



Universidad Nacional Mayor de San Marcos

Universidad del Perú. Decana de América

Dirección General de Estudios de Posgrado

Facultad de Educación

Unidad de Posgrado

**Influencia del software educativo Winplot en el
aprendizaje de las funciones cuadráticas en los
estudiantes del cuarto grado de secundaria de la
Institución Educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015**

TESIS

Para optar el Grado Académico de Magíster en Educación con
mención en Educación Matemática

AUTOR

Gloria Esmeralda CÁRDENAS PALOMINO

ASESOR

Dr. Daniel Marcos CHIRINOS MALDONADO

Lima, Perú

2018



Reconocimiento - No Comercial - Compartir Igual - Sin restricciones adicionales

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Usted puede distribuir, remezclar, retocar, y crear a partir del documento original de modo no comercial, siempre y cuando se dé crédito al autor del documento y se licencien las nuevas creaciones bajo las mismas condiciones. No se permite aplicar términos legales o medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otros a hacer cualquier cosa que permita esta licencia.

Referencia bibliográfica

Cárdenas, G. (2018). *Influencia del software educativo Winplot en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Educación, Unidad de Posgrado]. Repositorio institucional Cybertesis UNMSM.



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE LA TESIS PRESENTADA POR LA GRADUANDA DOÑA GLORIA ESMERALDA CÁRDENAS PALOMINO PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En la ciudad de Lima, a los 09 días del mes de noviembre de 2018, siendo la 10:00 a.m. se reunió en acto público en el Salón de Grados de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, el Jurado Examinador integrado por la Dra. MARGARITA PAJARES FLORES, (Presidente), Dr. DANIEL MARCOS CHIRINOS MALDONADO (Asesor de tesis), Mg. JUAN LOAYZA LOAYZA (Jurado Informante), Mg. FIDEL CHAUCA VIDAL (Jurado Informante), y el Mg. JORGE RIVERA MUÑOZ (Miembro del Jurado), para recepcionar la sustentación de la tesis titulada: **"INFLUENCIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO WINPLOT EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 1260 EL AMAUTA, ATE, 2015"**, que presenta Doña GLORIA ESMERALDA CÁRDENAS PALOMINO para optar el Grado Académico de Magíster en Educación, con Mención en Educación Matemática.

Para el efecto, el Jurado Examinador tuvo a la vista el informe favorable del Jurado Informante integrado por Dr. DANIEL MARCOS CHIRINOS MALDONADO (Asesor de tesis), Mg. JUAN LOAYZA LOAYZA (Jurado Informante), y el Mg. FIDEL CHAUCA VIDAL (Jurado Informante).


Después de haber escuchado la sustentación del graduando, el Jurado Examinador procedió a formular las preguntas reglamentarias y, luego de una deliberación en privado, decidió otorgarle el calificativo de:


BUENO (15) quince

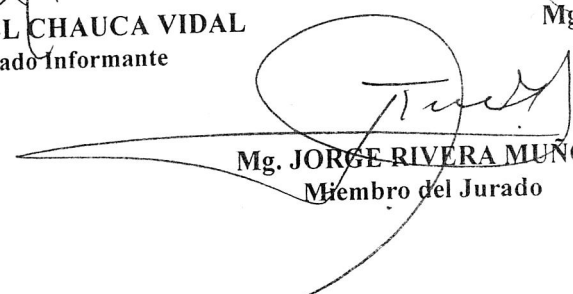
Como testimonio del acto que culminó a las 11:40 horas, cada uno de los miembros del Jurado Examinador procedió a suscribir el acta, para que se remita a las instancias correspondientes y se expida, previo trámite administrativo, el diploma que acredite a Doña GLORIA ESMERALDA CÁRDENAS PALOMINO, como Magíster en Educación, con Mención en Educación Matemática.


Dra. MARGARITA PAJARES FLORES
Presidente


Dr. DANIEL MARCOS CHIRINOS MALDONADO
Asesor


Mg. FIDEL CHAUCA VIDAL
Jurado Informante


Mg. JUAN LOAYZA LOAYZA
Jurado Informante


Mg. JORGE RIVERA MUÑOZ
Miembro del Jurado

AGRADECIMIENTO

A Dios, por haberme regalado el don de la vida, y ser mi fortaleza en periodos de debilidad y angustia, permitiéndome llegar hasta este momento tan importante de mi formación profesional.

A mi asesor, Dr. Daniel Marco Chirinos Maldonado, por su orientación, guía y apoyo en la elaboración, realización y consolidación de esta investigación, que fortalece mi formación profesional.

A mi padre, Lucio Cárdenas Pariamancco, quien en vida siempre me alentó con sus consejos para culminar este trabajo de investigación.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación ha tenido como objetivo determinar la influencia significativa del software educativo winplot en el desarrollo de las capacidades matemáticas: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, elabora y usa estrategias y razona y argumenta generando ideas matemáticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

La investigación, se realizó de manera cuasiexperimental a través de dos grupos: un grupo experimental y un grupo de control. A partir de los resultados de las evaluaciones del post test entre el grupo de control, en la que se impartió los procesos enseñanza aprendizaje convencional y el grupo experimental, en la que se impartió procesos enseñanza aprendizaje aplicando el Módulo de aprendizaje:” *Graficamos Funciones Cuadráticas usando winplot*”, y haciendo uso del software educativo winplot., se concluye que el software educativo winplot influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria; lo cual se demuestra con la ganancia pedagógica de 8,25 obtenido en el post test con respecto al pre test, diferencia validada con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-10.973| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .

Palabras clave: software, winplot, funciones cuadráticas.

ABSTRACT

The present research work has aimed to determine the significant influence of educational software winplot in the development of mathematical abilities: mathematizes situations, communicates and represents mathematical ideas, elaborates and uses strategies and reasons and argues generating mathematical ideas in the students of the room secondary education degree of the Educational Institution N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

The research was done in a quasi-experimental way through two groups: an experimental group and a control group. From the results of the post-test evaluations between the control group, in which the conventional teaching and experimental groups were taught, in which teaching-learning processes were taught by applying the Learning Module: "We Graph Quadratic Functions using winplot ", and making use of the educational software winplot., it is concluded that winplot educational software significantly influences the learning of quadratic functions in fourth grade students; which is demonstrated by the pedagogical gain of 8.25 obtained in the post test with respect to the pre-test, a difference validated with the T-Student test, in which the $|t_{obtained}| \geq |t_{critical}|$ that is $|-10.973| \geq |-2.145|$ so H_0 was rejected and was accepted H_1 .

Keywords: software, winplot, quadratic functions.

ÍNDICE

	Pág.
AGRADECIMIENTO.....	2
RESUMEN.....	3
ABSTRACT.....	4
ÍNDICE.....	5
INTRODUCCIÓN.....	8
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	10
1.1. FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA.....	10
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	12
1.2.1. Problema general.....	12
1.2.2. Problemas específicos.....	12
1.3. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	13
1.3.1. Objetivo general.....	13
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
1.4. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	14
1.4.1. Justificación teórica.....	14
1.4.2. Justificación práctica.....	15
1.4.3. Justificación metodológica.....	15
1.5. FUNDAMENTACIÓN DE LAS HIPÓTESIS.....	16
1.6. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS.....	16
1.6.1. Hipótesis general.....	16
1.6.2. Hipótesis específicas.....	17
1.7. IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.....	17
1.7.1. Variable I: Software educativo winplot.....	17
1.7.2. Variable II: Aprendizaje de funciones cuadráticas.....	17
1.8. CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.....	18
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	19
2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	19
2.1.1. Antecedentes internacionales.....	19
2.1.2. Antecedentes nacionales.....	22

2.2. BASES TEÓRICAS.....	24
2.2.1. Software educativo.....	24
2.2.2. Software educativo Winplot.....	41
2.2.3. La Escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas y la Construcción de una nueva Disciplina Científica.....	52
2.2.4. La teoría de transposición didáctica.....	78
2.2.5. La teoría de situaciones didácticas.....	82
2.2.6. El Constructivismo y la enseñanza de la matemática.....	90
2.2.7. La tecnología apoya el aprendizaje de la matemática.....	98
2.2.8. Fundamentos de enseñanza de funciones.....	111
2.2.9. Aprendizaje de funciones cuadráticas.....	115
2.2.10. Módulo de aprendizaje.....	128
2.3. GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	129
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....	132
3.1. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	132
3.2. TIPIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	133
3.2.1. Tipo de investigación.....	133
3.2.2. Método de la investigación.....	134
3.2.3. Diseño de Investigación.....	135
3.3. ESTRATEGIA PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS.....	136
3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	136
3.4.1. Población.....	136
3.4.2. Muestra.....	137
3.5. INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	137
3.5.1. Selección de instrumentos.....	137
3.5.2. Técnicas de recolección de datos.....	138
CAPÍTULO IV: TRABAJO DE CAMPO Y CONTRASTE DE HIPÓTESIS.....	141
4.1. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS.....	141
4.1.1. Validación y confiabilidad de los instrumentos.....	141
4.1.2. Tratamiento estadístico e interpretación de los datos.....	145
4.2. PROCESO DE PRUEBA DE HIPÓTESIS.....	157

4.3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	172
CONCLUSIONES.....	178
RECOMENDACIONES.....	180
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA.....	181
ANEXOS.....	186
Anexo A: Matriz de consistencia.....	187
Anexo B: Operacionalización de variables.....	190
Anexo C: Instrumentos de recolección de datos.....	191
Anexo D: Ficha de opinión de expertos.....	193
Anexo E: Módulo de aprendizaje.....	199

INTRODUCCIÓN

De acuerdo a las evaluaciones PISA (2012), el Perú se ubicó en el último lugar en matemática. De 65 países participantes, los estudiantes peruanos obtuvieron 368 puntos por debajo del promedio, que era 494 puntos. Esta situación es crítica y preocupante.

Por consiguiente, es de suma importancia que los docentes utilicen otros medios didácticos como el software educativo *Winplot* en el desarrollo de actividades pedagógicas. De esta manera, aprovechar el interés que despiertan las computadoras en los estudiantes como un nuevo soporte tecnológico, que permita expandir la visualización de conceptos abstractos a una representación virtual, de tal forma que el estudiante se ayude de esta herramienta para analizar el comportamiento de las funciones cuadráticas y deducir sus propiedades, con la intención de contribuir en la transformación de la matemática en un conocimiento atractivo.

La importancia del presente trabajo de investigación radica en la aplicación y uso de las bondades de este software educativo por parte del docente y a los alumnos le permita mejorar su aprendizaje matemático.

Este trabajo de investigación es importante porque permite que el docente conozca todas las bondades del software educativo winplot y también para el estudiante porque le permite mejorar su aprendizaje ya que puede analizar el comportamiento de las funciones cuadráticas y deducir las propiedades de estas. El trabajo de investigación se encuentra estructurado en cuatro capítulos:

En el capítulo I, se presenta el planteamiento del problema, en el que se desarrolla la fundamentación y planteamiento del problema, la presentación de los objetivos, la justificación, la fundamentación y formulación de la hipótesis y la identificación y clasificación de las variables.

En el capítulo II, se desarrolla el marco teórico, que sustenta los antecedentes, la teoría científica y las bases conceptuales de la investigación, respecto de las variables de software educativo winplot y el aprendizaje de funciones cuadráticas.

En el capítulo III, se refiere a la metodología del estudio que aborda la investigación. Así se tiene, la operacionalización de variables correspondiente, el tipo, método y diseño de la investigación, la estrategia para la prueba de hipótesis, la descripción de la población y de la muestra; la muestra ha estado representado por los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate y las técnicas de recolección de datos.

En el capítulo IV, se presenta el trabajo de campo y contraste de hipótesis, la presentación, análisis e interpretación de datos, se desarrolló en función del grupo experimental y el grupo de control, el proceso de prueba de hipótesis, fue necesario para demostrar que el uso del software educativo en los estudiantes mejora el aprendizaje en el área de la matemática, la discusión de los resultados y la adopción de las decisiones.

Finalmente, se presentan las conclusiones, las recomendaciones, la referencia bibliográfica y los anexos.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA

En la actualidad, a nivel mundial, América Latina se encuentra debajo del promedio en matemática de acuerdo a los resultados de la prueba del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés Programme for International Student Assessment). Dicha prueba fue realizada en el 2012 y en diciembre del 2013 se conocieron los resultados.

El Perú se encuentra en el último lugar en matemática, de 65 países; ha alcanzado 368 puntos por debajo del promedio que es 494 puntos. Esta situación es crítica y preocupante.

La matemática -que es un área evaluada dentro de PISA-, sigue siendo catalogada como complicada por los estudiantes; por su parte, los docentes manifiestan que los estudiantes no muestran interés en ella. Esta situación es analizada desde diversas ópticas, buscando causas y consecuencias, proponiendo recursos innovadores, creativos, incluso costosos, para lograr un aprendizaje efectivo.

Es importante destacar que, en la actualidad es necesario que el docente conozca los adelantos que existen sobre cómo enseñar y aprender matemática, de manera innovadora, así se menciona al software educativo. Al respecto, Marqués (1995), explica que el software educativo “está constituyendo un estupendo laboratorio matemático que permite experimentar, suplir carencias en el bagaje matemático del estudiante, desarrollar la intuición, conjeturar, comprobar, demostrar, y, en definitiva, ver las situaciones matemáticas de una forma práctica”.

Sin embargo, no es un secreto que los docentes del área de matemática siguen insistiendo en utilizar la pizarra, los ejercicios y las tareas como únicos recursos para la enseñanza de la matemática, dejando a un lado los programas tecnológicos, debido al desconocimiento del uso y de la importancia que tienen para dinamizar el trabajo en el aula de clase. Al respecto Guzmán (2007), señala:

“El problema real que enfrentan los educadores del área de matemática consiste en crear, establecer e implementar en la práctica mecanismos y estrategias didáctico pedagógicas que permitan pasar de un modelo tradicional apoyado en el uso de la tiza y el pizarrón, a un modelo moderno basado en el empleo de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), de una manera racional, sistemática, organizada, coherente y lo menos traumática posible, tanto para los docentes como para los estudiantes”. (p. 205)

En ese sentido, en ese modelo tradicional se han visto afectados muchos estudiantes, porque desde ahí tienen desidia hacia la matemática debido al cansancio que les genera realizar ejercicios rutinarios, mientras que las actividades basadas en las nuevas tecnologías son más dinámicas y divertidas. Por ello, se señala que el empleo adecuado de un software educativo sirve de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje porque está pensado para ser utilizado en un proceso formal de aprendizaje y a través del cual, se adquieran conocimientos para desarrollar capacidades, en definitiva, para que un estudiante aprenda haciendo.

Por todo ello se hace necesario investigar, conocer y aplicar softwares educativos, que están al alcance del docente, de modo que puedan ser utilizados con efectividad para realzar en alguna medida la mejora de la realidad actual de la enseñanza aprendizaje de la matemática en el nivel secundario de Educación Básica Regular.

A lo largo de mi experiencia profesional, el conocimiento de funciones cuadráticas es un tema complejo de enseñar y aprender por el carácter abstracto que presenta, pues no se logra

entender de manera satisfactoria por los estudiantes, razones suficientes para utilizar un software como material didáctico.

En la Comunidad Urbana Autogestionaria Huaycán del distrito de Ate. Los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 “El Amauta”, presentaron un bajo nivel de aprendizaje durante el desarrollo de funciones cuadráticas en el año 2014, pues tienen dificultad al momento de determinar la solución de los problemas, lo cual fue observado en las diversas prácticas calificadas aplicadas por la docente.

La mencionada Institución Educativa cuenta con un Laboratorio de Cómputo implementado con la Tecnología de Información y Comunicación, y el software educativo winplot, lo cual posibilita su aplicación y la promoción del logro de los aprendizajes en la mencionada área.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.2.1 Problema general

¿En qué medida el software educativo winplot influye en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?

1.2.2 Problemas específicos

- ¿Qué efectos produce el software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad matemática de situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?

- ¿De qué manera influye el software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?
- ¿Cuáles son los resultados del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?
- ¿Qué efectos produce el software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?

1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1 Objetivo general

Identificar el grado de influencia del software educativo winplot en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

1.3.2 Objetivos específicos

- Determinar los efectos del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

- Establecer el grado de influencia del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.
- Explicar los resultados del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.
- Evaluar los efectos del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1 Justificación teórica

Esta investigación se realizó con el propósito de contrastar resultados del post test del grupo control con el grupo experimental generando así reflexión sobre el aprendizaje de las funciones cuadráticas usando el software educativo winplot en los estudiantes del cuarto grado de secundaria.

Los resultados de esta investigación son sistematizados en una propuesta, para ser incorporado como conocimiento a las ciencias de la educación, ya que se está demostrando que el uso del software mejoran el aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes.

1.4.2 Justificación práctica

La investigación reviste importancia práctica en la medida que establece el grado de influencia que existe entre el software educativo winplot y el aprendizaje de funciones cuadráticas. Además, los resultados demuestran que su empleo brinda ventajas sustanciales en el aprendizaje de las funciones cuadráticas. Queda en nosotros los docentes, propiciar y fomentar el uso de estas herramientas, esto permitió que los docentes no solo de matemática sino de otras áreas relacionadas a la matemática accedan al uso de este software educativo para un mejor entendimiento de sus clases donde intervengan funciones cuadráticas.

1.4.3 Justificación metodológica

Los métodos, procedimientos y técnicas e instrumentos empleados en la investigación una vez demostrado su validez y confiabilidad podrán ser utilizados en otros trabajos de investigación, de manera que se constituye en una propuesta metodológica.

En la investigación se elaboró un Módulo de aprendizaje “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot”, que ha permitido comprender el comportamiento y propiedades de las funciones cuadráticas a través del empleo del software educativo winplot y un Test, que ha permitido evaluar indicadores relacionados con el desarrollo de sus capacidades matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta ideas matemáticas y elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas.

La presente investigación es importante para el estudiante porque:

- Construye su propio conocimiento usando herramientas virtuales de libre acceso como es winplot, que permite el desarrollo de sus capacidades y con ello el logro de las competencias del área.
- Mejora notablemente su capacidad de análisis y síntesis con el uso de las herramientas virtuales que organizan información.
- Reflexiona constantemente sobre su actuar académico y lo estimula a mejorar en su aprendizaje.

1.5 FUNDAMENTACIÓN DE LAS HIPÓTESIS

Las posibles respuestas a los problemas planteados en este trabajo de investigación, se sustentan en el buen uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática, en este caso el uso del software educativo winplot en el aprendizaje de funciones cuadráticas, además el aprendizaje está orientado con la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau.

1.6 FORMULACIÓN DE LAS HIPÓTESIS

1.6.1 HIPÓTESIS GENERAL

El software educativo winplot influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

1.6.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.
- El software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.
- El software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.
- El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

1.7 IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

1.7.1 Variable independiente:

Software educativo winplot.

1.7.2 Variable dependiente:

Aprendizaje de las funciones cuadráticas.

1.8 CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

Mejía (2005) clasifica las variables de acuerdo a los siguientes criterios, las variables de este trabajo de investigación pueden ser:

1	Por la función que cumplen en las hipótesis	Independiente	Software winplot
		Dependiente	Aprendizaje de Funciones cuadráticas
2	Por su naturaleza	Atributivas	Aprendizaje de Funciones cuadráticas
		Activas	Software winplot
3	Por la posesión de la característica	Categóricas	Software winplot
		Continuas	Aprendizaje de Funciones cuadráticas
4	Por el método de medición de las variables	Cuantitativas	Aprendizaje de Funciones Cuadráticas
		Cualitativas	-
5	Por el número de valores que adquieren	Dicotomías	-
		Politomías	Aprendizaje de Funciones Cuadráticas

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

2.1.1 Antecedentes internacionales

Morera (2010) ha realizado una experiencia didáctica titulada *Uso del GeoGebra en el aprendizaje de las transformaciones- Universidad Autónoma de Barcelona*. Esta experiencia llegó a las siguientes conclusiones: El uso del software de geometría dinámica, en este caso el GeoGebra tiene un impacto relevante en la fase media del problema, donde los estudiantes tienen que plantear la conjetura final para poder pasar a demostrarla o verificarla.

Gracias al software utilizado, el estudiante llega a plantear una buena conjetura y esto le permitió continuar con el problema teniendo una hipótesis de lo que sucedió, aunque esté fundamentada en observaciones realizadas a la práctica y no en razonamientos teóricos.

Esta experiencia da cuenta de los resultados obtenidos de los estudiantes con relación a su capacidad de conjeturar y de predecir resultados al aplicar una transformación en el plano. En el estudio de las funciones reales de variable real una parte importante es la capacidad de transformar la gráfica de una función por medio de traslaciones, reflexiones, contracciones o ampliaciones; a partir de combinaciones de estas se pueden obtener funciones más complejas, de modo que el estudio de su forma más simple puede darnos información sobre las más complejas.

