



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

**Pensamiento crítico y aprendizaje del curso de
Matemática en estudiantes ingresantes a dos
universidades peruanas – Lima, 2019**

TESIS

Para optar el Grado Académico de Doctora en Educación

AUTOR

Diana Ruth CAMPOS FABIAN

ASESOR

Dra. María Isabel NÚÑEZ FLORES

Lima, Perú

2022



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Campos, D. (2022). *Pensamiento crítico y aprendizaje del curso de Matemática en estudiantes ingresantes a dos universidades peruanas – Lima, 2019*. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.

Metadatos complementarios

Datos de autor	
Nombres y apellidos	DIANA RUTH CAMPOS FABIAN
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	41863069
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0002-2608-0083
Datos de asesor	
Nombres y apellidos	MARÍA ISABEL NÚÑEZ FLORES.
Tipo de documento de identidad	DNI
Número de documento de identidad	06660027
URL de ORCID	https://orcid.org/0000-0001-7989-7110
Datos del jurado	
Presidente del jurado	
Nombres y apellidos	ANA MARÍA ISABEL VÍLCHEZ HUERTO
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	07960814
Miembro del jurado 1	
Nombres y apellidos	GIOVANNI JEFFREY CORVETTO CASTRO
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	07302193
Miembro del jurado 2	
Nombres y apellidos	JESSICA PAOLA PALACIOS GARAY
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	00370757

Miembro del jurado 3	
Nombres y apellidos	JIMMY DÍAZ MANRIQUE
Tipo de documento	DNI
Número de documento de identidad	25713875
Datos de investigación	
Línea de investigación	E.3.2.3. Educación Superior
Grupo de investigación	No aplica.
Agencia de financiamiento	Sin financiamiento.
Ubicación geográfica de la investigación	Edificio: Facultad de educación de la UNMSM País: Perú Departamento: Lima Provincia: Lima Distrito: Lima Avenida: Carlos Germán Amezaga 375 Latitud: -12.056423 Longitud: -77.084333
Año o rango de años en que se realizó la investigación	Enero 2019 - diciembre 2019
URL de disciplinas OCDE	Educación general https://purl.org/pe-repo/ocde/ford#5.03.01



ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL N° 60-DUPG-FE-2022-TR

En la ciudad de Lima, a los 12 días del mes de mayo de 2022, siendo las 9:00 a.m., en acto público se instaló el Jurado Examinador para la Sustentación de la Tesis titulada: **PENSAMIENTO CRÍTICO Y APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES INGRESANTES A DOS UNIVERSIDADES PERUANAS - LIMA, 2019**, para optar el **Grado Académico de Doctora en Educación**.

Luego de la exposición y absueltas las preguntas del Jurado Examinador se procedió a la calificación individual y secreta, habiendo sido evaluado **BUENO**, con la calificación de **DIECIESIES (16)**.

El Jurado recomienda que la Facultad acuerde el otorgamiento del **Grado Académico de Doctora en Educación** a la Mg. **DIANA RUTH CAMPOS FABIAN**.

En señal de conformidad, siendo las 10:40 a.m. se suscribe la presente acta en cuatro ejemplares, dándose por concluido el acto.

Dra. ANA MARÍA ISABEL VÍLCHEZ HUERTO
Presidenta

Dra. MARÍA ISABEL NÚÑEZ FLORES
Asesora

Dr. GIOVANNI JEFFREY CORVETTO CASTRO
Jurado Informante

Dra. JESSICA PAOLA PALACIOS GARAY
Jurado Informante

Dr. JIMMY DÍAZ MANRIQUE
Miembro del Jurado

DEDICATORIA

Dedico y agradezco a Dios por lo que me da día a día y por permitirme cumplir esta meta.

A mis padres Erasmo y Ruth, aunque no tuvieron estudios superiores, me dieron una formación universitaria y me formaron con coraje, voluntad y decisión para afrontar las dificultades y cumplir mis objetivos. Mi infinito agradecimiento a ellos por siempre.

A mi hijo Gabriel, porque el siempre será mi fuerza mientras esté viva. A mi esposo por acompañarme en este objetivo.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a los colegas, amigos y profesores que contribuyeron en la elaboración de mi tesis. Un especial agradecimiento por su asesoría y tiempo a la doctora María Isabel Nuñez Flores. También agradezco a la doctora Jessica Palacios y doctor Giovanni Corvetto, por sus observaciones como jurados informantes.

Índice general

DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTO	v
Índice general	vi
Lista de cuadros	ix
Lista de figuras	xi
RESUMEN	xii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO	3
1.1. Situación problemática	3
1.2. Formulación del problema	7
1.2.1. Problema general	7
1.2.2. Problemas específicos	7
1.3. Justificación teórica	8
1.4. Justificación práctica.	8
1.5. Justificación metodológica	9
1.6. Objetivos	10
1.6.1. Objetivo general	10
1.6.2. Objetivos específicos	10

1.7. Hipótesis	10
1.7.1. Hipótesis general.	10
1.7.2. Hipótesis específicas	10
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	
2.1. Marco Filosófico o epistemológico de la investigación	12
2.2. Antecedentes de la investigación	25
2.3. Bases teóricas	35
2.4. Glosario de términos	54
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA	
3.1. Operacionalización de las variables	55
3.2. Tipo y diseño de investigación	59
3.3. Población y muestra	60
3.4. Instrumentos de Recolección de datos	61
CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
4.1. Análisis, interpretación y discusión de resultados	69
4.2. Pruebas de hipótesis	74
4.3. Presentación de resultados	80
CAPÍTULO 5: IMPACTOS	85
CONCLUSIONES	87
RECOMENDACIONES	89

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91
ANEXOS	105
Anexo A:TEST DE PENSAMIENTO CRÍTICO	105
Anexo B:TEST DE APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA	105
Anexo N° C:PRUEBA DE CONFIABILIDAD DEL PENSAMIENTO CRÍTICO	111
Anexo N° D: INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO	112
Anexo N° E: PRUEBA DE LA VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	116
Anexo N° F: MATRIZ DE CONSISTENCIA	118

Lista de cuadros

Tabla 1 Matriz de operacionalización de la variable X: Pensamiento crítico	57
Tabla 2 Matriz de operacionalización de variable Y: Aprendizaje del curso de Matemática	58
Tabla 3 Características de la muestra	61
Tabla 4 Características del test de Watson-Glaser Critical Thinking (WGCTA)	62
Tabla 5 Dimensiones de la variable aprendizaje del curso de matemática	65
Tabla 6 Informe del jurado experto	66
Tabla 7 Baremo del pensamiento crítico	69
Tabla 8 Tabla cruzada del nivel de pensamiento crítico por tipo de universidad	70
Tabla 9 Baremo de la variable aprendizaje del curso de matemática	71
Tabla 10 Tabla cruzada del nivel de aprendizaje del curso de matemática por tipo de universidad	72
Tabla 11 Tabla cruzada de dimensiones del aprendizaje según el tipo de universidad	73
Tabla 12 Prueba de correlación por rango de Spearman para la correlación de las variables	76

Tabla 13 Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de ecuaciones	77
Tabla 14 Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de inecuaciones	78
Tabla 15 Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de funciones de variable real	80

Lista de figuras

Figura 1 Nivel de pensamiento crítico por tipo de universidad	70
Figura 2 Nivel de aprendizaje del curso de matemática por tipo de universidad	72

RESUMEN

El pensamiento crítico es una habilidad de orden superior que es fundamental en el proceso educativo y puede afectar la habilidad, la velocidad y la efectividad del aprendizaje. El objetivo de esta investigación es determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de la matemática en estudiantes ingresantes a la universidad. Para ello se propone una investigación con enfoque cuantitativo y diseño no experimental correlacional transeccional con la participación de 115 estudiantes, entre ingresantes a la carrera de negocios de una universidad privada e ingresantes a carreras de humanidades, ciencias jurídicas y sociales de una universidad pública. Para la recolección de datos se administraron dos pruebas: una para evaluar el nivel de pensamiento crítico, el *test* de Watson-Glaser, actualizado por Da Dalt de Mangione y Difabio (2007). Y otra para evaluar el nivel de aprendizaje de la matemática diseñado ad hoc, validado por expertos y con prueba de confiabilidad buena. Los resultados evidencian que el pensamiento crítico y el aprendizaje de la matemática si se correlacionan, pero contrariamente a nuestras expectativas la correlación es positiva débil. Se concluyó que el pensamiento crítico favorece el aprendizaje de la matemática en la etapa inicial de la resolución de problemas matemáticos; en la comprensión e interpretación del problema; aunque es necesario que los estudiantes tengan conocimiento del lenguaje matemático para seguir la secuencia de la solución del problema.

Palabras clave: aprendizaje significativo, aprendizaje de matemática, pensamiento crítico.

ABSTRACT

Critical thinking is a higher order skill that is fundamental in the educational process and can affect the ability, speed and effectiveness of learning. The objective of this research is to determine the relationship between critical thinking and mathematics learning in students entering university. For this purpose, a research with a quantitative approach and a non-experimental correlational cross-sectional design was proposed with the participation of 115 students, including students entering business courses at a private university and students entering humanities, legal and social sciences courses at a public university. Two tests were administered for data collection: one to assess the level of critical thinking, the Watson-Glaser test, updated by Da Dalt de Mangione y Difabio (2007). And another to evaluate the level of mathematics learning, designed ad hoc, validated by experts and with good test reliability. The results show that critical thinking and mathematics learning are correlated, but contrary to our expectations, the correlation is weak and positive. It was concluded that critical thinking favors the learning of mathematics in the initial stage of mathematical problem solving; in the understanding and interpretation of the problem; although it is necessary for students to have knowledge of mathematical language to follow the sequence of the solution of the problem.

Key words: Significant learning, mathematics learning, critical thinking.

INTRODUCCIÓN

Una de las habilidades prioritarias que debe desarrollar toda persona en el siglo XXI es el pensamiento crítico. Si bien todos los seres humanos tienen la capacidad de pensar; mucho de ese pensamiento es desinformado, parcializado, prejuiciado debido a la falta de reflexión y razonamiento sobre nuestro propio pensamiento. Pensar críticamente mejora nuestra calidad de vida, porque nos lleva a tomar mejores decisiones para solucionar problemas. En los últimos años el pensamiento crítico ha cobrado real importancia en educación y pedagogía, porque es considerada como un pensamiento de orden superior y fundamental en el aprendizaje (Tanujaya, 2014) de tal forma que los estudiantes que son entrenados para pensar tienen un impacto positivo en su educación (Yee et al., 2011). ¿Cuál es el impacto del pensamiento crítico en el aprendizaje de los cursos de ciencias, particularmente en el aprendizaje de la matemática?

La matemática está presente en casi todos los ámbitos de la vida humana, desde actividades científicas hasta cotidianas. Según el Ministerio de Educación del Perú (MINEDU, 2015) en matemática el aprendizaje es significativo cuando se utilizan para entender la realidad, cuando se vincula con sus actividades familiares, culturales y sociales. Por lo tanto, es necesario lograr un aprendizaje profundo, mediado por el pensamiento crítico en cada etapa de la resolución de problemas matemáticos.

El presente estudio busca determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de la matemática en el primer ciclo de estudios en la

universidad. Es importante porque clarifica la importancia del pensamiento crítico en la resolución de problemas matemáticos, desde la etapa inicial, en la comprensión, luego el planteamiento y finalmente en la argumentación de los resultados.

Para dar a conocer el desarrollo y resultados obtenidos del estudio se siguió la siguiente estructura.

En el capítulo 1, se describe la situación problémica, se formulan el problema, los objetivos, hipótesis y definen variables. En el capítulo 2, se expone el marco filosófico de la investigación, así también los antecedentes y bases teóricas. En el capítulo 3, se precisan el tipo de investigación, la población y muestra, y los instrumentos de recolección de datos. En el capítulo 4 se evidencian los resultados del estudio, a través del análisis estadístico descriptivo e inferencial. En el capítulo 5 se describe el impacto de la investigación. Finalmente, se dan las conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

1.1. Situación problemática

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) indica que la competencia matemática es la capacidad que tienen las personas para utilizar la matemática en diferentes contextos. El informe, presentado en abril del 2014, de la prueba resolución creativa de problemas y habilidades de los alumnos para enfrentar problemas de la vida real, en el cual la OCDE evalúa la capacidad de jóvenes de 15 años para resolver problemas que se plantean en la vida cotidiana, concluye que los latinoamericanos resuelven problemas simples en contextos conocidos, mediante la estrategia ensayo y error de las alternativas de un grupo de opciones (Martins, 2014).

En el 2017, el instituto de estadística de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) informó que aproximadamente 35 millones de estudiantes de América Latina del nivel primaria y secundaria no alcanzan los conocimientos básicos. Así también, el 52 % de niños y jóvenes de América Latina están por debajo del nivel esperado en matemática.

Otro indicador es el Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE) del año 2019 el cual evalúa los logros del aprendizaje de los estudiantes de América Latina y el Caribe en diferentes áreas disciplinares, entre ellas la matemática, esta tarea es relevante porque se espera cumplir el cuarto objetivo de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), el cual tiene como premisa

garantizar la educación equitativa, inclusiva y de calidad. Los resultados de esta prueba dejaron evidenciar que el 49,2 % de los estudiantes de sexto de primaria de Latinoamérica y el Caribe alcanzaron el nivel más bajo de desempeño en matemática (UNESCO, 2021). Cabe resaltar que los estudiantes peruanos tuvieron resultados superiores al promedio tanto en el área de comunicación y matemática.

A nivel nacional, el Ministerio de Educación del Perú (MINEDU, 2016) señala que la matemática es una actividad relevante en el desarrollo del conocimiento y la cultura de nuestra sociedad, su aprendizaje favorece la formación de ciudadanos con las capacidades de buscar, organizar, sistematizar y analizar información para comprender el mundo que los rodea, desenvolverse en él, tomar decisiones pertinentes, y resolver problemas en distintas situaciones usando estrategias y conocimientos matemáticos. Por lo tanto, la matemática es una materia trascendental para el desarrollo de una persona y la sociedad; pero los resultados, según diferentes estudios y evaluaciones sobre el aprendizaje de esta materia, reflejan que los estudiantes peruanos no alcanzan el nivel esperado.

En las últimas evaluaciones nacionales e internacionales a los cuales fueron sometidos los estudiantes peruanos, tales como: La Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) a escolares de cuarto de primaria (MINEDU, 2016), el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA) del año 2015, aplicado a estudiantes de 15 años (MINEDU, 2017) dan cuenta del bajo rendimiento en esta materia. En el informe de PISA realizado el 2015 a

estudiantes de 15 años próximos a finalizar la educación escolar, se observa que el 66,1% se encuentra en el nivel 1 y debajo del 1, es decir los estudiantes peruanos pueden responder a las preguntas que involucran contextos conocidos, en los que se encuentra toda la información necesaria y las preguntas están claramente definidas. El 21% de estudiantes se ubica en el nivel 2, esto indica que estos estudiantes logran interpretar y reconocer situaciones que requieren una inferencia directa; aplican algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones básicas. El 9,8% están ubicados en el nivel 3, el 2,7% en el nivel 4 y solo el 1% alcanzan los niveles más altos (nivel 5 y nivel 6).

En el informe PISA 2018 (MINEDU, 2019) se encuentran resultados similares; el 60,3% de los estudiantes está ubicado en el nivel 1 y debajo de 1. El 23,1% en el nivel 2, 11,6% el nivel 3, el 4,1% en el nivel 4 y el 1% en el nivel 5 y 6. Pese a estos porcentajes los estudiantes peruanos tuvieron una leve mejora respecto a las ediciones anteriores de PISA 2012 y 2015. El gran reto está en mejorar el rendimiento en la siguiente evaluación de PISA 2022.

Esta situación de bajo rendimiento en el nivel escolar se traslada al contexto universitario, lo cual origina una brecha con las competencias matemáticas que se esperan lograr en la universidad (Mota y Valle, 2015; Murcia et al., 2017). En la universidad los estudiantes se enfrentan a problemas de matemática enmarcados en un contexto de su especialidad. Según Polya (1989) para resolver un problema de matemática, primero se debe entender el problema; para ello es necesario una reflexión y análisis del contexto; después de entender

el problema se debe trazar un plan para resolverlo, luego ejecutarlo y finalmente verificar los resultados.

Pero en muchos casos el estudiante no entiende lo que lee, es decir, no sabe qué hacer (Carpio, 2013). Para Puig y Cerdán (1989) la complejidad sintáctica o la dificultad de las variables sintácticas como: el tamaño del problema, la secuencia, presentación de datos o la complejidad gramatical pueden ser causas que imposibiliten la comprensión y por lo tanto la resolución del problema. Así también, Paul y Elder (2002) señalan que aprender cualquier contenido o parte de un contenido es comprender (es decir razonar o pensar a detalle) las conexiones entre las partes de ese contenido. El proceso de pensamiento es una condición necesaria para que exista aprendizaje del contenido. El aprendizaje en el modelo universitario se debe dar de forma autónoma, esto significa que el estudiante universitario puede realizar el proceso de aprendizaje sin la presencia constante del profesor como único suministrador de conocimientos. Es por ello, que la función principal del docente ha cambiado; ahora se enseña a aprender (Gonçalves, 2011).

En la universidad privada dónde se realizó el estudio se presentan algunas dificultades en la comprensión, interpretación, análisis y resolución de problemas de matemática. Esto se evidencia observando el porcentaje de aprobados del año 2018, el cual no supera el 45%. Además, los profesores del curso expresan que los estudiantes no tienen los conocimientos básicos, los cuales debieron desarrollar en educación básica regular, para el buen avance del curso de matemática. El estudio se realizó en paralelo con estudiantes ingresantes a las

carreras de Humanidades, Ciencias Jurídicas y Sociales de una universidad pública, quienes llevan el curso de “Matemática aplicada a las ciencias sociales y humanas” y cinco asignaturas más en el primer semestre. El porcentaje de aprobados del año 2018 fue del 79%.

Dado que el pensamiento es una condición para el aprendizaje; se pregunta si el pensamiento crítico está relacionado con el aprendizaje de los contenidos del primer curso de matemática en la universidad.

1.2. Formulación del problema

Considerando este marco referencial se plantean el problema general y los problemas específicos.

1.2.1. Problema general

¿Qué relación existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?

1.2.2. Problemas específicos

- a. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?
- b. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?
- c. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?

1.3. Justificación teórica

Esta investigación se justifica teóricamente, porque estudia dos variables importantes para el área de la educación como son: el aprendizaje del curso de matemática y el pensamiento crítico, las cuales serán ampliamente desarrolladas en el marco teórico.

Desde el enfoque de la pedagogía crítica el pensamiento crítico se concibe como una competencia argumentativa, propositiva e interpretativa. Las habilidades que se esperan desarrollar en el estudiante crítico son: saber justificar, desarrollar una idea, considerar diversas alternativas, convencer de algo a alguien a través de argumentación basada en el conocimiento y también, saber contraargumentar.

Por otro lado, el aprendizaje de la matemática se sostiene en el enfoque del realismo, el cual sostiene que los objetos matemáticos existen, independientemente de la persona que los percibe, además el sujeto que quiere construir la matemática debe utilizar un lenguaje formal o diferentes representaciones de los objetos matemáticos. A su vez la educación matemática realista propone que para enseñar matemática se debe partir de un problema inicial, ya sea el que dio origen al objeto matemático u otro que sirva para fomentar el proceso de análisis del problema, búsqueda de soluciones y de esa forma los estudiantes puedan superar las dificultades utilizando la matemática.

1.4. Justificación práctica.

Los resultados de la investigación darán cuenta si el pensamiento crítico es una variable que se asocia o no, y de qué manera, con el aprendizaje de la

matemática. Será valioso para los estudiantes ingresantes a la universidad, pues el aprendizaje del curso de matemática es fundamental en los primeros ciclos de estudios y el rendimiento en esta asignatura según los antecedentes es deficiente. También será útil para los docentes de matemática, pues tendrán información de primera mano sobre la relación e importancia de utilizar estrategias de pensamiento crítico y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática del primer ciclo. Asimismo, los coordinadores y autoridades del área de ciencias tendrán la información de los resultados para tomar decisiones en cuanto a la planificación y organización del curso de matemática para ingresantes.

1.5. Justificación metodológica

La metodología utilizada en esta investigación permite utilizar los instrumentos para medir el nivel de pensamiento crítico en estudiantes universitarios peruanos ya que es válido y confiable. Se elaboró un instrumento para evaluar el aprendizaje de la matemática que evalúa tres dimensiones de la matemática como son: ecuaciones, inecuaciones y funciones reales. Este instrumento fue diseñado siguiendo las diferentes formas de representación semiótica como: lenguaje natural, figural, algebraico y gráfico y cinco niveles de conocimiento de la taxonomía de Bloom. Esto representa un gran aporte porque el instrumento podrá ser utilizado para investigaciones posteriores relacionadas con el aprendizaje de la matemática.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo general

Determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

1.6.2. Objetivos específicos

- a. Determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.
- b. Determinar la relación que existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.
- c. Determinar la relación que existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

1.7. Hipótesis

1.7.1. Hipótesis general.

Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de Matemática en los estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

1.7.2. Hipótesis específicas

- a. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

- b. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.
- c. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Marco Filosófico o epistemológico de la investigación

En este apartado se expone los paradigmas filosóficos y epistemológicos de cada variable de la investigación.

