores tienen el mismo horizonte temporal Y no tiene en cuenta que un cambio en una variable puede cambiar la predicción.

Otro aspecto cualitativo que no se toma mucho en cuenta pero sí relevante es la toma de decisiones de los humanos. Estamos influenciados por el pasado. Nuestras expectativas sobre el futuro vienen marcadas por nuestras experiencias recientes. De esta manera el pasado influye el presente, y el presente el futuro. Este aspecto es ignorado por la gran mayoría.

1.1.2.1. Problema general

¿La modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, mejora la toma de decisiones?

1.1.2.2. Problemas específicos

Los problemas específicos que se plantean son:

1. ¿Las series de tiempo en finanzas poseen comportamiento browniano o aleatorio?
2. ¿Las series de tiempo en finanzas se comportan de manera fractal?
3. ¿Las series de tiempo en finanzas se pueden modelar mediante fractales?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Generar pronósticos para mejorar la toma de decisiones de los inversores a través de la modelación de series de tiempo en finanzas mediante fractales.

1.2.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se plantean son:

1. Determinar si las series de tiempo en finanzas poseen comportamiento browniano o aleatorio.
2. Determinar si las series de tiempo en finanzas tienen comportamiento fractal.
3. Modelar series de tiempo en finanzas mediante fractales.

1.3 Justificación e importancia del estudio

En Hernández Sampieri (2010), se establecen una serie de criterios para evaluar la utilidad de un estudio propuesto, criterios que evidentemente son flexibles y de ninguna manera son exhaustivos.

Conveniencia: Generar una solución confiable, para la modelación de series de tiempo en finanzas.

Relevancia social: Mejorar la toma de decisiones a través de la modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales.

Implicaciones prácticas: Investigar el problema de series de tiempo en finanzas.

Valor teórico: Sugerir recomendaciones o hipótesis para futuros estudios.

Utilidad metodológica: Considerar la orientación de las nuevas herramientas de modelación a los negocios, donde se enfatiza, la teoría de los fractales.

Esta investigación se justifica plenamente si observamos que, para diversos agentes económicos, es clave conocer el comportamiento del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) del Mercado de Valores debido a que las variaciones de este indicador tienen impacto en el resto de la economía.

El comportamiento del mercado de capitales y su evolución, ha generado mucha expectativa en los años recientes entre los agentes económicos. La razón se debe a que son un medio de financiamiento de la actividad productiva de las empresas a partir del ahorro de los inversionistas.

En años recientes, el IPC ha sido un “termómetro” de las políticas económicas y sociales; reflejan con alta aproximación las condiciones de inversión y ahorro de la economía.

Dado que el IPC muestra la sensibilidad de la economía (integra el aspecto productivo y el financiero), conviene conocer las señales de una eventual crisis bursátil que pueda evitar el pánico que suele presentarse en dichas situaciones. Una señal anticipada de crisis bursátil, específicamente en los agentes que operan y están relacionados con el Mercado de Valores.

1.4 Hipótesis y variables

1.4.1 Hipótesis general

La modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales genera pronósticos que mejoran la toma de decisiones de los inversores.

1.4.2 Hipótesis especificas

1. Las series de tiempo en finanzas, no poseen comportamiento browniano o aleatorio.
2. Las series de tiempo en finanzas se comportan de manera fractal.
3. Las series de tiempo en finanzas se pueden modelar mediante fractales.

1.4.3 Variables

La variable motivo de la investigación, representa modelar el comportamiento del mercado de capitales y su evolución. Esta variable está asociada a las variables exógenas tiempo.

Variable 1 (Independiente). Modelación de series de tiempo en finanzas mediante fractales.

Variable 2 (dependiente). Mejora en la toma de decisiones de los inversores.

Haciendo uso del software MATLAB, se exploran los datos, se utiliza la estadística descriptiva y se evalúa la fiabilidad y validez lograda por el instrumento de medición.

1.5 Alcances y limitaciones

El alcance para la presente investigación, se presentan a continuación:

Ser utilizado en la modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales.

Para la presente investigación se consideran los siguientes alcances:

- Exploratorio, porque investiga un problema poco estudiado, se indaga desde una perspectiva innovadora, y prepara el terreno para nuevos estudios.
- Descriptivo, porque mide conceptos y definen variables.
- Correlacional, porque ofrece predicciones, explica la relación entre variables.
- Explicativo, porque determina las causas de los fenómenos, genera un sentido de entendimiento, y es muy estructurado.

1.5.1 Población

- Series de tiempo (índices de cotizaciones) generadas en la bolsa de valores de Lima IBVL.

1.5.2 Muestra

- Índice de cotizaciones de bancos de la bolsa de valores de Lima del año 2014 (IBVL2014).

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

El comportamiento del mercado de capitales y su evolución, ha generado mucha expectativa en los años recientes entre los agentes económicos. La razón se debe a que son un medio de financiamiento de la actividad productiva de las empresas a partir del ahorro de los inversionistas.

En los métodos cualitativos, los elementos de estacionalidad, tendencia, fluctuación irregular y ciclicidad se infieren a través de la experiencia adquirida de observaciones repetidas. Los métodos discrecionales no son mejores que los métodos cuantitativos cuando se trata de identificar la estacionalidad, tendencia, aleatoriedad y ciclicidad en situaciones, donde existen abundancia de datos y los patrones establecidos permanecen constantes o cambian lentamente.

2.1 Investigaciones relacionadas con el estudio

El término “Fractal proviene del latín "fractus" que significa "fragmentado", "fracturado", o simplemente "roto o quebrado", (Mandelbrot, 1977, p. 32). Se aplica al conjunto de formas generadas normalmente por un proceso de repetición, se caracterizan por poseer similitud en toda escala, por no ser diferenciables y por exhibir dimensión fraccional. El proceso de repetición al que se hace referencia, recibe el nombre de iteración. En palabras de L. Kadanoff: “un fractal contiene copias de sí mismo, dentro de sí mismo”.

Para definir a los fractales, consideramos la original de Mandelbrot: Un objeto fractal tiene formas geométricas con una dimensión “fraccional” (no entero) con las siguientes características: (Mandelbrot B. 1986).

- Sus partes tienen la misma forma o estructura como el total, excepto cuando son de escala diferente, tienen ligera deformación.
- Sus formas son extremadamente irregulares, o fragmentos en cualquier escala de observación.

En términos simples, un fractal es una estructura que está compuesta por pequeñas partes, las cuales son parecidas a la figura original, que se repiten en diferentes escalas, desde grandes (macro) hasta pequeñas (micro). El todo imita a las partes (y viceversa); el enfoque fractal revela que el microcosmo es similar al macrocosmo.

2.2 Bases teórico-científicas

2.2.1 Modelación de series de tiempo en finanzas

El mercado bursátil juega un rol muy importante, porque orienta las decisiones de los inversionistas y de las organizaciones, contribuyendo a que se alcance una asignación de recursos económicamente óptima.

Para que el mercado de capitales cumpla su rol satisfactoriamente, es importante que se pueda conocer y hasta anticipar esta información.

Los pronósticos son la fuente de la planificación corporativa a largo plazo. En áreas tan diversas como producción, operaciones y ventas se utiliza los pronósticos, para efectuar decisiones con respecto a la selección de procesos, la planificación de la producción, la programación de actividades y al inventario. De la misma forma el Estado utiliza los pronósticos, para determinar la asignación de fondos públicos y coordinar el uso de sus instrumentos de política económica.

Desde las tres últimas décadas del siglo pasado, es notorio el incremento gradual por el compromiso del uso de los pronósticos en todo tipo de organizaciones.

Cuando se dispone de información histórica cuantitativa, los métodos de predicción utilizados se llaman cuantitativos. De no ser así, generalmente se les conoce con el nombre de métodos cualitativos o subjetivos.

En los métodos cuantitativos el objetivo es extraer toda la información posible contenida en los datos y, en base al patrón de conducta seguida en el pasado, realizar estimaciones sobre el futuro. En relación a este tipo de métodos, se pueden considerar dos enfoques alternativos: el análisis univariante de series temporales y el análisis causal.

Una de las más grandes ventajas de los métodos cuantitativos es la facilidad que se tiene para identificar los elementos de estacionalidad, tendencia, ciclicidad y fluctuaciones irregulares de manera eficiente y razonablemente objetiva.

Los tres primeros elementos de una serie de tiempos: variaciones estacionales, tendencia y ciclicidad; pueden extrapolarse para preparar pronósticos más exactos. Por definición, la fluctuación irregular o aleatoriedad no puede pronosticarse, pero luego que ha sido aislada, su magnitud se puede estimar y utilizar para determinar el alcance de la probable variación entre los resultados reales y pronosticados.

El modelo se convierte en una manera de experimentar con la realidad sin tener que interactuar con el mundo real. El proceso del método científico.

El modelo, abstracción de la realidad o representación, como una forma de método científico, consiste en una simplificación del procedimiento complejo, que se utiliza para estudiar los detalles, y frecuentemente efectuar una adecuada toma de decisiones.

Una serie de tiempo, es también llamada serie cronológica o histórica, puede definirse como una sucesión de observaciones de una variable en distintos momentos del tiempo. Básicamente, lo que se pretende con el estudio de las series de tiempos es el conocimiento de una variable a través del tiempo para, a partir de este conocimiento, y bajo el supuesto de que no se van a producir cambios estructurales, poder realizar predicciones. Es, por tanto, la estabilidad temporal del conjunto de factores causales que operan sobre la variable dependiente, el elemento clave sobre el que se articulan las predicciones a través de series temporales.

En los modelos causales, multivariados o econométricos se tienen en cuenta factores externos que pueden influir en la variable objeto de estudio.

Por el contrario, en el análisis univariante no se necesita conocer ninguna relación de causalidad explicativa del comportamiento de la variable endógena ni, en su defecto, ninguna información relativa al comportamiento de otras variables explicativas, ya que en este caso no existe este tipo de variables.

En un modelo de serie de tiempos, existen dos factores: la serie de datos a pronosticar y el periodo de tiempo a utilizar. Un modelo de serie de tiempos se basa en el supuesto que algún patrón o combinación de patrones es recurrente a través del tiempo. En la identificación y explotación de este patrón, se desarrollan los pronósticos para los periodos siguientes.

2.2.2 La teoría del caos

Así conocida popularmente, es una rama de las ciencias que trata e investiga ciertos tipos de sistemas dinámicos y complejos que son muy sensibles a las condiciones iniciales y por tanto un pequeño cambio en estas condiciones puede desencadenar unos resultados completamente diferentes.