Zambrano (2009) en su tesis titulada *Diseño de un software educativo para lograr el aprendizaje de ángulos en los alumnos del 8vo grado de la “U.E. Colegio Parroquial Padre Seijas” en Naguanagua, Edo. Carabobo, Venezuela*, llegó a la siguiente conclusión: precisa que las TIC representa actualmente uno de los recursos de los más completos con que cuenta el docente para facilitar tanto la enseñanza como el aprendizaje, ya que su utilización en la enseñanza de las matemáticas puede mejorar la calidad de la docencia y ayudar a alcanzar con mayor eficiencia los objetivos propuestos de esta materia. Los beneficios y aportes de la tecnología en la educación matemática son claros. Permiten, entre otros: una participación más activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje, interacción entre el alumno y la máquina, dar atención individual al estudiante, crear micro mundos para explorar y conjeturar, el desarrollo cognitivo del estudiante, control del tiempo y secuencia del aprendizaje por parte del estudiante, que el alumno puede aprender de sus errores mediante la retroalimentación inmediata y efectiva, abrir espacios en los que el estudiante pueda vivir experiencias matemáticas difícil de reproducir con los medios tradicionales como el lápiz, y el papel, que el estudiante pueda realizar actividades de exploración en la que es posible manipular directamente los objetos matemáticos y sus relaciones y en las que pueda construir una visión más amplia y más potente del conocimiento matemático.

Pavón (2009) en su tesis titulada *Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional, desarrollada por estudiantes de II de bachillerato de la Escuela Normal Mixta Pedro Nufio*, llegó a la siguiente conclusión: existe una diversidad de representaciones en matemática, respecto a la función cuadrática tenemos la representación gráfica, tabular, analítica y verbal, a través de la

conversión de una representación a otra podemos lograr un aprendizaje significativo, para el logro de este objetivo, es necesario que el estudiante comprenda las propiedades básicas en cada uno de los registros de representación, que permitan establecer conexiones con las demás representaciones.

Mediante el uso de la hoja de cálculo Excel, los estudiantes pudieron descubrir que al tener los datos de una tabla con los valores de x en serie y calculando las segundas diferencias con respecto a los valores de y , al obtener una constante, tenemos que los datos corresponden a una función cuadrática, de esta manera al revisar los datos de diferentes tablas logran identificar aquellas correspondientes a una función cuadrática. Este pasaje es importante porque si se logra descubrir a qué tipo de función corresponden los datos en su representación tabular, podemos obtener la ecuación y la gráfica correspondiente usando la familia de ecuaciones a la que pertenece. La dificultad encontrada en este tipo de actividades fue el uso de fórmulas en la hoja electrónica de cálculos de Excel.

Mediante el uso del software dinámico Cabri Geometre II, los estudiantes descubrieron que la gráfica de una función de la forma $y = ax^2 + bx + c$, es una parábola, esto lo lograron ubicando cinco puntos correspondientes a una función de este tipo en el plano cartesiano de Cabri, la cual con la opción “cónica” se despliega la gráfica correspondiente a estos puntos, dando como resultado una parábola, realizando diferentes traslaciones de esa parábola, observan que las ecuaciones correspondientes son cuadráticas.

Esta tesis es muy importante porque investiga a la función cuadrática por varias razones, entre las cuales puedo mencionar, la importancia de su uso en la resolución de problemas reales de diferentes áreas, y los problemas de aprehensión que existen en el proceso de enseñanza aprendizaje de ésta. Además, que evidencia el uso y aplicación de las TIC, utilizando diversos softwares de computadoras como herramientas para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

2.1.2 Antecedentes nacionales

Gutiérrez (2008) en su tesis titulada *Aplicación del software educativo y su contribución en el desarrollo de la capacidad para la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática de la Institución Educativa de Mujeres “Edelmira del Pando”*, Vitarte, 2007, llegó a las siguientes conclusiones: se determinó que la aplicación del software educativo en la enseñanza de la matemática permite mejorar la capacidad de resolución de problemas en las alumnas del tercer grado de la I.E.M “Edelmira del Pando”, UGEL 06-Vitarte 2007, ofreciendo tres ventajas: (a)proporciona oportunidades de considerar varias imágenes, rasgos y problemas; (b)permite a los estudiantes percibir los eventos en movimientos dinámicos; y (c)permite a los estudiantes desarrollar las habilidades de patrones de reconocimiento relacionados a las señales visuales y auditivas.

El software educativo resulta efectivo puesto que contribuyó a mejorar el rendimiento escolar en las alumnas a través de su uso continuo. El software educativo fomenta el trabajo en grupo y el autoaprendizaje guiado. Los roles de los alumnos y profesores cambian, tomando estos un papel activo. La aplicación del programa educativo en la resolución de problemas matemáticos en el tercer grado de secundaria

resultó ser muy efectivo, puesto que las alumnas tienen mayor ámbito de exploración, y puede retroalimentar su aprendizaje con ejercicios propuestos y resueltos. La investigación es de tipo cuantitativa, el diseño es cuasiexperimental, la muestra es de 58 alumnas.

Fernández (2012) en su tesis titulada *Efecto de la aplicación del software educativo en el aprendizaje en el área de matemática en alumnos del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa Benigno Ballón Farfán-Arequipa, 2012*. Llegó a la siguiente conclusión: la aplicación del software educativo en el aprendizaje del área de matemática es positiva, en los resultados en la post prueba se observó que el grupo experimental en mayor medida que el grupo de control mejoró en el logro de aprendizaje en las unidades didácticas; presentando entre los grupos experimental y de control una diferencia significativa después de la aplicación del software educativo en el proceso enseñanza del área de matemática. La investigación es de carácter aplicada, se usó el método científico, investiga relaciones causa efecto, diseño cuasi experimental. La muestra estuvo conformada por 48 estudiantes, a quienes se les aplicó una prueba de entrada, proceso y salida; una encuesta tipo escala de Likert para el software educativo.

Calderón (2012) en su tesis titulada *Los softwares educativos y su relación con el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los alumnos del primer ciclo de la Universidad San Ignacio de Loyola en el ciclo 2012-II*, llegó a la siguiente conclusión: los resultados de la investigación evidencian que existe una correlación positiva y fuerte entre el Software GeoGebra y el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los estudiantes del primer ciclo de la Universidad San Ignacio de

Loyola en el semestre académico 2012-II. La investigación es de tipo aplicada, se usa el método descriptivo correlacional. La muestra estuvo conformada por 157 estudiantes a quienes se les aplicó una encuesta sobre el software educativo de 18 ítems y otra encuesta de aprendizaje de funciones reales de variable real de 21 ítems, cada ítem contó con cinco alternativas.

2.2 BASES TEÓRICAS

2.2.1 Software educativo

Existen muchas definiciones de software educativo, realizados por diversos investigadores. Se puede citar algunas:

“Son los programas de computación realizadas con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes” (Cataldi, 2008).

“Es un programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje” (Careaga, 2010).

La expresión software educativo, programas educativos y programas didácticos son sinónimos y se utilizan para designar a los programas para ordenadores creados con la

finalidad de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje (Marqués, 1995).

Software educativo son aquellos programas que permiten cumplir o apoyar funciones educativas (Galvis, 2007).

Se considera software educativo desde programas tradicionales basados en los modelos conductistas de la enseñanza, los programas de enseñanza asistida por ordenador (EAO) hasta los programas experimentales de enseñanza inteligente asistida por ordenador (EIAO), que pretenden imitar la labor personalizada que realizan los profesores. Además, esta definición está basada en un criterio de finalidad y no de funcionalidad, por eso los programas de uso empresarial están excluidos, que también se utilizan en las Instituciones educativas, pero no han sido elaboradas con finalidad didáctica, tales como: procesadores de texto, gestores de bases de datos, hojas de cálculo, editores gráficos, etc. (Marqués, 1995a)

Real (2009), citado por García (2011), El propósito de estos programas es intentar que incidan de forma directa en el proceso de enseñanza aprendizaje que se desarrolla en el aula, aunque debemos tener en cuenta que la utilización de estas herramientas debe ir acompañada de un cambio de metodología en la que los estudiantes sean partícipes del propio proyecto.

Características

Marqués (1995a) señaló que los programas educativos pueden tratar de diferentes materias, de formas muy diversas y ofrecer un entorno de trabajo sensible a las

circunstancias de los estudiantes y rico en posibilidades de interacción; pero todos poseen cinco características esenciales:

1. Son materiales elaborados con una finalidad didáctica.
2. Utiliza el ordenador como soporte en el que los alumnos realizan actividades que ellos proponen.
3. Son interactivos, responden inmediatamente las acciones de los estudiantes, permite un dialogo entre el ordenador y estudiante.
4. Individualizan el trabajo de los estudiantes, ya que se adaptan al ritmo de trabajo y a las actuaciones de los estudiantes.
5. Son fáciles de usar, los conocimientos de informática necesarios para usar son mínimos, aunque cada programa tiene reglas de funcionamiento.

Estructura básica de los programas educativos

Marqués (1995a) la mayoría de los programas educativos, igual que muchos de los programas informáticos elaborados sin finalidad educativa, tienen tres módulos principales: el módulo que gestiona la comunicación con el usuario (sistema input/output), el módulo que organiza los contenidos informáticos (base de datos) y el módulo que gestiona las actuaciones del ordenador y sus respuestas a las acciones de los usuarios (motor).

1. El entorno de comunicación o interficie

La interficie es el entorno a través del cual los programas establecen el diálogo con sus usuarios, y es la que posibilita la interactividad característica de estos materiales.

Está integrada por dos sistemas:

El sistema de comunicación programa-usuario, que facilita la transmisión de informaciones al usuario por parte del ordenador, incluye:

- ❖ Las pantallas a través de las cuales los programas presentan información a los usuarios.
- ❖ Los informes y las fichas que proporcionen mediante las impresoras.
- ❖ El empleo de otros periféricos: altavoces, sintetizadores de voz, robots, módems, convertidores digitales-analógicos.

El sistema de comunicación usuario-programa, que facilita la transmisión de información del usuario hacia el ordenador, incluye:

- ❖ El uso del teclado y el ratón, mediante los cuales los usuarios introducen al ordenador un conjunto de órdenes o respuestas que los programas reconocen.
- ❖ El empleo de otros periféricos: micrófonos, lectores de fichas, teclados conceptuales, pantallas táctiles, lápices ópticos, módems, lectores de tarjetas, convertidores analógico-digitales.

Con la ayuda de las técnicas de la inteligencia artificial y del desarrollo de las tecnologías multimedia, se investiga la elaboración de entornos de comunicación cada vez más intuitivos y capaces de proporcionar un diálogo abierto y próximo al lenguaje natural.

2. Las bases de datos

Las bases de datos contienen la información específica que cada programa presentará a los alumnos. Pueden estar constituidas por:

- **Modelos de comportamiento.** Representan la dinámica de unos sistemas.

Distinguimos:

- ❖ Modelos físico-matemáticos, que tienen unas leyes perfectamente determinadas por unas ecuaciones.
- ❖ Modelos no deterministas, regidos por unas leyes no totalmente deterministas, que son representadas por ecuaciones con variables aleatorias, por grafos y por tablas de comportamiento.

- **Datos de tipo texto**, información alfanumérica.
- **Datos gráficos.** las bases de datos pueden estar constituidas por dibujos, fotografías, secuencias de vídeo, etc.
- **Sonido.** como los programas que permiten componer música, escuchar determinadas composiciones musicales y visionar sus partituras.

3. El motor o algoritmo

El algoritmo del programa, en función de las acciones de los usuarios, gestiona las secuencias en que se presenta la información de las bases de datos y las actividades que pueden realizar los alumnos. Distinguimos 4 tipos de algoritmo:

- **Lineal**, cuando la secuencia de las actividades es única.
- **Ramificado**, cuando están predeterminadas posibles secuencias según las respuestas de los alumnos.
- **Tipo entorno**, cuando no hay secuencias predeterminadas para el acceso del usuario a la información principal y a las diferentes actividades. El estudiante elige qué ha de hacer y cuándo lo ha de hacer. Este entorno puede ser:

- ❖ **Estático**, si el usuario sólo puede consultar (y en algunos casos aumentar o disminuir) la información que proporciona el entorno, pero no puede modificar su estructura.
 - ❖ **Dinámico**, si el usuario, además de consultar la información, también puede modificar el estado de los elementos que configuran el entorno.
 - ❖ **Programable**, si a partir de una serie de elementos el usuario puede construir diversos entornos.
 - ❖ **Instrumental**, si ofrece a los usuarios diversos instrumentos para realizar determinados trabajos.
- **Tipo sistema experto**, cuando el programa tiene un motor de inferencias y, mediante un diálogo bastante inteligente y libre con el alumno (sistemas dialogales), asesora al estudiante o tutoriza inteligentemente el aprendizaje. Su desarrollo está muy ligado con los avances en el campo de la inteligencia artificial

CLASIFICACIÓN DE LOS PROGRAMAS DIDÁCTICOS

Marqués (1995a) los programas educativos a pesar de tener unos rasgos esenciales básicos y una estructura general común se presentan con unas características muy diversas: unos aparentan ser un laboratorio o una biblioteca, otros se limitan a ofrecer una función instrumental calculadora, otros se presentan como un juego o como un libro, bastantes tienen vocación de examen, unos pocos se creen expertos. Para poner orden, se han elaborado múltiples tipologías que clasifican los programas didácticos en base a diferentes criterios.

Uno de estos criterios atiende al tratamiento de los errores que cometen los estudiantes, distinguiendo:

Programas tutoriales directivos, que hacen preguntas a los estudiantes y controlan en todo momento su actividad. El ordenador adopta el papel de juez poseedor de la verdad y examina al alumno. Se producen errores cuando la respuesta del alumno está en desacuerdo con la que el ordenador tiene como correcta.

Programas no directivos, en los que el ordenador adopta el papel de un laboratorio o instrumento a disposición de la iniciativa de un alumno que pregunta y tiene una libertad de acción sólo limitada por las normas del programa. El ordenador no juzga las acciones del alumno, se limita a procesar los datos que éste introduce y a mostrar las consecuencias de sus acciones sobre un entorno. Objetivamente no se producen errores, sólo desacuerdos entre los efectos esperados por el alumno y los efectos reales de sus acciones sobre el entorno. En general, siguen un modelo pedagógico de inspiración cognitivista, potencian el aprendizaje a través de la exploración, favorecen la reflexión y el pensamiento crítico y propician la utilización del método científico.

Otra clasificación interesante de los programas atiende a la posibilidad de modificar los contenidos del programa y distingue entre programas cerrados, que no pueden modificarse, y programas abiertos, que proporcionan un esqueleto, una estructura, sobre la cual los alumnos y los profesores pueden añadir el contenido que les interese. De esta manera se facilita su adecuación a los diversos contextos educativos y permite un mejor tratamiento de la diversidad de los estudiantes. Entre ellas tenemos:

1. Programas tutoriales

Son programas que en mayor o menor medida dirigen, tutorizan, el trabajo de los alumnos. Pretenden que, a partir de unas informaciones y mediante actividades

previstas de antemano, los estudiantes pongan en juego determinadas capacidades y aprendan o refuercen unos conocimientos y/o habilidades. Cuando se limitan a proponer ejercicios de refuerzo sin proporcionar explicaciones conceptuales previas se denominan programas tutoriales de ejercitación, como es el caso de los programas de preguntas (drill & practice, test) y de los programas de adiestramiento psicomotor, que desarrollan la coordinación neuromotriz en actividades relacionadas con el dibujo, la escritura y otras habilidades psicomotrices.

En cualquier caso, son programas basados en los planteamientos conductistas de la enseñanza que comparan las respuestas de los alumnos con los patrones que tienen como correctos, guían los aprendizajes de los estudiantes y facilitan las prácticas más o menos rutinarias y su evaluación; en algunos casos una evaluación negativa genera una nueva serie de ejercicios de repaso. A partir de la estructura de su algoritmo, se distinguen cuatro categorías:

Programas lineales, que presentan al alumno una secuencia de información y/o ejercicios (siempre la misma o determinada aleatoriamente) con independencia de la corrección o incorrección de sus respuestas. Herederos de la enseñanza programada, transforman el ordenador en una máquina de enseñar transmisora de conocimientos y adiestradora de habilidades. No obstante, su interactividad resulta pobre y el programa se hace largo de recorrer.

Programas ramificados, basados inicialmente en modelos conductistas, siguen recorridos pedagógicos diferentes según el juicio que hace el ordenador sobre la corrección de las respuestas de los alumnos o según su decisión de profundizar más en

ciertos temas. Ofrecen mayor interacción, más opciones, pero la organización de la materia suele estar menos compartimentada que en los programas lineales y exigen un esfuerzo más grande al alumno. Pertenecen a este grupo los programas multinivel, que estructuran los contenidos en niveles de dificultad y previenen diversos caminos.

Entornos tutoriales. Generalmente están inspirados en modelos pedagógicos cognitivistas, y proporcionan a los alumnos una serie de herramientas de búsqueda y de proceso de la información que pueden utilizar libremente para construir la respuesta a las preguntas del programa. Este es el caso de los entornos de resolución de problemas, "problem solving", donde los estudiantes conocen parcialmente las informaciones necesarias para su resolución y han de buscar la información que falta y aplicar reglas, leyes y operaciones para encontrar la solución. Podemos citar como ejemplo de entorno de resolución de problemas el programa MICROLAB DE ELECTRÓNICA.

Sistemas tutoriales expertos, como los Sistemas Tutores Inteligentes (Intelligent Tutoring Systems), que, elaborados con las técnicas de la Inteligencia Artificial y teniendo en cuenta las teorías cognitivas sobre el aprendizaje, tienden a reproducir un diálogo auténtico entre el programa y el estudiante, y pretenden comportarse como lo haría un tutor humano: guían a los alumnos paso a paso en su proceso de aprendizaje, analizan su estilo de aprender y sus errores y proporcionan en cada caso la explicación o ejercicio más conveniente.

2. Bases de datos

Proporcionan unos datos organizados, en un entorno estático, según determinados criterios, y facilitan su exploración y consulta selectiva. Se pueden emplear en múltiples actividades como, por ejemplo: seleccionar datos relevantes para resolver problemas, analizar y relacionar datos, extraer conclusiones, comprobar hipótesis.

Las bases de datos pueden tener una estructura **jerárquica** (si existen unos elementos subordinantes de los que dependen otros subordinados, como los organigramas), **relacional** (si están organizadas mediante unas fichas o registros con una misma estructura y rango) o **documental** (si utiliza descriptores y su finalidad es almacenar grandes volúmenes de información documental: revistas, periódicos, etc). En cualquier caso, según la forma de acceder a la información se pueden distinguir dos tipos:

Bases de datos convencionales. Tienen la información almacenada en ficheros, mapas o gráficos, que el usuario puede recorrer según su criterio para recopilar información.

Bases de datos tipo sistema experto. Son bases de datos muy especializadas que recopilan toda la información existente de un tema concreto y además asesoran al usuario cuando accede buscando determinadas respuestas.

3. Simuladores

Presentan un modelo o entorno dinámico (generalmente a través de gráficos o animaciones interactivas), facilitan su exploración y modificación a los alumnos, que pueden realizar aprendizajes inductivos o deductivos mediante la observación y la

manipulación de la estructura subyacente; de esta manera pueden descubrir los elementos del modelo, sus interrelaciones, y pueden tomar decisiones y adquirir experiencia directa delante de unas situaciones que resultarían difícilmente accesibles a la realidad (control de una central nuclear, contracción del tiempo, pilotaje de un avión...). También se pueden considerar simulaciones ciertos videojuegos que, al margen sobre los valores que incorporan (generalmente no muy positivos) facilitan el desarrollo de los reflejos, la percepción visual y la coordinación psicomotriz en general, además de estimular la capacidad de interpretación y de reacción ante un medio concreto. En cualquier caso, posibilitan un aprendizaje significativo por descubrimiento y la investigación de los estudiantes puede realizarse en tiempo real o en tiempo acelerado. Se pueden diferenciar dos tipos de simulador:

Modelos físico-matemáticos: Presentan de manera numérica o gráfica una realidad que tiene unas leyes representadas por un sistema de ecuaciones deterministas. Se incluyen aquí los programas-laboratorio, algunos trazadores de funciones y los programas que mediante un convertidor analógico-digital captan datos analógicos de un fenómeno externo al ordenador y presentan en pantalla un modelo del fenómeno estudiado o informaciones y gráficos que van asociados. Estos programas a veces son utilizados por profesores en su clase a manera de pizarra electrónica, como demostración o para ilustrar un concepto, facilitando así la transmisión de información a los alumnos, que después podrán repasar el tema interactuando con el programa.

Entornos sociales: Presentan una realidad regida por unas leyes no del todo deterministas. Se incluyen aquí los juegos de estrategia y de aventura, que exigen una estrategia cambiante a lo largo del tiempo.

4. Constructores

Son programas que tienen un entorno programable. Facilitan a los usuarios unos elementos simples con los cuales pueden construir elementos más complejos o entornos. De esta manera potencian el aprendizaje heurístico y, de acuerdo con las teorías cognitivistas, facilitan a los alumnos la construcción de sus propios aprendizajes, que surgirán a través de la reflexión que realizarán al diseñar programas y comprobar inmediatamente, cuando los ejecuten. Se pueden distinguir dos tipos de constructores:

Constructores específicos. Ponen a disposición de los estudiantes una serie de mecanismos de actuación (generalmente en forma de órdenes específicas) que les permiten llevar a cabo operaciones de un cierto grado de complejidad mediante la construcción de determinados entornos, modelos o estructuras, y de esta manera avanzan en el conocimiento de una disciplina o entorno específico.