2.1.1. Marco teórico filosófico del Pensamiento crítico

El pensamiento crítico tiene una larga historia, no es un constructo contemporáneo, sino más bien es un paradigma presente desde hace muchos años, quizá con diferentes nombres. Etimológicamente la palabra crítica proviene de un vocablo griego que significa emitir un juicio o tomar una decisión (Morales, 2014).

El concepto de pensamiento crítico se entiende mejor desde un enfoque multidisciplinario. Por lo cual, es objeto de estudio de varias disciplinas, entre ellas la filosofía, la cual estudia el aspecto epistemológico; la psicología, la cual estudia las capacidades, funciones y los mecanismos de resolución de problemas; y la educación como una estrategia pedagógica transformadora (Martín y Barrientos, 2009; Villarini, 2003).

Mesones (2016) rememora a Sócrates, quien vivió en el siglo V a. de C., como el precedente más antiguo de pensamiento crítico. Se preocupó por formular preguntas profundas que examinen el pensamiento antes de aceptar ideas. Su método socrático es considerado como una buena estrategia para enseñar pensamiento crítico.

En el siglo IV a. de C., Aristóteles hizo una separación entre *episteme* y *doxa*, catalogando el primero como conocimiento argumentado y sólido, y al segundo como conocimiento inconsistente, basado en apreciaciones sin soporte racional ni experimental (Martín y Barrientos, 2009). En este contexto se considera la cognición como el motor de las relaciones entre la percepción de la realidad y el sujeto que las conceptualiza.

Campos (2007) manifiesta que en la edad media Tomás Aquino fue un destacada filósofo y teólogo, quien desarrolló sus ideas acerca del pensamiento las cuales consistían en hacerse preguntas o críticas a sus propias ideas y responderlas sistemáticamente antes de escribir

En la edad moderna los antecesores de Immanuel Kant, como Bacon, Locke, Berkeley y Hume sostenían que el conocimiento solo es alcanzado por la experiencia, como aquello que puede ser alcanzado por métodos experimentales, negando la posibilidad de que el conocimiento fuese resultado de solo razonamiento (Morales, 2014).

En la edad contemporánea, el pensamiento crítico, desde la concepción de Kant es una actividad en la que colaboran tanto lo empírico como lo racional y donde resulta fundamental distinguir con claridad lo que corresponde a cada uno (Martín y Barrientos, 2009). “Kant estudia por primera vez las condiciones de validez del conocimiento, sin cuestionar la existencia o no de los fenómenos metafísicos, o la utilidad de la experiencia. El objeto de estudio es el proceso mismo de la razón” (Morales, 2014, p. 5). Así, el pensamiento crítico se origina para afinar el método de razonamiento filosófico, por medio de la crítica, nace

siendo una crítica epistemológica. Kant ve en la crítica de la razón el único medio por el cual el pensamiento y el conocimiento pueden refinarse y avanzar.

Considerando estos aportes, Morales (2014) define el pensamiento crítico como una forma de razonamiento que combina el análisis epistémico y la crítica social, con la finalidad de cuestionar nuestra forma de comprender la realidad mediante nuestro aparato teórico y metodológico, a la vez que nos sirve para analizar la realidad social, y pensar en posibilidades de acción sobre la realidad estudiada. Considerando esta concepción de pensamiento crítico, el modelo pedagógico propone una educación basada en competencias argumentativas. Las habilidades por desarrollar en el estudiante son: justificar eficientemente, desarrollar una idea, considerar opciones, convencer de algo a alguien a través de argumentación basada en el conocimiento y también, saber contraargumentar (Martín y Barrientos, 2009).

El pensamiento crítico ha influenciado notablemente en la educación; esta influencia tiene dos derivaciones; la pedagogía crítica y la teoría crítica de la educación (Mendoza, 2015; Morales, 2014). Este trabajo de investigación sigue la postura de la pedagogía crítica, puesto que es una teoría práctica, y propone que el sujeto utilice su actitud crítica para comprender lo que le rodea y tomar mejores decisiones para él y los demás.

La pedagogía crítica no es puramente filosófica, sino práctica, pues la praxis racional comprende un cuestionamiento a la estructura económica, social y política (Morales, 2014). Esta pedagogía provee a sus participantes un modo para transformar la realidad bajo la concienciación y utilización de la razón,

opuesta a tendencias pedagógicas de sometimiento debido a la minoría de edad en términos intelectuales (Santamaria-Rodríguez et al., 2019).

Uno de los exponentes de la pedagogía crítica, en Latinoamérica, fue Paulo Freire, filósofo y pedagogo brasileño cuyas obras más importantes son: La pedagogía del oprimido; Pedagogía como práctica de la libertad; Pedagogía de la Autonomía, entre otros. En sus obras critica a la educación enajenante; la cual, además de no enseñar a los hombres y mujeres a reflexionar; no se les permite hacerlo. A esta educación la llama educación bancaria. En contraparte desarrolló una tendencia educativa que se basa principalmente en la práctica y en el cuestionamiento de la realidad social capitalista; planteó propuestas para romper este modelo a fin de encaminar la educación hacia la liberación del hombre. Una de estas propuestas es la educación concientizadora (Becerril, 2018).

La educación concientizadora es la que hace alusión a una educación crítica, en la cual el estudiante analiza su realidad y su historia y puede generar cambios. La educación bancaria u oprimida se caracteriza por tres aspectos. 1) la transferencia o depósito del conocimiento, 2) el educador o profesor que transmite el conocimiento y 3) el alumno o educando a quien hay que transmitirle la información (Becerril, 2018).

Los educandos aprenden por repetición o memorización sin relacionar los contenidos con su realidad económica y social. Es decir, los alumnos aprenden a repetir los conocimientos, conceptos, ideas que el profesor deposita en ellos, los cuales se dan por sentados, se aceptan y no se discuten ni cambian; a su vez el educador también es el encargado de decirles a los estudiantes como son las

cosas o situaciones, les dice cómo funciona el mundo. Es el que sabe, dicta e impone, mientras el educando es considerado ignorante. En este contexto el educador es el que educa, piensa, habla, disciplina y prescribe la información. Mientras el educando, es el que escucha, es el disciplinado, el que sigue la prescripción sin ninguna actitud reflexiva y sin voz propia (Becerril, 2018; Cruz, 2020; Rivas-Urrego et al., 2020).

La educación concientizadora parte de la opresión, de la injusticia y busca incitar a los hombres a independizarse y cambiar su condición. Freire señala que representa una reflexión, cuestionamiento y acción del hombre para transformar su mundo (Rivas-Urrego et al., 2020). Es aquí donde la educación concientizadora propone una actitud crítica de la educación, entender que estudiar no es solo un acto de repetir conceptos o ideas sino entenderlos o recrearlos en su contexto para hacerse parte del mundo. El sujeto que es crítico tiene la capacidad de distinguir la verdadera realidad, a partir de un razonamiento que considera todas las aristas de la situación. Dicho análisis servirá para que el sujeto, al ser crítico, pueda comprender lo que le rodea y en consecuencia decidir y poder actuar en su favor y de los otros.

2.1.2. Marco teórico filosófico del aprendizaje de la matemática

Con certeza la matemática ha existido desde antes de la hominización del ser humano, por ejemplo, la naturaleza, en su esencia, nos muestra la matemática en la simetría y las formas geométricas de las flores, en los hexágonos perfectos de la colmena de las abejas, en la disposición de las ramas de un árbol que genera una secuencia numérica, en el patrón que siguen las

fases de la luna y estaciones. La matemática es el lenguaje que utiliza la naturaleza para expresarse y mostrar su belleza (Aprendizaje Verde, 2016).

La matemática que creó el hombre hace más de 6000 años A.C., cuando dejó de ser nómada y se asentó en las riberas del gran río Nilo (Matemática TV, 2016, 3:26), fue por necesidades concretas, por ejemplo: medir el área de las tierras, conocer el cambio de estaciones las cuales influían en la siembra y realizar la contabilidad cotidiana (Jacovkis, 2017, 1:38). Los egipcios, babilonios, sumerios, mayas, hindúes, chinos y árabes muestran que conocían las matemáticas de forma empírica. Estas civilizaciones representaban a los números por medio de marcas, figuras y símbolos. Los aportes de estas civilizaciones hicieron de la matemática una ciencia formal; sus teorías fueron validadas mediante, axiomas, teoremas, proposiciones y el razonamiento lógico. A diferencia de ciencias experimentales en la cuales hay teorías, percepciones, enfoques que pueden modificarse o descartarse (Cobrerros, 2016).

La epistemología de la matemática, según Cobrerros (2016) señala que la matemática es necesaria y *a priori*. Necesaria para explicar, entender y transferir el conocimiento científico del mundo y *a priori* porque muchas creencias matemáticas tuvieron que ser demostradas para que pasen a ser conocimiento. Por ejemplo, la velocidad de la luz fue medida, a través de un aparato de medición, en 1849. Pero, desde el siglo XVII se conjeturó que la luz tenía una velocidad constante.

En el siglo XVI la matemática tuvo un crecimiento extraordinario, hubo un crecimiento notable en la producción matemática. Newton y Leibniz crearon el

cálculo infinitesimal (cálculo diferencial e integral) lo cual sirvió para resolver problemas relacionados a la velocidad y aceleración instantánea. Posteriormente se utilizaron para modelizar gran variedad de procesos físicos, mecánicos, matemáticos, económicos y otros (Durán, 2017).

En la década de los años cuarenta, con la llegada de la computadora se empezaron a hacer pronósticos numéricos. Se usaron herramientas que antes no se podían usar y así se creó el área de la investigación operativa para optimizar recursos. La computadora permitió la relación de la matemática con otras disciplinas con lo cual surgieron nuevos problemas matemáticos que tuvieron que ser resueltos usando el rigor matemático. Mucho después de la aparición de la computadora aparecieron áreas de la Matemática Aplicada como el estudio de wavelets, teoría de control, teoría de información, criptografía (Jacovkis, 2017, 19:40).

La historia nos muestra que la matemática se ha desarrollado rápidamente después de la llegada de la computadora, pero no todos saben que la matemática es útil en diferentes áreas de nuestra vida. Las personas mantienen la idea que la matemática es la ciencia de los números; que es complicada, distante del quehacer diario y poco útil para solucionar problemas. En este contexto surgen preguntas ¿qué es la matemática? y ¿cómo se debe enseñar matemática? Estas preguntas han sido respondidas desde diferentes enfoques y corrientes didácticas. La filosofía de la matemática trata de responder a la primera pregunta, es decir conocer acerca del conocimiento de la matemática (Campos, 2005).

Mientras que la segunda pregunta la trata de responder la didáctica de la matemática.

2.1.2.1. Filosofía de la matemática. La filosofía de la matemática describe diferentes posturas filosóficas en torno a la pregunta ¿qué es la matemática? La respuesta la han tratado de explicar tres corrientes filosóficas desde inicios del siglo XIX; el intuicionismo, logicismo y el formalismo (Cobrerros, 2016; Mutti et al.,2019).

El logicismo fue iniciado por Gottlob Frege, para él la lógica era la aritmética; sostenía que las proposiciones matemáticas eran analíticas, porque estas podían demostrarse a partir de un conjunto de leyes o conceptos lógicos (Cobrerros, 2016; Mutti et al., 2019). Frege propuso definir los conceptos de matemática utilizando términos exclusivamente lógicos. Estudios posteriores evidenciaron que ni siquiera las partes más elementales de la matemática son reducibles a la lógica. En 1902 Bertrand Russell escribió una carta a Frege en la cual le decía que las leyes con las que fundamentó la aritmética eran inconsistentes (paradoja de Russell), después de esto el logicismo entró en crisis; de la cual no se pudo recuperar.

El formalismo sostiene que la matemática esta reglada por la manipulación de signos, poseen objetos o símbolos que la describen y está ligada a una percepción interior. “Para el formalismo extremo, lo único que hay son reglas mediante las cuales se pueden deducir fórmulas a partir de otras, pero las fórmulas no se refieren a nada; no tienen significado, y tampoco tienen asignado

valor de verdad” (Font, p.2). Adoptan un significado por las reglas que gobiernan su uso. “Por ejemplo, en el ajedrez el alfil no se define por su forma ni el material del cual está hecho sino por las reglas que rigen sus movimientos” (Cobrerros, 2016, p. 7).

El intuicionismo tiene como figura principal al matemático y filósofo Brouwer. Esta corriente postula que la existencia de las matemáticas no es independiente a la mente, en oposición al platonismo. Tampoco obtienen significado por las reglas asignadas para la manipulación, en oposición al formalismo (Cobrerros, 2016). Brouwer señala tres tesis i) los objetos matemáticos están ligadas a la intuición pura, siendo previos al lenguaje y a la lógica; ii) las leyes que rigen el comportamiento del objeto matemático derivan de su construcción, no de la lógica y iii) No se admiten teorías que supere el marco de la intuición (Torres, 2005).

Después de estas corrientes la filosofía de la matemática ha oscilado entre el realismo y antirrealismo, siendo el primero al cual pertenecen la mayoría de los matemáticos en ejercicio, y es la corriente que también sigo en mi práctica docente.

En el realismo o platonismo matemático los objetos matemáticos existen, independientemente de la persona o el matemático que los percibe y para conectarnos con estos objetos los matemáticos, deben hacer matemáticas (Madrid, 2018, 11:52). Los objetos matemáticos son vistos como seres vivientes, los cuales no forman parte del espacio tiempo y son considerados como ideales de la realidad a los que los objetos físicos se acercan.

Desde esta postura la matemática es a priori e independiente de la experiencia humana (Aboites, G. y Aboites, V., 2008). Por ejemplo, el movimiento de los planetas son los que deben adaptarse a las elipses o círculos. Los objetos matemáticos, al no ser percibidos por los sentidos solo son aprendidos por la razón, a partir de leyes matemáticas, las cuales eran eternas.

Los números, las funciones, la derivada, el espacio geométrico, entre otros objetos matemáticos, no son percibidos por los sentidos, no se tiene registros de ellos. Para Zubiri (1982) estos objetos son reales, pero no son sensibles a nivel sensorial, se entienden en un campo de formalidad que reproduce la realidad. Su construcción no es solo conceptual, sino se debe sentir la matemática, porque su contenido está proyectado en la realidad. Los contenidos de los objetos matemáticos y objetos tangibles son postulados en un mismo campo de realidad. “La diferencia entre ellos concierne tan sólo al contenido, en efecto: en el primer caso, el contenido es libremente postulado en la realidad, mientras que en el segundo caso el contenido está dado en la realidad” (Orellana y Durán, 2016, p. 2).

Según Barrantes (2019) esta postura matemática afirma que los objetos matemáticos, las proposiciones, teoremas existen independientemente del sujeto, inclusive si no se piensan o construyen. Las proposiciones o teoremas pueden ser verdaderos o falsos, independientemente si se pueden o no demostrar (Piñeiro, 2019); el hecho de demostrarlo o no dentro de un sistema formal es más bien un impedimento del sistema en el cual se quiere demostrar y

no de la naturaleza de la proposición. Al definir un objeto matemático, más que traerlo a la realidad se describen.

2.1.2.2. Didáctica de la matemática: Educación Matemática Realista.

Respecto a la forma de enseñar matemática existen dos tendencias. Por un lado, algunas corrientes didácticas señalan que se debe enseñar la matemática como un conocimiento acabado, demostrado si lugar a dudas (Font, 2007). De esta forma se deja de lado las situaciones que dieron origen a los objetos matemáticos. El segundo es enseñar a hacer la matemática, es decir partir del problema inicial que dieron origen a los objetos matemáticos para construir definiciones y conceptos, pasando por el proceso de análisis del problema, búsqueda de soluciones y de esa forma los estudiantes puedan superar las dificultades utilizando la matemática (Mora, 2013). En este caso el profesor conduce todo el proceso de aprendizaje guiando y orientando a través de actividades que estimulen la actividad intelectual y la adquisición del significado de los objetos matemáticos.

En este sentido la Educación Matemática Realista (EMR), da relevancia a la matematización, la cual consiste en la construcción que hacen los estudiantes a partir de situaciones problemática realista. Esto significaría que se debe enseñar partiendo de una situación problemática, ya sea la que dio origen a los conceptos matemáticos u otra en la que se pueda evidenciar la utilidad de estos conceptos (Bressan et al, 2004).

La EMR es una de las corrientes que surgió como respuesta a la necesidad mundial de una reforma en la enseñanza de la matemática; fue fundada desde Holanda por Hans Freudenthal, un matemático alemán, quién a inicios del año 1970, en reacción al enfoque mecanicista de la aritmética, propuso que la enseñanza de la matemática no es una conexión de temas separados o aislados, sino por el contrario enfatiza la interrelación de la matemática con su utilidad, es decir conectada con la realidad, próxima a los estudiantes y útil a la sociedad (Bressan et al., 2004; Gallego y Pérez, 2013). Esta corriente filosófica se basa en seis principios, las cuales se sustentan bajo las preguntas cómo y qué de la enseñanza de la matemática (Alsina, 2009).

El primer principio es el principio de la actividad en cual señala que la matemática se debe aprender haciéndola, es decir, organizando la realidad con medios matemáticos (matematizando) no se debe enseñar como producto terminado. Se da valor al proceso de algoritmizar, algebrizar, de reflexionar acerca de la actividad matemática, comprendiendo la relación de la matemática con otras áreas sociales y naturales (Freudenthal, 1991). Esto significaría que la parte medular del quehacer matemático son la reflexión y el proceso y no necesariamente los resultados.

El segundo es el principio de la realidad, por el cual el conocimiento matemático debe originarse en la realidad y además debe ser comprensible y razonable para los estudiantes. Se debe presentar un contexto real y cotidiano de tal manera que el estudiante pueda recordar o imaginar una situación luego interpretarla y utilizando estrategias de solución o modelos matemáticos puede

organizar mejor la realidad. En este proceso el estudiante inicialmente utiliza procesos informales, pero si el contexto es significativo para el estudiante avanzará a un mayor nivel de formalización (Alsina, 2009). En el nivel universitario esto se lleva a cabo a través de contextos relacionados a la especialidad en los cuales debe utilizar las herramientas matemáticas cada vez de mayor formalidad.

El tercer principio es la reinención; para Freundenthal la matemática parte del sentido común; luego debe ser sistematizado u organizado en reglas, estas reglas luego se convierten en sentido común, pero de mayor jerarquía. “La educación matemática debe dar al estudiante la oportunidad de reinventar los modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas con un proceso similar a los que usan los matemáticos” (Bressan et al., 2004, p. 5). Aquí el papel del profesor es vital, porque él se encargará de elegir los problemas de contexto que generen variadas estrategias de solución a fin de desarrollar los conocimientos matemáticos en los estudiantes.

El cuarto principio, de niveles; el cual sostiene que en el proceso de matematización los estudiantes pasan por diferentes niveles, i) la matematización horizontal, que consiste en resolver un problema en un contexto utilizando herramientas disponibles, como intuición, sentido común, los conocimientos previos, entre otros ii) la matematización vertical, que conlleva estrategias de reflexión, esquematización, generalización, prueba y simbolización para lograr mayores niveles de formalización matemática (Gallego y Pérez, 2013).

El quinto principio es el de la interacción; considera la actividad matemática como una actividad social. La interacción se lleva a cabo entre estudiantes, o entre estudiantes y profesores, lo cual provoca niveles de interpretación, comprensión y reflexión más elevados (Alsina, 2009), este principio también sustentaría la importancia de los trabajos colaborativos o cooperativos en clases de matemática tanto en el aula como fuera de ella.

El sexto principio es el principio de interconexión; se propicia la interrelación entre ejes de la matemática, evitando el tratamiento aislado de los objetos matemáticos, lo que da lugar a distintas formas de matematizar con diversas estrategias de solución (Alsina, 2009; Gallego y Pérez, 2013).

Los seis principios dan un soporte al trabajo pedagógico y didáctico del profesor de matemática en diferentes niveles de estudio, estos modelan el comportamiento y práctica del docente en función de los objetivos planteados.

2.2. Antecedentes de la investigación

Según la búsqueda en diferentes tipos de fuentes como: tesis doctorales, artículos de investigación, libros especializados, base de datos de investigaciones, repositorios de diferentes universidades, bibliotecas especializadas y en la web; a nivel nacional existen pocos estudios que describen el pensamiento crítico como factor que influye en el aprendizaje en matemática. Pero se encontraron artículos que relacionan el pensamiento crítico con otras variables del área de ciencias. Sin embargo, a nivel internacional se pueden

encontrar varios estudios de estrategias para desarrollar el pensamiento crítico, en matemática y otras áreas.