El caos y los fractales son parte de la dinámica, un tema más amplio que inicia a mediados de 1600 con las ecuaciones diferenciales de Isaac Newton y las leyes que rigen el movimiento y la gravitación general, posteriormente en 1776 Pierre-Simon Laplace introduce el concepto de determinismo al afirmar que si se conociera la posición y velocidad de todas las partículas en un instante se podría predecir su pasado y su futuro. El determinismo laplaciano consistía en afirmar que si se conocen todas las leyes que gobiernan el fenómeno estudiado, se conocen las condiciones iniciales y se es capaz de calcular la solución.

A finales del siglo XIX Henri Poincaré al preguntarse si el sistema solar seria estable infinitamente dio a conocer un nuevo punto de vista al pensar en la posibilidad del caos, pues mencionaba que el azar no existía y que los fenómenos no eran aleatorios, simplemente escapaban a nuestro conocimiento y por tanto era imposible realizar predicciones exactas con fines prácticos.

En la década de 1950 con la invención de las computadoras y el desarrollo de nociones del comportamiento de sistemas no lineales la teoría del caos toma mayor importancia gracias a los aportes de Edward Lorenz y sus ecuaciones simplificadas sobre el comportamiento meteorológico con las que esperaba predecir el tiempo en la atmosfera.

El boom de la teoría del caos llegaría en la década de 1970 cuando David Ruelle y Floris Takens propusieron una nueva teoría para la turbulencia de fluidos basada en un atractor extraño (desarrollado por Edward Lorenz). Y Feigenbaum que demostró que hay un conjunto de leyes universales concretas que diferencian el comportamiento regular y el caos y por tanto es posible que dos sistemas evolucionen a un comportamiento caótico igual.

2.2.3 Definición de ondiculas o wavelets

La transformada de ondícula o wavelet es una transformada matemática que representa una señal en términos de versiones trasladadas y dilatadas de una onda finita (denominada óndula madre).

La teoría de ondículas está relacionada con campos muy variados. Todas las transformaciones de ondículas pueden ser consideradas formas de representación en tiempo-frecuencia y, por tanto, están relacionadas con el análisis armónico. Las transformadas de ondículas son un caso particular de filtro de respuesta finita al impulso. Las óndulas, continuas o discretas, responden al principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual establece que producto de las dispersiones obtenidas en el espacio directo y en el de las frecuencias no puede ser más pequeño que una cierta constante geométrica.

2.2.4 La teoría de los fractales

La Geometría Fractal es también conocida como la “Geometría de la Naturaleza.

La palabra Fractal, enunciada por Mandelbrot, proviene del latín y significa roto, quebrado. (Se asocia con las discontinuidades de funciones matemáticas).

La Geometría Fractal es un nuevo lenguaje; ya que los puntos, rectas, esferas, elipses y demás objetos de la geometría tradicional son reemplazados por algoritmos iterativos computacionales que permiten describir sistemas naturales, caóticos y dinámicos.

Un fractal es un objeto en el cual sus partes tienen “alguna” relación con el todo. (Esto está íntimamente ligado a la Autosimilitud).

Los Fractales son objetos cuya dimensión es no entera o fraccionaria.

Un objeto fractal es aquél que posee las siguientes dos características:

a) **Auto similitud**

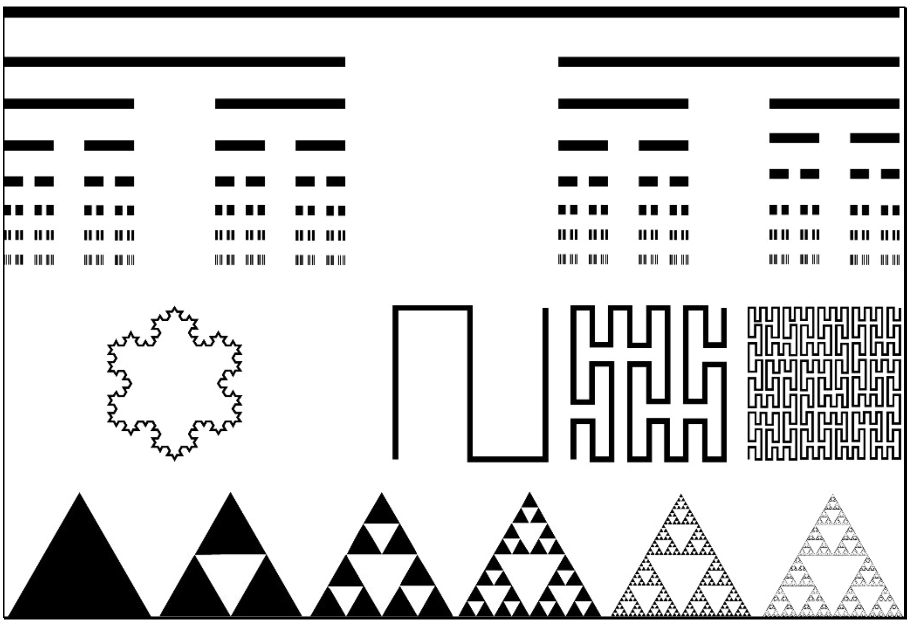
b) **Dimensión Fractal**

Auto similitud

Perfecta: Cada porción de un objeto tiene exactamente las mismas características del objeto completo. Verla figura 2.1.

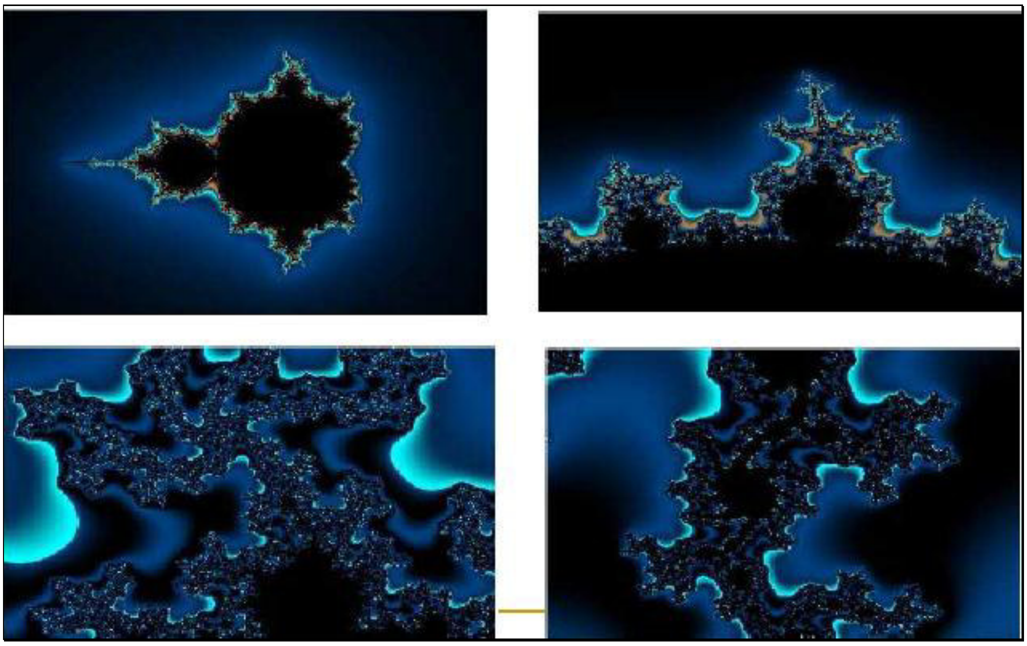
Estadística: cada región de un objeto conserva, de manera estadísticamente similar, sus características globales. Ver la figura 2.2.

Figura 2.1 Auto similitud perfecta



Fuente: Propia

Figura 2.2 Auto similitud estadística



Fuente: Internet

Dimensión Fractal

1) Dimensión Topológica:

Dimensión 0 -- Un punto

Dimensión 1 -- Una línea recta

Dimensión 2 -- Un plano

Dimensión 3 -- El espacio

2) Dimensión de Hausdorff-Besicovitch

$$S = L^D$$

Donde *S* es la cantidad de segmentos o su longitud; *L* es la escala de medición; *D* es justamente la Dimensión. Ver la figura 2.3.

Luego obtengo:

$$\text{Log } S = \text{Log } L^{D}$$

Figura 2.3 Dimensión Fractal

Dimensión Fractal

Fractales Lineales	*Fractales Complejos y Caóticos*
Su Dimensión Fractal se CALCULA	Su Dimensión Fractal se ESTIMA

Mediante la siguiente Fórmula

$$S = L^{D}$$

Donde :
S es la cantidad de veces que se repite la imágen generadora
L es igual a (1/e) donde "e" es la escala de medición
D es justamente la Dimensión buscada

Aplicando logaritmos se obtiene:

$$\textbf{Log S = Log L}^{D}$$

Por propiedades de los logaritmos escribimos:

Log S = D*Log L

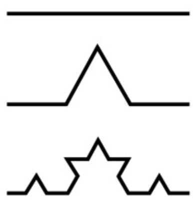
Por último divido ambos miembros por Log L y obtengo:

D= Log S / Log L

Mediante las siguientes técnicas o algoritmos

Wavelets
Exponente de Hurst
Dimensión de Autocorrelación
Boxcounting Method
Exponentes de Lyapunov

Ejemplo DM de un Fractal Lineal



e = (1/3)

L = 1/(1/3) = 3

S = 4

D = Log (4) / Log (3)
D = 1,261859

Fuente: Internet

Por propiedades de los logaritmos se puede decir que:

$$\text{Log } S = D^{*} \text{ Log } L$$

Por último divido ambos miembros por Log L y obtengo:

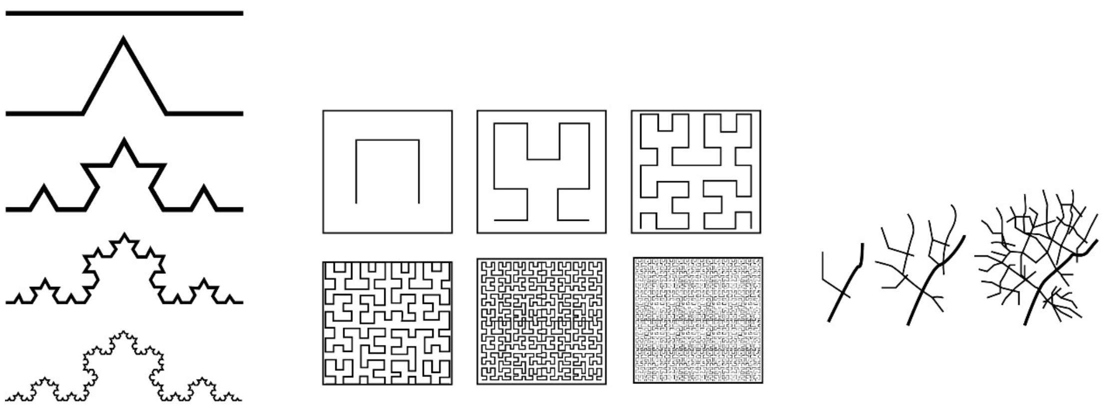
$$D = \text{Log } S / \text{Log } L$$

Figura 2.4 ¿Cómo se genera un Fractal?