Lenguajes de programación, como LOGO, PASCAL, BASIC..., que ofrecen unos "laboratorios simbólicos" en los que se pueden construir un número ilimitado de entornos. Aquí los alumnos se convierten en profesores del ordenador. Además, con los interfaces convenientes, pueden controlar pequeños robots contruidos con componentes convencionales (arquitecturas, motores...), de manera que sus posibilidades educativas se ven ampliadas incluso en campos pre-tecnológicos. Así los alumnos pasan de un manejo abstracto de los conocimientos con el ordenador a una manipulación concreta y práctica en un entorno informatizado que facilita la representación y comprensión del espacio y la previsión de los movimientos. Dentro

de este grupo de programas hay que destacar el lenguaje LOGO, creado en 1969 para Seymour Papert, que constituye el programa didáctico más utilizado en todo el mundo.

5. Programas herramienta

Son programas que proporcionan un entorno instrumental con el cual se facilita la realización de ciertos trabajos generales de tratamiento de la información: escribir, organizar, calcular, dibujar, transmitir, captar datos. A parte de los lenguajes de autor (que también se podrían incluir en el grupo de los programas constructores), los más utilizados son programas de uso general que provienen del mundo laboral y, por tanto, quedan fuera de la definición que se ha dado de software educativo. Los programas más utilizados de este grupo son:

Procesadores de textos. Son programas que, con la ayuda de una impresora, convierten el ordenador en una fabulosa máquina de escribir. En el ámbito educativo se debe sustituir parcialmente la libreta de redacciones por un disco (donde almacenarán sus trabajos). Al escribir con los procesadores de textos los estudiantes pueden concentrarse en el contenido de las redacciones despreocupándose por la caligrafía.

Además, el corrector ortográfico que suelen incorporar les ayudará a revisar posibles faltas de ortografía antes de entregar el trabajo. Además de este empleo instrumental, los procesadores de textos permiten realizar múltiples actividades didácticas, por ejemplo:

- Ordenar párrafos, versos, estrofas.
- Insertar frases y completar textos.

Gestores de bases de datos. Sirven para generar potentes sistemas de archivo ya que permiten almacenar información de manera organizada y posteriormente recuperarla y modificarla para construir una nueva base de datos.

Hojas de cálculo. Son programas que convierten el ordenador en una versátil y rápida calculadora programable, facilitando la realización de actividades que requieran efectuar cálculos matemáticos. Entre las actividades didácticas que se pueden realizar con las hojas de cálculo están las siguientes:

- Aplicar hojas de cálculo ya programadas a la resolución de problemas de diversas asignaturas, evitando así la realización de pesados cálculos y ahorrando un tiempo que se puede dedicar a analizar los resultados de los problemas.
- Programar una nueva hoja de cálculo, lo que exigirá previamente adquirir un conocimiento preciso del modelo matemático que tiene que utilizar.

Editores gráficos. Se emplean desde un punto de vista instrumental para realizar dibujos, portadas para los trabajos, murales, anuncios, etc. Además, constituyen un recurso idóneo para desarrollar parte del currículum de Educación Artística: dibujo, composición artística, uso del color, etc.

Programas de comunicaciones. Son programas que permiten que ordenadores lejanos (si disponen de módem) se comuniquen entre sí a través de las líneas telefónicas, puedan enviarse mensajes, gráficos y programas... Desde una perspectiva educativa estos sistemas abren un gran abanico de actividades posibles para los alumnos, por ejemplo:

- Comunicarse con otros compañeros e intercambiar informaciones.
- Acceder a bases de datos lejanas para buscar determinadas informaciones.

Programas de experimentación asistida. A través de variados instrumentos y convertidores analógico-digitales, recogen datos sobre el comportamiento de las variables que inciden en determinados fenómenos. Posteriormente con estas informaciones se podrán construir tablas y elaborar representaciones gráficas que representen relaciones significativas entre las variables estudiadas.

Lenguajes y sistemas de autor. Son programas que facilitan la elaboración de programas tutoriales a los profesores que no disponen de grandes conocimientos informáticos. Utilizan unas pocas instrucciones básicas que se pueden aprender en pocas sesiones. Algunos incluso permiten controlar vídeos y dan facilidades para crear gráficos y efectos musicales, de manera que pueden generar aplicaciones multimedia. Algunos de los más utilizados en entornos PC han sido: PILOT, PRIVATE TUTOR, TOP CLASS, LINK WAY, QUESTION MARK...

Marqués (1995a) los programas didácticos, cuando se aplican a la realidad educativa, realizan las funciones básicas propias de los medios didácticos en general y además, en algunos casos, según la forma de uso que determina el profesor, pueden proporcionar funcionalidades específicas.

Por otra parte, como ocurre con otros productos de la actual tecnología educativa, no se puede afirmar que el software educativo por sí mismo sea bueno o malo, todo dependerá del uso que de él se haga, de la manera cómo se utilice en cada situación

concreta. En última instancia su funcionalidad y las ventajas e inconvenientes que pueda comportar su uso serán el resultado de las características del material, de su adecuación al contexto educativo al que se aplica y de la manera en que el profesor organice su utilización.

Funciones que pueden realizar los programas:

Función informativa. La mayoría de los programas a través de sus actividades presentan unos contenidos que proporcionan una información estructuradora de la realidad a los estudiantes. Los programas tutoriales, los simuladores y, especialmente, las bases de datos, son los programas que realizan marcadamente una función informativa.

Función instructiva. Todos los programas educativos orientan y regulan el aprendizaje de los estudiantes ya que, explícita o implícitamente, promueven determinadas actuaciones de los mismos encaminadas a facilitar el logro de objetivos educativos específicos. Los programas **tutoriales** los que realizan de manera más explícita esta función instructiva, ya que dirigen las actividades de los estudiantes en función de sus respuestas y progresos.

Función motivadora. Generalmente los estudiantes se sienten atraídos e interesados por todo el software educativo, ya que los programas suelen incluir elementos para captar la atención de los alumnos, mantener su interés y, cuando sea necesario, focalizarlo hacia los aspectos más importantes de las actividades.

Función evaluadora. La interactividad propia de estos materiales, que les permite responder inmediatamente a las respuestas y acciones de los estudiantes, les hace especialmente adecuados para evaluar el trabajo que se va realizando con ellos. Esta evaluación puede ser de dos tipos:

- Implícita, cuando el estudiante detecta sus errores, se evalúa, a partir de las respuestas que le da el ordenador.
- Explícita, cuando el programa presenta informes valorando la actuación del estudiante.

Función investigadora. Los programas no directivos, especialmente las bases de datos, simuladores y programas constructores, ofrecen a los estudiantes interesantes entornos donde investigar: buscar determinadas informaciones, cambiar los valores de las variables de un sistema, etc. Además, tanto estos programas como los programas herramienta, pueden proporcionar a los profesores y estudiantes instrumentos de gran utilidad para el desarrollo de trabajos de investigación.

Función expresiva. Dado que los ordenadores son unas máquinas capaces de procesar los símbolos mediante los cuales las personas representamos nuestros conocimientos y nos comunicamos, sus posibilidades como instrumento expresivo son muy amplias. Los estudiantes se expresan, se comunican con el ordenador y con otros compañeros a través de las actividades de los programas y, especialmente, cuando utilizan lenguajes de programación, procesadores de textos, editores de gráficos, etc. Otro aspecto es que los ordenadores no admiten ambigüedad en sus "diálogos", de manera que los alumnos se ven obligados a cuidar más la precisión de sus mensajes.

Función metalingüística. Mediante el uso de los sistemas operativos (MS/DOS, WINDOWS) y los lenguajes de programación (BASIC, LOGO...) los estudiantes pueden aprender los lenguajes propios de la informática.

Función lúdica. Trabajar con los ordenadores realizando actividades educativas es una labor que a menudo tiene unas connotaciones lúdicas y festivas para los estudiantes. Además, algunos programas refuerzan su atractivo mediante la inclusión de determinados elementos lúdicos, con lo que potencian aún más esta función.

Función innovadora. Aunque no siempre sus planteamientos pedagógicos resulten innovadores, los programas educativos se pueden considerar materiales didácticos innovadores ya que utilizan una tecnología recientemente incorporada a las instituciones educativas y, en general, suelen permitir muy diversas formas de uso. Esta versatilidad abre amplias posibilidades de experimentación didáctica e innovación educativa en el aula.

2.2.2 Software Educativo Winplot

En la revista: Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática (2007) se menciona que Winplot es un programa graficador de funciones que te permitirá dibujar y animar curvas y líneas que representan funciones matemáticas en variedad de formatos. Además, de generar y representar funciones gráficamente, Winplot incluye dos funciones adicionales. Un generador de órbitas planetarias para calcular trayectorias de objetos en el espacio y una serie de test que te ayudarán a evaluar tus conocimientos.

Forma parte de un conjunto de distintos programas conocido con el nombre de "Peanut Software" desarrollado por Rick Parris() del Phillips Exeter Academy Mathematics Department de Exeter. La versión inicial fue en 1985 y la última (hasta el momento) en 2009.

Características

Se puede mencionar algunas de las principales características de este software.

- Es gratuito y se puede descargar de la siguiente dirección:
<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>
- Permite abordar la geometría y el álgebra, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.
- Winplot está en constante actualización, es liviano y está disponible en varios idiomas (inglés, español, francés, portugués, etc).

Funciones de Winplot

Es una herramienta matemática para generar gráficas ya sean en 2D o 3D a partir de toda clase de ecuaciones (explícitas, diferenciales, paramétricas, etc.), que permite observar el comportamiento de cada una de las funciones y la forma que van tomando según la variación de determinados valores.

A modo de juego se puede adivinar la ecuación de una función al azar que el programa presenta (ventana- adivinar. Para escribir la ecuación: Ecu-a-divinar, y para

saber la respuesta: Ecuación- Respuesta). Una buena herramienta para llevar el análisis de gráfica de funciones al plano lúdico.

Recomendación: Al utilizar winplot puedes personalizar los parámetros de todas las ecuaciones. Puedes modificar el valor de X, Y y Z; en número de divisiones, los puntos de corte y definir la calidad de la representación. Softonic informa que winplot (65429) debe ser utilizado según la normativa de propiedad intelectual y el vigente Código Penal. Softonic no permite la inserción de ningún crack, serial o keygen y se exime de cualquier responsabilidad derivada del uso inadecuado de winplot.

WINPLOT: DESCRIPCIÓN DEL MENÚ DE OPCIONES

Para empezar a trabajar con winplot, tenemos que abrir el programa. Hacemos doble clic en winplot, cuyo ícono es una curva en el plano cartesiano. Figura 1

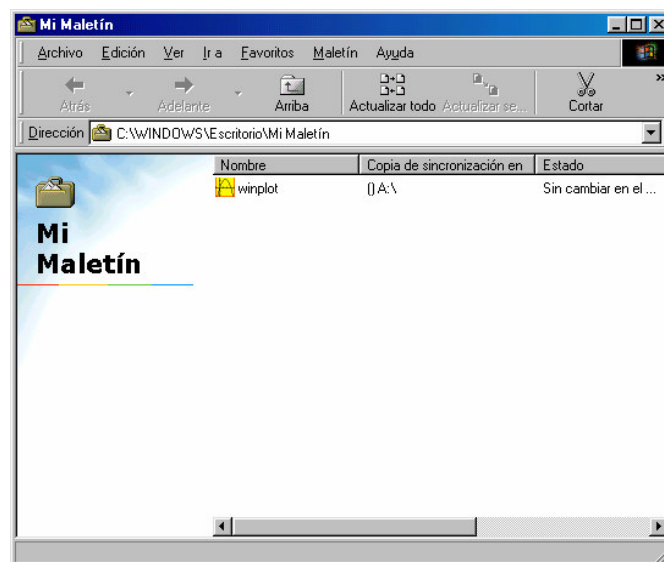


Fig.1

La pantalla toma un fondo verde., con dos ventanas en el Menú Principal: Window y About. Figura 2

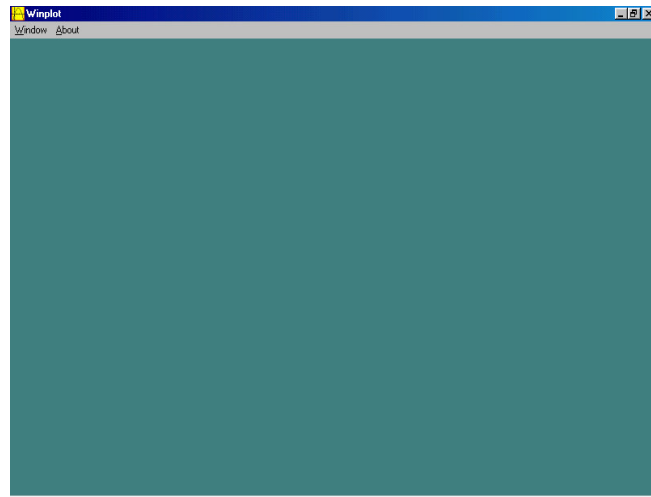


Fig.2

A continuación, seleccionamos window y nos ubicamos en la primera opción de esta ventana y hacemos clic en 2-dim F2. Figura 3

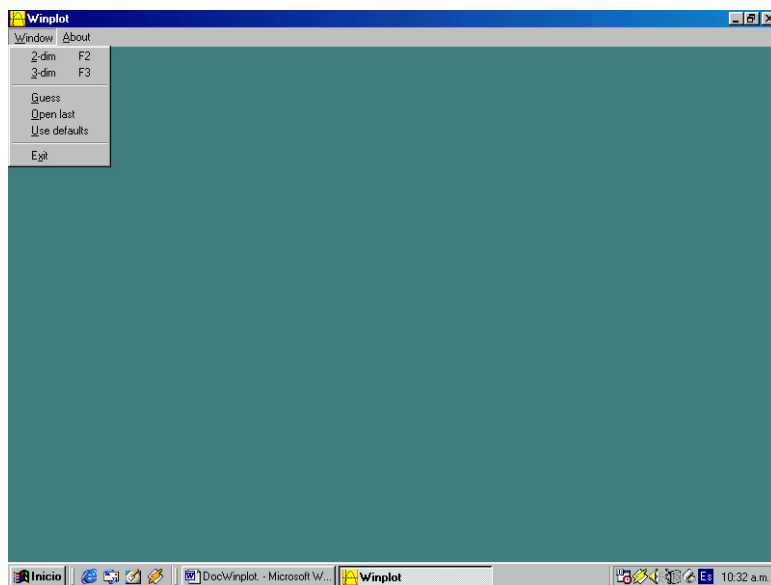


Fig.3

Luego se verá, el siguiente recuadro. Figura 4

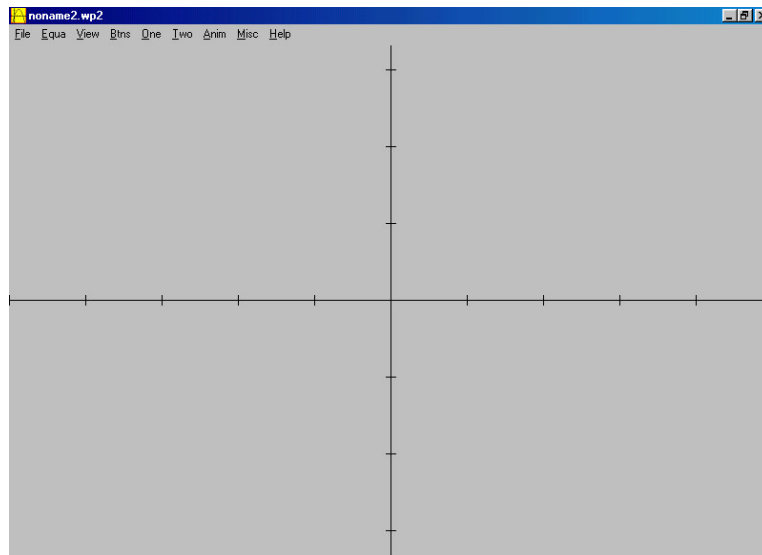


Fig.4

Podemos observar que en la parte superior de la pantalla existen nueve ventanas, las cuales nos van a permitir trabajar en winplot de acuerdo a nuestras necesidades.

Figura 5

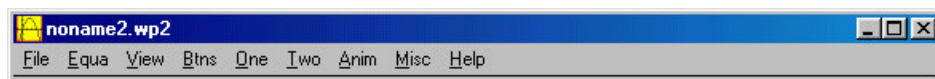


Fig.5

COMANDOS BÁSICOS

Dado que nosotros vamos a trabajar en el plano cartesiano, por una cuestión de referencia se pueden indicar tanto el eje X como el eje Y. Para realizar esta acción seleccionamos, la ventana View. Figura 6

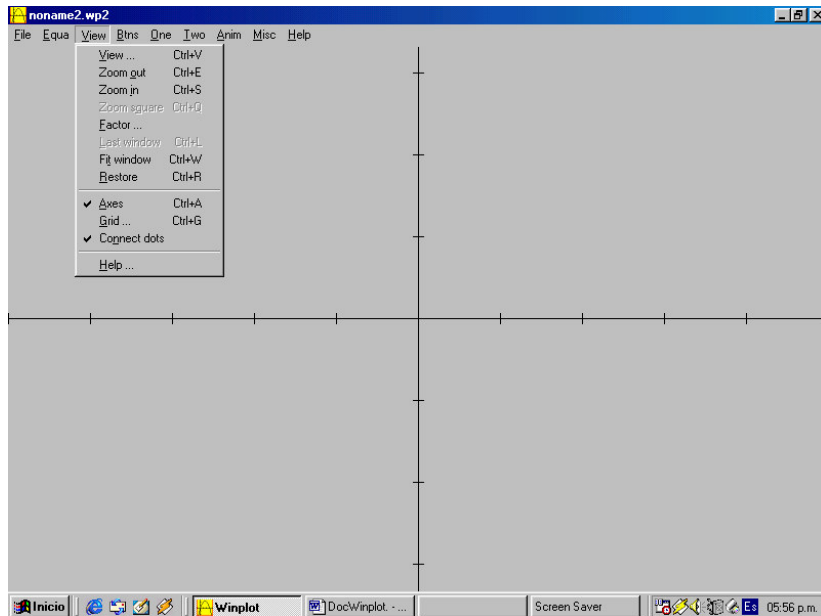


Fig.6

Una vez ubicados en esta ventana (View), seleccionamos la opción Grid Ctrl+G (se encuentra después de Axes Ctrl+A, observar que esta opción ya está activada: Aparecerá en pantalla, el siguiente recuadro. Figura 7



Fig.7

Como se puede observar, se han identificado ambos ejes (parte superior) así como los cuatro cuadrantes (parte inferior). En la parte central seleccionamos scale para ambos ejes. Figura 8, la parte decimal es nula, es decir cero decimales (places) y se

enumerará (freq) de uno en uno tanto en el eje X como en el eje Y (No seleccionar la opción pi).

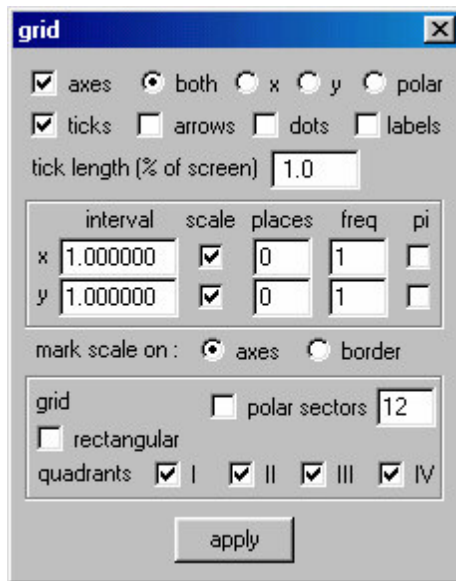


Fig.8

Luego, seleccionamos la opción aplicar (apply) y aparecerá, el siguiente cuadro.