2.2.1. Investigaciones nacionales

Zeballos (2018) llevó a cabo una investigación en una universidad privada al sur del Perú. El objetivo del estudio fue determinar la relación del pensamiento crítico con el rendimiento de los estudiantes universitarios. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo con diseño no experimental, de tipo transversal correlacional descriptivo. La población estuvo conformada por todos los estudiantes de la escuela profesional de ingeniería Mecánica eléctrica matriculados en el ciclo 2017-1, fueron 520 estudiantes. Para obtener la muestra utilizó un muestreo probabilístico, obteniendo una muestra de 65 estudiantes. Los datos se recogieron a través de dos instrumentos. Uno para medir el pensamiento crítico en tres niveles; literal, inferencial y crítico. Y una escala de apreciación para medir el nivel de aprendizaje con dimensiones también; contenido y objetivos. Las conclusiones señalan que existe correlación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje, cabe decir que el coeficiente de correlación muestra un bajo nivel de asociación, $\alpha=0.03$. También se mencionan que la dimensión crítica del pensamiento crítico es el nivel más frecuente en estos estudiantes. Así también, existe relación entre las dimensiones del pensamiento crítico y las dimensiones del aprendizaje.

Por su parte, Sánchez (2018) realizó una investigación en una universidad privada del Perú, cuyo objetivo fue determinar el estilo de aprendizaje que influye

en el desarrollo del pensamiento crítico. Para ello propuso una investigación de tipo cuantitativa con diseño transversal correlacional. El método empleado es el hipotético deductivo, porque a través de la formulación de hipótesis busca explicar el fenómeno a través de la comprobación de hechos. La población fue constituida por todos los estudiantes de la facultad de ciencias biológicas desde el primer al décimo ciclo. La muestra fueron 149 estudiantes, lo cuales fueron elegidos por muestreo probabilístico. Para la recolección de datos se utilizaron dos instrumentos, el cuestionario de estilos de aprendizaje de Kolb y el cuestionario de pensamiento crítico de Santiuste, los cuales tiene una validez y confiabilidad aceptable.

Las conclusiones del estudio dan a conocer que más del 73 % de estudiantes presentan un nivel de pensamiento crítico bajo. En cuanto a la relación de las variables, de los cuatro estilos de aprendizaje definidos por Kolb, los estudiantes que tienen un estilo de aprendizaje convergente, es decir que presenta un dominio en la experimentación y la conceptualización abstracta, presentan una mejor media en el pensamiento crítico que aquellos estudiantes que tiene otros estilos de aprendizaje. También encontró que los estudiantes con estilo de aprendizaje divergente, aquellos que son creativos, sensibles y evalúan una situación desde diferentes puntos de vista, inciden negativamente en su pensamiento crítico, esto significa que estos estudiantes tendrán menor nivel de pensamiento crítico.

Por otro lado, Rodríguez (2017) en su tesis doctoral desarrollada en Lima, investigó el efecto del aprendizaje basado en problemas (ABP) en el desarrollo

del pensamiento crítico y el rendimiento. La investigación es de aplicada de alcance explicativo. Tiene diseño experimental de tipo cuasi experimento. La población estuvo conformada por 45 estudiantes del quinto grado de secundaria de una institución educativa privada en Lima, siendo la muestra poblacional representada por 45 estudiantes que fueron seleccionados a través del tipo de muestreo no probabilístico intencional. Se aplicó una prueba de entrada (pretest) y una prueba de salida (postest). Para la recolección de datos se utilizó la técnica de evaluación y el instrumento fue un *test* para las variables dependientes; pensamiento crítico y rendimiento académico, elaborado por el autor.

Las conclusiones dan a conocer que el ABP tiene un efecto positivo en el desarrollo del pensamiento crítico y en sus seis dimensiones: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. Así también desarrolla la participación y convivencia entre los estudiantes.

Así también, Moreno-Pinado y Velásquez (2017) realizaron una investigación cuyo objetivo fue diseñar una estrategia didáctica para contribuir a desarrollar el pensamiento crítico de los estudiantes de quinto de secundaria de una institución educativa en Lima. La metodología empleada en la investigación es interpretativa y se sustenta en el enfoque cualitativo educacional siguió el método histórico-lógico. Presenta un carácter dialéctico donde se integran los métodos cualitativos y cuantitativos en el análisis del objeto y el campo. Como muestra de estudio se tomó la Institución Educativa de Secundaria de San Mateo de Huanchor. Fue seleccionada de manera intencional y criterial por reunir las condiciones objetivas

para el objetivo propuesto. La misma la conformaron diez docentes del área de Historia-Geografía y cuarenta y dos estudiantes pertenecientes a quinto grado de secundaria. Los instrumentos empleados para recoger los datos fueron: el cuestionario de la prueba pedagógica, con el cual recogió respuestas sobre distintos niveles de complejidad donde debían aplicar los conocimientos y habilidades del pensamiento crítico; el cuestionario de la entrevista semiestructurada a los docentes para apreciar información acerca de su capacitación; la guía de observación a clase contó con tres dimensiones e indicadores orientados al desempeño del docente en la clase con el uso de filmaciones; un listado de cotejo para recoger la información obtenida en la revisión de los cuadernos de trabajo de los estudiantes y las fichas para la evaluación de la propuesta por el grupo de expertos.

Las conclusiones del estudio indican que la estrategia didáctica propuesta, orientada a contribuir al desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes es positiva y destacan el rigor científico, teórico y didáctico que la avalan para su generalización a otras áreas curriculares de secundaria básica. El análisis cualitativo y cuantitativo del diagnóstico de campo evidenció que los estudiantes al realizar las actividades de aprendizaje no analizan la información, no saben proponer alternativas de solución y reflejan un pensamiento reproductivo alejado del ejercicio de la crítica.

Asimismo, Mendoza (2016) realizó una investigación cuyo objetivo fue evaluar el desarrollo del pensamiento crítico a partir de implementar estrategias

metodológicas que desarrollan competencias investigativas. El estudio tiene un paradigma cuantitativo de alcance exploratorio y carácter descriptivo. El diseño fue no experimental de tipo exploratorio. La muestra estuvo conformada por 892 estudiantes de dos universidades de Chiclayo. En una de las universidades se enseña bajo una metodología direccionada al desarrollo de trabajos de investigación. Para recolectar la información utilizó el cuestionario de pensamiento crítico elaborado por Santiuste Bermejo la cual aborda dos dimensiones la sustantiva y la dialógica. Las conclusiones señalan que en aquellas asignaturas donde se utilizan métodos de enseñanza aprendizaje en base a trabajos de investigación, se puede obtener en el estudiante universitario un mayor desarrollo de pensamiento crítico además de incrementarlo progresivamente.

2.2.2. Investigaciones internacionales

Belecina y Ocampo (2018) realizaron una investigación experimental en la universidad Normal de Filipinas. El objetivo fue analizar los efectos de situaciones problémicas para desarrollar el pensamiento crítico en la resolución de problemas. Es un estudio mixto; emplea el método experimental con pre y post test. En el estudio participaron 15 estudiantes de posgrado inscritos en un curso de estadística del segundo semestre del año 2016 a quienes por un periodo de seis semanas se les proporcionó hojas de actividades que contenían situaciones problémicas que tenían como objetivo promover el pensamiento crítico en la

resolución de problemas. Para recoger los datos se utilizaron cuatro instrumentos: un test de pensamiento crítico, rúbrica de puntuación para calificar el test de pensamiento crítico, hoja de actividades con problemas abiertos y preguntas guía para el grupo de discusión.

Las conclusiones muestran que las situaciones problémicas promueven un mejor pensamiento crítico en resolución de problemas, pues encontraron diferencias significativas en los grupos pre y post test, con un valor $t=17,24$ y $p=0.000$. Además, desarrollan la capacidad de reflexión y metacognición de los estudiantes, especialmente cuando están analizando los problemas.

Así también, Cedeño (2017) realizó una investigación cuyo objetivo fue establecer la influencia del método de resolución de problemas en el aprendizaje de matemática de estudiantes universitarios de una universidad técnica de Ecuador. La investigación fue de tipo descriptivo, con diseño cuasiexperimental con pre y post con un grupo de prueba y otro grupo experimental. La población estaba conformada por más de 5000 estudiantes del departamento de matemática de la universidad y la muestra constituida por 226 estudiantes. Para la recolección de datos se utilizaron dos instrumentos, una encuesta para medir la aceptación de la variable, método de resolución de problemas y el otro instrumento fue un *test* para medir el aprendizaje de la matemática, esta variable consta de tres dimensiones: aprendizaje algebraico, el aprendizaje de ecuaciones lineales y el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas. Para la

contrastación de la hipótesis general, se utilizó la *t-student* la cual arrojó un p valor de 0.00 y un t valor de 17,16.

Las conclusiones determinaron que el método de resolución de problemas contextualizado en la cotidianidad promueve el razonamiento lógico y la rapidez mental. También señala que ayuda significativamente al aprendizaje del lenguaje algebraico lo cual es importante en el planteamiento y representación algebraica de un problema. De la misma manera es de gran utilidad en el aprendizaje de ecuaciones lineales, pues los estudiantes lograron plantear y resolver los problemas formulados. Finalmente es útil en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado, pues al ser un tema de mayor complejidad los estudiantes desarrollaron mejor sus capacidades matemáticas.

Por su parte, Sumarna et al. (2017) realizaron una investigación en la cual aplicaron el enfoque de investigación matemática con el objetivo de desarrollar la capacidad de pensamiento crítico de los estudiantes de una universidad de Indonesia. La investigación matemática es un enfoque del aprendizaje que se centra en la exploración de un tema en profundidad y en establecer conexiones entre diferentes representaciones. La investigación es mixta con un diseño de investigación cuasi experimental con pre-post prueba. Los sujetos eran estudiantes regulares inscritos en 2014 en el programa de estudio de la educación de los profesores de primaria de una universidad de Indonesia. El número de sujetos de investigación fue de 111 estudiantes que consistían en 56

estudiantes en el grupo experimental y 55 estudiantes en el grupo de control. La técnica fue una prueba antes y otra después de terminado el estudio.

Las conclusiones del estudio señalan que la investigación de las matemáticas como enfoque de aprendizaje es capaz de dar una respuesta positiva al aumento del pensamiento crítico. La puesta en práctica de la investigación matemática es ofrecer oportunidades y demandas para que los profesores se capaciten en el dominio del material que se ha de enseñar, por lo que indirectamente la investigación matemática sirve de "laboratorio de matemáticas" para los profesores.

También, Tanujaya et al. (2017) realizaron una investigación en la universidad de Papua en Indonesia cuyo objetivo fue estudiar la relación entre las habilidades de pensamiento de nivel superior y el rendimiento académico en la instrucción matemática. El estudio es cuantitativo de nivel correlacional y diseño no experimental correlacional. Los sujetos de estudio fueron 41 estudiantes que estaban en el último año de estudios en Educación Matemática de la universidad de Papua en Indonesia, ellos fueron seleccionados siguiendo el método de muestreo intencional. Las variables de estudio fueron las habilidades de pensamiento de nivel superior, el cual tenía dos indicadores: habilidades de pensamiento crítico y habilidades de pensamiento creativo. La otra variable fue el rendimiento. La primera variable se midió a través de un test y la otra variable con el promedio de calificaciones obtenido por los estudiantes.

Las conclusiones muestran que hay una relación lineal, positiva y fuerte con un coeficiente de correlación de Pearson de 0.814, entre las variables de estudios.

Es decir, los estudiantes que tienen un buen nivel de habilidades de pensamiento superior tienden a conseguir un mejor promedio de calificación en la instrucción matemática; mientras que aquellos que tiene un bajo nivel de habilidades de nivel superior tienden a tener un bajo promedio de calificaciones.

Por su parte, Estupiñan (2016) realizó una investigación sobre la relación entre pensamiento crítico y rendimiento académico en estudiantes de la carrera de educación en Ecuador. El objetivo de la investigación fue demostrar la incidencia del nivel de desarrollo del pensamiento crítico en el rendimiento académico. El tipo de investigación fue descriptivo correlacional bajo un diseño no experimental de campo y método descriptivo. La muestra fue de 80 estudiantes y 8 docentes de la facultad de ciencias sociales y educación. Para la recolección de datos se utilizó la técnica de la encuesta a través de un cuestionario estructurado dirigido a los estudiantes para medir el desarrollo del pensamiento crítico.

Las conclusiones de la investigación señalan que existe una correlación entre las variables de estudio, es decir, un alto o bajo rendimiento se debe a un alto o bajo desarrollo del pensamiento crítico. Del mismo modo se encontró una correlación positiva entre las diferentes dimensiones del pensamiento crítico: literal, inferencial y crítico; y el rendimiento.

Asimismo, Robles et al. (2016) realizaron un trabajo cuyo objetivo fue evaluar el nivel de pensamiento crítico de estudiantes de pregrado y posgrado de una universidad de Guadalajara en México. Es una investigación aplicada de nivel descriptivo en la cual se utilizó el método de estudio de caso. Se trabajó con una

muestra de 69 estudiantes, 38 estudiantes de pregrado y 31 estudiantes de posgrado. El instrumento de recolección de datos fue la prueba de pensamiento crítico de PENCRISAL el cual mide cinco dimensiones y contiene 35 ítems.

Los resultados indican que los niveles promedio de pensamiento crítico de estudiantes de pregrado no superan al 50% de la población. Los estudiantes de posgrado consiguieron pasar el centil 50 únicamente en la dimensión Solución de problemas, esto indica que los niveles de pensamiento crítico son bajos. Por lo cual es necesario discutir si se están utilizando estrategias para promover y desarrollar el pensamiento crítico.

2.3. Bases teóricas

2.3.1. Pensamiento crítico

2.3.1.1. Enfoque teórico del pensamiento crítico. El pensamiento crítico tiene una larga historia en la filosofía, la psicología y las ciencias sociales, actualmente es un tema central en la educación y la pedagogía (Tamayo et al, 2015). Etimológicamente se refiere a la capacidad de pensar (Roca, 2013). Pero, su historia se remonta a la Grecia antigua con el método socrático, el cual consiste en hacer preguntas que requieran analizar el pensamiento antes de dar o aceptar ideas. Sócrates probó que la sociedad y sus contemporáneos no podían justificar sus afirmaciones en base al conocimiento, más bien lo hacían en base a creencias, definiciones confusas o pruebas insuficientes (Campos, 2007; Mesones, 2016).

La corriente contemporánea actual que sigue el pensamiento crítico es la Pedagogía crítica, la cual enmarca, como acto educativo, un escenario para la emancipación intelectual, social y democrática de sus protagonistas. Como señala Morales (2014) esta corriente está influenciada en Latinoamérica por la educación emancipadora de Paulo Freire. Esta corriente considera la escuela como un escenario que brinde las condiciones de aprendizaje que procuren la formación de individuos intelectuales, transformadores y agentes políticos. También busca revertir las relaciones de dominación de profesores a estudiantes. Es una forma de emancipación que se opone a la dominación que rige en la sociedad.

2.3.1.2. Conceptualización del pensamiento crítico. En la revisión bibliográfica se encontraron diversas definiciones de pensamiento crítico. A continuación, se muestran algunas de ellas.

Watson y Glaser (1980), han considerado el pensamiento crítico como una combinación de actitudes, conocimientos y habilidades. Esto incluye, 1) actitudes de indagación que involucran una habilidad para reconocer la existencia de problemas y énfasis en la necesidad de evidencia para comprobar que lo que se afirma es verdad, 2) el conocimiento de la naturaleza de las inferencias válidas, las abstracciones y las generalizaciones con las que se determina lógicamente la exactitud de los distintos tipos de pruebas, y 3) la habilidad para emplear y aplicar las actitudes y los conocimientos anteriores.

Para Elder y Paul (2003, p.4) el pensamiento es “parte de nuestra naturaleza. Pero, mucho de nuestro pensar, por sí solo, es arbitrario, distorsionado, parcializado, desinformado o prejuiciado”. Mientras que el pensamiento crítico lo definen como un pensamiento mejorado, el cual es el resultado de un proceso de análisis y evaluación. Además, presupone el conocimiento de las estructuras más básicas del pensamiento (Paul y Elder, 2005).

Para Villarini (2003) el pensamiento es la capacidad que tienen los seres humanos para construir conocimientos a partir de una información, para ello utilizan representaciones, operaciones y actitudes. El autor organiza el sistema de pensamiento en tres subsistemas. i) el sistema de representaciones o codificación; los cuales son patrones mentales a través de los cuales los estímulos o la información se ordenan para ser significativas. Las imágenes, los esquemas, los conceptos, etc. son algunos ejemplos de formas de representación, ii) el sistema de operaciones; son procedimientos mentales para organizar o reorganizar información. Las estrategias y tácticas de pensamiento, entre otros son ejemplos de tipos de procedimiento, y iii) el sistema de actitudes; son disposiciones afectivas que brindan finalidad a la actividad del pensamiento. Las emociones, los intereses, los sentimientos, los valores entre otros son; ejemplos de tipos de actitud.

Águila (2014) señala que pensar y razonar son inherentes a la persona. Cabe aclarar que cada persona cuenta con una idiosincrasia, una capacidad intelectual propia, saberes previos, condiciones biológicas y culturales.

Considera que al razonamiento se le puede considerar como un acto de discernimiento elaborado que nos lleva a emitir juicios certeros o erróneos, por lo cual es necesario instruir a nuestra mente a distinguir unos de otros.

Por su parte el filósofo estadounidense, quien es considerado uno de los mayores exponentes del pensamiento crítico, Ennis (2005) describe el pensamiento crítico como “pensamiento reflexivo y razonado enfocado a decidir en qué creer y que hacer, es decir enfocado en la toma de decisiones” (p. 48). Es reflexivo, porque analiza resultados, situaciones, del propio sujeto o de otro. Es razonable, porque en él predomina la razón sobre otras dimensiones de pensamiento.

Después de revisar las diferentes definiciones del pensamiento crítico, se elaboró una definición del pensamiento crítico en base a elementos destacados del Watson y Glaser. El pensamiento crítico es un pensamiento razonado y reflexivo que afecta nuestra vida positivamente, porque nos lleva a tomar mejores decisiones y controla nuestro comportamiento en situaciones problemáticas. Es el resultado de diferentes factores como: saberes previos, el conjunto de conocimientos, idiosincrasia, cultura, educación, sentimientos, procesos fisiológicos, edad, entre otros, los cuales se ponen en marcha en el razonamiento y reflexión.

2.3.1.3. Características del pensador crítico. En este apartado se hace referencia a las habilidades mentales y actitudinales los caracterizan a los pensadores críticos.

Las virtudes intelectuales que distinguen a un pensador crítico fueron descritas por (Campos, 2007; Elder y Paul, 2003; MINEDU, 2006). La primera es la humildad intelectual, lo cual significa reconocer que uno no pretende saber más de lo que sabe, y esto no significa debilidad. La segunda es entereza intelectual, lo cual indica que hay ideas que se pueden considerar peligrosas o absurdas, pero pueden estar justificadas racionalmente, por lo tanto, ser ciertas y que también existen creencias que nos han inculcado que pueden ser falsas o incorrectas. La tercera, empatía intelectual, es la habilidad de entender los puntos de vista y el razonamiento de los demás. También en razonar a partir de premisas, supuestos e ideas de los demás. La cuarta, autonomía intelectual, es la capacidad de aprender a pensar por uno mismo tomando como punto de partida la razón y la evidencia. Analizar y evaluar de forma racional nuestros valores, creencias e inferencias. La quinta, la integridad intelectual, consiste en practicar lo que se predica a otros con el mismo rigor que se exige a los demás. La sexta, perseverancia intelectual, significa ser consciente que es necesario usar la perspicacia intelectual y la verdad aun cuando se enfrente a dificultades, obstáculos y frustraciones. La séptima, confianza en la razón, confiar que los intereses propios y la humanidad estarán mejor atendidos si se utiliza la razón. Se puede construir visiones y conclusiones razonables. La octava, imparcialidad, tratar todos los puntos de vista de la misma forma a pesar de los sentimientos o intereses personales que se tengan.

Las habilidades de los pensadores críticos mas que a nivel cognitivo resaltan la actitud, todas configuran una persona que utiliza la razón en base a

hechos o informaciones verdaderas, que es honesta al expresar sus ideas y no utiliza sus conocimientos para manipular, humillar o confundir por intereses propios o de su grupo.

2.3.1.4. Dimensiones del pensamiento crítico. Para una mejor comprensión de la importancia del pensamiento crítico a continuación se describen las capacidades, categorías o dimensiones del pensamiento crítico realizadas por Watson y Glaser (1980). En Da Dalt de Mangione y Difabio (2007) se describen las cinco dimensiones del pensamiento crítico: 1) inferencia, descrita como conclusión que puede obtenerse a partir de hechos observados o supuestos, evalúa los grados de validez de inferencias inmediatas, 2) reconocimiento de supuestos o enunciados implícitos en la información proporcionada, 3) deducción, es la determinación de la correspondencia lógica de conclusiones a partir de las premisas dadas, 4) interpretación, consiste en examinar la evidencia para decidir si las generalizaciones propuestas se siguen de los datos más allá de una duda razonable, 5) evaluación de argumentos, es la distinción de argumentos en “fuertes” o “débiles” en función de su relevancia para el asunto en discusión.