¿Cómo se genera un Fractal?

Paso 1, se elige una imagen generadora (puede ser cualquiera, desde una recta hasta la cara de Mickey Mouse).
Paso 2, se elige un algoritmo de transformación de la imagen generadora.
Paso 3, se itera el algoritmo infinitas veces, o con un limite determinado como variable en un software.

Ejemplos:



Los Fractales complejos se generan con la misma lógica, solo que en lugar de iterar una imagen, se itera una ecuación en el plano de los números complejos.
Por ejemplo, el Conjunto de Mandelbrot se genera mediante la iteración de: Zn+1 = Zn^2+ C

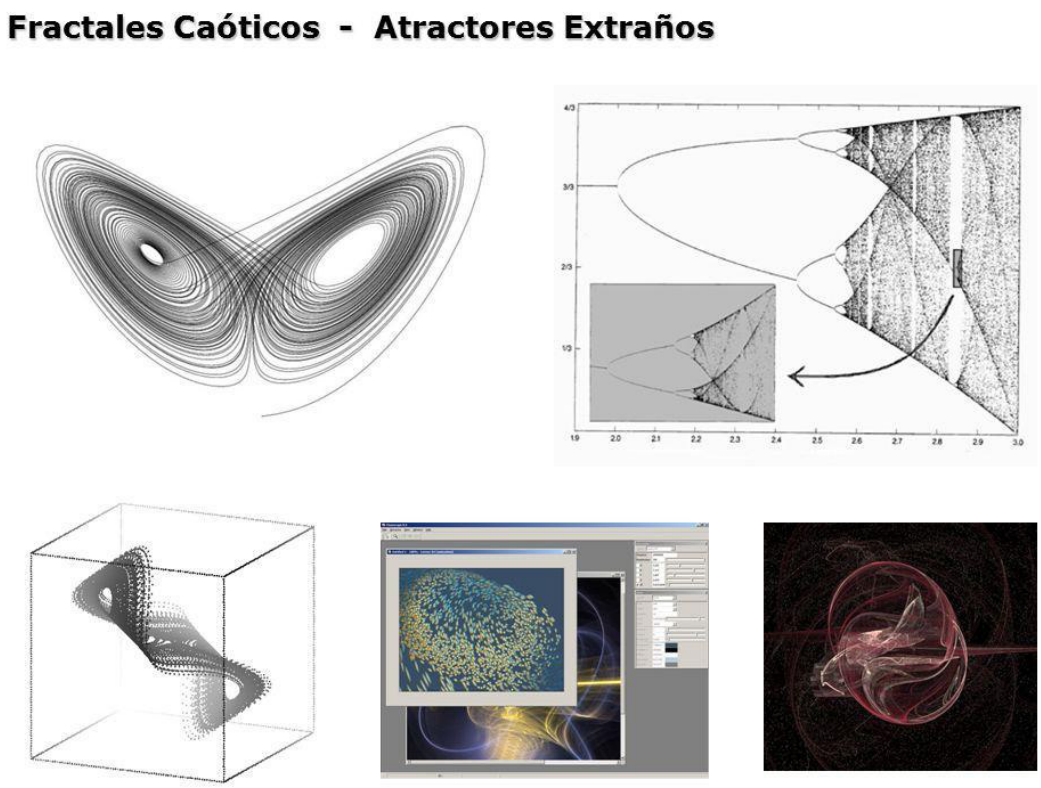
Fuente: Internet

La definición de Mandelbrot: Un fractal es un objeto matemático cuya dimensión de Hausdorff es siempre mayor a su dimensión topológica. Ver las figuras 2.4, 2.5 y 2.6.

En los tempranos días de la centuria de 1900; el botánico escocés Robert Brown, examinando una gota de agua encerrada en un cuarzo, por un tiempo de millones de años; observó en el microscopio, el movimiento de pequeñas partículas en un movimiento completamente al azar.

La vitalidad de las moléculas en los líquidos, se conoce como *Movimiento Browniano*; y se debe al bombardeo de partículas en suspensión; por las moléculas de un fluido en un camino aleatorio.

Figura 2.5 Fractales Caóticos



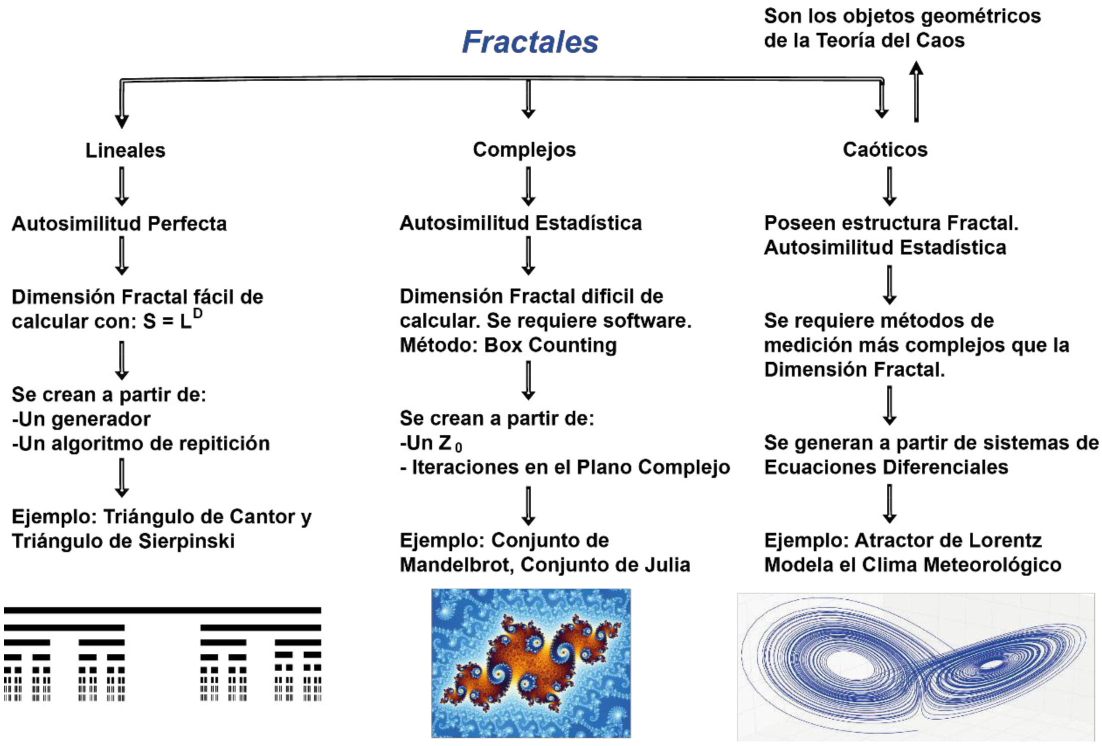
Fuente: Internet

Cada variable o conjunto de variables sometidas a influencias o efectos aleatorios constituye un proceso estocástico.

No es necesario recurrir a un microscopio, para estudiar el movimiento Browniano; porque los números aleatorios permiten simular este fenómeno.

En 1982, *B. Mandelbrot* de la IBM, acuña el término *fractal* para modelar objetos geométricos muy similares; siendo el movimiento *Browniano* uno de los primeros fenómenos en ser modelados.

Figura 2.6 Diferentes tipos de Fractales



Fuente: Internet

Sean C y Z_0, dos números complejos; y la ecuación iterativa:

$$Z_{n+1} = Z_n^2 + C$$

Para los valores específicos como $C = 0$ y $|Z_0| < 1$, $Z_n \rightarrow 0$; pero si $|Z_0| > 1$ entonces Z_n diverge o converge al infinito.

Existen dos algoritmos para producir *fractales*; el primero es el conjunto *Julia* y el otro es el conjunto *Mandelbrot.*

1. Fijando C para diferentes valores de Z_0 ; se tiene que para cada secuencia con Z_0, repetido para una región, se encuentra la decisión de la convergencia al infinito:

$$x_n^2 + y_n^2 > R$$

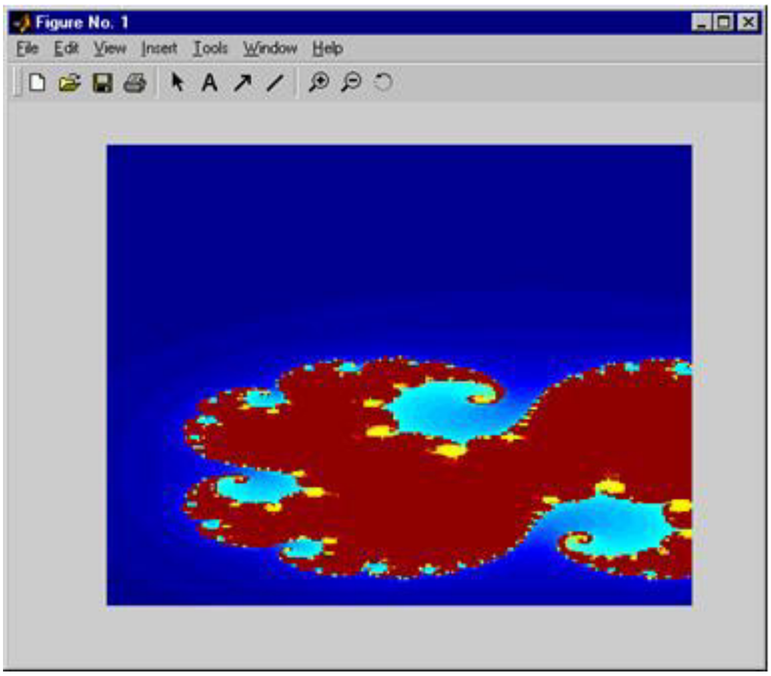
Donde

$$Z_n = x_n + iy_n$$

2. Fijar $Z_0 = 0$ e ir al algoritmo 1 sobre los valores de C. El límite de la región es denominado *Mandelbrot set*.

$$-1.3 \leq \mathrm{Im}ag(Z_0) \leq 1.3$$

Figura 2.7 Fractal para Julia.m



Fuente: Propia

Figura 2.8 Código Fractal para Julia.m

```
function Julia
% Henon set
% Datos
% n    =número de datos
% z0   =x0+iy0; semilla en complejo
% c    =p+iq  ; complejo
% Resultados
% Z    =complejo
%entrada de parámetros
clc;
n=100;
p=0.27334;q=0.00742;
w=ones(201,201)*64;
colormap(jet);
hold on;
xMin=-1;xMax=1;
yMin=-1.3;yMax=1.3;
dx=(xMax-xMin)/200;
dy=(yMax-yMin)/200;
c=complex(p,q);
scalaX=200/(xMax-xMin);
scalaY=200/(yMax-yMin);
for i=1:200
   for j=1:200
      L=0;
      xx=xMin+(i-1)*dx;
      yy=yMin+(j-1)*dy;
      z=Complex(xx,yy);
      for k=1:n
         z=z^2+c;
         L=L+1;
         if sqrt(real(z)^2+imag(z)^2)>2
            w(i,j)=L;
                    break;
         end
            end
   end
end
image(w);
axis([1,200,1,200]);
axis('off');
hold on;
```