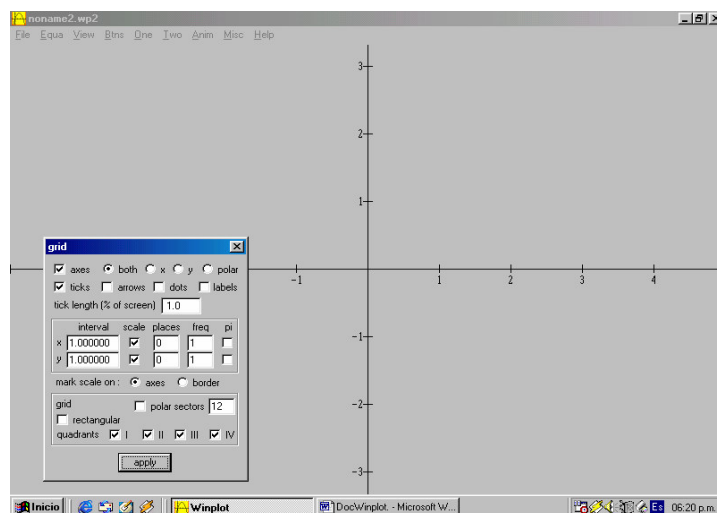


Fig.9

Para quedarnos sólo con el plano cartesiano, cerramos el recuadro obtenido al seleccionar Grid Ctrl+G haciendo clic en el extremo superior derecho del mismo (X). Resultando, Figura 10, la siguiente presentación:

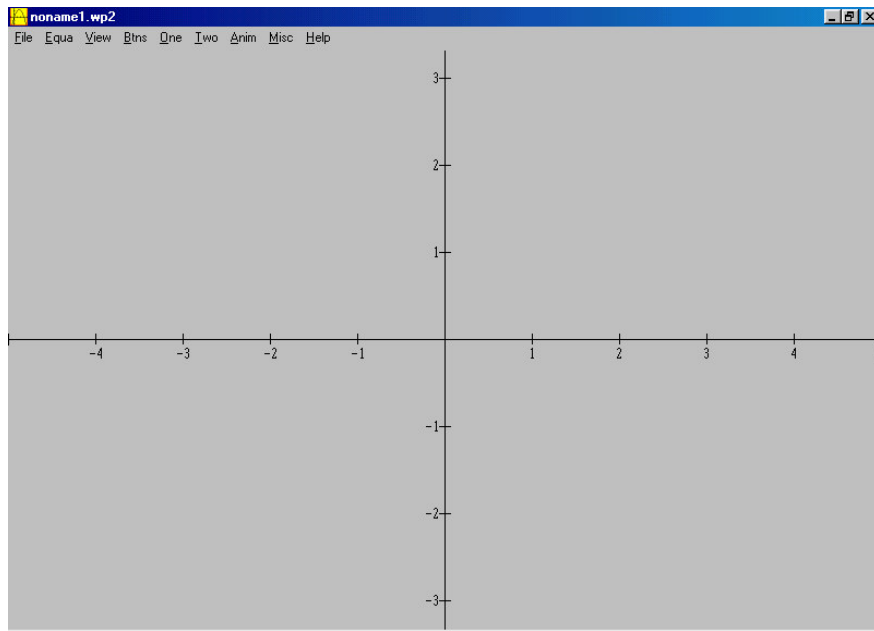


Fig.10

Luego, seleccionamos la ventana Equa y escogemos la opción $y = f(x)$. Figura 11

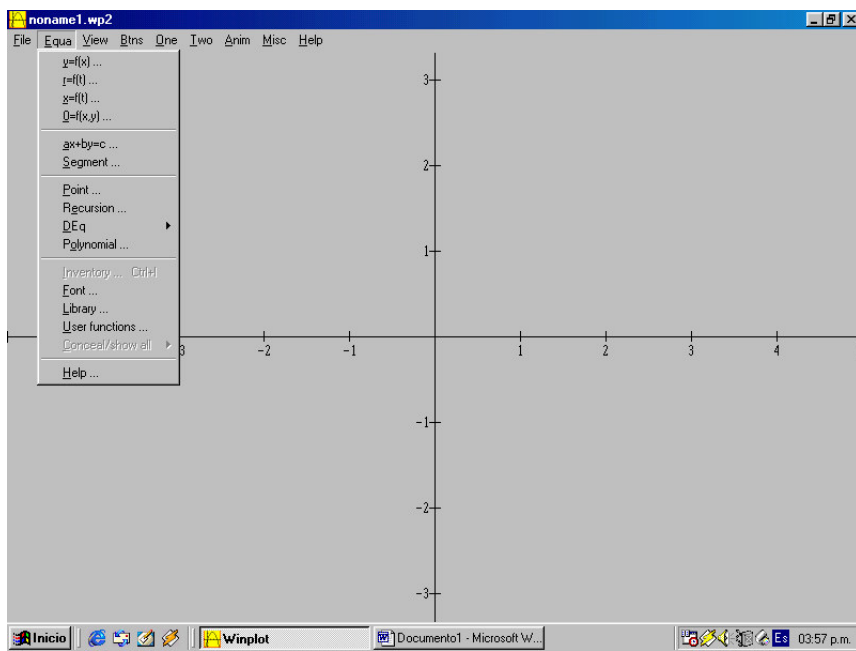


Fig.11

Después de seleccionar $y = f(x)$, aparece, el siguiente cuadro. Figura 12

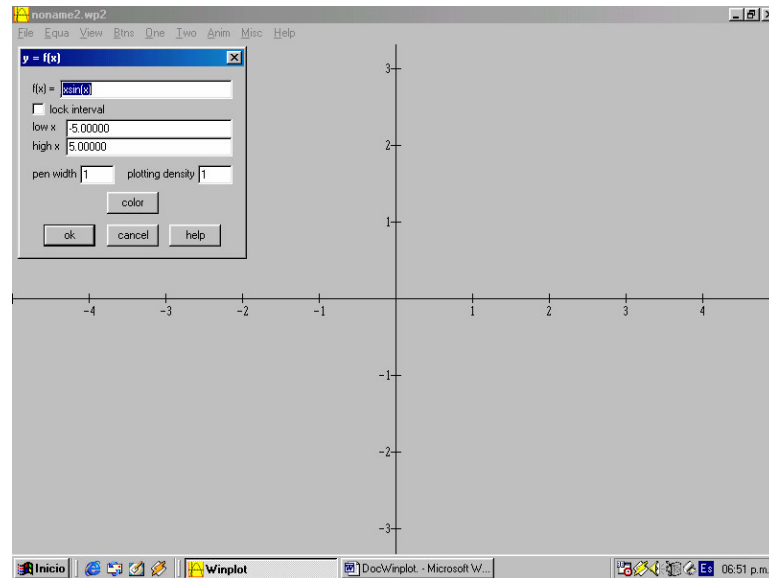


Fig.12

Tener en cuenta que, por defecto, siempre aparece la función $f(x) = x.\sin(x)$ Figura 13

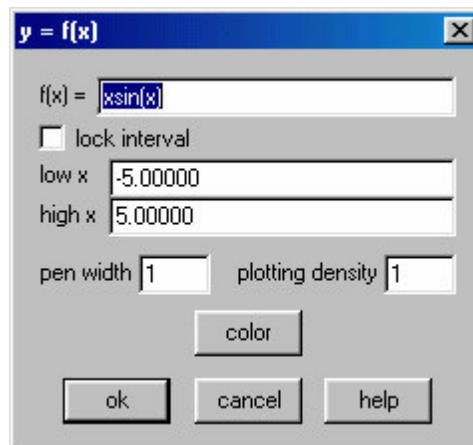


Fig.13

Como podemos observar en la Figura 13, tenemos las opciones anchura o grosor del gráfico (pen width) y color. Así como, a partir de la función a visualizar, la opción restringir el dominio (lock interval). Por defecto, Winplot grafica en el dominio natural de la función seleccionada.

Por ejemplo, si queremos graficar la función cuadrática $x^2 - 2$, en el recuadro $y = f(x)$ al lado derecho de $f(x) =$ escribimos la regla de correspondencia de la función a graficar, en nuestro caso escribimos $x^2 - 2$. Cabe recordar que para indicar el exponente de la variable x , winplot utiliza el símbolo \wedge (ALT+94); es decir, si queremos escribir x^2 ponemos primero la letra x , luego presionamos ALT+94 y finalmente digitamos el número 2. Si queremos darle cierto grosor al gráfico, al lado derecho de la opción pen width ponemos el número 2. Y dado que no deseamos restringir el dominio, NO seleccionamos la opción lock interval (Figura 14).

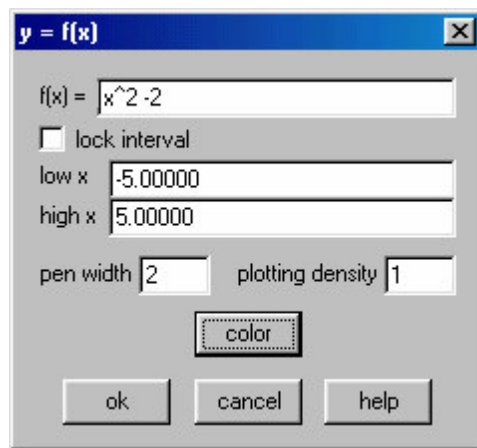


Fig.14

A continuación, haciendo clic en OK, obtenemos el siguiente recuadro. Figura 15

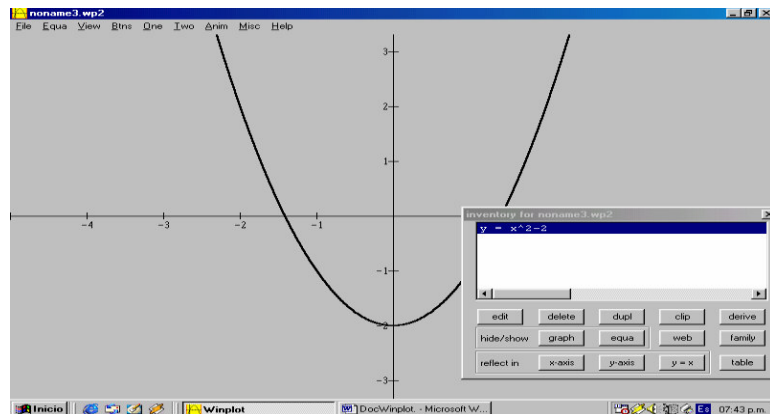


Fig.15

Observamos que aparece la gráfica junto con el recuadro inventory, el cual viene a ser un registro de lo que se va a realizar con la función que se ha ingresado. Figura 16

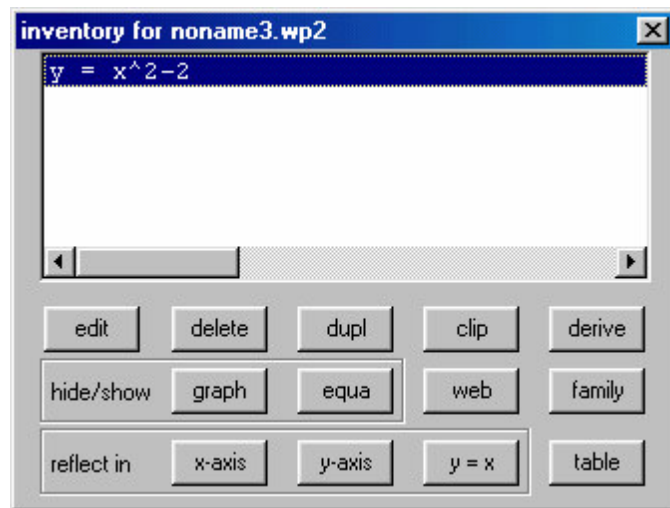


Fig.16

Si queremos visualizar sólo el gráfico obtenido, hacemos clic en el extremo superior derecho del recuadro inventory y nos quedamos, con la gráfica deseada. Figura 17

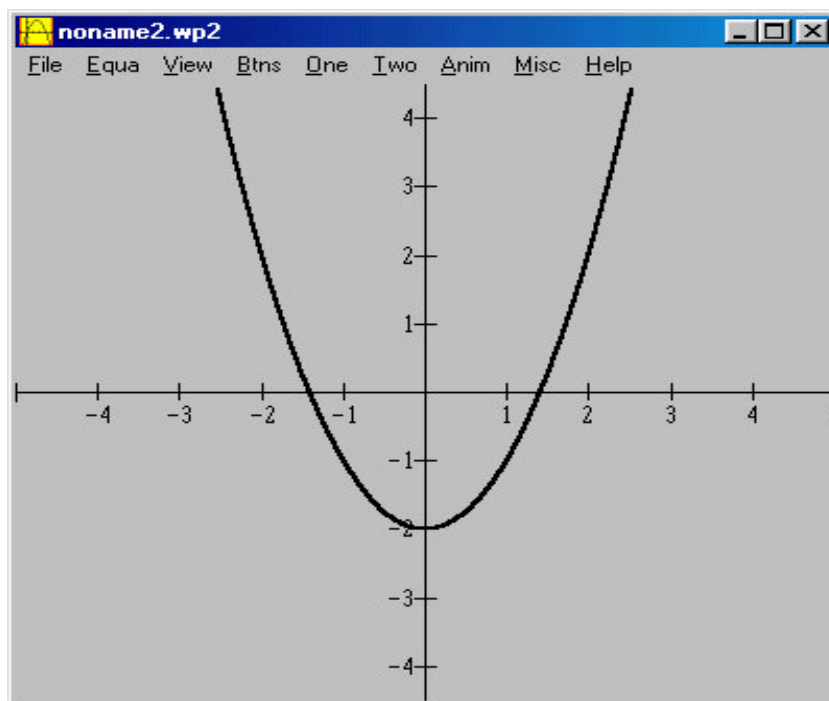


Fig.17

2.2.3 La Escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas y la Construcción de una Nueva Disciplina Científica

Construir la educación matemática como una disciplina científica es una de las más importantes tareas que se realizan en estos momentos en la comunidad matemática y educativa. Es un proceso reciente (menos de 50 años) nutrido de circunstancias diversas que ha incluido: la reforma de las matemáticas modernas (bajo el comando de los matemáticos de las universidades en las décadas 1950 y 1960), poderosos cambios en la filosofía de las matemáticas (que enfatizan una dirección falibilista, no absolutista, heurística, socioempírica), desarrollo sostenido de comunidades profesionales de educadores de las matemáticas (profesores, investigadores, administradores), y todo dentro de un escenario histórico bañado por una nueva etapa que ha hecho del conocimiento su piedra de toque, y en particular del uso intenso de diversas tecnologías, con variables vigorosas como la globalización e internacionalización de casi todos los aspectos de la vida cotidiana.

Con especial intensidad se han desarrollado trabajos por grupos de investigadores en diferentes partes del mundo para aportar nuevas ideas y modelos epistemológicos sobre las matemáticas y la educación matemática.

Entre los esfuerzos para sostener y desarrollar esta nueva disciplina debe señalarse con relieve aquellos de la Didactique des Mathématiques, que en Francia han buscado amalgamar conceptos, métodos, procesos de investigación que han sido apoyo para muchos investigadores y profesionales de la educación matemática.

Reseñar brevemente algunas de las ideas de este grupo de investigadores nos permitirá obtener una visión de las reflexiones y debates que en los últimos años se han dado en la activa comunidad de educadores de las matemáticas.

Etapas y acepciones

Tal vez una forma inicial para buscar comprender mejor los aportes en la epistemología y la educación matemática por parte de este grupo de intelectuales que han dado un nuevo sentido a los términos *Didactique des Mathématiques*, es reseñando su propia valoración del curso de la educación matemática y cuál es su interpretación de su significado.

Los autores de esta “escuela” tienen una visión particular de la evolución de la educación matemática: afirman tres etapas, una “antigua”, una “clásica” y, finalmente, la que constituiría la misma escuela francesa.

La “antigua” que correspondería a la etapa en ausencia de profesionalización, en la cual la enseñanza de las matemáticas podía verse como un arte asociado a las calidades del profesor o del alumno, y donde lo fundamental es el dominio de la disciplina de las matemáticas y las habilidades mostradas por el profesor en la enseñanza.

La etapa “clásica” sería aquella en la cual se sistematizan algunos de los asuntos relacionados con la problemática del profesor como, por ejemplo, los conocimientos previos de los alumnos, la motivación para el aprendizaje, técnicas para la resolución de problemas, la evaluación y, lo más importante, se trata de una didáctica que utiliza otras disciplinas en la explicación de su quehacer. En esta etapa se usan

los trabajos de Piaget, Vygotsky y Bruner entre otros. Es una visión que, se afirma, se puede apreciar en investigadores como, entre muchos, Bauersfeld, Alan Schoenfeld, Jeremy Kilpatrick (Kilpatrick, 1981), citado por Gálvez(2013).

Gascón (1998), citado por Gálvez(2013), por ejemplo, afirma la existencia de dos enfoques en esta etapa “clásica”: por un lado, uno centrado en el aprendizaje del alumno, con conceptos por ejemplo como el de "aprendizaje significativo" (Ausubel, 1968), citado por Morales y Vera(2007), en donde el objetivo de la investigación es esencialmente referido a cuál es el conocimiento matemático del alumno y su evolución. Existe aquí, se afirma, una reducción de la didáctica a la psicología en la explicación de los fenómenos didácticos de la matemática. Un segundo enfoque se establece por una actividad centrada en la actividad del profesor aunque orientada, por supuesto, hacia la formación del estudiante. Aquí, al tocarse las condiciones y pensamiento de los profesores, se afirma la necesidad de incorporar conocimientos de otras disciplinas como la psicología educativa, la sociología, la historia de las matemáticas, la pedagogía y la epistemología de las matemáticas, etc.

En esta visión “clásica” los hechos didácticos no modifican las nociones importadas de otras disciplinas. En esencia, afirman los defensores de la didáctica de la matemática francesa, que el enfoque “clásico” se ve condicionado por los fenómenos psicológicos; más aún, que se da una subordinación de lo didáctico a lo psicológico. De esta manera, en el fondo, se afirma que esta visión de la educación matemática renuncia a construir la didáctica de las matemáticas como una disciplina científica. Entonces, subordinación a la psicología o a otras disciplinas es la observación crítica más fuerte.

La tercera etapa va a ser la “didáctica fundamental”. La explicación, según los mismos autores, para la creación de la nueva etapa en la enseñanza de las matemáticas es que desde el punto de vista anterior no era posible resolver asuntos específicos en los quehaceres de la didáctica matemática. Por ejemplo, el papel de la rutinas en el aprendizaje de las matemáticas, las actividades creativas, el papel de la resolución de problemas, la relación entre los aprendizajes de aritmética, álgebra y geometría, la adquisición de conceptos precisos matemáticos o los criterios para el diseño de un currículo de matemáticas en general. Se afirma que estos asuntos no podían ser abordados desde la óptica clásica.

Brousseau plantea el asunto en términos de acepciones de la didáctica. Y establece cuatro: la primera, se entiende como el arte de enseñar en general (Comenius); la segunda, como un conjunto de técnicas para enseñar; la tercera, como “la descripción y el estudio de la actividad de enseñanza en el marco de una disciplina científica de referencia.” (Brousseau, 1990). En esta última se tiene una actitud más “reflexiva”, hay investigación de una práctica. Sostiene que estas acepciones se pueden ver como complementarias. Pero apunta su nueva visión y la distancia frente a las otras acepciones:

“...desde hace una quincena de años ha aparecido, también bajo el nombre de "didáctica", un intento de constituir una ciencia de la comunicación de los conocimientos y de sus transformaciones; una epistemología experimental que intenta teorizar la producción y la circulación de los saberes un poco como la economía estudia la producción y la distribución de los bienes materiales. Esta ciencia se interesa, en lo que estos fenómenos tienen de específico del conocimiento que se tiene en el punto de mira, por la manera como conocimientos escasos se usan para la satisfacción de las necesidades de los hombres que viven en una sociedad y, en particular, por las operaciones esenciales de la difusión de los conocimientos, las condiciones de esta difusión y las transformaciones que esta difusión produce, tanto sobre esos conocimientos como sobre sus usuarios; por las instituciones y las actividades que tienen como objeto facilitar esas operaciones.” (Brousseau, 1990)

Hay un llamado al carácter específico en la Didáctica de las Matemáticas; se subraya entonces lo que es su punto de partida: las matemáticas. La nueva etapa o visión aporta nociones, términos, y métodos novedosos en la educación matemática, todos interpretados como una reconstrucción teórica de las fronteras de esta nueva disciplina. Vamos a reseñar algunas de estas ideas y, posteriormente, introduciremos algunos comentarios sobre las mismas.

El carácter específico de la didáctica de las matemáticas

La nueva didáctica fundamental introduce nuevos objetos de estudio, que si bien existían en el modelo clásico, sin embargo, no era objetos de estudio primario, simplemente se asumían como “transparentes”. “El marco teórico de la didáctica matemática francesa establece nuevos conceptos: por ejemplo, el de situación didáctica, cuya primera aproximación se formuló al principio de los años 70 (Brousseau, 1972 y luego, como una teoría más desarrollada: Brousseau, 1994), citado por Gálvez(2013). La idea es definir conocimiento matemático mediante una situación que se llama fundamental. Entonces, el aprendizaje del conocimiento matemático en una escuela o una institución específica se establece a través de la noción de situación fundamental.

Y aquí hay supuestos teóricos: “La hipótesis básica de la teoría de situaciones de Brousseau es que el conocimiento construido o usado en una situación es definido por las restricciones de esta situación, y que, por tanto, creando ciertas restricciones artificiales el profesor es capaz de provocar que los estudiantes construyan un cierto tipo de conocimiento. Esta hipótesis está ciertamente más próxima al constructivismo que a las aproximaciones que se derivan de la noción Vygostskiana de zona de

desarrollo próximo.” (Sierpinska y Lerman, 1996), citado por Gálvez(2013). No está claro, como veremos adelante, que esta conexión con el constructivismo siempre se pueda establecer.

Con base en esa idea, es posible establecer una línea de investigación que establezca las situaciones fundamentales para cada concepto matemático, con estudio de supuestos y condiciones epistemológicas, situaciones didácticas, experimentación, evaluación de las experiencias. Para realizar eso, se afirma la necesidad de “reconstruir los conceptos matemáticos” teóricos propiamente, para luego construir las situaciones relativas.