Para la medición de estas cinco dimensiones Watson y Glaser (1980), diseñaron un grupo de cinco subpruebas que evalúan, a través de un grupo de preguntas, cada dimensión por separado.

2.3.1.5. El Pensamiento Crítico y su relación con el Aprendizaje.

El pensamiento crítico y pensamiento creativo son indicadores de las habilidades

de pensamiento de orden superior (Tanujaya, 2014) las cuales son fundamentales en el proceso educativo y puede afectar la habilidad, la velocidad y la efectividad del aprendizaje. En consecuencia, la capacidad de pensamiento es asociado con el proceso de aprendizaje. Los estudiantes que son entrenados para pensar demuestran el impacto positivo en el desarrollo de su educación (Yee et al., 2011).

El pensamiento es la única capacidad que se puede utilizar para aprender, esto quiere decir, el buen pensamiento conduce a un buen aprendizaje y el mal pensamiento a un mal aprendizaje (Elder y Paul, 2005). El pensamiento crítico es “una fuerza liberadora en la educación y un recurso poderoso tanto a nivel cognitivo, así como en la vida personal y cívica de cada uno” (Facione, 2007, p.21). A nivel cognitivo, porque está directamente relacionado con el razonamiento, la lógica y creatividad lo que permite a la persona, adquirir el conocimiento, comprender la conexión entre las ideas, evaluar argumentos, detectar errores y resolver problemas; habilidades necesarias para el aprendizaje (Campos, 2007). A nivel personal, porque al tomar decisiones acertadas mejoramos nuestro futuro, nos convertimos en mejores ciudadanos y contribuimos al crecimiento de la sociedad.

Aprender lo esencial de un contenido, por ejemplo, de una disciplina académica, equivale a pensar hacia el interior de la misma disciplina. De aquí que, para aprender biología, uno tiene que aprender a pensar biológicamente; para aprender matemática, se debe aprender a pensar matemáticamente y así en todas las materias (Paul y Elder, 2005). Al no haber una mediación entre el

pensamiento crítico y el aprendizaje, se corre el riesgo de aprender por memorización, es decir, los estudiantes aprenden superficialmente sin interiorizar las ideas olvidando rápidamente lo que aprenden.

También ocupa un lugar importante en la adultez, facilita las decisiones personales como la adopción de un estilo de vida, la carrera a estudiar, la adquisición de una vivienda, la realización un plan de ahorro, la elección de una pareja, en definitiva, las decisiones se van haciendo cada vez más difíciles en diferentes áreas esenciales de nuestra vida. Es por esta razón que existe un creciente interés en la educación por desarrollar el pensamiento crítico, tanto de los maestros como estudiantes (Tamayo et al., 2015).

Campos (2007) da algunas orientaciones para favorecer el desarrollo del pensamiento crítico. Es importante se claros, tanto como sea posible, cuando sea necesario parafrasear la información para una mejor comprensión hay que hacerlo. También, focalizar nuestra atención en un problema o pregunta, luego analizar el problema en su totalidad y considerar las alternativas, esto conlleva a aceptar que hay más de una forma de hacer algo. Estar bien informados, lo cual significa buscar fuente confiable. Buscar la precisión, para aceptar las ideas contrarias a la nuestra. Y finalmente tomar posición cuando tenga suficiente información.

2.3.1.6. Evaluación del pensamiento crítico. En varios países el pensamiento crítico se ha sumado como capacidad general o transversal en la enseñanza superior; esto es, además de brindar los conocimientos necesarios de una profesión, también se busca formar ciudadanos con adecuado desarrollo

de pensamiento crítico, porque en el futuro asumirán responsabilidades en la sociedad y necesitarán poner en marcha su capacidad de argumentar, plantear hipótesis, tomar decisiones y resolver problemas complejos Saiz y Rivas (2008).

La evaluación del pensamiento crítico en el ámbito educativo es la etapa final del proceso de enseñanza aprendizaje. Pero, antes de aplicar un instrumento de evaluación es necesario tener una idea clara de lo que se quiere evaluar. Quizá se desee recabar información respecto de la manera en la que los alumnos ejercen su pensamiento crítico, para medir hasta qué grado se logró enseñar. O quizá se quiera evaluar el nivel de pensamiento crítico alcanzado después de aplicar una estrategia, intervención o programa de enseñanza. Tal vez se quiere realizar una investigación sobre asuntos relacionados al pensamiento crítico (Boisvert, 2004).

Medir el pensamiento de una persona es una tarea ardua. Una de las dificultades es por la diversidad de conceptualizaciones que tiene. Otra dificultad es la elección de un instrumento adecuado para valorar las habilidades cognitivas de los estudiantes (Rivas y Saiz, 2012).

Existen instrumentos, tanto cuantitativos como cualitativos, con preguntas cerradas y sus alternativas y con preguntas abiertas para desarrollar. Las pruebas con preguntas cerradas presentan buenas características estadísticas tanto en validez y confiabilidad, pero solamente evalúan aspectos predeterminados del pensamiento crítico. A su vez, los de preguntas abiertas se adaptan a cada caso, se pueden repetir, pero su validez de constructo y confiabilidad es limitada (Madariaga y Schaffernicht, 2013). A continuación, se

describe en detalle el instrumento que se utilizará para la medición del pensamiento crítico.

Watson-Glaser Critical Thinking (WGCTT; Watson-Glaser, 1980) Originalmente tenía 80 preguntas, actualmente existen versiones actualizadas que constan de 66 o 44 preguntas. La versión original tiene una confiabilidad de 0.73. (Ossa-Cornejo, et al, 2017). La evaluación del pensamiento crítico con este instrumento proporciona una estimación del desarrollo de un individuo en este conjunto de cinco capacidades. 1) Inferencia, evalúa la discriminación de los grados de validez de inferencias inmediatas con cuatro opciones para cada ítem: verdadero, probablemente verdadero, insuficiencia de datos y falsa. 2) Reconocimiento de supuestos o enunciados implícitos en las aseveraciones proporcionadas. Aquí se debe juzgar cada supuesto propuesto y responder si está supuesto o no está supuesto. 3) Deducción, determinación de la relación lógica de conclusiones a partir de las premisas dadas. Debe responder si las conclusiones si siguen o no siguen a las premisas. 4) Interpretación, ponderación de la evidencia para juzgar si las generalizaciones propuestas se siguen de los datos entonces, se distingue de la dimensión anterior en el cual la tarea consiste en determinar si las conclusiones se siguen necesariamente de la información proporcionada. 5) Evaluación de argumentos, distingue entre argumentos “fuertes” o “débiles” en función de su relevancia para el asunto en discusión. El participante debe elegir entre dos opciones si (el argumento es fuerte) y no (el argumento no es fuerte).

Un alto nivel de competencia en pensamiento crítico, medido por esta prueba, puede definirse operativamente como la capacidad de realizar correctamente el universo de tareas representado por las cinco subpruebas

2.3.2. Aprendizaje de la matemática

2.3.1.7. Enfoques teóricos del aprendizaje y su relación con la matemática. Para Schunk (2012) el aprendizaje es un cambio duradero en la conducta o en el comportamiento, que es resultado de la práctica o la experiencia. El autor señala que el aprendizaje requiere tres criterios. i) El aprendizaje implica un cambio en la conducta, quiere decir que las personas aprenden cuando hacen algo de manera diferente, este cambio se evidencia en nuestra forma de expresar, escribir o realizar, ii) el aprendizaje perdura a lo largo del plazo, significa que el aprendizaje debe ser duradero. Si hay un cambio que dura poco tiempo, por ejemplo, solo segundos, no califica como aprendizaje, iii) el aprendizaje ocurre por medio de la experiencia, esto implica que se aprende por observación y práctica.

A continuación, se mencionan algunas teorías del aprendizaje que tienen influencia en el aprendizaje de la matemática.

La teoría conductista postula que el aprendizaje es una modificación de la conducta, como un comportamiento observable, la cual se describe como el trámite entre los estímulos que inciden sobre un organismo y las respuestas subsiguientes. (Cuevas y Rodríguez, 2010). Los teóricos de esta teoría suponen

que todas las respuestas son producidas por estímulos. No obstante, siempre habrá diferentes respuestas a estímulos que se producen y los cambios que ocurren a partir de esta relación. Estas teorías explican el aprendizaje en términos de eventos ambientales, ya que considera que los fenómenos mentales no son necesarios para explicar el aprendizaje de la matemática (Schunk, 2012).

El enfoque más importante de esta teoría conductista fue el desarrollado por Edward Thorndike, psicólogo estadounidense, denominada conexionismo el cual predominó la primera mitad del siglo XX (Espinoza-Pasten, 2017). Él postuló que el aprendizaje implica la formación de asociaciones o conexiones entre las experiencias sensoriales (percepciones de estímulos o eventos) y los impulsos nerviosos (respuestas) que se manifiestan en la conducta (Schunk, 2012). Thorndike creía que el aprendizaje, en particular el aprendizaje de la matemática puede darse por ensayo y error, es decir ante una situación problemática se trata de resolver el problema seleccionando una respuesta entre las muchas respuestas que se pueden emitir, actualmente esto se conoce como el método de tanteo en matemática.

Thorndike hizo varios aportes al aprendizaje de la matemática, principalmente a la aritmética. En 1922 publicó el libro *Psicología de la aritmética*, la cual está basada en principios asociacionistas; la enseñanza se basaba en el aprendizaje de algoritmos, ejercicios de memorización y práctica (Gomez-Granell y Fraile, 1993).

Después de varios años, a finales de 1960 los trabajos de Pávlov, el condicionamiento clásico y Skinner con el condicionamiento operante tuvieron

una fuerte influencia en los procesos de enseñanza de la matemática, por esta razón las estrategias pedagógicas se daban para “condicionar”, “enseñar y evaluar”, “memorizar” contenidos. La evaluación consistía en lo que los estudiantes respondieran y memorizaran. Esto lleva al ser humano a un nivel reproductivo y mecánico lo cual se convierte en una debilidad para el aprendizaje de la matemática y en general de cualquier asignatura (Bravo, 2014; Contreras 2012; Rosas y Oliveros, 2014).

La teoría cognitiva del aprendizaje se desarrolló en oposición a la teoría conductista y es precursor del constructivismo. Históricamente se desarrolló entre los años 1950 y 1960, pero su influencia es significativa en los años setenta (Cáceres y Munévar, 2016). Fue desarrollado por psicopedagogos de renombre, aún en este tiempo, como Bruner, Ausubel y Piaget (Mota y Valle, 2015).

La teoría cognitivista sustenta que el aprendizaje va más allá de un simple cambio de conducta y reconoce la importancia que tienen los procesos mentales como factor explicativo del comportamiento. Los teóricos cognoscitivistas señalan que el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva, esto significa que las estructuras existentes se modifican ante nueva información (Cáceres y Munévar, 2016).

Se sustenta que la esencia del conocimiento es la estructura: elementos de la información conectados por relaciones que forman un todo organizado. Consideran el conocimiento como representaciones simbólicas en la mente del individuo (Ruiz, 2011). Según este enfoque, para aprender el sujeto recibe

la información a través de los sentidos, luego organiza esa información y la almacena en la memoria a largo plazo; posteriormente, el sujeto puede recuperar o localizar esa información cuando así lo desee (Mota y Valle, 2015).

Uno de los teóricos cognoscitivistas más importantes fue Ausubel, su legado ha sido recuperado por autores del constructivismo. Ausubel trabajó en el aprendizaje significativo, el cual se da cuando los contenidos que se tratan de aprender están relacionados con las experiencias previas del estudiante, es decir con ideas o aspectos preexistentes en su estructura cognitiva (Barriga y Hernández, 2010). Un ejemplo, en el curso de matemática, es que para determinar el dominio de funciones tipo raíz cuadrada, se debe recordar los conocimientos previos de resolución de inecuaciones, solo si el estudiante sabe resolver inecuaciones, lineales, cuadráticas, polinómicas o racionales podrá determinar el dominio de este tipo de funciones.

El aprendizaje significativo obliga al docente y educando a crear estrategias adecuadas que brindan la posibilidad de motivarse y participar con el fin de aprender y almacenar el conocimiento luego de encontrarlo importante en su vida diaria. En este proceso de aprendizaje cambia el rol del maestro como del estudiante. El maestro se convierte en un mediador para alcanzar el conocimiento mientras que el discente es el protagonista de su propio aprendizaje. Por un lado, el docente debe preparar un material de aprendizaje significativo y el estudiante debe tener los conocimientos previos necesarios, ideas ancla, para relacionarlos con el material propuesto. Además, debe tener predisposición para aprender (Moreira, 2012).

El enfoque constructivista surgió como una corriente epistemológica preocupada por distinguir los problemas de adquisición de aprendizaje. Sostiene que el conocimiento se construye activamente, es decir no se recibe pasivamente del ambiente o de otros” (Barriga y Hernandez, 2010, p. 28.)

Según Ausubel el aprendizaje tiene un carácter constructivista, pues no es una asimilación pasiva de información literal, e interaccionista, porque la información exterior se interrelaciona con los esquemas de conocimiento previo (Barriga y Hernandez, 2010, p. 28.)

El aprendizaje es un proceso de construcción, de intercambio activo entre un sujeto que intenta conocer y una realidad a descubrir o reinventar. Todo aprendizaje parte de una interrogante, la misma que da origen a un conflicto cognitivo.

2.3.1.8. Conceptualización del aprendizaje de la matemática.

Waldegg (1998) sostiene que para lograr el aprendizaje en matemática se debe tener en cuenta que el estudiante, requiere de una situación novedosa para aprender; la cual debe ser familiar y atractiva y ser un desafío intelectual. Además, debe poner en marcha sus conocimientos previos, los cuales los modifica para incluir la nueva experiencia y luego compartirá su aprendizaje. El estudiante al resolver una situación problemática logra un aprendizaje significativo porque reconoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta nueva. Por lo tanto, los conceptos o definiciones serán significativos porque lograrán resolver el problema.

En matemática el aprendizaje es significativo cuando la utilizan para entender la realidad, cuando se vincula con sus actividades familiares, culturales y sociales (MINEDU, 2015). Al observar la realidad y tratar de entenderla se “observan sus propiedades, comportamientos, desarrollo y a partir de ello se identifican variables para establecer relaciones entre estas y formular modelos” (Fernández, 2010, p.2). Pero si se quiere entender, formular modelos matemáticos y resolver problemas hace falta conocer su idioma, el cual es formal y abstracto, porque “se mezclan letras, números, símbolos, figuras y conceptos que tienen un “significado matemático”, que no coincide con el significado en el lenguaje normal, castellano u otro idioma (Martínez, 2009, p.1). Es decir, la actividad matemática es esencialmente una actividad simbólica o semiótica, debido a la generalidad de los objetos matemáticos (Radford, 2006).

Un objeto matemático no tiene existencia material, lo que existe es la percepción racional de la función organizativa o interpretativa de un contexto o una situación particular (Pecharroman, 2014). Al no ser objetos reales o físicos, no son accesibles a la percepción o la experiencia intuitiva inmediata, sino son fruto de la construcción humana, evolucionan y pueden ser dotados de diversos significados de acuerdo a la interpretación de la persona; por ello es necesario usar diferentes representaciones semióticas. De esta forma se moviliza la acción de la mente a la acción de los sujetos en contextos (Duval, 2004; Rojas, 2015).

La creación de un objeto matemático queda configurada por la representación y significado. La representación permite la expresión del objeto matemático a través de un signo o conjunto de signos y permiten su uso y sus

propiedades. Según Pierce (1987) como se cita en Pechorroman (2014), los signos pueden ser íconos o símbolos. Por ejemplo, la relación entre la cantidad de kilos de un producto y su precio es una representación icónica del objeto matemático *función*. Por otro lado, el símbolo $f'(x)$, denota al objeto matemático la derivada de la función f . Pero, los signos pueden representar a objetos matemáticos diferentes, por ejemplo, x puede representar una variable o una incógnita. Entonces es necesario una interpretación del objeto matemático. Al conjunto de interpretaciones que se pueden asociar a un objeto se denomina significado.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se hace fundamental la apropiación y uso de representaciones de los objetos matemáticos en una variedad de sistemas de representación semiótica (Duval, 2004; Rojas,2015). Para comprender la matemática se debe distinguir entre el objeto y su representación. Se entiende por objeto a los números, funciones, ecuaciones, rectas, etc...y por representaciones los símbolos, las gráficas, las escrituras fraccionarias o decimales y otros (Duval, 2004, p. 14).

Godino et al. (2003) distinguen la doble función del lenguaje matemático. 1) representacional, porque permite designar objetos abstractos que no se pueden percibir con los sentidos; 2) instrumental, como herramienta para hacer el trabajo matemático, de acuerdo al sistema de representación matemático el valor instrumental será diferente. Por tanto, el estudio de los diversos sistemas de representación para un mismo contenido matemático es necesario para la comprensión global del mismo.

Duval (2012, citado por Cruzado, 2018) señala que existen diferentes registros de representación semiótica. Entre ellos, el registro de lengua natural, el registro algebraico, el registro figural y el registro gráfico. A continuación, una breve reseña de estos registros, i) El registro en lengua natural, el cual se manifiesta de manera oral o escrita, es decir si se quiere modelar matemáticamente un fenómeno o situación se debe partir de una descripción de este ya sea de manera oral o escrita, ii) El registro figural, este registro involucra esquemas, bosquejos, líneas, figuras geométricas, iii) El registro algebraico, en este registro un objeto matemático se puede representar por medio de expresiones algebraicas y iv) el registro gráfico, este registro se usa para representar un objeto matemático usando un sistema de coordenadas cartesianas.

Para la comprensión conceptual de los objetos matemáticos es necesaria la coordinación de muchos registros de representación semiótica. Es preciso que un objeto no sea confundido con sus representaciones y que sea reconocido en cada una sus representaciones posibles (Duval, 2012, citado en Cruzado, 2018).

En este trabajo de investigación se formula una definición del aprendizaje de la matemática, en base a los aportes de los autores y la experiencia como docente. El aprendizaje de la matemática es el aprendizaje de los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos a través de diferentes formas de representación; las cuales nos ayudan a comprender los objetos matemáticos que no son sensibles a través de nuestros sentidos, pero nos sirven para comprender y modelar el mundo que nos rodea.

Una herramienta fundamental para los educadores, para medir las diferentes habilidades cognitivas es la Taxonomía de Bloom.

En el 2001, Lorin Anderson y David R. Krathwohl, publicaron la revisión de la Taxonomía de su maestro (Bloom), en la cual incluyen factores que ejercen impacto en la enseñanza y el aprendizaje. Son seis destrezas, de las más simples a las más complejas: recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear. La parte fundamental de esta revisión es el cambio de los sustantivos a verbos, para significar acciones correspondientes a cada dimensión (Ibarra, 2016). Mencionamos la conceptualización de cada destreza en el área de matemática, 1) recordar: significa recuperar o reconocer el conocimiento que está en la memoria, 2) comprender, es construir significados a partir de diferentes tipos de funciones, sean estas escritas o gráficas 3) aplicar, utilizar un procedimiento durante el desarrollo de una representación o de una implementación, 4) analizar, descomponer en partes conceptuales y determinar cómo estas se relacionan entre sí, 5) evaluar, emitir un juicio en base a criterios y estándares utilizando la comprobación y la crítica y 6) crear, juntar los elementos para formar un todo coherente y funcional; generar, planear o producir para reorganizar elementos en una nueva estructura. En este trabajo de investigación se trabajaron con las primeras cinco destrezas del proceso cognitivo.

2.3.1.9. Dimensiones del aprendizaje de la matemática. Las dimensiones del aprendizaje de la matemática para ingresantes a la universidad están definidas por los temas descritos en el sílabo. Estas dimensiones son: 1)

ecuación, la cual según Haeussler (2008) es una proposición que indica que dos expresiones son iguales. Las expresiones que forman una ecuación se denominan lados o miembros y están separados por el signo de igualdad, por ejemplo $x + 7 = 2x - 8$ es una ecuación con una variable. Una variable es un símbolo que puede ser reemplazado por cualquier número; 2) inecuación, Lehmann (2004) también la llama desigualdad condicional y la define “como aquella desigualdad que tiene el mismo sentido solo para ciertos valores de las variables, tomados entre los valores para los que sus miembros están definidos” (p. 136), por ejemplo $x + 11 < 5$, la cual es válida solo si $x < -6$, para los valores reales de la variable; 3) función, según Haeussler (2008) es una regla que asigna a cada número de entrada, dentro de un conjunto de valores denominado dominio, exactamente un número de salida al cual se le llama rango. Por ejemplo, $y = 3x$, en esta función, la cual está expresada como ecuación, la variable x se denomina variable independiente y la variable y variable dependiente.

2.4. Glosario de términos

Aprendizaje: Según Ausubel el aprendizaje implica una reestructuración activa de las percepciones, ideas, conceptos y esquemas que el aprendiz posee en su estructura cognitiva (Barriga y Hernández, 2010).