Fuente: Propia

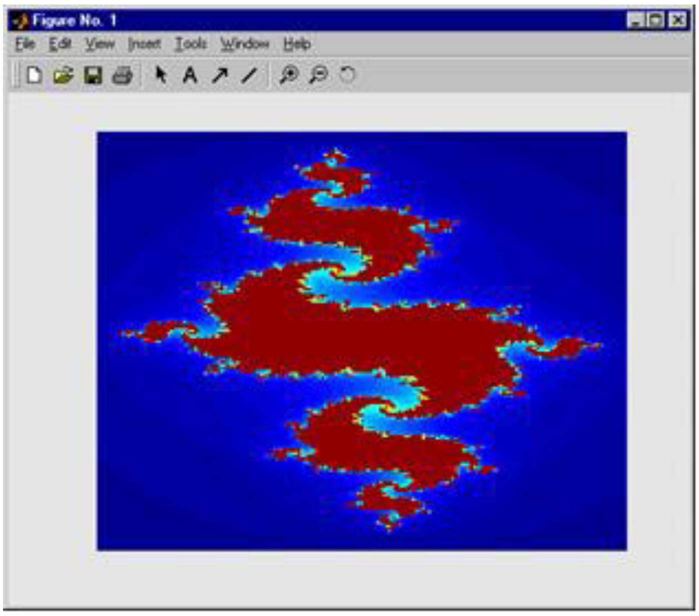
Usualmente los colores son presentados, cuando ocurre la rápida convergencia al infinito. El límite, separa la región de convergencia al infinito, desde otros puntos en el plano.

En la figuras 2.7 y 2.8, se presenta el conjunto Julia, para:

$$Z_{n+1} = Z_n + C\ ;$$

Con $C = -0.85 + 0.18i$, $-1.7 \le x \le 1.7$; $-0.9 \le y \le 0.9$.

Figura 2.9 Fractal para Julia2.m



Fuente: Propia

Figura 2.10 Código Fractal para Julia2.m

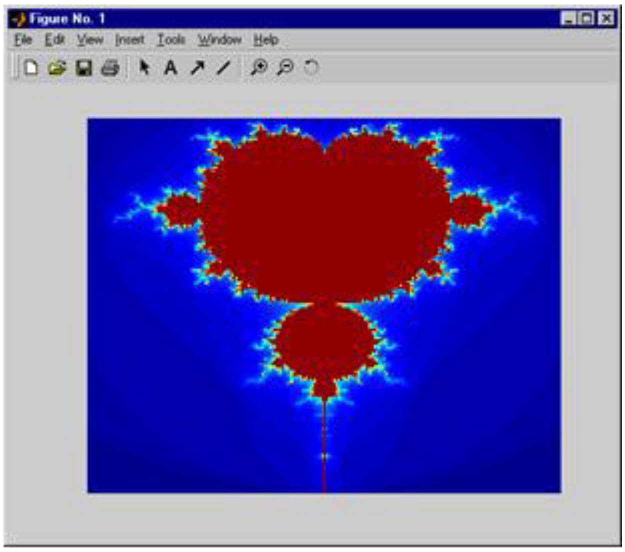
```
function Julia2
% Julia set, look like dancing flames
% Datos
% n     =número de datos
% z0    =x0+iy0; semilla en complejo
% c     =p+iq  ; complejo
% Resultados
% Z     =complejo
%entrada de parámetros
clc;
n=100;p=-0.85;q=0.18;
w=ones(201,201)*64;
colormap(jet);
hold on;
xMin=-1.7;xMax=1.7;
yMin=-0.9;yMax=0.9;
dx=(xMax-xMin)/200;dy=(yMax-yMin)/200;
c=complex(p,q);
for i=1:200
```

```
   for j=1:200
      L=0;
      xx=xMin+(i-1)*dx;
      yy=yMin+(j-1)*dy;
      z=Complex(xx,yy);
      for k=1:n
         z=z^2+c;L=L+1;
         if sqrt(real(z)^2+imag(z)^2)>2
            w(i,j)=L;
            break;
         end
            end
   end
end
image(w);
axis([1,200,1,200]);
axis('off');
hold on;
```

Fuente: Propia

El conjunto Mandelbrot, presenta en la figura 2.11; y el código del programa Mandelbrot.m en la figura 2.12.

Figura 2.11 Fractal para Mandelbrot.m



Fuente: Propia

Figura 2.12 Código Fractal para Mandelbrot.m

```
function Mandelbrot
% Mandelbrot set, paisaje fractal
% Datos
% n    =número de datos
% z0   =0+i0; semilla en complejo
% c    =p+iq  ; complejo
% Resultados
% Z    =complejo
% x en [-2,0.5]
% y en [-1.25,1.25]
clc;
n=100;
w=ones(201,201)*64;
colormap(jet);
hold on;
xMin=-2;xMax=0.5;
yMin=-1.25;yMax=1.25;
dx=(xMax-xMin)/200;
dy=(yMax-yMin)/200;
for i=1:200
   for j=1:200
      z=Complex(0,0);
      L=0;
      xx=xMin+(i-1)*dx;
      yy=yMin+(j-1)*dy;
      for k=1:n
         c=Complex(xx,yy);
         z=z^2+c;
         L=L+1;
         if sqrt(real(z)^2+imag(z)^2)>2
            w(i,j)=L;
             break;
         end
            end
      end
end
image(w);
axis([1,200,1,200]);
axis('off');
hold on;
```

Fuente: Propia

2.2.5 Aplicaciones de los fractales

La geometría fractal ha ganado un amplio espacio en las décadas más recientes y que sus aplicaciones han ido en aumento, justamente el ámbito de las ciencias económicas se halla incluido dentro de esta afirmación.

Los fractales, cuya categorización ha desafiado a la geometría y al análisis convencional, han sido estudiados por diferentes autores buscando puntos de conexión entre ellos y distintas disciplinas; sus aplicaciones han crecido exponencialmente y se expandió a diferentes ramas de las artes y las ciencias. Existen teorías basadas en fractales que regulan el enorme tráfico de las comunicaciones, comprimen las señales de audio y vídeo, explican el crecimiento de tejidos biológicos, analizan el comportamiento de ondas sísmicas y se los usa para el pixelado de imágenes al ampliarlas, para mantener o mejorar la fidelidad. Son ampliamente conocidas las pinturas de fractales e incluso hay música surgida de ellos.

El término fractal es un vocablo derivado del latín, fractus (participio pasado de frangere), que significa quebrado o fracturado y se lo utiliza para designar a objetos semigeométricos cuya estructura básica se repite a diferentes escalas. No es sencillo encontrar una definición rigurosa para los fractales, de hecho, no existe aún una definición universalmente aceptada por el mundo académico. El famoso matemático B. Mandelbrot fue quien propuso el término “fractal” para designar a estos elementos.

Los fractales financieros, o fractales aplicados a las finanzas, pueden imitar el método de la naturaleza. La construcción de un fractal financiero puede comenzar con el trazado de la diagonal de un rectángulo, que debido a la pendiente positiva, asegura ganancias de manera independiente a la fluctuación de precios (de forma análoga, si se busca modelar una caída de valores se partirá del trazado de una pendiente negativa). El paso siguiente será el trazado del zig-zag generador, a partir del cual se comienza a gestar el indicador. Para el resultado final resulta muy importante el punto donde se produce el corte y la frecuencia del mismo.

Es importante, para las personas que invierten dinero, poder predecir las tendencias del mercado y más interesante aún, conocer con antelación el precio de cotización de las acciones. En los precios de los productos se pueden ver dos componentes: una de largo alcance: en ese caso los precios se regirían por fuerzas económicas profundas como la apertura de rutas comerciales, inventos que utilizarán el producto, una guerra, alguna innovación tecnológica que modificará el uso del producto, una revolución.

Entre los trabajos efectuados por Mandelbrot, se halla el realizado sobre el precio de cotización del producto algodón. La dinámica de los precios no es lineal, y detectó que las curvas del movimiento diario, mensual y anual son similares en sus formas, con lo cual se puede llegar a notar alguna ventaja o facilidad en la predicción de precios a futuro. El investigador publicó la metáfora que consiste entre rachas de vientos, con la volatilidad del precio del algodón en la sucesión de los meses y estaciones, observación que resultó clave y lo llevó a subrayar que las técnicas matemáticas elaboradas para el tratamiento de turbulencias eran también aplicables a la economía. Justamente el autor de El Misterio del Algodón habla tras su estudio, del extraño vínculo entre las diferentes ramas de la economía y entre la propia economía y la naturaleza.

Los estudios de Mandelbrot incluyen la construcción de multifractales. Justamente procede a partir de ellos a la deformación del tiempo reloj para llevarlo a un tiempo mercantil, único y desde allí generar un gráfico de precios.

Otra idea de aplicación de los fractales surgió desde la Universidad de Yale. Utilizando el registro de las fluctuaciones de una acción individual para ejecutar un proceso fractal repetitivo, se logró la “huella dactilar fractal”, por ejemplo, el uso de las variaciones de precio de una acción, a partir de la cual se obtiene una representación gráfica de la cotización variable de cada título. Originalmente se hicieron comparaciones a partir de una acción de valor estable y otra de tinte más arriesgado, confirmando la técnica que las acciones muestran comportamientos diferentes, sin embargo la profundidad y amplitud de los estudios son insuficientes para considerarla como una herramienta de análisis financiero.