En esto, pareciera sentirse la influencia de Lakatos con la propuesta de “reconstrucciones racionales” (Sierpinska y Lerman, 1996a). De esta manera, a la vez, se busca ampliar drásticamente el objeto de estudio de la epistemología de las matemáticas. Por un lado, invocando aspectos sociales didácticos y, por el otro, extendiendo la didáctica a otro tipo de instituciones. Es decir: ya no se refiere a una epistemología que clásicamente se orienta hacia la construcción del conocimiento matemático simplemente, sus conceptos y métodos teóricos, sino que se dirige a la "dimensión didáctica de los diferentes tipos de manipulación institucional de las matemáticas". Puesto en otros términos: se toma como objeto de estudio la actividad matemática en su conjunto en una institución, en donde intervienen otras variables socioacadémicas.

Un segundo concepto en esta orientación es el que se da con la idea de “transposición didáctica” [entendida como el paso de un objeto de saber científico

a un objeto de enseñanza, en otras palabras los cambios o transposiciones que presenta un conocimiento científico para ser enseñado en un aula, (Chevallard 1991)], que aparece a mediados de la década de los 80. Una de las tesis fuertes asociadas a esto es la que afirma que “las diferentes formas de manipulación social de las matemáticas no pueden ser estudiadas separadamente” (Gascón, J. 1998), citado por Gálvez(2013). De igual manera, se afirma, que no se puede separar la creación y evolución de las matemáticas del estudio de la enseñanza y la utilización de éstas (Gascón, 1993), citado por Gálvez (2013).

¿Cuál es la motivación principal detrás de toda esta visión y cuál es la fuente de los nuevos conceptos? En esencia, se trata de no solo avanzar más allá de las perspectivas vagas o muy generales de lo que es didáctica (arte, o conjunto de técnicas) sino, como señalaba Gascón, de no ver esta disciplina como una yuxtaposición de saberes. Por ejemplo, una yuxtaposición de pedagogía, psicología, historia, etc. donde las matemáticas son simplemente un componente más (y a veces uno subordinado). La afirmación es clara, no puede haber una didáctica en general al margen de lo específico, o sea de las matemáticas: “Los conocimientos pueden aparecer en situaciones originales, pero los saberes culturales están asociados necesariamente a prácticas sociales que les sirven de referencia.

Un corolario del postulado fundamental es que a situaciones diferentes les corresponden conocimientos diferentes. Por consiguiente, el saber nunca es exactamente el mismo para sus creadores, para sus usuarios, para los alumnos, etc., cambia. El estudio y el control de estas modificaciones, que nosotros llamamos transposición didáctica es el objeto principal de la teoría. Por tanto, lo único

que se puede hacer es, en el mejor de los casos, modelizar las situaciones características de un saber, pero ya se dio una primera aportación de la didáctica.” (Brousseau, 1990).

Colocar las matemáticas como un componente más genera una distorsión grave, por un lado coloca a los especialistas de las otras disciplinas no matemáticas en imposibilidad de intervenir sobre los temas que no saben (los contenidos matemáticos) y atrincherarse en sus formaciones. Brousseau es preciso: “Las vías de investigación que se favorecen naturalmente son pues las que reposan sobre la hipótesis de una vaga complementariedad en el seno de equipos pluridisciplinarios, y que se expresan en un lenguaje común a todo el mundo; quedan excluidas, casi con toda certeza, las investigaciones sobre lo que es específico del conocimiento que se pretende, en beneficio de asuntos más generales. (Brousseau, 1991), citado por Gálvez(2013).

Por otro lado: empuja a los matemáticos a encerrarse exactamente en los contenidos. “Los enseñantes y los especialistas de la disciplina en cuestión (aquí los matemáticos que enseñan en las facultades de educación, a los que, en algunos casos, se les ha llegado a llamar “fundamentalistas”) se ven conducidos entonces a minimizar el papel de toda teoría, a poner en primer plano el contenido puro o la experiencia profesional.” (Brousseau, 1991a)

La formación de los profesores es entonces un “embutido”: “La formación de los profesores se concibe como yuxtaposición de enfoques y de teorías independientes, cuya integración y utilización se deja a cargo de los propios

profesores. En ausencia de una responsabilidad teórica y técnica sobre la enseñanza misma, cada investigación en «didáctica» fundada sobre una de las disciplinas conexas no tratará en el mejor de los casos más que uno de los aspectos de la cuestión y desembocará en advertencias, observaciones, análisis científicos lanzados al foro, señalando a los enseñantes. Estos reproches, de nula utilidad para los profesores, están destinados en realidad, muy a menudo, al público, y éste los transforma en exigencias impacientes, en picotas ideológicas y finalmente en críticas obsesivas de la enseñanza.” (Brousseau, 1991a).

Los profesores en formación se alejan de quienes producen matemáticas; y a la vez los matemáticos se alejan de los temas de la enseñanza. ¿A cuál perspectiva conduce esto? La didáctica de las matemáticas debe considerarse parte de las matemáticas: “La inclusión de la didáctica de las matemáticas en las matemáticas se justifica por los conocimientos esperados de la conexión de las estructuras correspondientes” (Brousseau, 1991a). Para Brousseau ésta es la única opción para preservar la nueva disciplina y no subordinarse a las otras ciencias humanas (educación, historia, sociología etc.). Su posición es tajante:

“La eficacia, la calidad y la coherencia de la enseñanza ganarían con ello, pero, sobre todo, se trata de reafirmar los lazos que se corre el riesgo de que no se anuden naturalmente y que son indispensables: es poco probable que los didactas puedan mantenerse por más tiempo a resguardo de las interpelaciones de las ciencias humanas o del medio que pretenden tratar; por el contrario, nada concreto atrae verdaderamente a la comunidad matemática a tratar seriamente y con respeto sus problemas epistemológicos, sociológicos y morales mediante la didáctica. Hace falta, al menos por ahora, que los didactas estén en la comunidad matemática porque a ella es a la que deben hablar y sobre ella deberán actuar finalmente. ¡Que los matemáticos los controlen, de acuerdo, pero que no puedan desembarazarse de la responsabilidad de su acción, sea cual fuere la suerte que les reserven!” (Brousseau, 1991a).

Brousseau prefiere que los didactas estén en las escuelas de matemática a que estén en otras organizaciones como las facultades de educación. Parece olvidarse, sin embargo, que cuando los matemáticos buscaron intervenir en la educación (como con la reforma de las Matemáticas Modernas) provocaron bastantes “daños” (Ruiz, 2000), citado por Gálvez(2013). Ya comentaremos esta propuesta más adelante.

Por supuesto, se busca también que los matemáticos asuman la didáctica como una tarea intrínseca a sus quehaceres. No solo debido a que para hacer didáctica hay que poseer dominio de las matemáticas, sino especialmente porque la transposición didáctica es parte de su práctica:

“Reorganizar su pensamiento para comunicarlo, o para enseñarlo, elegir lo que va a convencer, lo que va a ser útil, etc, constituye una parte importante de la actividad de los productores de matemáticas; pero reorganizar las matemáticas para enseñarlas y para favorecer nuevas investigaciones es una competencia esencial de la propia investigación. No es posible ya a los matemáticos controlar esta transposición didáctica sobre la base de una transparencia ilusoria. La complejidad de los fenómenos les obliga a ejercer esta fase esencial de su actividad colectiva con la ayuda de los medios nuevos y apropiados que propone la didáctica. Por todas estas razones, la didáctica de las matemáticas forma parte de las matemáticas, incluso si la organización actual de los conocimientos, profundamente estructuralista, no le puede reservar un sector en el sentido clásico.” (Brousseau, 1991a).

Es decir: no sólo se asume que todo fenómeno didáctico posee un componente matemático esencial (lo que hacía necesario convertir las prácticas matemáticas escolares en objeto primario de investigación), sino que todo fenómeno matemático tiene un componente didáctico esencial.

Hay otros conceptos relevantes como los de obstáculo didáctico y campo conceptual que nos permitirán completar esta breve reseña. En relación con el primero: “Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para

resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles en conseguirlo.” (Godino, 2003).

Los campos conceptuales emergen debido a que las situaciones didácticas no se pueden analizar solamente con un concepto. Entonces, un campo conceptual refiere a varios conceptos, métodos y formas de representación. Por ejemplo, las estructuras multiplicativas, las aditivas, etc.

De la epistemología a la antropología de las matemáticas

Todo este tipo de consideraciones teóricas han llevado a una definición mucho más general de la didáctica de las matemáticas: “ciencia de las condiciones específicas de la difusión (impuestas) de los saberes matemáticos o útiles a las personas y a las instituciones humanas” (Brousseau, 1994), citado por Gálvez(2013). De esta manera, se amplía la aplicación del campo de la didáctica de las matemáticas más allá del sistema escolar. Es decir:

“... este paso, de la institución escolar a cualquier institución en la que se manipulen conocimientos matemáticos, con la consiguiente inclusión de los fenómenos de transposición didáctica, constituye la última de las ampliaciones de la problemática didáctica. Esta generalización del objeto de investigación es, por tanto, otra de las aportaciones del enfoque antropológico y en relación a las primeras formulaciones de la didáctica fundamental.”(Gascón, J. 1998), citado por Gálvez(2013).

De igual forma, afirman un "enfoque antropológico en didáctica de la matemáticas" (Chevallard, 1992), citado por Gálvez(2013), o una antropología de las matemáticas que amplía la epistemología clásica de las matemáticas, al considerar no solo la producción de conocimientos (Chevallard, 1990), citado por Gálvez(2013). Se pasa, por ejemplo, del sujeto epistémico al sujeto didáctico (Artigue, 1990), citado por Gálvez(2013). La actividad matemática, entonces, se interpreta integrando la construcción de un sistema de conceptos, el uso de lenguaje y un proceso cognitivo. Esto hace que se incorporen enfoques que, se afirma, son parciales: epistemológicos, lingüísticos, psicológicos, sociológicos etc. Pero ya no como yuxtaposición de saberes con subordinación de las matemáticas, sino como parte de un proceso dirigido por los matemáticos (aquellos que hacen didáctica –que no son muchos).

Otro de los últimos desarrollos en esta aproximación es el que plantea que la matemática institucional se modeliza por medio de la noción de "obra matemática" (Chevallard, 1996), citado por Gálvez(2013). Ésta se plantea en los siguientes términos:

"Podemos decir, en resumen, que la matemática institucionalizada y, en particular, la matemática escolar, se organiza en obras matemáticas que son conjuntos estructurados de objetos matemáticos que surgen como respuesta a ciertas cuestiones planteables en el seno de dicha institución. Las obras matemáticas son así el resultado final de una actividad matemática que, como toda actividad humana, presenta dos aspectos inseparables: la práctica matemática que consta de tarea (materializadas en tipos de problemas) y técnicas útiles para llevar a cabo dichas tareas, y el discurso razonado sobre dicha práctica que está constituido por dos niveles, el de las tecnologías y el de las teorías. Estos son, en definitiva, los elementos constitutivos de toda obra matemática." (Gascón, 1998), citado por Gálvez(2013).

En este enfoque se dice que: “El objeto primario de investigación didáctica lo constituyen las actividades matemáticas institucionales que se modelizan mediante la noción de proceso de estudio de una obra matemática en el seno de una institución.” (Gascón, 1998a). Esto lo reseñan Sierpinska y Lerman:

“En desarrollos más recientes de la teoría, se ha propuesto pasar de la comparación de tipos diferentes de conocimiento (conocimiento del investigador matemático versus matemáticas escolares) a un dominio más amplio de comparación de diferentes tipos de prácticas sociales (Martinand, 1989, en Arsac, 1992), citado por Gálvez(2013). Chevallard (1991) se interesa por las relaciones entre la práctica social de la investigación en matemáticas y la práctica social de la enseñanza y aprendizaje institucionalizado de las matemáticas en la escuela. Diferentes pares de prácticas sobre las matemáticas han atraído la atención de otros investigadores. Por ejemplo, Lave (1988), citado por Gálvez(2013) y Waikerdine (1988), citado por Gálvez(2013) estudiaron la falta de congruencia entre el funcionamiento del pensamiento matemático en la escuela y en esferas extraescolares de prácticas tales como en la administración de la casa, crianza de los niños, y el trabajo.” (Sierpinska y Lerman, 1996a).

Es decir, encontramos aquí otra generalización o ampliación del campo de la didáctica. Esta idea de “proceso de estudio” es mayor o más ambiciosa que la de “proceso de enseñanza aprendizaje”. Aunque se afirma que para el “estudio de la obra matemática” el aprendizaje es el efecto buscado, la enseñanza se ve sólo como un medio establecido dentro de un proceso donde existen muchos otros (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997), citado por Gálvez(2013). Este proceso de estudio posee fases: un primer encuentro que es el que permite tomar conciencia de los objetos para el estudiante, un segundo momento exploratorio previo al pensamiento lógico como el pensamiento plausible en (Pólya, 1954), un tercer momento del trabajo de la técnica que conduce al dominio de las técnicas que anteriormente fueron exploradas (la resolución del problema matemáticamente) y, por último, momentos de institucionalización y evaluación, puesto que el estudio se realiza en una institución y debe haber un proceso de evaluación.

Ahora bien, estas nociones de “obra matemática” y de “estudio”, parecieran ser una extrapolación de la misma didáctica escolar en varias cosas. Por ejemplo, los “momentos” del “estudio”, mencionados arriba, en realidad son muy semejantes a los pasos que se establecen en una estrategia de resolución de problemas: “visualización” inicial, exploración, resolución técnica matemática, evaluación y socialización (institucionalización).

La noción de “ingeniería didáctica” propone una orientación metodológica con la ejecución de cuatro fases consecutivas (entre ellas un análisis a posteriori y evaluación, facilitando de esta forma una dimensión experimental vinculada directamente a una dimensión teórica).

Gascón afirma que la didáctica de la matemáticas en esta aproximación francesa representa “un cambio progresivo de problemática” y un nuevo “programa de investigación”, siguiendo los términos usados por Lakatos (por ejemplo en Lakatos, 1978). Este es el momento pertinente para hacer un balance. Empecemos con las etapas en la Educación Matemática.

Etapas y enfoques en la educación matemática

Es posible, en efecto, distinguir una etapa de no profesionalización de la Educación Matemática. A partir de la experiencia que se tuvo con la reforma de las “matemáticas modernas” se dio un proceso amplio en busca de una profesionalización en la Educación Matemática. Por un lado, se ha buscado establecer un perfil profesional para los educadores de las matemáticas y, al mismo tiempo, fortalecer la Educación Matemática como una disciplina científica. En ambas tareas se ha

buscado importar conceptos, métodos, experiencias de diferentes disciplinas: las matemáticas para empezar, psicología, historia de las matemáticas y la ciencia en general, la pedagogía, la lingüística, la antropología, la sociología, etcétera.

Ahora bien, el hecho de importar estos conceptos, teorías o experiencias no nos parece que suponga necesariamente una subordinación de la Educación Matemática a la psicología, y a otras disciplinas. Todas las disciplinas educativas integran diferentes componentes; más aún, se trata de un territorio poderosamente transdisciplinario. Que en ese proceso se le pueda dar un cierto énfasis a la psicología o a los aspectos cognitivos, no pareciera conducir a sostener una valoración tan drástica. En ese mismo sentido, los diferentes asuntos a los que responde la didáctica de la matemática dentro del enfoque francés no está muy claro que no puedan ser abordados con una sabia integración de otros conceptos, algunos importados de otras disciplinas, otros propios de los quehaceres específicos en la Educación Matemática. Nos parece que el asunto es más complejo.

No se puede negar, sin embargo, que la escuela francesa ha aportado nuevos conceptos, nuevos términos teóricos, algunos procedimientos y una fundamentación importante de la disciplina de la Educación Matemática. Conceptos como situación fundamental didáctica, transposición didáctica, obstáculo didáctico, obra matemática, estudio, etcétera, afirman un marco teórico original y útil. No obstante, pareciera más conveniente afirmar esos aportes en la didáctica de las matemáticas más que como una “etapa” que supera cualitativamente a otra previa, como una de varias aproximaciones y aportes diferentes dentro de un propósito global compartido de establecer una disciplina científica y al mismo tiempo

construir un perfil profesional para ésta. Como bien señala Schoenfeld estamos ante un campo muy nuevo en la comunidad científica:

“Debemos recordar lo reciente que es la Educación Matemática como campo de investigación. Los matemáticos están acostumbrados a medir el linaje matemático en siglos, cuando no en milenios; en contraste, el linaje de la investigación en Educación Matemática (especialmente la Educación Matemática en el nivel de pregrado) se mide en décadas. La revista *Educational Studies in Mathematics* comenzó a editarse en los años 60. El primer número del Volumen 1 del *Journal for Research in Mathematics Education* fue publicado en Enero de 1970. Las series de volúmenes de *Research in Collegiate in Mathematics Education* – el primer conjunto de volúmenes dedicado exclusivamente a Educación Matemática en el nivel universitario – comenzó a aparecer en 1994. No es accidental que la gran mayoría de los artículos citados por Artigue [1] en su revisión de 1999 sobre contribuciones de la investigación fueron escritos en los años 90.; ¡había poco antes de esa fecha en el nivel de pregrado!” (Schoenfeld, 2000), citado por Gálvez(2013).

Hay varios asuntos propiamente teóricos que debemos comentar en torno a la aproximación “francesa”.

Educación matemática y matemáticas: Diferencias y convergencias

En primer lugar, la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y su estudio en ese sentido general que le dan los franceses, en efecto, constituye un mundo cognoscitivo diferente, específico. Como hemos afirmado en otra parte (Ruiz, 2000a), las técnicas, metodologías, objetos y conceptos, particulares que forman parte de esta disciplina y el conjunto completo de la misma, cuyo fin es el aprendizaje, parten, por supuesto, de las matemáticas en primer lugar. Son los conceptos y métodos matemáticos el origen de partida. En ese sentido, los procesos de construcción matemática y los de validación en las comunidades matemáticas son fundamentales.

Y, sin embargo, se trata de asuntos que invocan varias dimensiones: la historia, la psicología, la antropología, la filosofía, etcétera. Todos enfocados hacia las

matemáticas y su enseñanza aprendizaje. Y, de igual manera, se incorporan las variables que intervienen en la práctica o en los quehaceres educativos, con el grado de generalidad que esto último se afirme o acepte. Por ejemplo, las políticas gubernamentales, los textos, los programas, los sistemas de evaluación, las condiciones de infraestructura, experiencia de la clase, la organización de grupos, los determinantes culturales e ideológicos, etc. A esto, además, deben integrarse las técnicas y los instrumentos y las estrategias pedagógicas y metodológicas precisas que pueden utilizarse para lograr el aprendizaje.

Todos estos elementos intervienen en la práctica profesional, dentro de las comunidades de educadores de las matemáticas. Las investigaciones ofrecen conocimiento nuevo y fundamentan o amplían una disciplina científica, pero se trata de una disciplina que tiene una relación muy directa con esas prácticas, y se nutre de ellas. La práctica profesional es en este caso un medio significativo en la construcción del nuevo conocimiento.

Es necesario construir la Didáctica de las Matemáticas como una disciplina científica, pero es importante asumir desde un principio una perspectiva inter y transdisciplinaria. Máximizarse en una época que potencia la transdisciplinaria y la ruptura de departamentos rígidos y estancos en la educación superior. Las redes de investigación en la nueva disciplina deben establecer el requisito de la formación matemática entre la mayoría de sus participantes. En eso estamos de acuerdo, el dominio de la disciplina es un punto de partida necesario (tanto para la investigación como para la práctica docente). Sin embargo, no es suficiente. La formación en otros territorios científicos también debe incorporarse. Es decir,

formación en las ciencias humanas como la psicología, la historia, la lingüística, la antropología, y la filosofía. A veces no será posible que la misma persona posea ambas formaciones y en ese caso el concurso de otros especialistas, aunque no sepan de matemáticas, puede ser útil y conveniente. Se tratará de establecer la conducción de los procesos de investigación a partir de quienes sí poseen un dominio de las matemáticas. Esto es un asunto a abordar de manera concreta.

Enfatizar la especificidad de la Didáctica de las Matemáticas, con base en la conexión entre matemáticas y educación, estableciendo puentes teóricos, es de gran importancia. Muy bien lo sintetiza Godino (2003a).

Existen teorías generales del aprendizaje y teorías de la enseñanza. Pero, cabe preguntarse ¿aprendizaje de qué?; ¿enseñanza de qué?. Los fenómenos del aprendizaje y de la enseñanza se refieren a conocimientos particulares y posiblemente la explicación y predicción de estos fenómenos depende de la especificidad de los conocimientos enseñados, además de factores psico-pedagógicos, sociales y culturales. Esto es, los factores "saber a aprender" y "saber a enseñar" pueden implicar interacciones con los restantes, que obligue a cambiar sustancialmente la explicación de los fenómenos didácticos. La programación de la enseñanza, el desarrollo del currículo, la práctica de la Educación Matemática, precisa tener en cuenta esta especificidad.

La insuficiencia de las teorías didácticas generales lleva necesariamente a la superación de las mismas mediante la formulación de otras nuevas, más ajustadas a los fenómenos que se tratan de explicar y predecir. Incluso pueden surgir nuevos

planteamientos, nuevas formulaciones más audaces que pueden revolucionar, por qué no, los cimientos de teorías establecidas.