Aprendizaje de matemática: El aprendizaje es significativo cuando la utilizan para entender la realidad, cuando la matemática se vincula con sus actividades familiares, culturales y sociales (MINEDU, 2015).

Aprendizaje significativo: Proceso en el cual se relaciona un nuevo conocimiento o una nueva información con la estructura cognitiva de la persona que aprende de forma no arbitraria y sustantiva o no literal (Rodríguez, 2010).

Ecuaciones: Es un enunciado de que dos expresiones matemáticas son iguales. (Stewart et al., 2016).

Inecuaciones: Una desigualdad se ve semejante a una ecuación, excepto que en lugar del signo de igual hay uno de los símbolos $<$; $>$; \leq o \geq (Stewart et al, 2016).

Funciones: Una función es una regla que describe como una cantidad depende de otra (Stewart et al, 2016).

Pensamiento: Es la capacidad de los seres humanos para a partir de una información construir conocimientos combinando representaciones, operaciones y actitudes mentales, en forma automática, sistemática, creativa o crítica, para producir conocimientos, plantear problemas y buscar soluciones, tomar decisiones y comunicarse e interactuar con otros Villarini (2003).

Pensamiento crítico: Es el conjunto de actitudes, conocimientos y habilidades que incluyen: actitud de indagación que implica capacidad de reconocer la existencia de problemas, el discernimiento en crear inferencias válidas, las abstracciones y generalizaciones (Glaser, 1941).

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

3.1. Operacionalización de las variables

Para el tratamiento de las variables, tanto para la recolección de datos y medición, se operacionalizaron las variables de estudio (ver Tabla 1 y Tabla 2).

Tabla 1*Matriz de operacionalización de la variable X: Pensamiento crítico*

Variable X	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Items	Valoración por dimensión	Valoración de La variable	Instrumento
Pensamiento crítico	Watson y Glaser (1980, 2008) definen el pensamiento crítico como la composición de actitudes, conocimientos y habilidades que incluye lo siguiente: Actitudes de investigación. Conocimiento de la naturaleza de inferencias válidas, abstracciones y generalizaciones en los que la exactitud de la evidencia de diverso tipo se determina de manera lógica. Habilidad para hacer uso de las actitudes y el conocimiento mencionados en los dos puntos anteriores.	Respuesta al Test de Watson-Glaser en sus cinco dimensiones	Inferencia	Evalúa, deduce y concluye en forma correcta	1-16	Deficiente: 0- 5 Bajo: 6-11 Bueno: 12-16	Deficiente: 0- 22 Bajo: 23-44 Bueno: 45-66	Test de Watson-Glaser
			Reconocimiento de Supuestos	Distingue y reconoce en forma correcta	17-29	Deficiente: 0- 4 Bajo: 5-9 Bueno: 10-13		
			Deducción	Relaciona y determina en forma correcta	30-42	Deficiente: 0- 4 Bajo: 5-9 Bueno: 10-13		
			Interpretación	Valora, discrimina y juzga en forma correcta	43-54	Deficiente: 0- 4 Bajo: 5-9 Bueno: 10-13		
			Evaluación de Argumentos	Diferencia y clasifica en forma correcta	55-66	Deficiente: 0- 4 Bajo: 5- 8 Bueno: 9 - 12		

Nota. Tomado y adaptado de Macedo Dávila (2018)

Tabla 2

Matriz de operacionalización de variable Y: Aprendizaje del curso de Matemática

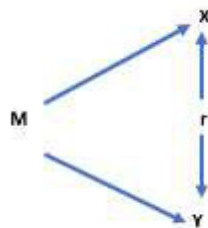
Variable Y	Definición Conceptual	Definición Operacional	Dimensiones	Indicadores	Ítem	Valoración de variable
Aprendizaje de la matemática	La matemática es el <i>quehacer humano</i> , el cual requiere del conocimiento del <i>lenguaje simbólico</i> (el lenguaje de la ciencia) y <i>sistema conceptual</i> (red interconectada de conceptos, propiedades y relaciones, construida progresivamente mediante negociación social) (Godino et al., 2003).	Según el sílabo del curso de matemática del primer ciclo, el aprendizaje del curso de matemática se evidencia mediante los procesos cognitivos utilizados en la resolución de problemas de ecuaciones, inecuaciones y funciones.	Ecuaciones	Identifica los coeficientes de una ecuación cuadrática	1	Deficiente: 0- 5 Bajo: 6-11 Bueno:12-16
				Plantea ecuaciones de primer grado a partir de un contexto dado	2	
				Resuelve una ecuación de primer grado	3	
				Compara las soluciones de dos ecuaciones y comprueba la veracidad de las proposiciones planteadas	4	
				Revisa las soluciones propuestas de una ecuación de segundo grado	5	
				Reconoce una inecuación cuadrática	6	
			Inecuaciones	Representa la información utilizando desigualdades	7	
				Resuelve una inecuación de segundo grado	8	
				Selecciona el valor mínimo de la incógnita que cumple la condición para obtener ganancia	9	
				Comprueba la validez de afirmaciones utilizando la teoría de inecuaciones	10	
			Funciones	Relaciona la regla de correspondencia con la gráfica	11	
				Identifica el valor numérico a partir de la gráfica de una función	12	
				Interpreta el significado de un punto en una gráfica	13	
				Determina la relación entre dos variables	14	
				Analiza la veracidad de las proposiciones respecto al dominio de funciones	15	
				Evalúa afirmaciones y selecciona una respuesta en base a la teoría de funciones cuadráticas	16	

3.2. Tipo y diseño de investigación

La investigación se inscribe en un enfoque cuantitativo, de alcance correlacional. La investigación tiene alcance correlacional, porque la finalidad es conocer la relación o grado de asociación que existe entre dos o más variables de una muestra. Se examinan asociaciones, pero no relaciones causales (Bernal, 2016; Hernández y Mendoza, 2018); y Tienen como fuente de información la base de datos.

Diseño de investigación

Tiene un diseño no experimental, transeccional correlacional; según afirman Hernández y Mendoza (2018) es no experimental porque no se manipulan las variables, solo se miden las variables en su estado natural para luego analizarlas. Es de tipo transversal correlacional porque se recolectan datos en un solo momento, su propósito es describir variables y analizar su incidencia e interrelación en un momento dado. El esquema de diseño de investigación es el siguiente:



Donde:

M: muestra

X: variable pensamiento crítico

Y: variable aprendizaje del curso de matemática

r: relación

3.3. Población y muestra

3.3.1. Población

De acuerdo con Arriola (2012); para la selección de los miembros de la población de estudio se siguieron criterios de inclusión. Los criterios de selección para la población incluyeron a estudiantes ingresantes a carreras relacionadas a las ciencias sociales, jurídicas y negocios, de una universidad privada y una universidad pública.

Por lo tanto, la población estuvo conformada por los estudiantes ingresantes a la facultad de negocios de una universidad privada de Lima matriculados en el semestre 2019-1 y estudiantes matriculados en el semestre 2019-1 del área de humanidades, ciencias jurídicas y sociales de una universidad pública de Lima.

3.3.2. Muestra

La investigación se realizó con una muestra de 115 estudiantes. Los criterios de selección de la muestra obedecen a los permisos otorgados por las autoridades de las universidades para la aplicación del instrumento. En ambas universidades se autorizó el acceso a tres secciones, con 25 y 30 estudiantes cada uno. Inicialmente la cantidad de participantes de la muestra fueron 180, pero se

retiraron 65, ya que no lograron completar todas las preguntas de los instrumentos de recolección de datos.

3.3.3. Muestreo

Para la obtención de la muestra se utilizó el muestreo no probabilístico por cuotas, debido a que se formaron dos estratos: el primero, formado por los estudiantes matriculados la facultad de negocios de la universidad privada. El segundo, por los matriculados en el área de humanidad, ciencias jurídicas y sociales de la universidad pública.

Tabla 3

Características de la muestra

Tipo de universidad	Edad promedio (años)	Mujeres	Hombres	Carreras a la que pertenecen
Pública (n=52)	18.6	55.6%	44.6%	Humanidades, ciencias jurídicas y sociales
Privada (n= 63)	17.7	44.3%	55.7%	Contabilidad, Administración y Negocios internacionales

3.4. Instrumentos de Recolección de datos

Para recolectar la información de la muestra se utilizaron dos instrumentos

3.4.1. Para evaluar el Pensamiento crítico

Nombre del instrumento: *Watson-Glaser Critical Thinking (WGCTA)* versión adaptada por Chalupa (2006), como se cita en Da Dalt de Mangione y Difabio (2007).

Técnica: Encuesta

Instrumento: Test

Objetivo: Analizar el nivel de pensamiento crítico de los estudiantes ingresantes a la universidad pública o privada de las carreras de humanidades, ciencias jurídicas o negocios en el semestre 2019-1.

Administración: Se administra en forma colectiva e individual. Tuvo una duración de 45 minutos.

Dimensiones: El instrumento evalúa cinco dimensiones. Inferencia, reconocimiento de supuestos, deducción, interpretación y evaluación de argumentos.

Tabla 4

Características del test de Watson-Glaser Critical Thinking (WGCTA)

Dimensiones	Número de preguntas	de Opciones de respuesta
Inferencia	16 (de 1 al 16)	Verdadero Probablemente verdadero Insuficiencia de datos Falsa

Reconocimiento de supuestos	13 (del 17 al 29)	Si esta supuesto No está supuesto
Deducción	13 (del 30 al 42)	Si se sigue No se sigue
Interpretación	12 (del 43 al 54)	Si se sigue No se sigue
Evaluación de argumentos	12 (del 55 al 66)	Si el argumento es fuerte No el argumento es débil

1. Validez. Hernández-Sampieri y Mendoza (2018, p.232) señalan que “la validez de constructo se refiere a qué tan bien un instrumento representa y mide un concepto teórico”. Para determinar la validez de construcción del pensamiento crítico, los autores hicieron un análisis factorial exploratorio ya que la medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin KMO es de 0,776 se requiere un mínimo de 0,50 para poder realizar el análisis. Además. la prueba de esfericidad de Bartlett arroja un valor para Chi-cuadrado de 128,111 ($p = 0,000$), lo que permite afirmar que las variables están relacionadas. Las subescalas saturan significativamente en las cinco dimensiones originales del test. Esto significa que el instrumento es válido

2. Confiabilidad. Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), la confiabilidad o fiabilidad de un instrumento de medición se refiere al grado en que su aplicación reiterada al mismo individuo o muestra produce los mismos resultados. El *test* aplicado ya registraba una confiabilidad de 0,82 según el *alpha* de Cronbach, coeficiente que la teoría psicométrica juzga “considerable”. (Da Dalt de Mangione

y Difabio, 2007). Debido a que se realizaron cambios en el texto para adaptarlo al contexto peruano se verificó nuevamente la confiabilidad del test. Para ello se utilizó una prueba piloto en 25 estudiantes, con la cual se obtuvo un alfa de Cronbach de 0.63, lo cual permitió confirmar la confiabilidad del primer instrumento. (Ver anexo C).

3.4.2. Para evaluar el aprendizaje del curso de matemática

Este instrumento fue elaborado *ad hoc* considerando los temas comunes de los sílabos de los cursos de matemática de la universidad privada y pública. Se tomaron en cuenta los primeros cinco procesos cognitivos de la taxonomía de Bloom revisada por Anderson y Krathwohl (2001), y los diferentes registros de representación de los objetos matemáticos mencionados Duval (2004), como el registro en lengua natural, figural, algebraico y gráfico. Para la elaboración de los ítems del instrumento se eligieron ítems del cuaderno de matemática del nivel secundaria del MINEDU (2018) e ítems de evaluaciones anteriores del curso de Nivelación de Matemática de la universidad privada, ambos según el nivel de dificultad y representación.

Nombre del instrumento: Prueba de aprendizaje del curso de matemática

Técnica: Encuesta

Instrumento: Test

Objetivo: Conocer el nivel de aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad

Administración: El *test* se aplicó en forma colectiva e individual, por 30 minutos.

Dimensiones: El instrumento evalúa tres dimensiones. 1) Ecuaciones, en la cual se recogen los conocimientos de ecuaciones de primer grado y ecuación cuadrática, el estudiante debe resolver cinco preguntas y elegir una alternativa, de un total de cuatro. 2) Inecuaciones, en la cual se plantean preguntas sobre intervalos, inecuaciones lineales e inecuaciones cuadráticas. También se plantearon cinco preguntas con cuatro alternativas. 3) Funciones, en este tema, el cual es más amplio y fundamental en el primer ciclo se plantearon preguntas de gráfica de funciones, valor numérico, dominio de una función, función lineal y función cuadrática. Fueron seis preguntas para esta dimensión.

Tabla 5

Dimensiones de la variable aprendizaje del curso de matemática

Dimensiones	Contenidos	Procesos cognitivos	Registros de representación
Ecuaciones	Ecuaciones de primer grado Ecuaciones cuadráticas		En lengua natural Algebraico
Inecuaciones	Intervalos Inecuaciones lineales Inecuaciones cuadráticas	Recordar Comprender Aplicar Analizar Evaluar	En lengua natural Figural Algebraico
Funciones reales	Valor numérico Dominio de una función		En lengua natural Figural

Función lineal	Algebraico
Función cuadrática	Gráfico
Gráfica de funciones	

1. Validez. Para establecer la validez, el instrumento fue sometido a juicio de expertos, quienes dieron sus valoraciones según los siguientes criterios: intencionalidad, suficiencia, consistencia y coherencia. De los 4 expertos, dos sugirieron hacer cambios en la redacción de algunos reactivos. Después de hacer los cambios los jueces expertos asignaron un índice del 75%, es decir el instrumento fue considerado apropiado. Por lo cual, se puede afirmar que los ítems del instrumento son válidos.

Tabla 6

Informe del jurado experto

Juez	Grado	Opinión de aplicabilidad
1. Luyo Sanchez, José Raúl	Doctor en Matemática	Apropiado
2. Macazana Fernandez, Dante Manuel	Doctor en Educación	Apropiado
3. Haro Bautista, José Vicente	Doctor en Educación	Apropiado

4. Bermeo Carrasco, Osmar Doctor en Apropiado
Educación

Después de recibir la revisión de los jueces expertos se construyó la tabla resumen y se utilizó la V de Aiken para cuantificar la relevancia de los ítems respecto a un dominio de contenido a partir de las valoraciones de los jueces (Escurra, 1988). Se tuvieron en cuenta los siguientes criterios

1. Los criterios de calidad: la representatividad, consistencia, pertinencia, coherencia, claridad en la redacción, de los indicadores y sus respectivos reactivos del cuestionario.

Consistencia: están fundamentado en bases teóricas consistentes

Pertinencia: convenientes por su importancia y viabilidad.

Coherencia: Los indicadores e ítems se encuentran relacionados hay correspondencia.

Claridad: Redactado con lenguaje claro.

2. Para valorar a cada indicador con sus respectivos ítems se utilizó la siguiente escala:

0	1	2	3
Inapropiado	Poco apropiado	Apropiado	Muy apropiado

Según la Uve de Aiken, se obtuvo un valor de 0,86, considerando que la validez de contenido de 0,81 a 0.90 es aceptable, significa que hay consenso en los jueces expertos. Ver Anexo D.

Después de los resultados de la tabla, se revisaron y redactaron nuevamente los ítems 1, 5, 7, 10, 14 y 16 ya que presentan una validez débil. Los demás ítems se mantuvieron, pues muestran una validez aceptable.

2. Confiabilidad: Para la confiabilidad se hizo una prueba con 25 estudiantes, los que conformaron la prueba piloto. En el Anexo E se muestran los valores obtenidos en la prueba Alfa de Cronbach. De acuerdo con este coeficiente se puede indicar que el instrumento presenta una confiabilidad de 0.63, lo cual lo ubica como aceptable. Por lo cual el instrumento es confiable.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos después de la recolección, tabulación y análisis estadístico de los datos de la muestra. Se inicia con el análisis descriptivo de las dos variables. Luego se analiza la correlación entre estas y finalmente se contrasta la hipótesis.

4.1. Análisis, interpretación y discusión de resultados

4.1.1. Análisis descriptivo de la variable pensamiento crítico

Para calificar los niveles de la variable pensamiento crítico en los ingresantes a la universidad, se realizó en base a los puntajes promedios obtenidos en la encuesta ejecutada para la investigación, para ello utilizamos tres niveles de medición (Ver la Tabla 7).

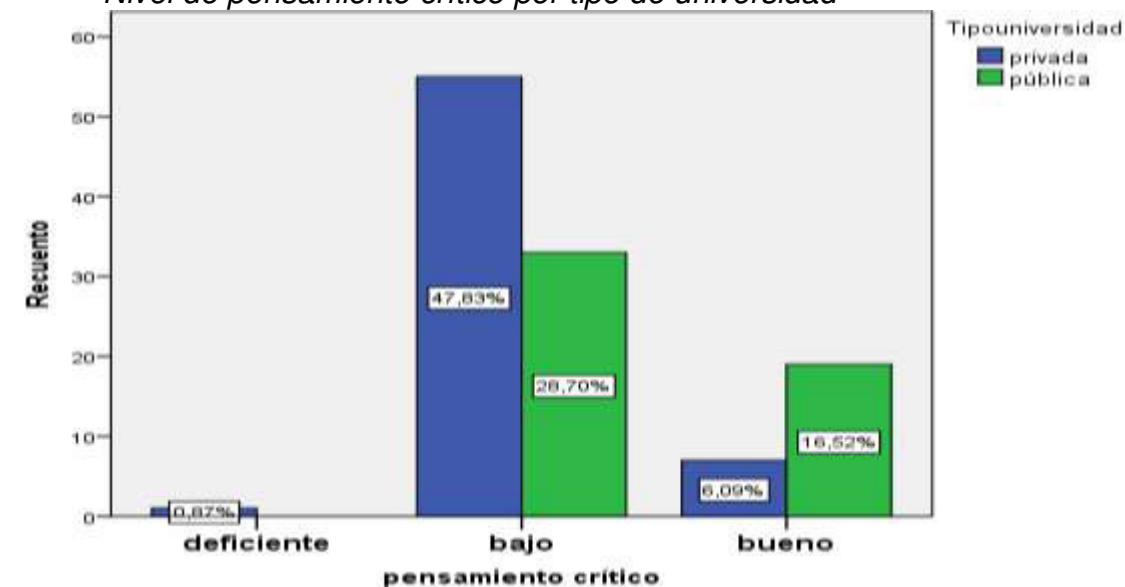
Tabla 7

Baremo del pensamiento crítico

Niveles	Intervalo de los puntajes promedios
Deficiente	[0.00 –22.00]
Bajo	[23.00 – 44.00]
Bueno	[45.00–66.00]

Tabla 8*Tabla cruzada del nivel de pensamiento crítico por tipo de universidad*

			Tipo de universidad		Total
			privada (n=63)	pública (n=52)	
pensamiento crítico	deficiente	Recuento	1	0	1
		% del total	0,9%	0,0%	0,9%
	bajo	Recuento	56	32	88
		% del total	48,7%	27,8%	76,5%
	bueno	Recuento	7	19	26
		% del total	6,1%	16,5%	22,6%
Total	Recuento	63	52	115	
	% del total	55,7%	44,3%	100,0%	

Figura 1*Nivel de pensamiento crítico por tipo de universidad*

Se observa de la Tabla 8 y Figura 1 que la gran mayoría de estudiantes tiene un bajo nivel de pensamiento crítico; cerca del 77% se encuentran en este nivel. Así mismo, se observa que menos del 1% se encuentra en un nivel deficiente, mientras que en el nivel bueno se encuentran un 22 %. Cabe decir que en la universidad pública ningún estudiante se encuentra en el nivel deficiente. En esta variable se observa una leve ventaja a favor de los ingresantes a la universidad pública, lo cual indica que ellos ingresan con un mejor nivel de pensamiento crítico. Sin embargo, en ambas universidades al mayor porcentaje de estudiantes presenta un bajo nivel de pensamiento crítico

4.1.2. Análisis descriptivo de la variable aprendizaje del curso de matemática

Para realizar el análisis descriptivo de la variable aprendizaje de la matemática se dividieron en tres niveles: deficiente, bajo y bueno.