El Principio de Acción y Reacción, uno de los tres principios de la mecánica de Newton, establece que cuando un cuerpo ejerce una acción sobre otro recibe del primero una reacción que es igual y contraria. Puede sostenerse que algo similar ocurre con los mercados financieros: a un movimiento de suba en los precios debe seguirle uno de baja.

Es posible el tratamiento de movimientos de los precios a partir de tendencias y correcciones.

La Teoría de las Ondas de Elliott, elaborada a partir de la Teoría de Dow, se basa en el principio de los movimientos de los precios del mercado financiero a través de las ondas que lo forman y el estudio de su formación gráfica. Tras la muerte del autor la teoría quedó olvidada, pero se popularizó posteriormente a través del trabajo de A.J. Frost y Robert Prechter, autores del libro "El Principio de la Onda de Elliott". Siguiendo el patrón de Elliot, algún otro o ninguno preciso, el mercado se comporta como la economía misma y se mueve de manera cíclica.

2.3 Marco conceptual

Cliente: Es quien accede a un producto o servicio por medio de una transacción financiera (dinero) u otro medio de pago. Quien compra, es el comprador, y quien consume el consumidor.

Controlar: Acto de medir y registrar los resultados alcanzados por un agente del sistema organizacional en un tiempo y espacio determinados.

Efectividad: Cumplimiento al ciento por ciento de los objetivos planteados.

Eficacia: Capacidad de lograr los objetivos y metas programadas con los recursos disponibles en un tiempo predeterminado.

Capacidad para cumplir en el lugar, tiempo, calidad y cantidad las metas y objetivos establecidos.

Eficiencia: Uso racional de los medios con que se cuenta para alcanzar un objetivo predeterminado; es el requisito para evitar o cancelar dispendios y errores.

Capacidad de alcanzar los objetivos y metas programadas con el mínimo de recursos disponibles y tiempo, logrando su optimización.

Enfoque al cliente: Método de Gestión, basado en identificar y desplegar internamente los requisitos cuyo desarrollo satisface las necesidades y expectativas de los clientes, y en priorizar coherentemente los procesos de la organización que repercuten en su satisfacción.

Experimentación: Observación provocada.

Función: Mandato formal permanente e impersonal de una organización o de un puesto de trabajo.

Hipótesis: Antecedente de una proposición condicional o hipotética. Enunciado que sólo se puede probar por sus consecuencias.

Modelamiento: Tipo de aprendizaje en el que una persona aprende observando el comportamiento deseado en otras personas.

Modelo: Es la representación formal de un sistema, un sistema puede ser representado por una gran cantidad de modelos, lo que diferencia unos modelos de otros es su utilidad. La clave para construir un modelo útil radica esencialmente, en identificar de manera adecuada los elementos relevantes, definirlos de manera precisa y operativa y establecer las principales relaciones entre ellos.

Movimiento Browniano: El movimiento browniano, caracterizado por la independencia y la normalidad de la distribución de sus incrementos es un modelo matemático que se basa en incrementos aleatorios.

Número promedio de clientes en cola: número estimado de clientes que esperan en la cola.

Número promedio de clientes en el sistema: número de clientes esperando en la cola más los que están siendo entendidos.

Proceso: Un conjunto de acciones integradas y dirigidas hacia un fin. Una acción continua u operación o serie de cambios o tareas que ocurren de manera definida. La acción y el efecto de continuar de avanzar, en especial del tiempo.

Proceso estocástico: En teoría de probabilidad, un proceso estocástico es un concepto matemático que sirve para caracterizar una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo.

Proceso de Markov: En la teoría de la probabilidad y en estadística, un proceso de Markov, llamado así por el matemático ruso Andréi Markov, es un fenómeno aleatorio dependiente del tiempo para el cual se cumple una propiedad específica: la propiedad de Markov.

Satisfacción del cliente: Percepción del cliente sobre el grado en que se han cumplido sus requisitos.

Sistema: Conjunto de procesos o elementos interconectados e interdependientes que forman un todo complejo.

Solución: Configuración compatible con las restricciones del problema y que le da la solución.

Variables exógenas: son variables externas al sistema que actúan sobre el comportamiento.

Variable aleatoria: Una variable aleatoria es una función que asigna un número real a cada resultado el espacio muestral.

CAPÍTULO III
ANÁLISIS SITUACIONAL Y RESULTADOS RELEVANTES

Los modelos tradicionales de mercados financieros no sólo nos presentan un visión simplificada de su funcionamiento (cómo hacen todos los modelos), sino que también nos presentan un modelo basado en supuestos que no sólo no tienen fundamento empírico, sino que estos modelos tampoco han sido capaces de explicar los movimientos de los mercados financieros (particularmente en lo que respecta a movimientos bruscos que ocurren con una frecuencia muchas veces superior a lo predicho por modelos tradicionales), realizar buenas predicciones ni detallar los factores que impulsan los movimientos del mercado o la manera en que estos se producen.

3.1 Análisis de la teoría actual

En este apartado, se analiza las principales asunciones de las que parten dichos modelos, y las compararemos con la realidad de los mercados.

1ª Asunción: La gente es racional y su único objetivo es enriquecerse. Cuando escojan la cartera harán una elección racional, que permita obtener la máxima riqueza y bienestar posible. Harán que el mercado funcione eficientemente y sus acciones bien razonadas llevarán con rapidez los precios al nivel "correcto".

La realidad, es que la gente no siempre actúa de forma racionalmente y en su propio interés. El hombre real es irracional, cuando compra y vende activos sus emociones influyen en sus decisiones, motivo por el cual impide que tenga un comportamiento racional, y en consecuencia hace que el mercado no constituya un modelo racional.

2ª Asunción: Todos los inversores son iguales. Los inversores tienen los mismos objetivos y el mismo horizonte temporal. Por tanto dada la misma información, tomarán las mismas decisiones. En resumen, los inversores tienen expectativas homogéneas.

La real, sin tener en cuenta las diferencias de patrimonio, es obvio que no todos los inversores son iguales. Hay quienes compran acciones a largo plazo, o quienes su objetivo es hacer trading, por tanto ni tienen el mismo horizonte temporal ni los mismos objetivos.

3ª Asunción: El cambio de precios es prácticamente continuo. Las cotizaciones de las acciones, divisas, no saltan o caen varios puntos de golpe, sino que cambian de forma paulatina.

Lo real, que los precios saltan es una afirmación trivial, pues los bróker suelen redondearlos, lo que elimina los valores intermedios. Así pues cuándo haya mucha presión vendedora, es normal que los precios salten varios ticks, sin que se cruce ninguna orden. La discontinuidad es un ingrediente esencial de los mercados financieros.

4ª Asunción: Los cambios de precios siguen un movimiento browniano, aleatorio. Dentro del movimiento browniano subyacen tres conceptos.

1. Independencia estadística de los precios. Cada nuevo precio, es independiente del anterior, de forma que los precios de ayer no influyen en el precio de hoy, al igual que el precio de hoy no influirá en el precio del mañana.
2. Estacionalidad estadística. El proceso que genera los cambios de precio, sea cual sea es invariante. Se trata de un paseo aleatorio, al igual que lanzar una moneda en el aire, esta no se altera en medio del juego, lo único que cambia es el número de caras o cruces.
3. Normalidad en los precios, los cambios de precio se ajustan a una distribución normal definida por una campana de Gauss, los cambios grandes son escasos, con una frecuencia muy pequeña.

En real, los precios no son independientes, sino que tienen memoria, lo que pasa en los mercados hoy, afecta al precio de mañana (el estudio del grado de dependencia de los precios, mediante el exponente de Hurst).

También se sabe que los cambios de precio no son invariantes, un rumor, una mala noticia puede afectar de forma muy incisiva en el precio. Y por último, veremos que los cambios de precios no siguen una distribución normal, sino el contrario presentan distribuciones leptocúrticas y con colas gruesas.

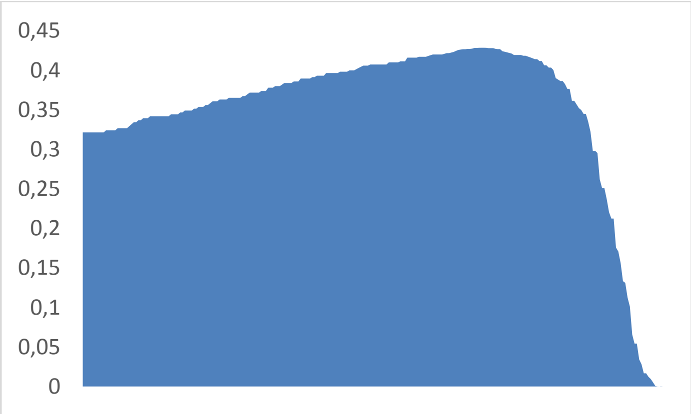
3.2 Análisis estadístico

El análisis estadístico de la rentabilidad y su volatilidad ha consistido en determinar si su comportamiento se ajusta a una distribución normal y, además, identificar si cumplen con las distribuciones leptocúrticas. Se ha realizado un análisis estadístico obteniendo datos como media, desviación estándar, curtosis, coeficiente de asimetría, y se ha mostrado en un gráfico de frecuencias para determinar si se comporta como una distribución normal o no.

Figura 3.1 Curva de probabilidad valores

Fuente: Propia

Figura 3.2 Curva de probabilidad diferencias



Fuente: Propia

A continuación se ha proseguido a dividir las series de datos de cada índice en 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30, 40, 50 partes. De cada sub-muestra también se ha realizado un análisis estadístico y se ha seguido el proceso para obtener el coeficiente de Hurst, tratado en apartado a desarrollar.

La hipótesis del mercado fractal enfatiza el impacto de la liquidez y los horizontes temporales en el comportamiento de los inversores. El objetivo de la hipótesis fractal es proporcionar un modelo de comportamiento del inversor y movimientos de los precios de mercado que se adapte a nuestras observaciones.

El mercado se mantiene estable, si participan varios inversores y éstos tienen diferentes horizontes temporales. Si se produce un desajuste a corto plazo de los precios, los participantes con un horizonte temporal más largo pueden entrar (aprovechando esta oportunidad) y estabilizar de nuevo los mercados. Siempre que otro inversor tenga un horizonte de trading más largo que el inversor en crisis, el mercado se estabilizará por sí mismo.