El marco estrecho de las técnicas generales de instrucción (o incluso de la tecnología) no es apropiado para las teorías que se están construyendo por algunas líneas de investigación de la Didáctica de las Matemáticas. El matemático, reflexionando sobre los propios procesos de creación y comunicación de la matemática, se ha visto obligado a practicar el oficio de epistemólogo, psicólogo, sociólogo, esto es, el oficio de didacta.

Esta óptica es importante no solo para construir la disciplina científica en abstracto, sino en la práctica profesional. Durante décadas y décadas hasta ahora en todo el mundo han predominado programas de formación de profesores de matemáticas que han sido en esencia “embudidos” de pedagogía general y matemáticas (la mayoría de las veces de bajo nivel). Una yuxtaposición pobre e inútil para propiciar el progreso de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Los profesores de matemáticas formados en esas condiciones terminan al egresarse de las universidades dependiendo de sus virtudes y debilidades solamente para su labor, sin poder fundamentar sus actividades profesionales en métodos y conceptos y recursos proporcionados por su disciplina en las aulas universitarias. A las dificultades propias de la naturaleza de las matemáticas para su aprendizaje, se añaden las derivadas de una separación drástica entre pedagogía y matemáticas. La construcción de la disciplina académica permitirá avanzar en la definición de un perfil profesional propio, una especialidad capaz de seguir progresando. La investigación en este escenario, ahora

y como ejemplo, es posible de concebirse como un proceso permanente incorporado, como dijimos antes, en los quehaceres de la profesión, en el aula misma.

No obstante, hay que tener cuidado en la construcción de los puentes teóricos; precisamente, una de las críticas que ha tenido este enfoque de la Didáctica es que apuntalan las conexiones entre matemáticas y didáctica de las matemáticas a veces dejando de lado sus diferencias, y, por lo tanto, debilitando el lugar teórico específico de la Educación Matemática. Es decir, que el peso de las características de las matemáticas es excesivo sobre otras dimensiones propias de la Educación Matemática. Esta es una advertencia relevante.

La Educación Matemática es bien diferente de las matemáticas en la construcción cognoscitiva y en la aplicación y manipulación de sus constructos teóricos. Algo así como que son funciones de varias variables, en las que las variables son distintas. La Educación Matemática es una ciencia social y debe asumir muchos de los métodos que estas ciencias han desarrollado. La matemática posee una lógica científica distinta asociada en parte a las ciencias naturales y a la vez separada con sus propias características (procesos exclusivos de construcción y de validación). Son muchas las diferencias, entre ellas: La Educación Matemática es una ciencia social de tremenda importancia en los entornos sociales y políticos, de manera muy diferente a las matemáticas.

No vamos aquí a insistir mucho en este asunto. Baste señalar un par de cosas: por una parte, las investigaciones y trabajos de la mayoría de comunidades matemáticas refieren a temas y conceptos que poco tienen que ver con aquellos

que estudia la Didáctica de las Matemáticas. Los niveles de formación en especialidad, además, que se requieren apenas para entender muchas de esas investigaciones son imposibles de encontrar en quienes han asumido como foco de su quehacer académico la Didáctica. Por ejemplo, nada más alejado de las preocupaciones científicas de los matemáticos que la matemática que se imparte en la educación secundaria o primaria e incluso una gran parte de la universitaria.

Por más que los matemáticos de alto vuelo requieran hacer transposiciones didácticas para comunicar sus resultados teóricos, no es similar a la que se ocupa hacer en la didáctica escolar. Tampoco hay relación estrecha en lo que se refiere a la comunicación que “objetiviza” los resultados matemáticos, con base en criterios formales y de rigor exigidos por la comunidad matemática. De seguro, hay algunas convergencias, que es importante tomar en cuenta, pero se trata de asuntos en esencia distintos (tanto en la enseñanza como en la investigación). Mientras que la investigación en matemática admite poca participación (en métodos, criterios, objetos) de otras disciplinas, para la Educación Matemática ésta es más bien esencial. Y esto, epistemológica y culturalmente, debe entenderse con toda justicia.

Por otra parte, la actitud cultural y social de los matemáticos en muchas partes ha sido de extraordinaria arrogancia académica, subestimando el valor de las otras disciplinas científicas. Campos profesionales como la historia y filosofía de las matemáticas, por ejemplo, han sido constantemente subestimados intelectualmente por los matemáticos, e incluso aquellos matemáticos que se dedicaron a esos campos han sido vistos con recelo y poca estima. Igual ha sucedido con

aquellos que se han dedicado a la Didáctica. En particular, no ha sido extraña una actitud despectiva hacia la enseñanza de las matemáticas.

Esa arrogancia se expresó con toda intensidad en la reforma de las Matemáticas Modernas a lo largo y ancho de muchos países. Colocar a los didactas de las matemáticas dentro de las comunidades matemáticas sin más, como propone Brousseau, es pasar por alto estas diferencias epistemológicas y académicas y estas condiciones socioculturales. Aún más, supone subordinar a los didactas a los matemáticos. Entonces: se pide no subordinar las matemáticas a otras disciplinas en la construcción de la didáctica, pero se subordina la didáctica a las matemáticas. Esto se aleja, incluso, de apuntalar a los educadores de las matemáticas como una comunidad científica y académica aparte.

La disyuntiva para los didactas de las matemáticas entre estar bajo la bota de otras ciencias humanas o aquella de los matemáticos (en la que Brousseau toma partido por la segunda opción), no es válida. Puede que en algunos países, estar subordinados a las facultades de educación haya sido enajenante y un obstáculo para el progreso de la disciplina de la didáctica de las matemáticas. No ha sido extraña, por ejemplo, una actitud de parte de los pedagogos de tratar de “dictar cátedra” sobre todos los aspectos pedagógicos (didácticos y curriculares) de todas las disciplinas, sin tomar en cuenta que muchas veces las estrategias pedagógicas emergen directamente de los conceptos dentro de la disciplina. La reacción social y teórica asociada de los matemáticos preocupados por la didáctica es justa, pero aquí se debe adoptar la perspectiva más amplia. Debe consignarse, además, que, en otros países, las cátedras de Didáctica de las Matemáticas fueron asignados a departamentos de matemática (por

ejemplo, en Alemania, entre 1960 y 1975, se crearon 100 cátedras de esa manera). (Godino, 2003a).

Enfrentar las “taras” epistemológicas, académicas y profesionales que han existido en los programas de formación en la Educación Matemática, con separación estéril de matemáticas y educación y muchos otros problemas, debe abrir paso a una nueva visión, pero no a subordinar la didáctica a las matemáticas. Es más razonable construir una comunidad aparte con el establecimiento de reglas (de participación académica y de validación científica) que permitan la consolidación científica y académica. Aquí será posible, incluso, avanzar en la “construcción” de matemáticos preocupados por la didáctica y activos a la vez en la misma.

En este tipo de discusiones es donde nos percatamos de las dificultades teóricas de la nueva disciplina. Estamos en una intensa época de creación, modificación y desarrollo, y por eso las indicaciones de prudencia y escepticismo de Schoenfeld son plenamente válidos:

“Los matemáticos que se aproximan a este trabajo deberían estar abiertos a una amplia variedad de ideas, comprendiendo que los métodos y perspectivas a los que están acostumbrados no se aplican a la investigación educativa de manera directa. No deberían buscar respuestas definitivas sino ideas que se pueden usar. Al mismo tiempo, todos los utilizadores y prácticos de la investigación en Educación Matemática (nivel de pregrado) deberían ser saludablemente escépticos. En particular, debido a que no hay respuestas definitivas, ciertamente se debería desconfiar de alguien que las ofrece. En general, el principal objetivo para las próximas décadas consiste en continuar construyendo un cuerpo de teoría y métodos que permita a la investigación en Educación Matemática llegar a ser un campo cada vez más sólido, tanto básico como aplicado.” (Schoenfeld, 2000a)

Sobre la epistemología

Debemos añadir, por otra parte, que hay algunos supuestos en la teoría de las transposiciones didácticas, como bien consignan Sierpinska y Lerman: La noción de transposición didáctica hizo en sus comienzos (Chevallard, 1985, 1991) ciertas hipótesis más o menos tácitas sobre el conocimiento matemático que la distinguen fuertemente del constructivismo epistemológico. Consideró que existe un objeto identificable llamado 'saber sabio matemático', contra el cual el contenido de las matemáticas enseñadas en las escuelas podía ser comparado y juzgado como 'legítimo' o no. Ya incluso la existencia de conocimiento mera de las mentes de los individuos es inexplicable desde un punto de vista constructivista. También se asumió tácitamente en la teoría de la transposición didáctica que lo que se enseña será aprendido finalmente, con algún retraso, naturalmente, y posiblemente no por todos los estudiantes. Por tanto, existe un “estado de conocimiento” (o “experto”) ideal al que la enseñanza y el aprendizaje deberían converger. De nuevo este supuesto es contrario a cómo los constructivistas ven los procesos de enseñanza y aprendizaje. (Sierpinska y Lerman, 1996a). Esto ha generado críticas:

“La teoría de la transposición didáctica ha sido criticada debido, entre otros motivos, por la vaguedad de la noción de 'saber sabio matemático' (Freudenthal, 1986). Una respuesta a esta crítica (encontrada en Arsac, 1992) reveló el carácter sociocultural de la noción: la sociedad reconoce la existencia de un cierto grupo de profesionales que producen conocimiento el cual, en la cultura, se considera 'cognoscible' ('knowledgeable') (sabio) o 'científico' (en el sentido amplio que no reduce la ciencia sólo a la ciencia natural). Esta interpretación del conocimiento está próxima a la que Vygotsky consideró tácitamente (y no cuestionó) y quizás incluso más a la epistemología inherente a la aproximación de Bruner respecto de la adquisición del lenguaje.” (Sierpinska y Lerman, 1996a)

Lo señalamientos se refieren a la necesidad de afinar lo que se debe asumir como conocimiento matemático y por otra parte lo que sería el derivado de realizar la transposición. Sin duda, no puede pensarse en un “saber sabio matemático” al margen de consideraciones básicas en torno a la metodología de la historia de la ciencia. El conocimiento solamente puede interpretarse (conceptualizarse) en contextos aportados por las comunidades científicas específicas que establecen sus reglas de validación particulares. Entonces: no hay conocimiento universal “en el aire”, se invoca la contextualización (histórica, social, etc.), aunque aquí hay que cuidarse de los extremos que últimamente proponen las versiones relativistas en la filosofía de la ciencia. (Ruiz, 2003a)

Resulta interesante resaltar, finalmente, una relación que existe entre esta “antropología de las matemáticas” y nuestras ideas sobre la epistemología en general. Para la Didáctica hay una introducción de un factor epistemológico adicional ofrecido por las condiciones sociales específicas en las que se desarrolla la relación sujeto objeto; este es el entorno escolar, o, siguiendo la extrapolación o ampliación del concepto empleado, el institucional en el que se usa la matemática de manera precisa. Este factor modifica la misma relación entre sujeto y objeto epistemológicos. Para nosotros, el factor “contextual” o social global es clave, no solo para las matemáticas sino para el conocimiento en general.

La “nueva antropología de las matemáticas” se puede ver como un caso específico de la visión epistemológica general que hemos sostenido desde hace muchos años (Ruiz, 1990, 2000, 2003), citado por Gálvez(2013), que integra sujeto, objeto y sociedad en una nueva situación epistémica. Hemos afirmado que las matemáticas

solo se pueden entender con una epistemología que afirme una relación mutuamente condicionante entre el sujeto y el objeto epistémicos. Una epistemología que afirma el papel activo, no pasivo o receptivo, tanto del objeto como del sujeto epistémicos. Pero se trata de una metodología que no niega que uno de estos factores puede ser más determinante en ciertas ocasiones. Dónde y cómo es un asunto sujeto al estudio concreto y particular que no se puede establecer por la vía del decreto a priori. En esto juega también un papel importante el tipo de conceptos matemáticos. Es claro en esta visión que no se privilegia ninguno de los factores epistemológicos, como sí lo hace el empirismo clásico (el objeto), el Racionalismo (el sujeto) e incluso el mismo Piaget (el sujeto) aunque desde una óptica basada en premisas biológicas (no demostradas).

Otro elemento de orden epistemológico: no se puede prescindir en el análisis de las componentes epistemológicas de lo social como factor autónomo, condicionante y activo. Aunque éste se pueda ver como parte del objeto epistémico en sentido clásico, su consideración independiente ayuda a comprender la trascendencia de este factor en la construcción epistemológica. Afirmamos, entonces, una relación integrada condicionante y recíproca de todos estos factores al mismo tiempo (de nuevo *a priori* no se puede determinar cuál es el papel preciso de cada uno en cada caso). Esto quiere decir por ejemplo que las diferencias en el influjo social pueden generar diferencias en la evolución *psicogenética* de los individuos. Con ello se subraya que distintos contextos culturales, por ejemplo, pueden determinar diferencias epistemológicas. Diferentes estímulos psicosociales en los niños pueden generar diferentes resultados. No quiere decir esto que las condiciones sociales son determinantes por encima de todo, en particular las condiciones biológicas.

Más aun, no sostenemos un determinismo social (a veces de naturaleza económica como el que ha prevalecido en muchas escuelas de interpretación histórica), pero sí es necesario subrayar que existen diferencias en este terreno y es necesario tener una aproximación más adecuada que haga intervenir lo concreto y particular. En este sentido, a manera de ejemplo: nos alejamos de las posiciones epistemológicas que encierran, por ejemplo, la psicogénesis en etapas universales rígidas y lineales.

2.2.4 La Teoría de Transposición Didáctica

Historia del Concepto de Transposición Didáctica

La mayoría de los investigadores en didáctica están de acuerdo en atribuir la paternidad del concepto de transposición didáctica a Verret (1975). Este autor sostiene en 1974, una tesis de doctorado en sociología que tuvo por objeto el estudio de la distribución temporal de las actividades de los estudiantes. En el capítulo III de esta obra, él define la didáctica como “la transmisión de aquellos que saben a aquellos que no saben. De aquellos que han aprendido a aquellos que aprenden”. A partir de entonces, se plantea la pregunta de la caracterización del tipo de saber transmitido. No se puede enseñar un objeto sin transformación: “Toda práctica de enseñanza de un objeto presupone, en efecto; la transformación previa de su objeto en objeto de enseñanza” (Verret, 1975a).

La transmisión del saber debe autonomizarse con relación a la producción y la elaboración del saber: “en este trabajo de separación y de transposición, se instituye necesariamente una distancia entre la práctica de enseñanza, la práctica en la que el

saber es enseñado, es decir, la práctica de transmisión y la práctica de invención”. Esta transposición implica no solamente un trabajo de separación y de transformación, sino también de selección. La transmisión didáctica va en efecto a privilegiar el logro, la continuidad y la síntesis.

- El logro, porque en el saber transmitido al alumno, se ha operado una clasificación: las investigaciones “no exitosas” no serán presentadas. Los titubeos, los tanteos y los fracasos de la investigación evitados a los alumnos;
- La continuidad, porque la transmisión didáctica no tendrá en cuenta las interrupciones y la huella del tiempo sobre las investigaciones: ella presupone “la transmisión histórica de las investigaciones exitosas”, (Verret, 1975a).
- La síntesis, porque en la transmisión de los saberes a los alumnos, los momentos fuertes de la investigación serán detenidos o reservados para “hacer la economía del detalle”.

La Teoría de la Transposición Didáctica de Yves Chevallard

Chevallard (1991) va a retomar por cuenta propia esta idea de transposición didáctica, en una obra del mismo nombre, cuya primera edición data de 1985. Más tarde, como veremos, el autor francés va a desarrollar una aproximación antropológica de los saberes, que es una ampliación de la problemática inicial teniendo en cuenta un cierto número de críticas dirigidas a la teoría de la transposición didáctica.

Definición de la Transposición Didáctica

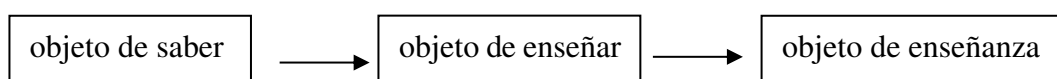
Chevallard (1985), citado por Gálvez (2013), en su primera obra de didáctica de las matemáticas en el juego que se lleva a cabo entre un docente, los alumnos y un saber

matemático. Estos tres “lugares” forman lo que él llama un sistema didáctico y la relación ternaria, que existe entre estos tres polos, es calificada por su autor como relación didáctica.

Ahora bien, el autor insiste en la importancia de un término y de una relación a menudo olvidada en la didáctica: el saber y la relación con el saber. El concepto de transposición didáctica remite entonces al paso del saber sabio al saber enseñado y luego a la obligatoria distancia que los separa. Hay de esta forma transposición didáctica (en el sentido restringido) cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado. Chevallard indica en particular, que la transposición didáctica remite a la idea de una reconstrucción en las condiciones ecológicas del saber. Para ilustrar esta idea, él se vale de un ejemplo de transposición como el que sucede de una pieza musical del violín al piano: es la misma pieza, es la misma música, pero ella está escrita de manera diferente para poder ser interpretada con otro instrumento. En efecto,

“un contenido del saber sabio que haya sido designado como saber a enseñar sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para tomar lugar entre los objetos de enseñanza. El ‘trabajo’ que un objeto de saber a enseñar hace para transformarlo en un objeto de enseñanza se llama transposición didáctica”. (Chevallard, 1985a).

Chevallard distingue también la transposición didáctica “stricto sensu” de la transposición didáctica “sensu lato”. La primera concierne “al paso de un contenido de saber preciso a una versión didáctica de este objeto del saber” (1985, p. 39). La segunda, puede ser, representada por el esquema:



Las Características de la Transposición Didáctica

Los límites planteados por M. Verret que tienen que ver con la desincretización, la despersonalización, la programabilidad de la adquisición del saber, la publicidad y el control social de los aprendizajes; son retomados por Y. Chevallard, quien anota que estos son tendencialmente satisfechos por un proceso de arreglo didáctico que se denomina “el poner en textos del saber”, es decir, la textualización. (1985, p. 59)

Desincretización del saber. La primera etapa en la formación de un saber apropiado, consiste en una delimitación de “saberes parciales”, cada uno de estos se expresa en un discurso autónomo.

Este efecto de delimitación produce, según Chevallard, la “descontextualización del saber, su extracción de la red de problemáticas y de los problemas que le dan ‘sentido’ completo, la ruptura del juego intersectorial constitutivo del saber en su movimiento de creación y de realización”. (Chevallard, 1985a)

Despersonalización del saber. Todo saber sabio, en el momento de su nacimiento, se ata a su productor. “Su compartimiento, al interior mismo de la comunidad sabia, supone un cierto grado de despersonalización, que sólo permite la publicidad del saber” (Chevallard, 1985a). Este movimiento de despersonalización debuta entonces en la “ciudad sabia”, pero este movimiento no terminará sino en el momento de la enseñanza (“usted puede creerme, porque no es mío”). Más precisamente, para Chevallard, la “textualización realizada (...) la disociación entre el pensamiento en tanto que dirigida por una subjetividad, y sus producciones discursivas implica que el

sujeto es expulsado fuera de sus producciones” (Chevallard, 1985a). El saber es entonces objetivado.

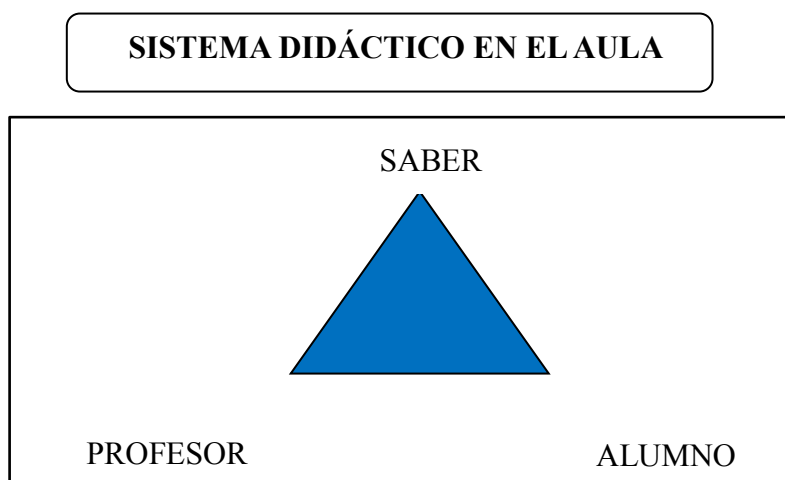
Programabilidad de la adquisición del saber. La textualización del saber supone igualmente la introducción de una programación, de una “norma de progresión en el conocimiento” (Chevallard, 1985a). Este texto tendrá entonces un comienzo, un intermedio y un fin (...), el texto procede por secuencias, mientras que, claro está, ése no es el caso de saber sabio de referencia.