Tabla 9

Baremo de la variable aprendizaje del curso de matemática

Niveles	Intervalo de los puntajes promedios
Deficiente	[0 –5>
Bajo	[6 – 11>
Bueno	[12– 16]

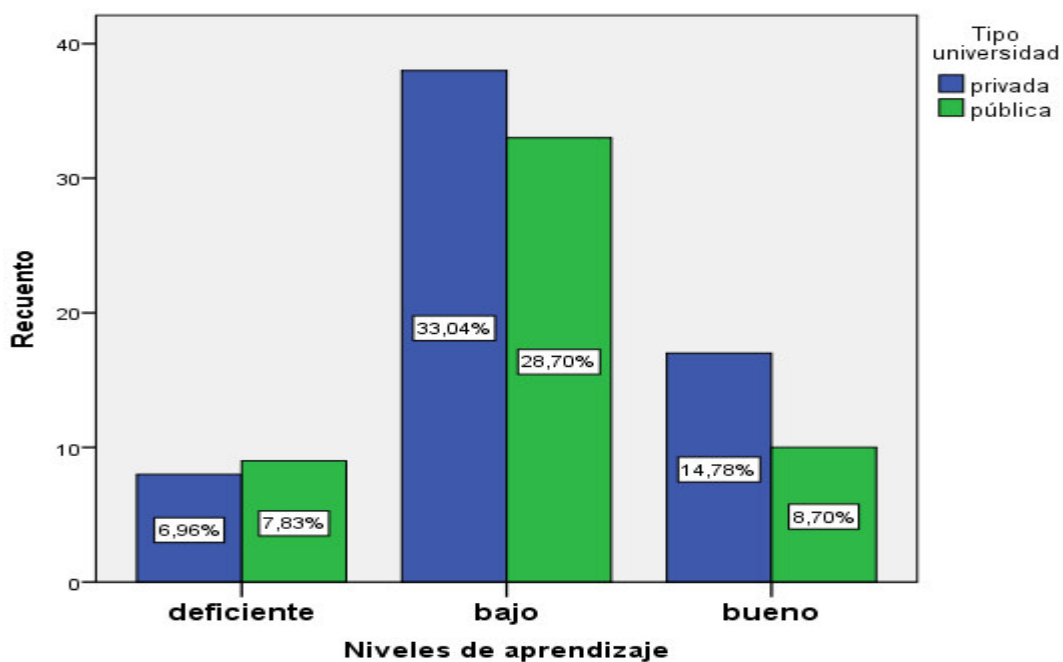
Tabla 10

Tabla cruzada del nivel de aprendizaje del curso de matemática por tipo de universidad

			Tipo de universidad		
			privada (n=63)	pública (n=52)	Total
Niveles de aprendizaje	deficiente	Recuento	9	8	17
		% del total	7,8%	7,0%	14,8%
	bajo	Recuento	38	33	71
		% del total	33,0%	28,7%	61,7%
	bueno	Recuento	17	10	27
		% del total	14,8%	8,7%	23,5%
Total	Recuento	63	52	115	
	% del total	55,7%	44,3%	100,0%	

Figura 2

Nivel de aprendizaje del curso de matemática por tipo de universidad



En la Tabla 10 y Figura 2, los datos muestran que cerca del 15% de estudiantes se encuentran en el nivel deficiente. El mayor porcentaje de estudiantes tiene un bajo nivel de aprendizaje de la matemática, aproximadamente el 62 %. El nivel bueno es del 23%. Estos resultados nos permiten afirmar que una gran parte de los estudiantes tiene un bajo aprendizaje en los temas prioritarios del primer ciclo de estudios universitarios en el curso de matemática, lo cual repercute en los siguientes cursos de especialidad relacionados con esta materia.

A continuación, se presenta el análisis descriptivo de las tres dimensiones del aprendizaje del curso de matemática: ecuaciones, inecuaciones y funciones reales de acuerdo al tipo de universidad.

Tabla 11

Tabla cruzada de dimensiones del aprendizaje según el tipo de universidad

Dimensiones	Niveles	Privada (n=63)		Pública (n=52)	
		Frecuencias	Porcentaje (%)	Frecuencias	Porcentaje (%)
ecuaciones	Deficiente	13	20.6	12	23.1
	Bajo	30	47.6	30	57.7
	Bueno	20	31.7	10	19.2
inecuaciones	Deficiente	16	25.4	17	32.7
	Bajo	41	65.1	21	40.4
	Bueno	6	9.5	14	26.9
funciones	Deficiente	12	19.0	15	28.8
	Bajo	29	46.0	31	59.6
	Bueno	22	34.9	6	11.5
Total		63	100.0	52	100.0

Se observa en la Tabla 11 que el mayor porcentaje de estudiantes tiene un bajo nivel de aprendizaje en las tres dimensiones ya sea de la universidad pública o privada. En la dimensión ecuaciones el 31,7% de estudiantes de la universidad privada se encuentra en el nivel bueno, mientras que en la universidad pública solo llegan a un 19,2%; esto quiere decir que los estudiantes de la universidad privada resuelven mejor los problemas de ecuaciones. En el caso de los niveles de aprendizaje de la dimensión inecuaciones, en la universidad privada solo el 9,5% alcanzó el nivel bueno; mientras que en la universidad pública alcanzaron este nivel cerca del 27%. Con estos porcentajes se evidencia una ventaja de los estudiantes de la universidad pública en la resolución de problemas de inecuaciones. Respecto a los niveles de aprendizaje de la dimensión funciones reales de variable real, en la universidad privada cerca del 35% de los estudiantes tiene un buen nivel de aprendizaje, lo cual representa una considerable ventaja sobre los estudiantes de la universidad pública, quienes alcanzan el 11,5 % en este nivel.

4.2. Pruebas de hipótesis

Para realizar la prueba de hipótesis se utilizará la correlación por rangos de Spearman, para ello se definen la hipótesis nula y la hipótesis alterna.

H_0 : Entre las variables X y Y no existe una relación significativa

H_1 : Entre las variables X y Y existe una relación significativa

Para la correlación por rangos de Spearman se definen, $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ e $Y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$, dos pares de variables.

En lugar de utilizar los valores precisos de las variables X e Y, los datos pueden ordenarse según su tamaño, importancia, etc. utilizando los números 1,2,3,....., n a los cuales se les llama rangos de estas variables. Entonces el Coeficiente de Correlación por Rangos de Spearman que mide el grado de

relación o asociación de estas variables están dados por:
$$rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

Donde

$$D_i = R_{X_i} - R_{Y_i}$$

R_{X_i} : Rango de la variable de la variable X

R_{Y_i} : Rango de la variable de la variable Y

n : número de pares de valores (X;Y) o tamaño muestral

Hipótesis

Si $p < \alpha$, se rechaza H_0 , es decir, si el valor de significancia p correspondiente al coeficiente de correlación rho es menor que el nivel de significancia α , se rechaza H_0 . En este trabajo el nivel de significancia es $\alpha = 0.05$.

4.2.1. Contrastación de la hipótesis general

Para la contrastación de la hipótesis general se plantean las hipótesis nula y alterna

H1: Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de Matemática en los estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

H₀: No existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de Matemática en los estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

Tabla 12

Prueba de correlación por rango de Spearman para la correlación de las variables

			Aprendizaje de la matemática	Pensamiento crítico
Rho de Spearman	Aprendizaje de la matemática	Coeficiente de correlación	1,000	,263**
		Sig. (bilateral)	.	,004
		N	115	115
Spearman	Pensamiento crítico	Coeficiente de correlación	,263**	1,000
		Sig. (bilateral)	,004	.
		N	115	115

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Como $p = 0.004 < \alpha = 0.05$, se rechaza la hipótesis nula H_0 , es decir que existen evidencias estadísticas para afirmar que existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad; y como el coeficiente de correlación por rangos de Spearman es positivo ($\rho=0.263>0$), se puede afirmar que, a mayor nivel de

pensamiento crítico en dichos estudiantes ingresantes, mayor aprendizaje del curso de matemática.

4.2.2. Contrastación de las hipótesis específicas

Para la contrastación de las hipótesis específicas planteamos la hipótesis nula y alterna, para cada una de estas.

Hipótesis específica N.º 1

H₁: Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

H₀: No existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

Tabla 13

Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de ecuaciones

		Pensamiento crítico	Aprendizaje de ecuaciones
Rho de Spearman	Coeficiente de correlación	1,000	,207*
	Sig. (bilateral)	.	,027
	N	115	115
	Coeficiente de correlación	,207*	1,000

	Sig.	,027	.
	(bilateral)		
	N	115	115

*. La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

Como $p = 0.027 < \alpha = 0.05$, se rechaza la hipótesis nula H_0 , es decir que existen evidencias estadísticas para afirmar que existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad. De la tabla también se observa que el coeficiente de correlación por rangos de Spearman es positivo ($\rho=0.207>0$), se puede decir que a mayor nivel de pensamiento crítico en estudiantes ingresantes a la universidad se corresponde con un mejor aprendizaje de ecuaciones.

Hipótesis específica N.º 2

H_1 : Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

H_0 : No existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

Tabla 14

Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de ecuaciones

			Pensamiento crítico	Aprendizaje de ecuaciones
Rho de Spearman	Pensamiento crítico	Coeficiente de correlación	1,000	,217*
		Sig. (bilateral)	.	,020

	N	115	115
Aprendizaje de inecuaciones	Coeficiente de correlación	,217*	1,000
	Sig. (bilateral)	,020	.
	N	115	115

*. La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral).

Como $p = 0.02 < \alpha = 0.05$, se rechaza H_0 , es decir que existen evidencias estadísticas para afirmar existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad; y como el coeficiente de correlación por rangos de Spearman es positivo ($\rho=0.217>0$), se puede decir que a mayor nivel de pensamiento crítico en estudiantes ingresantes a la universidad nacional se corresponde con un mejor aprendizaje de inequaciones.

Hipótesis específica N.º 3

H_1 : Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

H_0 : No existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.

Tabla 15

Prueba de correlación entre pensamiento crítico y aprendizaje de funciones de variable real

		Pensamiento crítico	Aprendizaje de funciones
	Coeficiente de correlación	1,000	,113
	Sig. (bilateral)	.	,227
Rho de Spearman	N	115	115
	Coeficiente de correlación	,113	1,000
	Sig. (bilateral)	,227	.
	N	115	115

Como $p = 0.227 > \alpha = 0.05$, no se rechaza la hipótesis nula H_0 , es decir que no hay evidencias estadísticas para afirmar que exista relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad.

4.3. Presentación de resultados

El análisis de correlación de pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a dos universidades de Lima muestran que existe relación entre ambas variables. No obstante, la relación entre las variables es débil, lo cual significa que, aunque los estudiantes tengan un buen nivel de pensamiento crítico no es seguro que tendrán éxito en el aprendizaje del curso de matemática, pero si tendrán mayor posibilidad de lograrlo.

Al relacionar el pensamiento crítico con las dimensiones del aprendizaje del curso de matemática, se encontró que la primera y segunda dimensión, ecuaciones e inecuaciones respectivamente están relacionadas con el pensamiento crítico, esto significa que un mayor nivel el pensamiento crítico se asocia con un mejor aprendizaje en ecuaciones e inecuaciones. Sin embargo, la tercera dimensión, aprendizaje de funciones reales de variable real, no está relacionada con el pensamiento crítico. Este resultado indica que un mayor nivel de pensamiento crítico no se asocia con un buen aprendizaje de las funciones reales.

4.3.1. *Discusión*

La discusión de los resultados se da en el contexto universitario, en el cual la competencia matemática tiene una brecha respecto a la educación escolar (Murcia et al., 2017) esto origina una falencia en las diferentes etapas de la resolución de un problema, en la comprensión del problema, el análisis del contexto, la resolución y la verificación de los resultados (Polya, 1989).

En cuanto a los resultados descriptivos de la variable pensamiento crítico se encontró que aproximadamente el 77% de estudiantes tiene un bajo nivel. Estos resultados coinciden con los hallados por Robles et al. (2016) quienes concluyeron que los estudiantes de pregrado de una universidad de México no pasan del centil 50, significa que solo alcanzaron la mitad de la puntuación total. También, Moreno-Pinado y Velásquez (2017) encontraron resultados similares en estudiantes de quinto de secundaria, de una institución educativa pública quienes solo lograron un pensamiento reproductivo alejado del pensamiento

crítico. De la misma manera Sánchez (2018) determinó que el 73% de los estudiantes de ciencias biológicas presentan un bajo nivel de pensamiento crítico. Estos resultados nos hacen reflexionar sobre las estrategias que se deben utilizar para mejorar el desarrollo de pensamiento crítico, el cual debe iniciar en el colegio y no esperar llegar a la universidad, por cuanto esta competencia se evidencia en la vida práctica del ciudadano.

En cuanto a la segunda variable, aprendizaje de la matemática la estadística muestra que casi el 62% de estudiantes universitarios del primer semestre tiene un bajo nivel de aprendizaje, lo cual es similar a los resultados obtenidos por Cedeño (2017) quien obtuvo que el 100 % de estudiantes tiene un nivel malo o regular, ninguno se ubicó en los niveles bueno y sobresaliente, este resultado corresponde a estudiantes de la carrera de contabilidad, administración y economía de la universidad técnica de Manabí de Ecuador.

En relación a la hipótesis general, los resultados proporcionan un Rho de Spearman de 0.263, con $p=0.004 < \alpha=0.05$, por lo cual se determinó que el pensamiento crítico se relaciona positivamente con el aprendizaje de la matemática, esto significa que a mayor o menor pensamiento crítico se espera un mayor o menor aprendizaje de la matemática. Este resultado puede ser comparado con el obtenido por Zevallos (2018) quien también correlacionó el pensamiento crítico con el rendimiento, el coeficiente de correlación del Chi cuadrado de Pearson $\alpha=0.039 < 0.05$, lo cual indica una relación significativa. También concuerdan con los resultados de Estupiñán (2016), quien encontró una correlación positiva entre el pensamiento crítico, sus tres dimensiones y el

rendimiento; en una muestra de estudiantes de ciencias sociales y educación. Sin embargo, estos resultados difieren o son distantes a los resultados obtenidos por Tanujaya et al. (2017) quienes hallaron una fuerte correlación de Pearson $r=0.814$ entre las variables de pensamiento crítico y el promedio de notas en el curso de matemática; es decir, los estudiantes que tienen un buen nivel de habilidades de pensamiento superior como el crítico y creativo tienden a conseguir un mejor promedio de calificación en matemática.

En relación a la primera hipótesis específica, se obtuvo un coeficiente de correlación $\rho=0.207>0$ con $p=0.027<\alpha=0.05$, lo cual evidencia una correlación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones. En las conclusiones de Cedeño (2017) también se muestra que el aprendizaje de ecuaciones lineales mejoró al aplicar estrategias de resolución de problemas cotidianos en los cuales se debe tener claro el razonamiento y la organización de ideas, lo cual indiscutiblemente requiere pensar críticamente. Para la solución de las ecuaciones se requieren diferentes registros de representación semiótica por lo cual el estudiante requiere el conocimiento de estos registros, al respecto Sumarna et al. (2017) investigaron que la capacidad de explorar un tema a profundidad y establecer conexiones entre diferentes representaciones aumenta el pensamiento crítico de estudiantes.

En relación a la segunda hipótesis específica, el resultado obtenido fue un $\rho=0.217>0$ con $p=0.02<\alpha=0.05$, por lo cual se determinó la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones. Para la resolución de un problema mediante inecuaciones se requiere el conocimiento de los objetos

matemáticos, así como las propiedades y registros de representación. En Belecina y Ocampo (2018) se puede confirmar que la resolución de problemas en situaciones problémicas promueve y desarrolla el pensamiento crítico. Con un valor $t=17.24$ con $p=0.000$, lo concluyeron que existen diferencias significativas en el nivel de pensamiento crítico al introducir este método.

En cuanto a la tercera hipótesis específica, el resultado del análisis correlacional dio un $p=0.227 > \alpha=0.05$, por lo cual no se rechazó la hipótesis nula, es decir no existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de las funciones reales. En los antecedentes no se encontraron resultados que confirmen o contradigan este resultado, pero al ser las funciones uno de los conceptos más básicos de toda la matemática y muy importante para el estudio del cálculo (Haeussler, 2008); se requiere que el estudiante comprenda el lenguaje representacional los cuales permiten entender objetos abstractos y el lenguaje instrumental que permiten manipular los objetos matemáticos Godino et al. (2003).

Existen antecedentes en los cuales se diseñaron o aplicaron estrategias innovadoras para desarrollar el pensamiento crítico en otras áreas de conocimientos, (Belecina y Ocampo, 2018; Rodriguez, 2017 y Sarna et al., 2017); quienes aplicaron situaciones problémicas, métodos de enseñanza-aprendizaje en base a trabajos de investigación y el ABP. Estas estrategias tienen un efecto positivo en el desarrollo del pensamiento crítico, por lo cual sería conveniente aplicarlas en la enseñanza de la matemática y comprobar el nivel de desarrollo de esta materia.

CAPÍTULO 5: IMPACTOS

La investigación aporta al conocimiento del pensamiento crítico y su relación con la resolución de problemas de matemática en la educación superior. Aunque por la naturaleza formativa en la matemática, el pensamiento crítico resulta beneficiosa en la primera fase de resolución del problema; en la comprensión del mismo, porque requiere de la reflexión y uso de la razón para enlazar los datos e identificar la incógnita. Procesos que pueden ser iniciados en la etapa escolar.

Asimismo, para resolver integralmente un problema matemático se requiere el dominio del lenguaje matemático; esto incluye identificar los signos que representan el objeto matemático, identificar el sistema de representación semiótica: lenguaje natural, registro algebraico, figural o gráfico, para matematizar los objetos de dicha representación; y finalmente utilizar los conceptos matemáticos para resolver el problema. De modo que el beneficio alcanza a docentes como a estudiantes de educación superior y a profesores de educación básica regular.

Los resultados del estudio serán difundidos a los profesores responsables de los cursos de matemática de primer ciclo, coordinadores y directores de escuela de ambas universidades quienes tendrán a la mano información sobre el nivel de pensamiento crítico con el que ingresan los estudiantes, el nivel del aprendizaje de los estudiantes de primer ciclo y cómo se relaciona el pensamiento crítico con el aprendizaje de la matemática.

También servirá como un indicador para plantear estrategias de enseñanza de la matemática que priorice el desarrollo de habilidades de pensamiento como la reflexión, el análisis, la metacognición, la argumentación entre otros. Entre las estrategias están, el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) el método socrático, el diario reflexivo, casos y Tecnologías de información y la comunicación (TIC).

El pensamiento crítico debe ser considerado como una competencia transversal la cual beneficiaría no solo al aprendizaje de la matemática sino también a las otras áreas de conocimiento en la etapa escolar y universitaria.

CONCLUSIONES

Primera: Se concluye que existe correlación entre la variable nivel de pensamiento crítico y aprendizaje del curso de matemática. Esto significa que un mayor o menor nivel de pensamiento crítico, se asocia con un mayor o menor aprendizaje de la matemática. Sin embargo, cabe decir que esta relación o asociación positiva es débil, lo cual significa que, un buen nivel de pensamiento crítico no asegura un buen aprendizaje del curso de matemática en todos los casos, tampoco lo contrario; pero si se puede decir que los estudiantes que muestran un mejor nivel de pensamiento crítico tienen mayor posibilidad de alcanzar un buen aprendizaje en el curso de matemática, porque en las primeras etapas de resolución de problemas matemáticos, como la comprensión e interpretación de datos, requieren de un pensamiento reflexivo y razonando para decidir qué hacer en las siguientes etapas.

Segunda: Respecto a la relación entre el nivel de pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones, se concluye que existe una relación baja positiva, por lo cual un mayor nivel de pensamiento crítico, se asocia con un mejor aprendizaje de las ecuaciones o en sentido opuesto un menor nivel de pensamiento crítico se asocia con un menor aprendizaje.

Tercera: Respecto a la relación entre el nivel de pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones, se concluye que existe una relación positiva débil, lo cual significa que un mayor o menor nivel de pensamiento crítico se asocia con un mayor o menor aprendizaje de las inecuaciones.

Cuarta: Respecto a la relación entre el nivel de pensamiento crítico y aprendizaje de las funciones reales, se concluye que no existe relación entre las variables. Lo cual significa que un buen o bajo nivel de pensamiento crítico no se asocia con el buen o bajo aprendizaje de las funciones.

RECOMENDACIONES

Primera: En el área de ciencias de las diferentes carreras de ambas universidades, donde se realizó la investigación, se recomienda aplicar una prueba sobre el pensamiento crítico de los estudiantes ingresantes a la universidad para conocer el nivel de pensamiento crítico desarrollado en la etapa educativa previa, de esta manera se tendría información sobre las capacidades de inferir, reconocer supuestos, deducir, interpretar y evaluar argumentos con las que ingresan a la universidad. De esta manera se puede planificar las estrategias de enseñanza de la matemática que estén enfocadas en desarrollar el pensamiento crítico ya que es una habilidad de pensamiento de orden superior y su buen nivel no solo aporta a las actividades académicas sino mejora su calidad de vida y las decisiones que tome.

Segunda: Se recomienda que, al enseñar el tema de ecuaciones a través de métodos investigativos, aprendizaje basado en problemas, basado en proyectos, porque de esta manera se desarrolla el pensamiento crítico de los estudiantes. Para esto es necesario capacitar a los docentes de matemática en el manejo de estas estrategias.

Tercera: Debido a la relación que existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de las inecuaciones, se recomienda al docente incorporar actividades que impulsen a los estudiantes universitarios a reflexionar y razonar, antes que solo calcular mediante algoritmos algebraicos o

aritméticos previamente establecidos. Para esto también se recomienda revisar el plan de estudios para rediseñar cursos en los cuales se pueda incorporar el desarrollo del pensamiento crítico como una capacidad transversal.