Por este motivo, los inversores deben compartir los mismos niveles de riesgo (una vez realizado el ajuste para la escala de horizonte de inversión), y el riesgo compartido explica porque la distribución de frecuencia de rentabilidades es similar a diferentes horizontes de inversión. Denominamos esta característica Hipótesis del Mercado Fractal debido a la estructura estadística auto-similar.

Los mercados se desestabilizan cuando se rompe la estructura fractal. Un ejemplo sería cuando los inversores con horizonte de inversión más a largo plazo o bien dejan de participar en el mercado o bien se convierten en inversores a corto plazo. Se reducen los horizontes de inversión cuando los inversores creen que la información fundamental (base de sus evaluaciones del mercado) ya no es importante o no son fiables.

Siempre que en el mercado existan inversores a diferentes horizontes, el pánico en un horizonte puede ser absorbido por otros horizontes de inversión como oportunidades de compra (o venta). No obstante, si todo el mercado tiene el mismo horizonte de inversión, entonces el mercado se desestabiliza. La falta de liquidez crea pánico.

Si la información recibida por el mercado es importante tanto para los inversores con horizontes de inversión a corto como a los de largo, entonces la liquidez también se puede ver afectada.

Cuanto más corto sea el horizonte de inversión, mayor importancia le da al análisis técnico, liquidez y actividad de trading. En cuanto el horizonte se alarga cede mayor importancia al análisis fundamental y factores económicos.

La hipótesis del mercado fractal propone lo siguiente:

- El mercado es estable cuando en el mercado hay participantes a diferentes horizontes de inversión. Este hecho asegura la liquidez para los traders.
- La información continua relacionada con el sentimiento del mercado y factores técnicos tiene más relevancia en el corto plazo. Cuando el plazo se alarga va dominando la información fundamental a largo plazo.
- Cuando se produce un evento que cuestiona la validez de la información fundamental, los inversores con horizonte largo de inversión o bien dejan de participar en el mercado o bien reducen su horizonte de inversión. Cuando esto ocurre y todos los inversores unifican su horizonte a un nivel, entonces el mercado se vuelve inestable. En esta situación no hay inversores a largo plazo que estabilicen el mercado facilitando liquidez al mercado.
- Los precios reflejan una combinación de información a corto plazo técnica e información a largo plazo fundamental. Los precios a corto plazo suelen ser más volátiles que las negociadas a más largo plazo.
- Si un valor no está vinculado a los ciclos económicos, entonces no existirá horizonte de inversión a largo plazo. Dominará el trading, la liquidez y la información técnica a corto plazo.

3.3 Coeficiente Hurst

Para poder realizar los análisis estadísticos usuales, es necesario que los activos sean independientes e idénticamente distribuidos, más aún, normalmente distribuidos. Sin embargo, esto rara vez se verifica. Rara vez encontraremos distribuciones normales en los mercados financieros (y aún en fenómenos naturales), más allá de lo que señale la ley de los grandes números.

Tampoco se asegurarque sean independientes, puesto que no toda la información disponible hoy es incorporada a los precios de los activos. No sólo nos encontramos con información asimétrica y ruido en la misma, sino también podemos ver que la información de hoy tiene efectos claros en el futuro, y no es simplemente descontada en un período y “olvidada” en los períodos siguientes, cómo nos harían creer estos modelos basados en los movimientos brownianos. Además, los retornos de las acciones suelen presentar distribuciones leptocúrticas y con colas gordas (gran presencia de valores extremos), por lo que convendría trabajar con distribuciones que reflejen estos hechos, cómo ser la familia de distribuciones de Pareto, que presentan dichas características y permiten un comportamiento fractal de las series que en base a ellas se generan.

La volatilidad de los mercados financieros tampoco se ajusta a la teoría de los mercados eficientes. Esta dista mucho de ser constante y evidencia una alta inestabilidad en el tiempo, por lo que la famosa regla de $T^{1/2}$ para escalar las volatilidades a distintos horizontes temporales, ya no sería válida debido a que los retornos de los activos no se distribuyen normalmente.

Para hacer frente a estos problemas, se utiliza las herramientas de la geometría fractal, desarrollada Benoit Mandelbrot y otros, que permitirá trabajar en el marco de un modelo más general, del cual la hipótesis de mercados eficientes es un caso particular y anómalo.

La Hipotesis de Mercados Eficientes (HME), pretende explicar el comportamiento estadístico de los mercados, además de afirmar que los precios reflejan toda la información disponible y todos los inversionistas tienen igual acceso a ella, por tanto los inversionistas en forma agregada no pueden ganarle sistemáticamente al mercado debido a la eficiencia del mismo.

La Hipótesis de Mercados Fractales (HFM), enfatiza la importancia de la liquidez y de los diferentes horizontes de inversión, en el comportamiento de los inversionistas. Para que la hipótesis sea tan general como sea posible no se le exige ningún requerimiento de tipo estadístico sobre los procesos que pretende modelar. La información por si misma, no tiene un impacto uniforme sobre los precios, esta será asimilada en forma diferente por los diferentes horizontes de inversión.

Mediante el uso de fractales se pueden describir formas (y procesos) de gran complejidad por medio de tan sólo unas simples reglas. La interacción dinámica del sistema dominado por reglas simples dará origen a su complejidad, en la cual las partes guardarán una relación con el todo (son sistemas autoreferentes o autosimilares).

El primero en estudiar las series fractales fue el científico británico Harold Edwin Hurst (1880-1978), posteriormente sus ideas fueron retomadas por Mandelbrot quien colocó su trabajo en un contexto más general bajo el nombre de ”Análisis de Rango Reescalado” (R/S) .

El R/S tiene media cero y se expresa en términos de la desviación estándar. En general los valores de R/S se incrementan con n, por el valor de la ley de potencias igual al exponente Hurst, esta es la primera conexión del fenómeno Hurst y la geometría Fractal. El exponente de Hurst puede aproximarse por medio de una regresión lineal de los puntos de ln(R =S) n contra ln(n), en particular puede ser a través de la siguiente ecuación:

$$\text{Log}((R/S)n) = \log(c) + H\log(n)$$

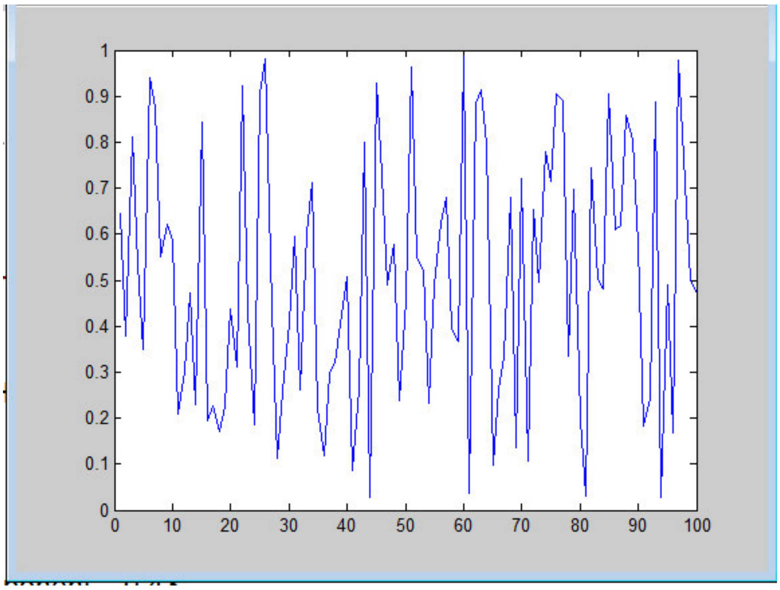
La herramienta de la geometría fractal utilizada en el análisis de series financieras, es el exponente de Hurst (H), obtenible mediante el análisis de rangos reescalados o análisis R/S. El exponente de Hurst (cuyo valor queda comprendido entre 0 y 1) nos permite analizar la naturaleza de una serie de tiempo. Si se tiene una serie con un H=0,5, se esta en presencia de un proceso de tipo random walk o caminata aleatoria. Sin embargo, si H difiere de 0,5, se está en presencia de un proceso con memoria (un random walk sesgado) en el que se pierde la independencia de las observaciones. Esta memoria es, teóricamente, infinita, por lo que el presente es el resultado de todos lo hechos anteriores. Utilizando el exponente de Hurst se obtiene la medida de correlación, que indica el impacto que tiene el presente en futuro (y el pasado en el presente).

Si se tiene una serie con un exponente de Hurst comprendido entre 0 y 0,5, se esta en presencia de un proceso antipersistente o ergódico. Mientras más cerca se encuentre H de 0, el comportamiento de la serie será más cercano a un proceso de tipo mean reverting (prevalece la media del proceso en su comportamiento temporal).

Por el contrario, si H se encuentra entre 0,5 y 1 el proceso reforzará las tendencias (si tenemos un movimiento en un sentido en un período hay una alta probabilidad de que el movimiento del período siguiente sea en el mismo sentido). Estos movimientos persistentes, suelen ser los que evidencian los mercados financieros, mientras que existen pocos ejemplos de mercados antipersistentes.

A partir del exponente de Hurst, se calcula la medida de correlación de una serie, que indica, como el presente impacta el futuro. Así los procesos fractales, tienen una memoria teóricamente infinita, aún si para series empíricas esta memoria decrece con el paso del tiempo hasta volverse despreciable.

Figura 3.3 Datos de prueba



Fuente: Propia

Sin embargo, esta es una memoria de largo plazo, muy distinta a la memoria markoviana de corto plazo de los procesos estocásticos (tradicionales). Si las observaciones fueran independientes, H sería igual a 0,5 y su medida de correlación correspondiente sería igual a 0. Mediante el análisis R/S (que permite obtener el coeficiente de Hurst y la medida de correlación), se puede analizar la independencia de las observaciones sin importar la distribución de probabilidad subyacente.