Publicidad y control social de los aprendizajes. La objetivación producida por la textualización del saber conduce ella misma a la posible publicidad de este saber. El saber a enseñar se deja de esta manera ver, él llega a ser público, en oposición al carácter “privado” de los saberes personales adquiridos por ejemplo por mimesis o mimetismo. Esta publicidad, a su vez, “permite el control social de los aprendizajes, en virtud de una cierta concepción de lo que es “saber”, concepción fundada (o mínimo legitimada) por la textualización”. (Chevallard, 1985a)

2.2.5 La Teoría de Situaciones Didácticas

Guy Brousseau es uno de los didactas franceses que más se ha destacado en el desarrollo de la Didáctica de la matemática, en Francia es uno de los pilares del área y muchas de sus ideas han pasado al Sistema Educativo Francés. Pero también es reconocido internacionalmente: En Canadá la Universidad de Montreal lo ha nombrado profesor Honoris Causa, sus trabajos son conocidos también en Estados Unidos, Alemania, Suiza, Italia y América Latina, tiene discípulos en todo el mundo. Y a esta tarea se ha abocado desde el comienzo de los años 70, entre sus trabajos se

destacan la Teoría de Situaciones y los primeros Fundamentos Teóricos de la Didáctica de la Matemática. Él desarrolló esta teoría sobre la base del sistema didáctico formado por el profesor, alumno y el saber actuando en el aula. (micro sistema).



Guy Brousseau desarrolla la “Teoría de Situaciones”. Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.

Brousseau (1999), citado por Gálvez (2013), afirma, y nosotros pensamos con él que:

“(…) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y los profesores.”

La Teoría de Situaciones está sustentada en una concepción constructivista –en el sentido piagetiano- del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986), citado por Gálvez (2013), de esta manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

Situaciones Didácticas, Situaciones Adidácticas y Situaciones no Didácticas

El rol fundamental que esta teoría otorga a la “**situación**” en la construcción del conocimiento se ve reflejado en la descripción que tomamos de Brousseau (1999a):

“Hemos llamado ‘situación` a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición ‘anterior` de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso “genético”.”

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Brousseau(1982), citado por Gálvez (2013), la definía de esta manera:

“Un conjunto de relaciones establecidas explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.”

La situación Adidáctica (o fase a-didáctica dentro de una situación didáctica), definida así por Brousseau (1986), citado por Gálvez (2013):

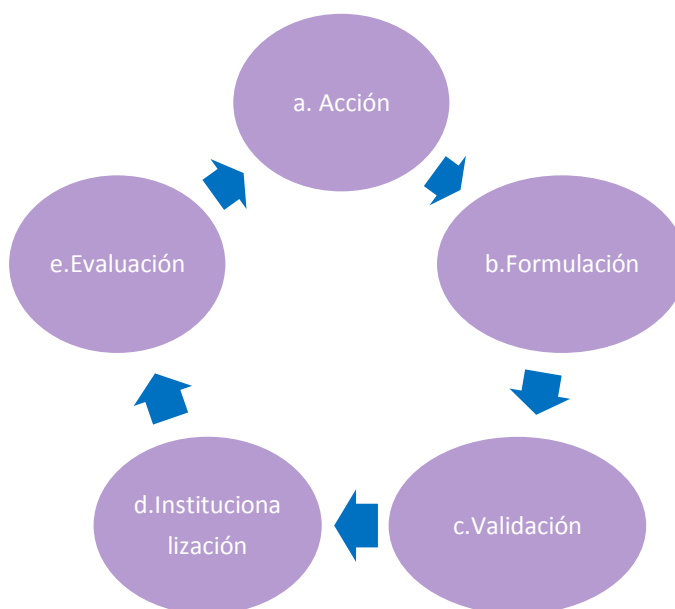
“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte, no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”

Entonces, las situaciones a-didácticas no tienen en vista un conocimiento sino el desarrollo de comportamientos: modos de actuar, de decir, de explicar, de argumentar, de expresar, de escribir, de escuchar.

Las no didácticas, tampoco tienen en vista un conocimiento y no ocurren necesariamente en la sala de clases. Son conocimientos o comportamientos que se adquieren por transferencias de conocimientos o saberes escolares y/o por experiencias asociadas a la búsqueda personal o influida por el medio familiar o social (poner la mesa).

Fases de las Situaciones Didácticas

Entre las situaciones didácticas Brousseau distingue las situaciones de: acción, formulación, validación, institucionalización y evaluación.



Fuente: Rutas de Aprendizaje de matemática

a. Fase de acción

Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas.

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que:

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<p>-Expone la situación y las consignas, y se asegura que han sido comprendidas, si es necesario, parte de los conocimientos previos mediante actividades especiales para este fin.</p> <p>-Adopta el rol de un “coordinador descentrado” que interviene solamente como mediador de la búsqueda, pero se abstiene de brindar informaciones que condicionen la acción de los estudiantes.</p> <p>-Aclara las consignas, alerta sobre obstáculos inexistentes agregados por los estudiantes.</p> <p>-Señala contradicciones en los procedimientos, etc.</p> <p>-Promueve la aparición de muchas ideas, pues esta fase es la más creativa y la que debe poner en juego la imaginación, la inventiva y la intuición.</p> <p>-Propicia el intercambio entre los miembros del grupo, asegurándose de que el grupo no siga adelante sin antes tomarse el tiempo para la discusión de los acuerdos.</p>	<p>-En esta fase se plantea el problema, los estudiantes dan lectura y analizan los factores que definen al problema como tal, se identifican los datos, el propósito, la factibilidad de su resolución(es) y solución.</p> <p>-Se imagina la situación apelando a sus saberes previos.</p> <p>-Esta fase involucra tanto aspectos cognitivos como cuestiones de índole práctica, ambos dirigidos a la solución de problemas que es preciso resolver en condiciones específicas y con recursos limitados</p>

Entonces, en esta etapa el estudiante es confrontado a una situación problemática, el estudiante en busca de una solución realiza acciones que pueden desembocar en la creación de un saber hacer.

b. Fase de formulación

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que en la fase de formulación se busca la adquisición de destrezas para la decodificación de los lenguajes más apropiados, y se mejora progresivamente la claridad, el orden y la precisión de los mensajes.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> -Estimular a los estudiantes. -Evitar que los estudiantes pierdan el hilo del proceso. -Procurar que se organicen de modo que puedan diseñar y materializar la solución (seleccionar los materiales, las herramientas, dividir las tareas, etc.). -Indicar las pautas para que los estudiantes utilicen los medios de representación apropiados. -Sondear el “estado del saber” y los aspectos efectivos y actitudinales. -Detectar procedimientos inadecuados, prejuicios, obstáculos y dificultades, para trabajarlos con los estudiantes, según convenga a su estrategia. 	<ul style="list-style-type: none"> -En esta fase se obtiene el plan ordenando procedimientos, estrategias, recursos y el producto que resuelve los problemas. -La solución del problema exige al estudiante explicitar los conocimientos en un lenguaje que los demás puedan entender. Para ello se utilizan medios convencionales de representación que permiten la comunicación. -Se pone énfasis en el manejo de lenguajes muy variados, ya sea de tipo verbal, escrito, gráfico, plástico, informático o matemático.

Entonces podemos afirmar que esta etapa está dedicada al intercambio de informaciones acerca de la solución del problema y al manejo de lenguajes para asegurar el intercambio para que los integrantes del grupo puedan comprender.

c. Fase de validación

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que la fase de validación es una fase de balance, expresión de resultados y de confrontación.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<p>-El docente estimula y coordina las pruebas, los ensayos, las exposiciones, los debates y las justificaciones.</p> <p>-Absuelve las dudas y las contradicciones que aparezcan, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados, y busca que el consenso valide los saberes utilizados.</p> <p>-En este momento crece el valor de las intervenciones del docente, que debe recurrir a las explicaciones teóricas y metodológicas necesarias de acuerdo con las dificultades surgidas.</p> <p>-Esta es una buena oportunidad para tomar datos evaluativos y para introducir nuevas variantes de problematización.</p> <p>-Coordina y resume las conclusiones que son clave para la sistematización de la próxima fase.</p>	<p>-Los estudiantes verifican sus productos y resultados como parte de las situaciones sin tener que recurrir al dictamen del docente.</p> <p>-Las producciones de las situaciones son sometidas a ensayos y pruebas por sus pares en un proceso metacognitivo que se completa en la fase siguiente.</p>

Entonces, en esta etapa los intercambios no conciernen solamente a las informaciones sino a las declaraciones. Hay que probar lo que se afirma, es decir, verificar las soluciones del problema, mediante razones apoyadas en los datos iniciales (hipótesis) o en relaciones pertinentes (axiomas, teoremas, propiedades, etc)

d. Fase de institucionalización

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que en esta fase se generaliza y se abstraen los conocimientos en base a los procedimientos realizados y resultados obtenidos.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none"> -El docente cumple un rol como mediador de códigos de comunicación. -Explica, sintetiza, resume y rescata los conocimientos puestos en juego para resolver la situación planteada. -Destaca la funcionalidad. -Rescata el valor de las nociones y los métodos utilizados. Señala su alcance, su generalidad y su importancia. -Formaliza conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto del estudiante. 	<ul style="list-style-type: none"> -En esta fase el saber se descontextualiza y se despersonaliza para ganar el estatus cultural y social de objeto tecnológico autónomo, capaz de funcionar como herramienta eficaz en otras situaciones. -Se explica y se redondea lenguaje matemático apropiado, avanzando en los niveles de abstracción correspondientes, formalizando conceptos y procedimientos matemáticos, contribuyendo a resignificar el aprendizaje en el contexto global del estudiante.

e. Fase de evaluación

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que en esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje: aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.

Acciones del docente	Acciones del estudiante
<ul style="list-style-type: none">-El seguimiento del docente desde la aparición de los primeros borradores y bocetos hasta el producto final como forma de evaluar el desempeño del estudiante.-Puede presentar algunos trabajos adicionales con el propósito de obtener más datos evaluativos y permitir la transferencia y la nivelación.- Anticipa una nueva secuencia articulada con los temas y/o contenidos tratados.	<ul style="list-style-type: none">-En esta fase se realiza la autoevaluación del estudiante y la coevaluación entre pares como instancias de aprendizaje y evaluación como proceso recursivo.-Observamos que el estudiante traduce la situación, interpreta, realiza representaciones simbólicas, discute sus supuestos en su equipo, se comunica, socializa sus resultados, encuentra el error en el compañero, refuta y generaliza superando los errores y el modelo intuitivo instalado.

2.2.6 El Constructivismo y la Enseñanza de la Matemática

Coll (2009) señala que “se ha dicho varias veces que la concepción constructivista no es en sentido estricto una teoría, sino más bien un marco explicativo que, partiendo de la consideración social y socializadora de la educación escolar, integra aportaciones diversas cuyo denominador común lo constituye un acuerdo en torno a los principios constructivistas”. Asimismo, dice que existen diversas perspectivas sobre cómo el aprender se construye, lo cual implica a definir el constructivismo desde diferentes

miradas, como plantea Sánchez (2005), citado por Castillo (2008), y no encasillarlo en una única manera de pensarlo.

En esta investigación se concibe al constructivismo como una propuesta epistemológica que surge en oposición al positivismo del conductismo y el procesamiento de la información; además, se basa en la concepción que la realidad es una construcción interna, propia del individuo. Dicha forma de ver el constructivismo, indica Sánchez (2005), citado por Castillo (2008), está justificada desde la perspectiva del uso de las tecnologías de información y comunicación para la construcción del conocimiento.

Ahora bien, independientemente de la postura que se asuma, una filosofía constructivista hará énfasis en cómo los aprendices construyen los conocimientos en función de sus experiencias previas, estructuras mentales y creencias o ideas que ocupan para interpretar objetos y eventos. La teoría constructivista postula que el saber, sea de cualquier naturaleza, lo elabora el aprendiz mediante acciones que hace sobre la realidad.

Esto implica que la construcción sea interna; el aprendiz crea e interpreta esa realidad. Von Glaserfeld (1990), citado por Castillo (2008), afirma: *“el saber es construido por el organismo viviente para ordenar lo más posible el flujo de la experiencia en hechos repetibles y en relaciones relativamente seguras”*. Tal aspecto debería ser tomado en cuenta por el docente, quien encuentra en la concepción constructivista un marco teórico para analizar y fundamentar muchas de las decisiones que toma en la planificación de sus actividades y práctica docente.

El Cuadro I muestra a algunos autores muy conocidos por sus aportes y concepciones constructivistas. Se puede observar que cada postura asume ciertos elementos que la distinguen y unos postulados que, aunque parecieran diferentes, convergen en precisar que el estudiante es el principal protagonista de su propio aprendizaje. Desde luego, hay una serie de factores como el entorno social, manejo del lenguaje, cultura, desarrollo personal y otros que permiten que el *cómo se aprende* adquiera visiones diferentes.

Cuadro I

Posturas constructivistas: sus representantes y principios

Constructivismo Cognitivo	Constructivismo Socio-cognitivo	Constructivismo Radical	
Piaget	Vigotsky	Maturana	Von Glaserfeld
-Estructuras Cognitivas. -Esquemas, operaciones y funciones cognitivas -Equilibrio -Asimilación -Acomodación	-Relación entre enseñanza aprendizaje y desarrollo cognitivo. -El aprendizaje va a ser remolque del desarrollo. -Identidad entre aprendizaje y desarrollo.	-Nuestra experiencia está ligada indisolublemente a nuestra estructura. -Nuestros ser y hacer son inseparables	-Lo que nosotros vemos que otros hacen y lo que escuchamos que otros dicen afectan inevitablemente lo que hacemos y decimos, y se refleja en nuestro pensamiento.

Fuente: Castillo (2008)

Posturas constructivistas: sus representantes y principios

Constructivismo Cognitivo	Constructivismo Socio-cognitivo	Constructivismo Radical	
Piaget	Vigotsky	Maturana	Von Glaserfeld
<p>Principios:</p> <p>1. El rol más importante del profesor es proveer un ambiente en el cual el niño pueda experimentar la investigación espontáneamente.</p> <p>2. El aprendizaje es un proceso activo en el cual se cometerán errores y las soluciones serán encontradas. Estos serán importantes para la asimilación y la acomodación para lograr el equilibrio</p> <p>3. El aprendizaje es un proceso social que debería suceder</p>	<p>Principios:</p> <p>1. El aprendizaje y el desarrollo es una actividad social y colaborativa que no puede ser <i>enseñada</i> a nadie. Depende del estudiante construir su propia comprensión en su propia mente.</p> <p>2. La Zona de Desarrollo Próximo puede ser usada para diseñar situaciones apropiadas durante las cuales el estudiante podrá ser provisto del apoyo apropiado para el aprendizaje óptimo</p> <p>3. Cuando es provisto por las situaciones</p>	<p>Principios:</p> <p>1. Autoorganización: los seres vivos recogen la información para autoorganizarse internamente.</p> <p>2. Este proceso de autoorganización produce el reconocimiento de la realidad desde muchos dominios y en relación particular a cada observador.</p> <p>3. Relación observador - observado: es crítico el entendimiento de que lo que se dice de la realidad procede siempre de un observador</p>	<p>Principios:</p> <p>1. La realidad es percibida a partir de su construcción por el sujeto perceptor. Este principio obliga a una reformulación de todas las bases tradicionales del conocimiento por afectar a su raíz. No es una teoría más, sino un punto de partida radical.</p> <p>2. No hay una realidad racionalmente accesible: existe un mundo completamente externo por el cual verificamos las afirmaciones del conocimiento, o la verdad reside</p>

entre los grupos colaborativos con la interacción de los pares en escenarios lo más natural posible.	apropiadas, uno debe tomar en consideración que el aprendizaje debería tomar lugar en contextos significativos; preferiblemente donde el conocimiento va a ser aplicado.		exclusivamente en lo que los grupos individuales construyen.
--	--	--	--

Fuente: Castillo (2008)

Por otro lado, cada una de las posturas constructivistas se guía por una serie de principios:

- El conocimiento no es pasivamente recibido e incorporado a la mente del alumno, sino activamente construido.
- Sólo el sujeto que conoce construye su aprender.
- La cognición tiene función adaptativa y para ello sirve la organización del mundo experiencial.
- La realidad existe en tanto existe una construcción mental interna interpretativa del que aprende.
- Aprender es construir y reconstruir esquemas, modelos mentales.
- Aprender es un proceso individual y colectivo de diseño y construcción /reconstrucción de esquemas mentales previos como resultado de procesos de reflexión e interpretación.

Constructivismo y sus Implicaciones en Matemática Educativa

A continuación, se expone un análisis sobre las implicaciones que el constructivismo ha traído consigo en esta área del conocimiento, refiriendo primero las características que han dado Kilpatrick, Gómez y Rico (1995), citado por Castillo (2008):

- El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.
- Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.
- Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes.

Piaget considera que existen dos poderosos motores que hacen que el ser humano mantenga ese desarrollo continuo de sus estructuras cognitivas: la adaptación y el acomodamiento. Al conjugar estos elementos, se puede conocer la importancia de vincular un marco teórico con la práctica pedagógica que ha de ejercer un docente, al desarrollar capacidades matemáticas en el aula.

Adicionalmente, existe una característica muy particular en el ámbito de la matemática: la abstracción. Al respecto, Vergnaud (1991), citado por Castillo (2008) considera tres puntos interesantes:

- ❖ La *invarianza de esquemas*, que se refiere al uso de un mismo esquema mental para diversas situaciones semejantes.
- ❖ La *dialéctica del objeto-herramienta*, que se refiere a que el uso proporcionado a aquello que abstrae inicialmente lo utiliza como herramienta para resolver algo en

particular, pero posteriormente le da un papel de objeto al abstraer sus propiedades. Pero el proceso continúa, pues al obtener el sujeto un objeto a partir de una operación descubre nuevas cosas que, inicialmente, utilizará como herramientas para después abstraer sus propiedades y convertirlas en objetos, y así sucesivamente. De esta manera el individuo conceptualiza al mundo, y sus objetos, en diferentes niveles.

❖ El *papel de los símbolos*, que simplifican y conceptualizan los objetos al obtener sus invariantes sin importar el contexto en el que se encuentren.

Una postura constructivista no sólo permite advertir las dificultades que suelen tener los alumnos para aprender, sino también aporta una guía para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje más eficientes, empleando un proceso de enseñanza donde el protagonista central es el alumno, considerando sus intereses, habilidades para aprender y necesidades en el sentido más amplio.

El individuo que aprende matemáticas desde un punto de vista constructivista debe construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con otros sujetos. Tal parece que para que el alumno pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la interacción activa con los objetos matemáticos es preciso que dichos objetos se presenten inmersos en un problema, no en un ejercicio.

Las situaciones problemáticas introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante, de tal manera que en la búsqueda de ese acomodamiento se genera la construcción del conocimiento. No obstante, este camino también implica errores, y por medio de ellos el sujeto cognoscente trata de encontrar el equilibrio que, con toda intención, le hizo perder el problema propuesto por el docente. Para lograrlo,

y construir su conocimiento, el estudiante debe *retroceder* para luego *avanzar* y *re construir un significado más profundo del conocimiento*. Es entonces, en palabras de Vygotski, cuando la interacción social del estudiante que aprende juega un papel primordial porque propicia que avance más en grupo que de manera individual. De allí la importancia del lenguaje, pues sirve como medio para estructurar el pensamiento y el conocimiento generado por el sujeto.

El hecho de que los docentes no conozcan la teoría constructivista impide que la apliquen en forma adecuada, con lo cual se pierde la posibilidad de que hagan un estudio sistemático de su uso o, peor aún, se genera una adaptación ineficiente por las características cambiantes de los grupos de educandos. Por tanto, no sólo el conocimiento de la teoría constructivista permite que su uso, aplicación, implementación, estudio, análisis y evaluación sea lo más eficiente y real posible, sino también la ejecución efectiva de la práctica pedagógica que todo docente de matemática debe efectuar para combinar dos elementos esenciales en su acción: teoría y praxis.

Aplicar este tipo de propuestas conlleva a que el docente realice un esfuerzo mayor al que normalmente está acostumbrado, pues necesita romper su esquema de transmisor de conocimientos y convertirse en un organizador, coordinador, asesor y director del proceso de construcción del conocimiento, el cual le pertenece primordialmente al alumno.

2.2.7 La Tecnología apoya el Aprendizaje de la Matemática

Martínez (2003), citado por Castillo (2008), dice que las nuevas tecnologías precisan de unas necesidades previas, sin las cuales no puede hablarse de su incorporación a ningún ámbito de la enseñanza. Estas son:

- **El acceso técnico:** Tiene que ver con la posibilidad material de disponer de acceso a estas tecnologías a los medios y servicios que proporcionan.
- **El acceso práctico:** Se relaciona con la disponibilidad del tiempo necesario para el empleo de las tecnologías, al igual que con preparar el proceso de su uso como soporte para la enseñanza y como medio para el aprendizaje.
- **El acceso operativo:** Referido a los conocimientos que van a permitir el manejo de la herramienta tecnológica.
- **El acceso criterial:** La utilización de las tecnologías precisa de una actitud previa crítica con la propia tecnología y que facilita la toma de decisiones sobre su utilización. La posibilidad de responder a la pregunta de por qué esta tecnología aquí y ahora es una cuestión fundamental.
- **El acceso relacional científico tecnológico:** Vinculado con los requisitos previos que necesitan tener del proceso de enseñanza en que se pretende incidir con las tecnologías.