Cuarta: Se deben realizar otras investigaciones acerca de la relación o impacto del pensamiento crítico y el aprendizaje de las funciones reales, en las cuales se identifiquen los factores o variables que influyen o mejoran el aprendizaje de estas. Esto es importante, porque el aprendizaje de las funciones es el primer paso para el desarrollo de modelos matemáticos y científicos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aboites, V., y Aboites, G. (2008). Filosofía de la matemática en el nivel medio superior. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1), 9-47.
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000100002
- Águila, E. (2014). *Habilidades y estrategias para el desarrollo del pensamiento crítico y creativo en alumnado de la universidad de Sonora* [Tesis de Doctorado, Universidad de Extremadura]. Repositorio digital.
<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/133513>
- Alsina, Á. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-128). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. <http://funes.uniandes.edu.co/1638/>
- Anderson, L., y Krathwohl, D. (2001). *Una taxonomía para el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación de: Una revisión de la taxonomía de Bloom de los objetivos educativos*. New York: Longman.
- Aprendizaje Verde. (2016, 14 de octubre). *La relación entre la naturaleza y las matemáticas que te sorprenderá*.
<http://www.aprendizajeverde.net/noticias/la-relacion-entre-la-naturaleza-y-las-matematicas-que-te-sorprendera>
- Arriola, L. (2012, 9 de diciembre). *Población, muestra, muestreo y criterios de selección* [Video]. YouTube.
https://www.youtube.com/watch?v=zGtk_li9VBs

- Barrantes, M. (2019). Estructuralismo, ficcionalismo, y la aplicabilidad de las matemáticas en ciencia. *Areté*, 31(1), 7-34. <https://doi.org/10.18800/arete.201901.001>
- Barriga, F. y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. Mexico: Mc Graw Hill.
- Becerril-Carbajal, B. (2018). Crítica y propuesta de Educación en Paulo Freire. *La Colmena*, 97, 109-118. <https://lacolmena.uaemex.mx/article/view/6975>
- Belecina, R. & Ocampo, J. (2018). Effecting Change on Students' Critical Thinking in Problem Solving. *Educare: International Journal for Educational Studies*, 10(2), 109-118. https://www.researchgate.net/publication/323141477_Effecting_Change_on_Students'_Critical_Thinking_in_Proble
- Bernal, C. (2016). *Metodología de la investigación* (4.^a ed.). Pearson
- Boisvert, J. (2004). *La formación del pensamiento crítico*. México DF: Fondo de cultura económica.
- Bravo, L. (2014). Psicología cognitiva y neurociencias de la educación en el aprendizaje del lenguaje escrito y de las matemáticas. *Revista de investigación en psicología*, 17(2), 25–37. <https://doi.org/10.15381/rinvp.v17i2.11256>
- Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, M. (2004). *La educación matemática realista. Principios en que se sustenta*. Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática. <https://docplayer.es/163444334-l-parte-la-educacion-matematica-realista-principios-en-que-se-sustenta.html>
- Cáceres, S. y Munevar, O. (2016). Evolución de las teorías cognitivas y sus aportes a la educación. *Actividad Física y Desarrollo Humano*, 7(2). <https://doi.org/10.24054/16927427.v2.n2.2016.2408>

- Campos, A. (2004, del 24 al 26 de junio). Acerca de la epistemología de la matemática [encuentro]. *XV Encuentro de Geometría y III de Aritmética*, Bogotá, Colombia.
<http://funes.uniandes.edu.co/9145/1/Acerca2005Campos.pdf>
- Campos, A. (2007). *Pensamiento crítico. Técnicas para su desarrollo*. Bogotá: Colección Aula Abierta Magisterio.
- Carpio, J. (2013, 9 de diciembre). *El primer problema con las matemáticas es que no se entiende lo que se lee*. RTVE Noticias.
<https://www.rtve.es/noticias/20131209/primer-problema-matematicas-no-se-entiende-se-lee/812561.shtml>
- Cedeño, F. O. (2017). *Importancia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la Universidad Técnica de Manabí–Ecuador, 2015*. [Tesis doctoral, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. Repositorio institucional. <https://hdl.handle.net/20.500.12672/6181>
- Cobrerros, P. (2016). *Filosofía de las matemáticas*. En diccionario interdisciplinar Austral. [http://dia.austral.edu.ar/Filosofía de las matemáticas](http://dia.austral.edu.ar/Filosofía_de_las_matemáticas)
- Contreras Oré, F. A. (2012). La evolución de la didáctica de la matemática. *Horizonte de la Ciencia*, 2(2), 20-25.
<https://revistas.uncp.edu.pe/index.php/horizontedelaciencia/article/view/144>
- Cruz, E. (2020). La educación transformadora en el pensamiento de Paulo Freire. *Educere*, 24(78), 197-206.
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35663284002>
- Cruzado, E. (2018). Problemas de optimización mediados por el Geogebra que movilizan el concepto de derivada de funciones reales de variable real en

estudiantes de ingeniería. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/12040>

Da Dalt de Mangione, E., y Difabio de Anglat, H. (2007). Evaluación de la competencia crítica a través del test de Watson-Glaser: exploración de sus cualidades psicométricas. *Revista de Psicología*, 3(6). <https://repositorio.uca.edu.ar/handle/123456789/6071>

Duran, A. (2017, agosto 16). Científicos en guerra: Newton, Leibniz y el cálculo infinitesimal. *El país*. https://elpais.com/elpais/2017/07/31/ciencia/1501499450_270522.html

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2.^a ed.). Universidad del Valle: Programa editorial.

Elder, L. y Paul, R. (2003). *Miniguía para el pensamiento crítico, conceptos y herramientas*. California: Foundation for Critical Thinking. <https://pdf4pro.com/view/la-mini-gu-237-a-para-el-pensamiento-cr-237-tico-conceptos-254fc9.html>

Ennis, R. H. (2005). Pensamiento crítico racional: un punto de vista. *Revista de Psicología y Educación*, 1(1), pág. 47-64. <http://www.revistadepsicologiayeducacion.es/pdf/5.pdf>

Ennis, R. H. (Julio de 1994). The nature of critical thinking: An outline of critical thinking dispositions and abilities. [Sesión de Conferencia]. Sixth International Conference on Thinking at MIT, Cambridge, Reino Unido. <https://www.yumpu.com/en/document/view/50722770/the-nature-of-critical-thinking-an-outline-of-critical-our-faculty>

- Ennis, R.(1991). Critical Thinkig: A streamlined Conception. *Teaching Philosophy*, 14(1), 5-24.
https://link.springer.com/chapter/10.1057/9781137378057_2
- Escorra Mayaute, L. (1). Cuantificación de la validez de contenido por criterio de jueces. *Revista De Psicología*, 6(1-2), 103-111.
<https://revistas.pucp.edu.pe/index.php/psicologia/article/view/4555>
- Espinoza-Pasten, L. (2017). *Relación entre el desarrollo de habilidades lingüísticas y el aprendizaje matemático en educación infantil y educación primaria: estudio longitudinal* [Tesis doctoral, Universidad de Valencia]. Repositorio digital. <http://hdl.handle.net/10550/59816>
- Estupiñan, I. (2016). *El nivel de desarrollo del pensamiento crítico en el rendimiento académico de los estudiantes de la carrera de Educación Básica de la Universidad Técnica de Babahoyo extensión Quevedo durante el período 2013 – 2014* [Tesis doctoral, Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. Repositorio digital. <https://hdl.handle.net/20.500.12672/5757>
- Facione, P. (2007). Pensamiento Crítico: ¿Qué es y por qué es importante? *Insight Assessment*, pp. 23 – 56.
<https://www.researchgate.net/publication/237469559>
- Font, V. (2007, del 7 al 9 de febrero). Epistemología y Didáctica de la Matemática [Sesión de conferencia]. *II Coloquio Internacional sobre Enseñanza de la Matemática, Lima, Perú*.
<https://irem.pucp.edu.pe/156/ii-coloquio-internacional-sobre-ensenanza-de-la-matematica>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China Lectures* [Revisando la educación matemática]. Kluwer Academic Publishers.

<https://p4mriunismuh.files.wordpress.com/2010/08/revisiting-mathematics-education.pdf>

Gallego, M. y Pérez, S. (2013). Aportes realistas a la educación matemática. *Revista de la Patagonia. Difundiendo saberes*, 10(16), 12-19.

<https://desdelapatagonia.uncoma.edu.ar/index.php/aportes-realistas-a-la-educacion-matematica-2>

Glaser, E. (1941). *Un experimento en el desarrollo del pensamiento crítico*. The Foundation for critical thinking.

<https://www.criticalthinking.org/pages/defining-critical-thinking/766>

Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. MINEDU.

<http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/123456789/4829>

Gomez-Granel, C. y Fraile, J. (1993). Psicología y Didáctica de las matemáticas. *Journal for the Study of Education and Development, Infancia y Aprendizaje*, 62-63, 101-

113. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=48430>

Gonçalves Diez, S. (2011, JUNIO). La Reflexión sobre el proceso de aprendizaje propio: estrategias para favorecerla [conferencia]. III Congreso Internacional UNIVEST'11 "La autogestión del aprendizaje", Burgos, España.

<http://hdl.handle.net/10256/3719>

Haeussler, P., Wood, R., y Murrieta, J. (2008). *Matemáticas para administración y economía* (12.º ed.). Pearson.

Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, P. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas*. Mc Graw-Hill Education.

Jacovkis, P. (2017, 26 de agosto). *La matemática aplicada* [Video]. YouTube.

<https://www.youtube.com/watch?v=WVVB5xcPXaQ&t=292s>

Lehmann, C. (2004). *Algebra*. Limusa Noriega editores.

Lipman, M. (1998). *Pensamiento complejo y educación*. Ediciones De la Torre.

Macedo, A. (2018). *Pensamiento crítico y rendimiento académico en los ingresantes del curso de Estadística I en la Facultad de Ingeniería Económica, Estadística y Ciencias Sociales. Universidad Nacional de Ingeniería-2017* [Tesis doctoral, Universidad de Valencia]. Repositorio digital.

<https://hdl.handle.net/20.500.12866/1541>

Madariaga, P. y Schaffernicht, M. (2017). Uso de objetos de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento crítico. *Revista de Ciencias Sociales (RCS)*, 19(3), 472 – 484. www.redalyc.org/articulo.oa?id=28028572010

Madrid, C. (2018, 5 de marzo). *¿qué es la filosofía de las matemáticas?* [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=Cbyp-MG0kdE&t=845s>

Martín, A. V. y Barrientos, Ó. (2009). Los dominios del pensamiento crítico: una lectura desde la teoría de la educación. *Teoría de la educación: revista interuniversitaria*, 21(2), 19-44. <https://revistas.usal.es//index.php/1130-3743/article/view/7150/7215>

Martins, A. (2014, abril 1). Los estudiantes de América Latina no resuelven problemas de la vida real. BBC news. https://www.bbc.com/mundo/noticias/2014/04/140401_pisa_problemas_vida_am

Martínez, J. (2009). Lenguaje matemático; objetos matemáticos...*Curso intensivo de matemáticas de la universidad de Alcalá de Henares*.

https://portal.uah.es/portal/page/portal/epd2_profesores/prof114795/publicaciones/Lenguaje%20matem%E1tico

MatemáticaTV (2016, 31 de enero). La historia de las matemáticas - Capítulo 1: El lenguaje del Universo [Video]. YouTube [.https://www.youtube.com/watch?v=XOAA0fnq-hl&t=1055s](https://www.youtube.com/watch?v=XOAA0fnq-hl&t=1055s)

Mendoza, P. (2016). *La investigación y el desarrollo de pensamiento crítico en estudiantes universitarios*. [Tesis doctoral, Universidad de Málaga] <http://hdl.handle.net/10630/11883>

Mesones, G. O. (2016). *Diagnóstico del pensamiento crítico en la enseñanza de la matemática en el contexto de la educación secundaria peruana: caso de estudio: Lima* [Tesis doctoral, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas]. Repositorio digital. <http://hdl.handle.net/10803/397997>.

Ministerio de Educación del Perú. (2006). *Guía Para el Desarrollo del Pensamiento Crítico*. <https://pdfslide.net/documents/guia-para-el-desarrollo-del-pensamiento-critico-minedu.html>

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes*. <http://umc.minedu.gob.pe/resultadosece2016/>

Ministerio de Educación del Perú. (2017). *El Perú en Pisa 2015. Informe Nacional de Resultados*. Lima: Oficina de Medición de Calidad de los Aprendizajes. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2017/04/Libro_PISA_.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2018). *Resolvamos problemas 3: cuaderno de trabajo de Matemática 2018*. <http://repositorio.minedu.gob.pe/handle/MINEDU/5765>

Ministerio de Educación del Perú. (2019). *Resultados PISA 2018*. <http://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2018/>

- Morales, L. (2014). El pensamiento crítico en la teoría educativa contemporánea. *Actualidades investigativas en educación*, 14(2), 1-23. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1409-47032014000200022&lng=en&nrm=iso
- Moreno-Pinado, W. y Velázquez, M. (2017). Estrategia Didáctica para Desarrollar el Pensamiento Crítico. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 15(2), 53-73. <https://doi.org/10.15366/reice2017.15.2.003>
- Mota, D. y Valles, R. (2015). Papel de los conocimientos previos en el aprendizaje de la matemática universitaria. *Acta Scientiarum. Education*, 37(1), 85-90. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=303332696010>
- Murcia, E., Henao, J. y Herrera, J. (2017, del 26 al 29 de septiembre). Uso de dispositivos robóticos lego mindstorms para potenciar el pensamiento matemático de los estudiantes que ingresan a los cursos de matemáticas de los programas de ingeniería de la Universidad Católica de Pereira [encuentro]. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*, Bogotá, Colombia. <https://acofipapers.org/index.php/eiei/article/view/495>
- Mutti, G., Matioli, C., Da Silva, L. , & Klüber, T. (2019). O logicismo, intuicionismo e formalismo nas licenciaturas em Matemática das universidades públicas paranaenses. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21(2), 313-334. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p313-334>
- Orellana, O. y Durán, R. (2016). Sobre el realismo matemático de Zubiri y su interpretación de los teoremas de Gödel y Cohen. *Arbor*, 192 (780). [doi: http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4009](http://dx.doi.org/10.3989/arbor.2016.780n4009)

- Ossa-Cornejo, C.J., Palma-Luengo, M.R., Lagos-San Martín, N.G., Quintana-Abello, I.M., y Díaz-Larenas, C.H. (2017). Análisis de instrumentos de medición del pensamiento crítico. *Ciencias Psicológicas*, 11(1), 19 - 28.
<https://doi.org/10.22235/cp.v11i2.1343>
- Paul, R. y Elder, L. (2002). *El arte de formular preguntas esenciales*. California:Foundation for Critical Thinking.
<https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-AskingQuestions.pdf>
- Paul, R. y Elder, L. (2005). *Una Guía Para los Educadores en los Estándares de Competencia para el Pensamiento Crítico. Con una Rúbrica Maestra en el Pensamiento Crítico*. California: Foundation for Critical Thinking.
https://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-Comp_Standards.pdf
- Pecharromás, Cristina. (2014). El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica. *Educación matemática*, 26(2),111-133. <http://funes.uniandes.edu.co/13286/>
- Piñeiro, G. (2019). *La ontología de la matemática. Una defensa del convencionalismo como solución al problema de la existencia de los objetos Matemáticos* [Tesis de doctorado, Universidad de Buenos Aires]. Repositorio digital de la facultad de Filosofía y Letras.
<http://repositorio.filo.uba.ar/handle/filodigital/11272>
- Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas*. Mexico: Trillas
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares* .Madrid. Editorial Síntesis.
- Radford, L. (2006). Semiótica y educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 1(Extraordinario 1), 7-21.

https://www.researchgate.net/publication/28132137_Semiotica_y_educacion_matematica_introduccion

- Rivas, S., y Saiz, C. (2012). Validación y propiedades psicométricas de la prueba de pensamiento crítico PENCRISAL. R.E.M.A. *Revista electrónica De metodología Aplicada*, 17(1), 18-34. <https://doi.org/10.17811/rema.17.1.2012.18-34>.
- Rivas-Urrego, G., Urrego, A. J. y Araque, J. (2020). Paulo Freire y el pensamiento crítico: Palabra y acción en la pedagogía universitaria. *Revista EDUCARE - UPEL-IPB - Segunda Nueva Etapa 2.0*, 24(2), 293–307. <https://doi.org/10.46498/reduipb.v24i2.1331>
- Robles, S., Cisneros, L. y Guzman, C. (2016). Evaluación del nivel de pensamiento crítico en estudiantes universitarios de pregrado y posgrado. El caso de un Centro Universitario Temático de la Universidad de Guadalajara. *Revista de Educación y Desarrollo*, 39, 63-71.
- Roca, J. (2013). *Desarrollo del pensamiento crítico a través de diferentes metodologías docentes en el grado de enfermería* [Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. Repositorio digital. <http://hdl.handle.net/10803/129382>
- Rodriguez, N. (2017). Aprendizaje basado en problemas en el desarrollo del pensamiento crítico y el rendimiento académico en Formación Ciudadana y Cívica, 2016 [Tesis doctoral, Universidad Cesar Vallejo]. Repositorio institucional. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/5338>
- Rojas, P. (2015). Objetos matemáticos, representaciones semióticas y sentidos. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 151-165. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1479>

- Rosas, N y Oliveros, E. (2014). La Matemática Superior y las Competencias: Estrategia De Implementación de Competencias Matemáticas. *Gaceta Sansana*, 1(4), 55-65.
<http://publicaciones.usm.edu.ec/index.php/GS/article/view/45>
- Ruiz, P. (2011). Filosofía de la mente; aportes teóricos y experimentales a la visión emergentista del vínculo mente-cerebro. *Cuadernos de Neuropsicología*, 5(2), 111-127.
<http://www.cnps.cl/index.php/cnps/article/view/124>
- Sanchez, J. (2018). Estilos de aprendizaje en el pensamiento crítico de los estudiantes de ciencias biológicas de una universidad peruana [Tesis Doctoral, Universidad Cesar Vallejo]. Archivo digital.
<https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/22586>
- Saiz, C. y Rivas, S. (2008). Evaluación en pensamiento crítico: una propuesta para diferenciar formas de pensar. *Ergo, Nueva Época*, 22-23, 25-66.
- Sarpkaya, G. & Ünlü, M. (2013). Critical Thinking Skills of Teacher Candidates of Elementary Mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 93, 831 – 835.
https://www.researchgate.net/publication/271287556_Critical_Thinking_Skills_of_Teacher_Candidates_of_Elementary_Mathematics
- Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje: Una perspectiva educativa* (6.^a ed.). México, D.F.: Pearson Educación.
- Stewart, J., Redlin, L., y Watson, S. (2017). *Precálculo: matemáticas para el cálculo* (7.^a ed.). Cengage Learning.
- Sumarna, N., Wahyudin, & Herman, T. (15 octubre del 2017). The increase of critical thinking skills through mathematical investigation approach [Sesión de conferencia] *Journal of Physics: Conference Series, International*

Seminar on Mathematics, Science, and Computer Science Education (MSCEIS 2016), Bandung, Indonesia.

<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/812/1/012067>

Tamayo, O., Zona, R. y Loaiza, Y. (2015). El pensamiento crítico en la educación. algunas categorías centrales en su estudio. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 11(2), 111-133.

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=134146842006>

Tanujaya, B. (2014). Mapping the HOTS of senior High School Students in Mathematics Instructional Using Multidimensional Scaling. Paper presented at The Third International Seminar on Quality and affordable Education, University of Malaya, Kuala Lumpur, Malaysia.

Tanujaya, B., Mumu, J. & Margono, G. (2017). The relationship between Higher Order Thinking Skills and Academic Performance of Student in Mathematics Instruction. *International Education Studies*, 10(11), 78-85.

[DOI:10.5539/IES.V10N11P78](https://doi.org/10.5539/IES.V10N11P78)

Torres, C. (2005). Kant visto desde las matemáticas. *Revista digital universitaria*, 6 (1), 1-20.

<http://www.revista.unam.mx/vol.6/num1/art06/int06.htm>.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO]. (2017, 21 de setiembre). *617 millones de niños y adolescentes no están recibiendo conocimientos mínimos en lectura y matemática*.

<https://es.unesco.org/news/617-millones-ninos-y-adolescentes-no-estan-recibiendo-conocimientos-minimos-lectura-y>

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2021). La UNESCO alerta que desde 2013 hay falta de avances en los aprendizajes fundamentales en América Latina y el Caribe.

<https://es.unesco.org/news/unesco-alerta-que-2013-hay-falta-avances-aprendizajes-fundamentales-america-latina-y-caribe>

Villarini, A. (2003). Teoría y pedagogía del pensamiento crítico. *Perspectivas Psicológicas*, 3 y 4, 35-42.

<http://pepsic.bvsalud.org/pdf/pp/v3-4/v3-4a04.pdf>

Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *Revista EMA*, 4(1), 16-31.

<http://funes.uniandes.edu.co/1085/>

Watson, G. & Glaser, E. (1980). *Critical thinking appraisal, forms A and B*. Psychological Corporation.