3.4 Aplicación del método fractal

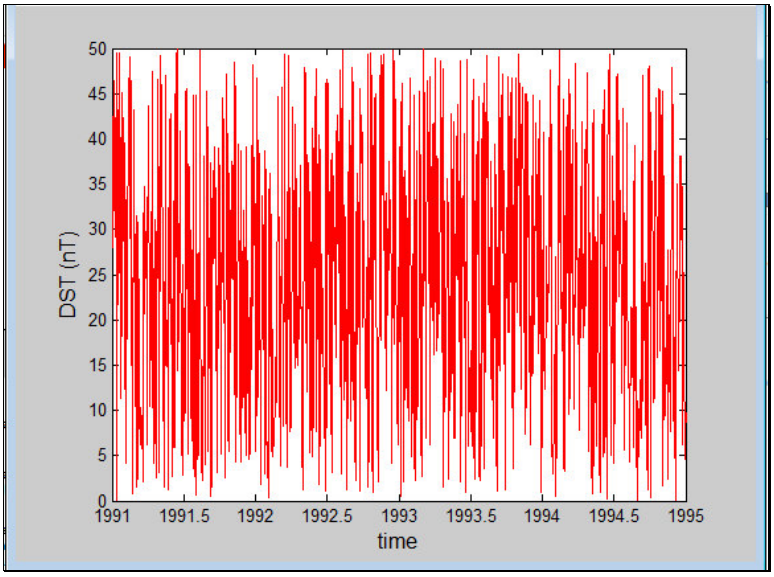
Se ha hecho uso de datos, completamente al azar (los que aparecen en la figura 2.13) y se ha efectuado el análisis del coeficiente de Hurst.

La salida de la ejecución del programa MATLAB, se presenta en las líneas siguientes.

```
>> hurst_exponent

x =     1     2     4     8    16

y =    0.2749    0.3998    0.5527    0.8212    0.8567
```

Exponente de Hurst = 0.43

Figura 3.4 Datos diarios

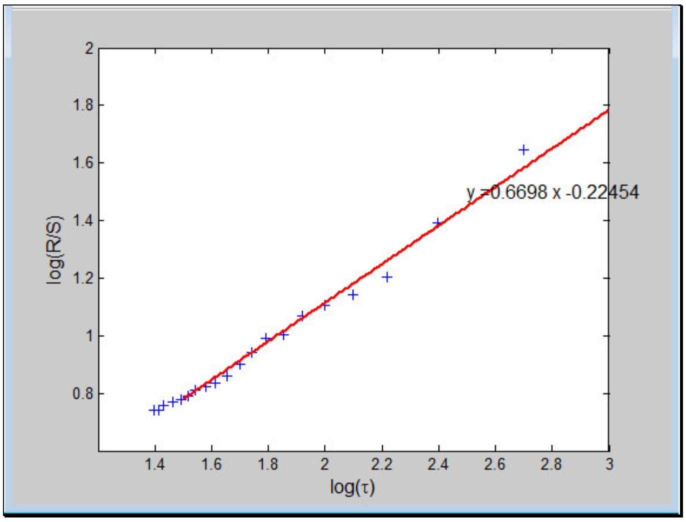


Fuente: Propia

Como el valor del coeficiente es H=0.43, se tiene una serie con un exponente de Hurst comprendido entre 0 y 0,5; luego se está, en presencia de un proceso anti persistente o ergódico. Se recuerda, que mientras más cerca se encuentre H de 0, el comportamiento de la serie será más cercano a un proceso de tipo mean reverting (prevalece la media del proceso en su comportamiento temporal).

Se ha simulado 1000 datos de prueba, para una serie de tiempos, y los resultados, son los que se muestran en las figuras 3.4, 3.5 y 3.6.

Figura 3.5 Análisis rangos re escalados

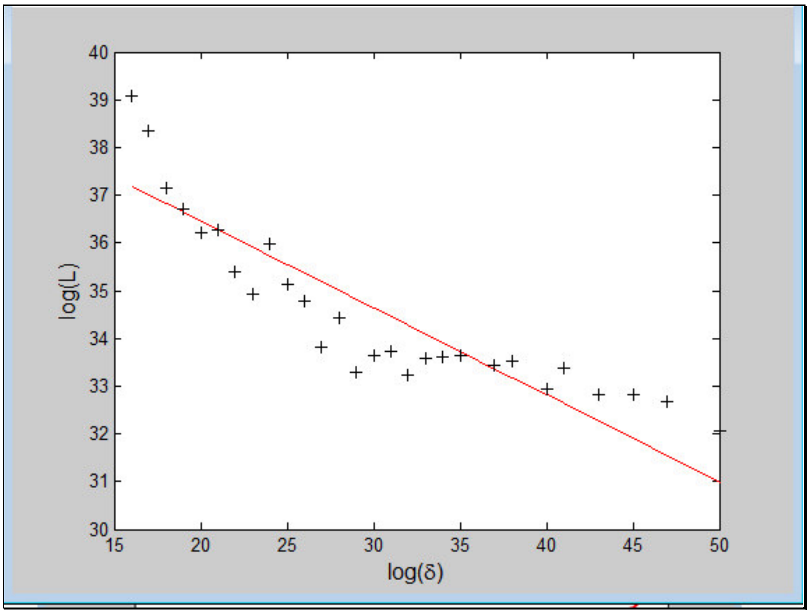


Fuente: Propia

La figura 3.5, es log(τ) versus log(R/S) que representa el análisis de rango re escalado, de donde se extrae el exponente de Hurst.

La figura 3.6, es la gráfica de log(τ) versus log(longitud), en donde solo se han tomado escalas pequeñas para los cuales se puede ajustar una línea recta. No obstante, este ajuste no es satisfactorio.

Figura 3.6 Datos de prueba



Fuente: Propia

La metodología para predicción con fractales, se resume en:

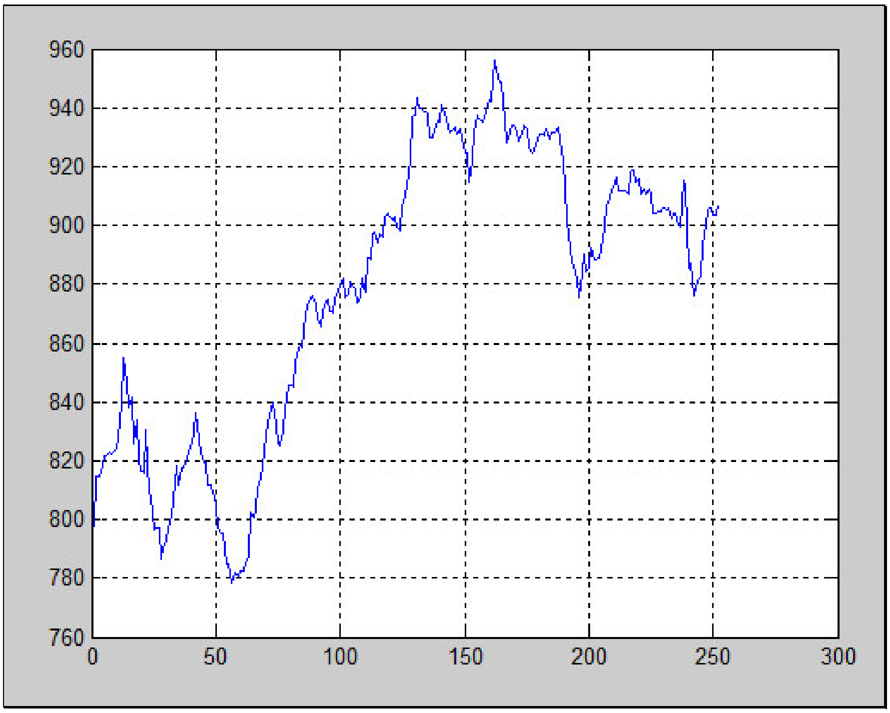
1) Disponer de los datos.
2) Efectuar la prueba de Hurst.
3) Confeccionar los wavelet.
4) Aplicar el principio de memoria a largo plazo.

La base de datos IBVL2014, es la que se utiliza para probar el pronóstico por fractales. Ver la figura 2.17.

Se observa que la base de datos IBVL2014, consta de 252 valores.

Se observa en la figura 2.18, que el coeficiente de Hurst es 1.02. De lo que se deduce, que es un proceso fractal.

Figura 3.7 Datos de IBVL2014



Fuente: Propia

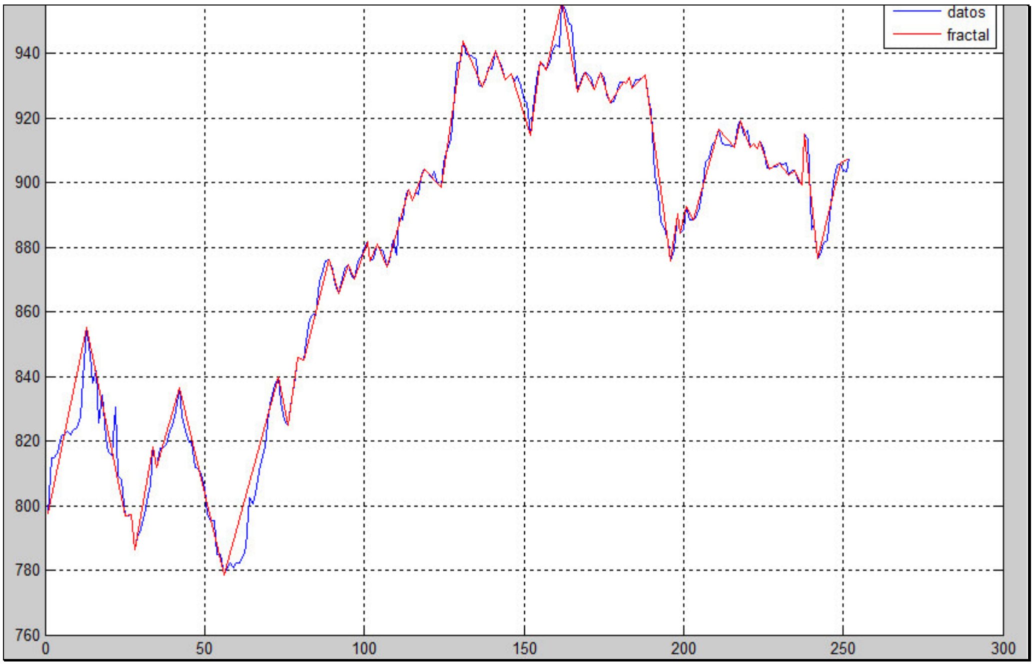
Figura 3.8 Coeficiente de Hurts para IBVL2014

```
yvals =

  1.0e+003 *

  Columns 1 through 5

    0.0491    0.0982    0.1967    0.3967    0.8149

  Column 6

    1.6892

Hurst exponent = 1.02
```

Fuente: Propia

Los procesos fractales, tienen una memoria teóricamente infinita, aún si para series empíricas esta memoria decrece con el paso del tiempo hasta volverse despreciable.

Figura 3.9 Datos de IBVL2014 – Wavelet generado



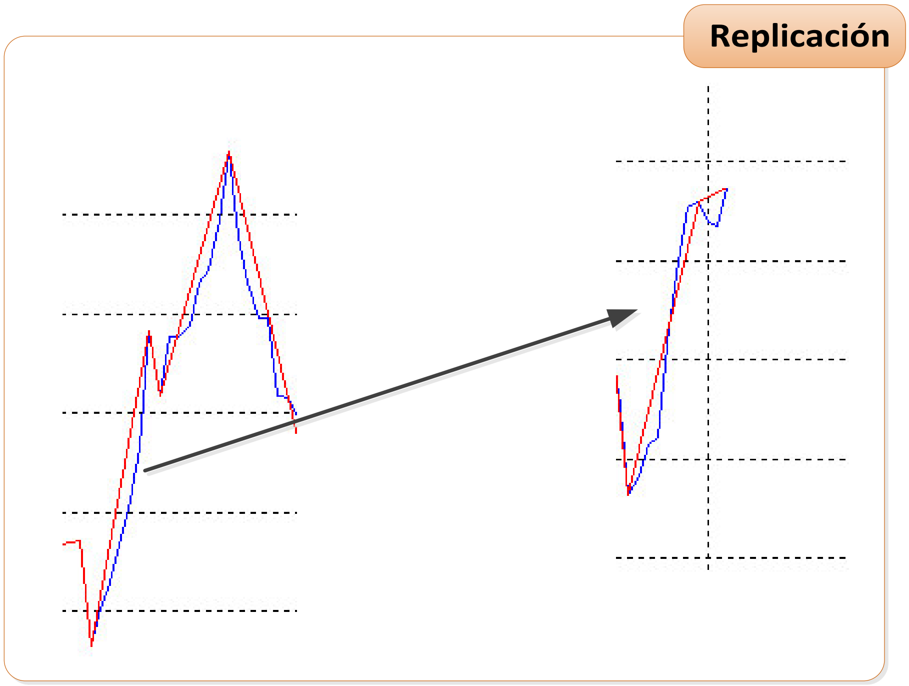
Fuente: Propia

En la figura 2.19, se presentan las ondas o wavelet, para la base de datos del IBVL2014.

El proceso de replicación, se efectúa, mediante la comparación entre ondas semejantes.

En la figura 2.20, se ha determinado, en forma gráfica, la onda que será replicada, para el proceso del pronóstico.

Figura 3.10 El proceso de replicación



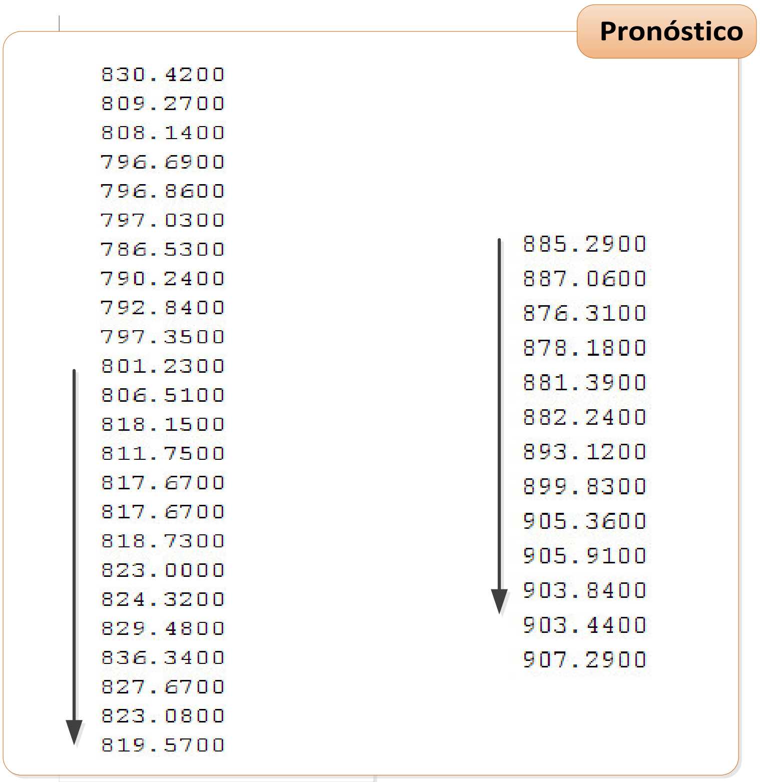
Fuente: Propia

En la figura 2.21, se observa que la onda a replicar, comienza el ascenso en el valor de 801, sigue con 806 y así sucesivamente.

Por otro lado, la onda a pronosticar, comienza su ascenso en el valor de 885, sigue el valor de 887, etc.

En la tabla 3.1, se presenta el pronóstico fractal, basada en la memoria a largo plazo.

Figura 3.11 Elementos a la replicación



Fuente: Propia

Tabla 3.1 Pronóstico

Replicador	Variación	Replicado
801.23		885.29
806.51	5.28	887.06
818.15	11.64	876.31
811.75	-6.4	878.18
817.67	5.92	881.39
818.73	1.06	882.24
823	4.27	893.12
824.32	1.32	899.83
829.48	5.16	905.36
836.34	6.86	905.91
827.67	-8.67	903.84
823.08	-4.59	903.44
819.57	-3.51	907.29
819.57	0	**907.29**
811.74	-7.83	**899.46**
811.57	-0.17	**899.29**
809.68	-1.89	**897.4**
805.26	-4.42	**892.98**

Fuente: Propia

Tabla 3.2 Comparación

Pronosticado	Real	Dif	% Error
907.29	898.32	-8.97	0.999
899.46	888.53	-10.93	1.230
899.29	889.91	-9.38	1.054
897.40	891.91	-5.49	0.616
892.98	891.81	-1.17	0.131

Fuente: Propia

CAPÍTULO IV
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

4.1 Conclusiones

1. La hipótesis (hipótesis general), quedó validada por la obtención de una metodología para el estudio de las series de tiempos en los mercados financieros, que provee pronósticos con mayor ajuste a la realidad.
2. El comportamiento de las series de tiempo no es como asumen los modelos econométricos aleatorios sino que estos poseen memoria a largo plazo influenciado los sucesos pasados en los presentes y futuros.
3. Los fractales, son un nuevo camino, para el estudio de los sistemas dinámicos.
4. Si las observaciones fueran independientes, H sería igual a 0,5 y su medida de correlación correspondiente sería igual a 0.
5. La herramienta de la geometría fractal utilizada en el análisis de series financieras, es el exponente de Hurst (H).
6. Las herramientas de la geometría fractal, desarrollada B. Mandelbrot y otros, permiten trabajar en el marco de un modelo más general del cual la hipótesis de mercados eficientes es un caso particular y anómalo.

4.2 Recomendaciones

1. Utilizar la herramienta de la geometría fractal, para obtener respuestas con respecto al análisis de series financieras.
2. La metodología planteada en la presente investigación, es generalizable a cualquier situación donde se necesite tomar decisiones en torno a problemas de series de tiempo en finanzas.
3. La geometría fractal, es un nuevo campo fértil, en el estudio de los sistemas dinámicos.
4. Se recomienda realizar el estudio, para otras situaciones de estudios de series de tiempos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Ackoff, Russell L. (1970), *Investigación de Operaciones*, Limusa Wiley, México, segunda edición.
2. Feldman, R, Valdéz-Flores, C. (1996). Applied Probability e Stochastic Processes. Bostón, MA: USA, PWS Publishing Company.
3. FROST, A. J., y PRECHTER, R. R. (1995). *El Principio de la Onda de Elliott*. Madrid, España: Gesmovasa, Gestión Moderna de Valores S.A.
4. Hernandez, R., Fernandez, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Editorial Mc Graw-Hill.
5. Hillier, F., Lieberman, G. (2002). *Investigación de Operaciones*. México D.F.: México, McGraw-Hill.
6. INEI (2010). *Cuarto Censo Nacional Económico*. Lima: PERÚ, Edición de bolsillo.
7. MANDELBROT, B. (2003). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Barcelona, España: Editorial Tusquets.
8. PETERS, E. E. (1994). *Fractal Market Analysis*. EUA: John Wiley & Sons.
9. Phillips, D., Ravindran, A., Solberg, J. (1976). *Operations Research: Principles and Practice*, John Wiley & Sons, Inc.
10. SABOGAL, S. y ARENAS, G. (2008), *Una Introducción a la Geometría Fractal*. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander.
11. Taha, H. (2012). Investigación de Operaciones. México D.F.: México, Pearson Educación de México, Novena edición.

12. Ricker, Norman (1953). "WAVELET CONTRACTION, WAVELET EXPANSION, AND THE CONTROL OF SEISMIC RESOLUTION".
13. F. G. Meyer and R. R. Coifman (1997) Applied and Computational Harmonic Analysis.

ANEXOS

Matriz de consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	MUESTRA	DISEÑO	INSTRUMENTO
Problema general	**Objetivo general**	**Hipótesis general**	**variable 1**			
¿La modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, mejora de la toma de decisiones?	Generar pronósticos para mejorar la toma de decisiones de los inversores a través de la modelación de series de tiempo en finanzas mediante fractales.	La modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales genera pronósticos que mejoran la toma de decisiones de los inversores.	Modelación de series de tiempo en finanzas mediante fractales.	**Población:** Series de tiempo (Índices de cotizaciones) generadas en la bolsa de valores de Lima IBVL	Exploratorio. Descriptivo. Correlacional. Explicativo.	**Software:** Matlab, Excel y Stata
Problemas específicos	**Objetivos específicos**	**Hipótesis específicas**	**variable 2**	**Muestra**: Índice de cotizaciones de bancos de la bolsa de valores de Lima del año 2014 (IBVL2014)		
¿Las series de tiempo en finanzas poseen comportamiento browniano o aleatorio?	1.Determinar si las series de tiempo en finanzas poseen comportamiento browniano o aleatorio.	Las series de tiempo en finanzas,no poseen comportamiento browniano o aleatorio	Mejora en la toma de decisiones de los inversores.			
¿Las series de tiempo en fianzas se comportan de manera fractal?	2.Determinar si las series de tiempo en finanzas tienen comportamiento fractal.	Las series de tiempo en finanzas se comportan de manera fractal				
¿Las series de tiempo en finanzas se pueden modelar mediante fractales?	3. Modelar series de tiempo en finanzas mediante fractales	Las series de tiempo en fianzas se pueden modelar mediante fractales				