Yee, M., Othman, W., Yunus, J., Tee, T., Hassa, R. & Mohammad, M. (2011) The level of Marzano Higher Order Thinking Skills among Technical Education Students. *International Journal of Social, Science andf Humanity*, 1(2), 212-125.

Zevallos, N. (2018). Pensamiento crítico y aprendizaje en los estudiantes de Ingeniería Mecánica Eléctrica de la Universidad José Carlos Mariátegui, 2017 [Tesis de doctorado, Universidad Cesar Vallejo]. Archivo digital.

<https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/38816>

Zubiri, X. (1982). *Inteligencia y Logos*. Madrid: Alianza.

ANEXOS

Anexo A: TEST DE PENSAMIENTO CRÍTICO

El test de pensamiento crítico es un test estandarizado, el cual ha sido utilizado en trabajos de investigación anteriores a este. Se hicieron cambios minúsculos al texto para adecuarlo al caso peruano. El instrumento lo pueden encontrar en el siguiente enlace:

<https://drive.google.com/drive/folders/1sZlyph15Bk0o6zQUZi-mCblcfiw0T4qM?usp=sharing>

Anexo B: TEST DE APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA

Test de aprendizaje

Instrucciones:

Lee atentamente cada pregunta antes de marcar la respuesta. Recuerda que para cada pregunta existen cuatro opciones de respuesta identificadas con las letras a, b, c y d y solo una es correcta.

- Identifique los valores de a , b y c , de la siguiente ecuación cuadrática para resolver por la fórmula general.

$$-2mx^2 + 4 = 3x, m \text{ es una constante real}$$

- $a = -2, b = 4, c = -3$
 - $a = -2m, b = 4, c = -3$
 - $a = -2m, b = -3, c = 4$
 - $a = -2mx^2, b = -3x, c = 4$
- En mi clase somos 33 estudiantes entre hombres y mujeres. La semana pasada recaudamos S/ 11 600 para ayudar a los damnificados por el friaje en Puno. Si cada hombre colaboró con S/ 400 y cada mujer colaboró con S/300. ¿Cuántas mujeres hay en mi clase?

Si x : la cantidad de mujeres. **Plantee** la ecuación que permita responder a la pregunta

- $400(33 - x) + 300x = 11600$
- $400x + 300(33 - x) = 11600$
- $300x + 400x = 11600$
- $300(x - 33) + 400x = 11600$

3. Determine el conjunto solución de la siguiente ecuación:

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x+1}{3} = \frac{x+1}{4}$$

- a. C.S.= { 0 } b. C.S.= { 1 } c. C.S.= { 7 }- d. C.S.= { - 1 }

4. Al resolver las siguientes ecuaciones: $\frac{18}{x-2} = \frac{9x}{x-2}$; $\frac{7x}{2} - \frac{x+1}{3} = 6$. Compare las soluciones y responda ¿Cuál(es) de las siguientes alternativas es(son) correcta(s)?

- i. Las dos ecuaciones tienen por conjunto solución C.S.= {2}
 ii. La solución de la segunda ecuación es $x = \frac{34}{19}$
 iii. La primera ecuación no tiene solución

- a. Solo i b. i y ii c. Solo iii d. ii y iii

5. Juan, Lucía y Pedro son compañeros de curso de matemática a quienes se les planteó el siguiente problema

“ ¿Cuál es(son) el(los) valor(es) que puede tomar m para que la ecuación: $x^2 + mx + 16 = 0$ tenga una única solución real?”

Después de resolver el problema cada uno afirma lo siguiente:

- i. Juan: Igualé a cero la discriminante y obtuve dos valores diferentes para m .
 ii. Lucía: Factoricé por aspa simple y quedó $(x + 4)(x + 4)=0$. Por lo tanto $m = 8$
 iii. Pedro: Toda ecuación cuadrática tiene dos soluciones. Por lo tanto, no hay ningún valor para m que cumpla esa condición.

¿Quién tiene la razón?

- a. Juan b. Lucía c. Pedro d. Ninguno

6. De las expresiones siguiente indique cuales representan inecuaciones cuadráticas

- i. $x(x + 1) \geq 4x + 2$
 ii. $\frac{x^2-8x}{x+1} < 4$
 iii. $9 = -\frac{x}{3} + 4x^2$

- a. i, ii y iii b. Solo i c. Solo iii d. i y ii

7. La siguiente tabla muestra la clasificación de la presión arterial en adultos de 18 años a más.

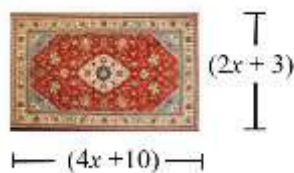
Categoría	Presión sistólica (mmHg)	Presión diastólica (mmHg)
Óptima	Menor que 120	Menor que 80
Normal	De 120 a menos de 130	De 80 a menos de 85
Normal alta	De 130 a menos de 140	De 85 a menos de 90
Hipertensión:	De más de 140	De más de 90
Estadio 1	De 140 a menos de 160	De 90 a menos de 100
Estadio 2	De 160 a más	De 100 a más

Fuente: <https://goo.gl/KqDb81>

Si la **presión sistólica** de una persona es “ x ” represente mediante desigualdades el intervalo de valores para que se considere en la categoría Normal.

- a. $130 < x \leq 140$ b. $120 < x \leq 130$ c. $120 \leq x < 130$ d. $80 \leq x < 85$
8. Resolver: $\frac{2}{3}x^2 \leq \frac{5}{6}x^2$
- a. C.S.= \mathbb{R} b. C.S.= $[0; +\infty[$ c. $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ d. C.S.= $[6; +\infty[$
9. El ingreso mensual total de una guardería obtenido por el cuidado de “ x ” niños está dado por:
 $I = 450x$ y sus costos mensuales totales están dados $C = 380x + 3500$. ¿Cuántos niños **como mínimo** se necesitan inscribir mensualmente para obtener ganancias?

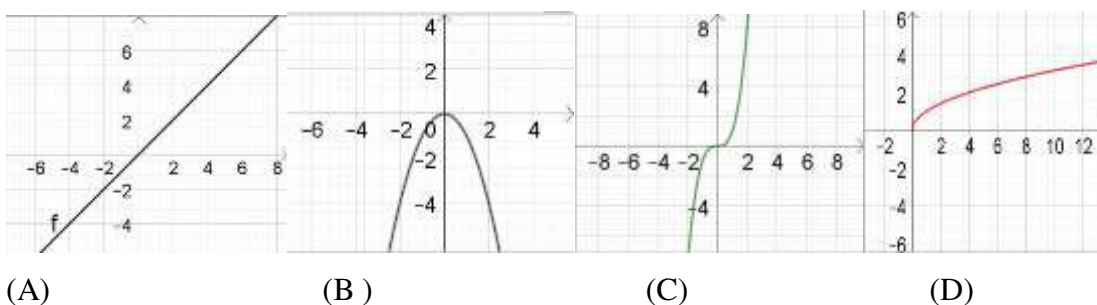
- a. 49 niños b. 50 niños c. 51 niños d. 52 niños
10. Se tiene una alfombra con las dimensiones en metros que se muestran en la siguiente imagen



Para proteger el borde de la alfombra le colocaremos en todo el contorno una cinta que cueste S/10 soles el metro. Si el gasto total debe ser como máximo 500 soles.
¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) correcta(s)?

- i. El mayor valor de x es 2.
 - ii. El mayor valor de x es 6.
 - iii. Las dimensiones de la alfombra podrían ser: *largo* = 14m y *ancho* = 5m
- a. Solo i b. Solo ii c. ii y iii d. i y iii

11. Asocie cada regla de correspondencia con su gráfica

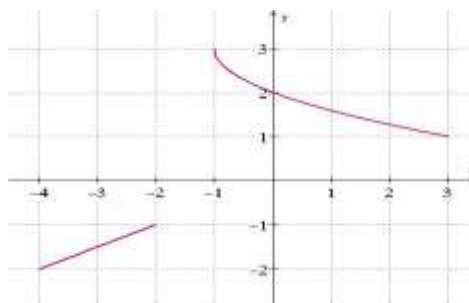


- a. (A) es $f(x) = x$; (B) es $f(x) = -x^2$; (C) es $f(x) = x^3$; (D) es $f(x) = \sqrt{x}$
- b. (A) es $f(x) = \sqrt{x}$; (B) es $f(x) = -x^2$; (C) es $f(x) = x^3$; (D) es $f(x) = x$
- c. (A) es $f(x) = x$; (B) es $f(x) = -x^2$; (C) es $f(x) = \sqrt{x}$; (D) es $f(x) = x^3$
- d. (A) es $f(x) = \sqrt{x}$; ; (B) es $f(x) = -x^2$; (C) es $f(x) = x^2$; (D) es $f(x) = x$

12. En la figura se muestra la gráfica de la función f .

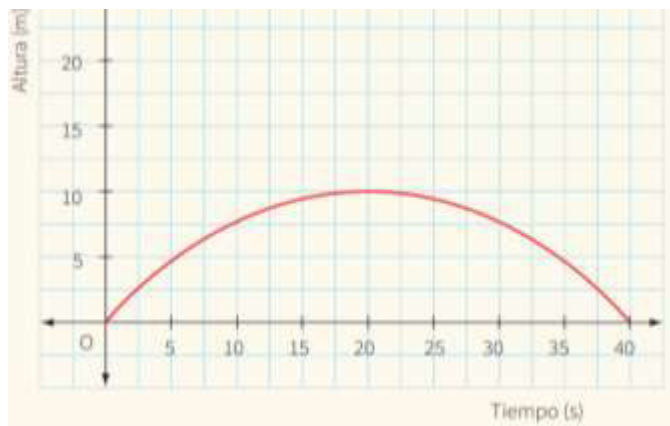
Determine: $f(-1) - 3f(0) + f(-2)$

- a. -4
- b. 4
- c. -3
- d. -1



13. El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un balón de fútbol. Durante su ascenso, ¿Después de cuántos segundos alcanzó una altura de 7,5 m?

- a. 5 s
b. 10s
c. 30 s
d. 35 s



14. Hace unos meses, Olga inició una dieta rigurosa y se inscribió en un gimnasio para bajar unos kilos de más. Ella lleva la cuenta de cuántos kilos ha perdido.

Cant.de meses en el gimnasio: x	1	2	3	4
Cantidad total de kilos perdidos: y	0	2	4	6

Determine la relación entre las variables “ x ” e “ y ”

- a. $x = 2y$ b. $y = 2x + 2$ c. $y = 3x - 3$ d. $y = 2x - 2$

15. Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+1}{x^2+6x+5}y$ $g(x) = \frac{x}{2x+10}$.

¿Cuál(es) de las siguientes alternativas es(son) correcta(s)?

- i. El dominio de f es $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-5\}$
 ii. Las funciones f y g tienen dominios diferentes
 iii. El dominio de g es $\text{Dom}(g) = \mathbb{R} - \{-5; 0\}$
- a. Solo i b. Solo ii c. i y ii d. Todas

16. Un biólogo introdujo en una isla una cantidad de garzas blancas, que en un principio se reprodujeron rápidamente. Pero, debido al cambio climático, los alimentos empezaron a escasear; por tanto, la población decreció. Se tiene conocimiento que el número de garzas está representado por la siguiente función: $f(x) = -x^2 + mx + 104$, donde “ x ” representa los años que transcurrieron desde el momento en que se introdujeron, m es una constante por determinar. Además, se registró que después de 11 años habían de 225 garzas. El biólogo afirma que “pasarán más de 100 años para que las garzas se extingan”. Pero, uno de sus colegas refuta diciendo que “en menos de 30 años no habrá ninguna garza” ¿Quién tiene la razón?
- a. El biólogo b. El colega c. Ninguno d. No es posible determinar m

Anexo Nº C: PRUEBA DE CONFIABILIDAD DEL PENSAMIENTO CRÍTICO

Resumen del procesamiento de los casos

		N	%
	Válidos	25	100,0
Casos	Excluidos ^a	0	,0
	Total	25	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,63	66

Anexo N° D: INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO

INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO – VALIDEZ DE CONTENIDO

Instrumento: Test de aprendizaje del curso de matemática

Autor: Diana Ruth Campos Fabian

Nombres y apellidos del Jurado experto: Dante Manuel Macazana Fernandez

Docente de la universidad: Universidad Nacional Mayor de San Marcos

**TÍTULO: PENSAMIENTO CRÍTICO Y APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES INGRESANTES A DOS UNIVERSIDADES PERUANAS –
LIMA, 2019**

Aspectos	Criterios	Inapropiado	Poco apropiado	Apropiado	Muy apropiado
Intencionalidad	El test permite determinar el nivel de aprendizaje en ecuaciones inecuaciones y funciones, temas que forman parte del curso de matemática del primer ciclo, por lo tanto el instrumento es:			✓	
Suficiente	La cantidad de ítems del test es:			✓	
Consistencia	El test se basa en aspectos teóricos del aprendizaje:			✓	
Coherencia	El test muestra coherencia entre las dimensiones, indicadores e ítems, por lo tanto, el instrumento es:			✓	



Firma del Jurado examinador

Dr(a): Dante Manuel Macazana Fernandez

D.N.I.: 40756600

INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO – VALIDEZ DE CONTENIDO

Instrumento: Test de aprendizaje del curso de matemática

Autor: Diana Ruth Campos Fabian

Nombres y apellidos del Jurado experto: José Luyo Sánchez

Docente de la universidad: Universidad Nacional Mayor de San Marcos

**TÍTULO: PENSAMIENTO CRÍTICO Y APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES INGRESANTES A DOS UNIVERSIDADES PERUANAS –
LIMA, 2019**

Aspectos	Criterios	Inapropiado	Poco apropiado	Apropiado	Muy apropiado
Intencionalidad	El test permite determinar el nivel de aprendizaje en ecuaciones y funciones, temas que forman parte del curso de matemática del primer ciclo, por lo tanto, el instrumento es:			✓	
Suficiencia	La cantidad de ítems del test es:			✓	
Consistencia	El test se basa en aspectos teóricos del aprendizaje:			✓	
Coherencia	El test muestra coherencia entre las dimensiones, indicadores e ítems, por lo tanto, el instrumento es:			✓	


Firma del Jurado examinador

Dr.: José Luyo Sánchez

D.N.I.: 09394943

INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO – VALIDEZ DE CONTENIDO

Instrumento: Test de aprendizaje del curso de matemática

Autor: Diana Ruth Campos Fabian

Nombres y apellidos del Jurado experto: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco

Docente de la universidad: Universidad Nacional de Ingeniería

**TÍTULO: PENSAMIENTO CRÍTICO Y APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES INGRESANTES A DOS UNIVERSIDADES PERUANAS –
LIMA**

Aspectos	Criterios	Inapropiado	Poco apropiado	Apropiado	Muy apropiado
Intencionalidad	El test permite determinar el nivel de aprendizaje en ecuaciones inecuaciones y funciones, temas que forman parte del curso de matemática del primer ciclo, por lo tanto, el instrumento es:				✓
Suficiencia	La cantidad de ítems del test es:				✓
Consistencia	El test se basa en aspectos teóricos del aprendizaje:				✓
Coherencia	El test muestra coherencia entre las dimensiones, indicadores e ítems, por lo tanto, el instrumento es:				✓



 Firma del Jurado examinador

Dr.: En educación

D.N.I.:10312636

INFORME FINAL DEL JURADO EXPERTO – VALIDEZ DE CONTENIDO

Instrumento: Test de aprendizaje del curso de matemática

Autor: Diana Ruth Campos Fabian

Nombres y apellidos del Jurado experto: José Vicente Haro Bautista

Docente de la universidad: Universidad Nacional Mayor de San Marcos

**TÍTULO: PENSAMIENTO CRÍTICO Y APRENDIZAJE DEL CURSO DE MATEMÁTICA
EN ESTUDIANTES INGRESANTES A DOS UNIVERSIDADES PERUANAS –
LIMA**

Aspectos	Criterios	Inapropiado	Poco apropiado	Apropiado	Muy apropiado
Intencionalidad	El test permite determinar el nivel de aprendizaje en ecuaciones inecuaciones y funciones, temas que forman parte del curso de matemática del primer ciclo, por lo tanto, el instrumento es:			✓	
Suficiencia	La cantidad de ítems del test es:			✓	
Consistencia	El test se basa en aspectos teóricos del aprendizaje:			✓	
Coherencia	El test muestra coherencia entre las dimensiones, indicadores e ítems, por lo tanto, el instrumento es:			✓	

Firma del jurado examinador

Dr.: José Haro B.

D.N.I.: 10046328

Anexo N° E: PRUEBA DE LA VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Coeficiente de validez de contenido, mediante la V de Aiken

Ítem	Experto 1	Experto 2	Experto 3	Experto 4	Total (S) sumatoria de acuerdos	V Aiken: $s/(n(c-1))$	Escala
1	3	1	2	2	8	0.67	validez débil
2	3	3	3	3	12	1.00	validez fuerte
3	3	3	3	3	12	1.00	validez fuerte
4	3	2	3	2	10	0.83	validez aceptable
5	2	1	3	2	8	0.67	validez débil
6	3	3	2	3	11	0.92	validez fuerte
7	2	1	2	3	8	0.67	validez débil
8	3	2	3	3	11	0.92	validez fuerte
9	3	3	2	3	11	0.92	validez fuerte
10	2	1	2	3	8	0.67	validez débil
11	3	3	2	3	11	0.92	validez fuerte
12	3	3	3	3	12	1.00	validez fuerte
13	3	3	3	3	12	1.00	validez fuerte
14	2	1	3	3	9	0.75	validez débil
15	3	3	2	3	11	0.92	validez fuerte
16	2	1	3	3	9	0.75	validez débil
N=16						0.86	ACEPTABLE

Resumen del procesamiento de los casos

	N	%
Válidos	25	100,0
Casos Excluidos ^a	0	,0
Total	25	100,0

a. Eliminación por lista basada en todas las variables del procedimiento.

Estadísticos de fiabilidad

Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
,63	,598	16

Anexo Nº F: MATRIZ DE CONSISTENCIA

Pensamiento crítico y aprendizaje del curso de Matemática en estudiantes ingresantes a dos universidades peruanas –
Lima, 2019

Problema	Objetivo	Hipótesis	Variables	Metodología de la investigación
<p>Problema general ¿Qué relación existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?</p> <p>Problemas específicos</p>	<p>Objetivo general Determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de matemática en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima–2019.</p> <p>Objetivos específicos a. Determinar la relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de</p>	<p>Hipótesis general. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje del curso de Matemática en los estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p> <p>Hipótesis específicas</p>	<p>Variable X: Pensamiento crítico</p> <p>Variable Y:</p>	<p>Tipo de Investigación cuantitativa Diseño no experimental correlacional transaccional</p>

<p>a. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?</p>	<p>ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p>	<p>a. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de ecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p>	<p>Aprendizaje del curso de matemática</p>	
<p>b. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la</p>	<p>b. Determinar la relación que existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p> <p>c. Determinar la relación que existe entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable</p>	<p>b. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de inecuaciones en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p>		

<p>universidad, Lima-2019?</p> <p>c. ¿Existe relación entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019?</p>	<p>real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p>	<p>c. Existe relación significativa entre el pensamiento crítico y el aprendizaje de funciones de variable real en estudiantes ingresantes a la universidad, Lima-2019.</p>		
<p>Marco teórico</p>	<p>Instrumentos de colecta de datos</p>	<p>Población y muestra</p>	<p>Justificación</p>	<p>Alcances y limitaciones</p>
<p>1. Antecedentes existentes</p> <p>2. Revisión de la literatura</p>	<p>Variable X: Test de Watson y Glaser</p> <p>Variable Y:</p>	<p>Población</p> <p>La población estuvo conformada por los estudiantes</p>	<p>Teórico</p> <p>Se sustenta en que los resultados de la investigación podrán</p>	<p>Alcances</p> <p>El estudio alcanza a mostrar la</p>

<p>- Pensamiento crítico</p> <p>- Aprendizaje de la matemática</p> <p>- Glosario</p>	<p>Test de aprendizaje de la matemática</p>	<p>ingresantes a la facultad de negocios de una universidad privada de Lima matriculados en el semestre 2019-1 y estudiantes matriculados en el semestre 2019-1 del área de humanidades, ciencias jurídicas y sociales de una universidad pública de Lima.</p> <p>Muestra</p> <p>la muestra la conformaron tres grupos de estudiantes</p>	<p>generalizarse e incorporarse al conocimiento científico y además sirvan para llenar vacíos o espacios cognoscitivos existentes.</p> <p>Metodológica</p> <p>Los métodos, procedimientos, técnicas e instrumentos diseñados y empleados en este trabajo tienen validez y confiabilidad, por lo cual al ser usados en</p>	<p>relación del pensamiento crítico en el aprendizaje del curso de matemática en tres dimensiones: ecuaciones, inecuaciones y funciones reales. Se busca mejorar el aprendizaje en estos temas.</p>
--	---	--	--	---

		de cada universidad, con 25 y 30 estudiantes cada una. En total se trabajaron con 6 grupos o secciones.	otros trabajos de investigación resultan eficaces	
--	--	---	---	--