Unidos a tales necesidades, se encuentran los principios que instituye el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (NCTM), los cuales atañen a:

- **Equidad:** La excelencia en matemática educativa requiere de equidad, expectativas altas y un fuerte apoyo para todos los estudiantes.
- **Currículo:** Es mucho más que una colección de actividades. Debe ser coherente
- y centrado en temas matemáticos importantes que estén bien articulados en los diferentes grados escolares.
- **Enseñanza:** La enseñanza efectiva de las matemáticas requiere de entender qué saben los estudiantes y qué necesitan aprender. A partir de ello, hay que retarlos y apoyarlos para que logren una buena formación.
- **Aprendizaje:** Los estudiantes necesitan aprender matemáticas entendiéndolas e interpretándolas cognitivamente, deben construir conocimientos de manera activa, a partir de sus experiencias y el saber anterior.
- **Evaluación:** La evaluación tiene que apoyar el aprendizaje de conceptos docentes como a los estudiantes.
- **Tecnología:** En su sentido más amplio, resulta esencial en la enseñanza y el aprendizaje, ya que influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Las tecnologías específicas como, por ejemplo, las electrónicas (calculadoras y computadoras) son herramientas muy útiles para enseñar, aprender y hacer matemáticas. De igual manera, ofrecen representaciones de instrucciones basadas en axiomas, teoremas y leyes matemáticas, facilitan la organización y análisis de los datos y permiten que se hagan cálculos de manera eficiente y exacta.

Las TIC pueden apoyar a las investigaciones de los estudiantes en varias áreas de las matemáticas, como números, medida, geometría, estadística, álgebra, pues se

espera que cuando dispongan de ellas logren concentrarse en tomar decisiones, razonar y resolver problemas. La existencia, versatilidad y poder de las TIC hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deben aprender los alumnos, así como examinar la mejor forma en que puedan aprenderlas.

Este es el momento de establecer el vínculo entre el constructivismo y la matemática educativa asistida por las tecnologías de información y comunicación. Cabe preguntarse, entonces: ¿Cómo usar las TIC con un enfoque constructivista en matemática educativa? Al respecto, Sánchez (2005), citado por Castillo (2008), da los siguientes enunciados:

- Como herramientas de apoyo al aprender, con las cuales se pueden realizar actividades que fomenten el desarrollo de destrezas cognitivas superiores en los estudiantes.
- Como medios de construcción que faciliten la integración de lo conocido y lo nuevo.
- Como extensoras y amplificadoras de la mente, a fin de que expandan las potencialidades del procesamiento cognitivo y la memoria, lo cual facilita la construcción de aprendizajes significativos.
- Como medios transparentes o invisibles al usuario, que hagan visible el aprender e invisible la tecnología.
- Como herramientas que participan en un conjunto metodológico orquestado, lo que potencia su uso con metodologías activas como proyectos, trabajo colaborativo, mapas conceptuales e inteligencias múltiples, donde aprendices y facilitadores coactúen y negocien significados y conocimientos, teniendo a la tecnología como socios en la cognición.

Sánchez (2005a) precisa que la tecnología sólo es una herramienta con una gran capacidad que, cuando es manejada con una metodología y diseño adecuado, puede ser un buen medio para construir y crear.

Al conocer los beneficios del uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y tras revisar cómo usarla con un enfoque constructivista; surge otra interrogante: ¿Se puede construir conocimiento matemático usando las TIC?. Si bien es cierto que los individuos adquieren información desde los ámbitos de la familia, la escuela y los medios de comunicación Serna (1999), citado por Castillo (2008), la función del educador será ayudar al individuo a que encarne estas tres corrientes de influencias en un mismo caudal, lo cual hará que potencie y desarrolle su personalidad (afectiva, social y cognitiva) en forma más equilibrada e integral con el mundo que lo rodea.

Por ello, se pretende que el conocimiento que los alumnos construyan en las aulas esté formado bajo la reflexión y fórmulas de trabajo colaborativo, así como que tenga miras hacia el surgimiento de un pensamiento racional y científico Serna (1999a). Esto parte del conocimiento previo, que abarca al que trae el alumno al aula producto de sus experiencias previas, donde residen muchos conocimientos que obtuvieron a través de medios de comunicación y otros recursos tecnológicos. El conocimiento previo es uno de los principios del aprendizaje constructivista; entre sus características podemos señalar:

- Implicación directa de los estudiantes en el proceso enseñanza aprendizaje al estar en contacto con situaciones del mundo real y cercano donde utilizan recursos tecnológicos.

- Surgimiento de nuevas temáticas en la investigación que despiertan el interés y la motivación de los estudiantes.
- Desarrollo de procesos y capacidades mentales de niveles superiores en proyectos informáticos.

Dichos rasgos implican la concepción de las TIC no sólo como medios, sino como elementos motivadores, creadores, que facilitan los procesos cognitivos de manera integrada con los demás elementos del currículo.

Rojano (2006), citado por Castillo (2008), opina que para la enseñanza de la matemática se necesita de modelos específicos con tecnología, bajo los siguientes principios:

- **Didáctico**, mediante el cual se diseñan actividades para el aula siguiendo un tratamiento fenomenológico de los conceptos que se enseñan.
- **De especialización**, por el que se seleccionan herramientas y piezas de software de contenido. Los criterios de selección se derivan de la didáctica de la matemática.
- **Cognitivo**, por cuyo conducto se seleccionan herramientas que permiten la manipulación directa de objetos matemáticos y de modelos de fenómenos mediante representaciones ejecutables.
- **Empírico**, bajo el cual se seleccionan herramientas que han sido probadas en algún sistema educativo.
- **Pedagógico**, por cuyo intermedio se diseñan las actividades de uso de las TIC para que promuevan el aprendizaje colaborativo y la interacción entre los alumnos, así como entre profesores y alumnos.

- **De equidad**, con el que se seleccionan herramientas que permiten a los estudiantes de secundaria el acceso temprano a ideas importantes en ciencias y matemáticas.

Entre el conjunto de la toma de decisiones para el diseño de los modelos, una de las más complejas reside en la selección de herramientas, ya que sus principios permiten formular criterios para elegir qué instrumentos deberían:

- Estar relacionados con un área específica de la matemática escolar.
- Contar con representaciones ejecutables de objetos, conceptos y fenómenos de la matemática.
- Permitir un tratamiento fenomenológico de los conceptos matemáticos y científicos.
- Ser útiles para abordar situaciones que no pueden abordarse con los medios tradicionales de enseñanza.
- Poder utilizarse con base en el diseño de actividades que promuevan un acercamiento social del aprendizaje.
- Permitir que se promuevan prácticas en el aula donde el profesor guía el intercambio de ideas y las discusiones grupales, a la vez que actúa como mediador entre el estudiante y la herramienta.

El hecho de conocer e identificar el conjunto de entornos tecnológicos de aprendizaje que cumplan con tales criterios hace posible el diseño de los modelos pedagógicos, de los tratamientos didácticos pertinentes en los temas de enseñanza, al igual que del aula, con la tecnología apropiada. Los diseños necesariamente se encuentran ligados al *conocimiento didáctico*, que el profesor pone en juego cuando realiza el análisis didáctico (Gómez y Rico, 2006), citado por Castillo (2008).

2.2.8 Aprendizaje del Área de Matemática

En 2007, el Ministerio de Educación en la revista: Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria, menciona que:

Matemática

La Matemática dirigida a los estudiantes presenta dos facetas bien diferenciadas. Primero, esta: la “enseñanza de la Matemática”, que muestra cómo es que debe presentarse los conocimientos al estudiante, es decir, los procesos pedagógicos que facilitan la asimilación del conocimiento matemático. Segundo, el “aprendizaje de la Matemática”, que muestra los procesos cognitivos para la asimilación y construcción del conocimiento matemático del estudiante.

Aprendizaje de matemática

Sólo un trabajo planificado puede rendir frutos positivos, es preciso enumerar ahora algunos lineamientos que deben de ser una constante en la labor educativa de los docentes:

- El conocimiento matemático no se da de modo inmediato en los estudiantes. Esto quiere decir que es todo un proceso cuyo avance es progresivo, por etapas, y según las particularidades de cada estudiante. Además, se trata de un proceso que nunca concluye, pues la asimilación de contenidos se prolonga más allá del tiempo que el estudiante pase en las aulas.
- El aspecto manipulativo debe de ser lo más relevante del aprendizaje. Así, el estudiante desarrolla su capacidad de abstracción, pues el aprendizaje que parte de lo concreto y lo perceptible se asimila con mayor facilidad en los esquemas mentales de los estudiantes.

- Se debe de alentar el trabajo cooperativo y las acciones solidarias, pues de esta manera se promueve también el debate, la discusión y el intercambio de conocimientos. Sin duda, los estudiantes fortalecen su capacidad argumentativa.
- Los intercambios de ideas y conocimientos no deben de limitarse a la institución educativa, sino que deben de extenderse al entorno familiar y social. Así, los estudiantes deben de estar en condiciones de participar en diálogos tanto con sus padres, como con sus maestros, vecinos, parientes, etc.
- Debe tenerse en cuenta que los estudiantes no son entes pasivos que simplemente “esperan” que los conocimientos entren a su conciencia. Por el contrario, deben de ser vistos como individuos con grandes potencialidades.
- También se debe fomentar la creatividad en los estudiantes, haciendo que formulen conjeturas, de esta manera, van a recorrer caminos inexplorados, al final de los cuales, puede aparecer un conocimiento valioso e inédito. Así, las actividades mecánicas, repetitivas y rutinarias deben de ser dejadas de lado.

Aprendizaje de Matemática en Educación Secundaria

En 2007, el Ministerio de Educación en la revista: Aprendizaje de la matemática y el desarrollo de capacidades, menciona que la Matemática tiene su origen en la necesidad de resolver problemas y ejecutar actividades que faciliten la existencia individual y colectiva de los seres humanos. Partiendo de situaciones concretas y cotidianas se llega a abstracciones que posteriormente se ordenan, dando origen a las teorías matemáticas, la ciencia y la tecnología.

La educación matemática en la secundaria, siempre ha estado orientada hacia la finalidad de proporcionar a los estudiantes las herramientas operativas básicas que les

permitan enfrentarse a los retos de la sociedad, también ha buscado dotar al alumnado de la capacidad de adaptarse a las nuevas situaciones, especialmente a las que se presentan en el ámbito laboral. Por esto, la Matemática debe de tener una vocación inclusiva de manera que la mayor cantidad de estudiantes resulte beneficiada. Para ello, los docentes son los responsables de que los estudiantes vean a la matemática como una aliada para el camino hacia el éxito y el desarrollo humano y no como una traba, pesada e inútil, sino, por el contrario, los avances tecnológicos se han extendido en todos los ámbitos de la vida diaria, que es casi imposible que alguien pueda mantenerse ajeno a ellos. La Matemática puede ayudarnos a manejarnos con seguridad ante la tecnología. Nos enseña, además, a realizar planificaciones, interpretar estadísticas, administrar nuestros ingresos y consolidar nuestros proyectos comerciales.

Capacidades del Área Matemática

En 2015, Las Rutas de Aprendizaje señala que las capacidades del área matemática son:

Capacidad 1: Matematiza situaciones

Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen. Por ello, esta capacidad implica:

- Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.

- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.

La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y de operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos; haciendo más fácil la manipulación o tratamiento de la situación (Lesh y Doerr 2003), citado en Rutas de Aprendizaje (20015).

Capacidad 2: Comunica y representa ideas matemáticas

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.



Fuente: Rutas de Aprendizaje (2015)

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss 2002), citado en Rutas de Aprendizaje (2015). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Por ejemplo, un estudiante puede representar en un diagrama sagital, en una tabla de doble entrada o en el plano cartesiano, la relación de la cantidad de objetos vendidos con el dinero recaudado, reconociendo que todas estas representaciones muestran la misma relación.

El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y relaciones, los va expresando de forma coloquial al

principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que responden a una convención.

Capacidad 3: Elabora y usa estrategias

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolas de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima



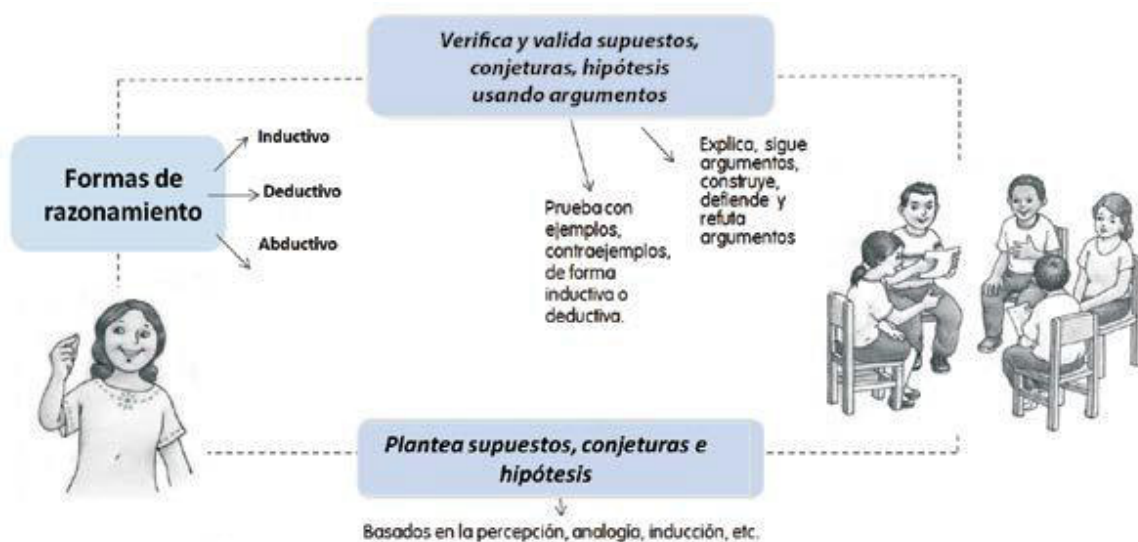
Fuente: Rutas de Aprendizaje (2015)

Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado. Por ello, esta capacidad implica:

- Elaborar y diseñar un plan de solución.
- Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diverso tipo (heurísticas, de cálculo mental o escrito).
- Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, reflexionar sobre su pertinencia y si le es útil.

Capacidad 4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas



Fuente: Rutas de Aprendizaje (2015)

Por ello, esta capacidad implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

2.2.8 Fundamentos de enseñanza de las funciones

La enseñanza de las funciones

En 2007, el Ministerio de educación en la revista: Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria, se menciona que la enseñanza aprendizaje de las funciones basada en repeticiones y utilización de reglas, entrena y conduce a un aprendizaje mecánico, y provoca en el estudiante la sensación de incapacidad, cuando se enfrenta a situaciones funcionales que no han sido desarrolladas en el aula.

Sin embargo el aprendizaje de las funciones, es un proceso social y activo, por ello, debemos estimular la acción en el estudiante, junto con sus compañeros, haciéndoles partícipes de situaciones que promuevan el análisis de actividades que puedan conducirlos a la adquisición de actitudes que contribuyan a un aprendizaje de largo tiempo, que promuevan la transferencia a situaciones nuevas, y sobre todo que adquieran un pensamiento independiente. Así, tal vez, nuestros estudiantes adquieran y mantengan pensamiento independiente y habilidades.

Debemos guiar a nuestros estudiantes a explorar ideas por sí mismos, y estimularlos a que formulen generalizaciones, enfatizando los patrones y las relaciones funcionales que surjan del análisis de la realidad, dando más importancia al razonamiento y a la iniciativa que a la simple memorización.

Como las funciones son muy cercanas al entorno del estudiante, contamos con una oportunidad extraordinaria de “matematizar” la realidad y hacerle ver al estudiante el proceso de construcción de modelos, así como la diferencia entre “modelo y realidad”. Debemos tener en cuenta que el interés por la creación de modelos matemáticos aumenta cuando los datos los generan los propios estudiantes.

Si queremos desarrollar el tema de funciones es conveniente presentar situaciones desafiantes que tengan sentido para ellos. El solo hecho de intentar solucionar estas situaciones los motivará a desarrollar una variedad de estrategias y utilizar sus conocimientos previos, lo que los llevará a desarrollar razonamientos y adquirir conocimientos significativos para ellos.

Muchos investigadores han abordado la problemática del aprendizaje de las funciones en la escuela, la mayoría de ellos coinciden en la importancia que tiene el enfatizar los siguientes puntos durante su desarrollo:

- El modelo de eventos y fenómenos reales.
- La resolución de problemas en el desarrollo de las capacidades cognitivas de los estudiantes.
- La formulación (lenguaje matemático).
- La validación (demostración y razonamiento de las ideas matemáticas).
- La institucionalización (puesta en común acuerdo social en la construcción del conocimiento).

Como el docente ya no transmite el conocimiento, sino gestiona los medios, instrumentos y situaciones que permita al estudiante avanzar en sus aprendizajes, debe tomar en cuenta que existen diferentes propuestas de actividades para el desarrollo de las funciones, por ejemplo, la utilización de la computadora mediante un *software* determinado.

Tengamos en cuenta que una de las dificultades fundamentales que manifiestan los estudiantes es traducir una función de un lenguaje a otro. Es esta dificultad la que tenemos que intentar solucionar, de allí la importancia de trabajar en nuestras clases actividades en la que los estudiantes tengan la posibilidad de traducir una función en sus diversos lenguajes o representaciones.

Los estándares matemáticos y las funciones

Según la Federación Norteamericana de Sociedades de Profesores de Matemáticas, *National Council of Teachers of Mathematic (NCTM)*, las relaciones funcionales pueden expresarse usando la notación simbólica. Muchas situaciones reales pueden presentar en su estructura, relaciones funcionales, de allí la importancia de analizar casos de la vida cotidiana.

Cuando los estudiantes aprenden que las situaciones pueden describirse frecuentemente utilizando la Matemática, podrán empezar a adquirir nociones elementales de modelización matemática. Así, a medida que avanzan en sus estudios en el nivel secundario, desarrollaran un repertorio de funciones centrándose en la comprensión de las relaciones funcionales.

Se ha demostrado que muchos estudiantes, al pasar al nivel universitario, poseen la idea de que la función es solo una regla o fórmula, cuando deberían ser capaces de comprender las relaciones entre tablas, gráficas y símbolos, y considerar las ventajas y desventajas de cada una de estas formas de representar las relaciones.

La NCTM afirma que es a través del estudio de las funciones que los estudiantes estarán capacitados para:

- Generalizar patrones usando funciones definidas explícitamente y recursivamente.
- Comprender relaciones y funciones, seccionar y utilizar varias formas de representarlas y pasar con flexibilidad de unas a otras.
- Comprender y comparar las propiedades de las clases de funciones, incluyendo las siguientes: exponencial, polinomial, racional, logarítmica y periódica.

- Interpretar representaciones de funciones de dos variables.
- Utilizar una variedad de representaciones simbólicas para las funciones y relaciones.
- Identificar relaciones cuantitativas fundamentales en una situación, y determinar la clase o clases de funciones que podrían modelar estas relaciones.

Las funciones en la educación secundaria

Los estudiantes al aprender sobre las características de determinadas clases de funciones, los docentes pueden encontrar una ocasión para comparar y contrastar las situaciones modelizadas por funciones de varias clases. Se espera que, al finalizar la secundaria, los estudiantes se encuentren capacitados para elaborar y utilizar representaciones tabulares, simbólicas, gráficas y verbales, y para analizar, comprender patrones, relaciones y funciones.

En este proceso de aprendizaje aparecen numerosas dificultades de índole muy diversa, que en la actualidad los resultados de las investigaciones realizadas en los últimos veinte años nos permiten conocer con bastante precisión, pero cuya superación dependerá, en buena parte, de las propuestas didácticas que se presenten a los estudiantes y de la gestión en el aula.

2.2.9 Aprendizaje de funciones cuadráticas

Función real de variable real

Espinosa (2012) menciona que dos conjuntos no vacíos A y B , a la relación binaria f de A en B le llamaremos función de A en B , si y solo si, verifica:

- i) $f \subseteq A \times B$
- ii) $(a, b) \in f \wedge (a, c) \in f \rightarrow b = c$

Esto quiere decir, que dos pares ordenados distintos no pueden tener la misma primera componente.

Si: $A = B = \mathbf{R}$, a la función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, se denomina función real de variable real.

Dominio y rango de una función

Sea $f: A \rightarrow B$ una función de A en B , llamaremos dominio de la función f , al conjunto de todas sus primeras componentes, al cual denotaremos por $D(f)$, es decir:

$$D(f) = \{x \in A / \exists y \in B \wedge (x, y) \in f\} \subseteq A$$

Y llamaremos rango de la función f al conjunto de las imágenes de todos los elementos de A mediante al cual denotaremos por $R(f)$ es decir;

$$R(f) = \{y \in B / \exists x \in A \wedge (x, y) \in f\} \subseteq B$$

Operaciones con funciones

Según, Larson (2010) las operaciones con funciones son:

1. **Adición de funciones.** Si f y g son dos funciones con dominio $D(f)$ y $D(g)$ respectivamente, entonces a la suma de f y g denotado por $f + g$ se define:

- i. $D(f + g) = D(f) \cap D(g)$
- ii. $(f + g)(x) = f(x) + g(x), \forall x \in D(f) \cap D(g)$

2. **Sustracción de funciones.** Si f y g son dos funciones con dominio $D(f)$ y $D(g)$ respectivamente, entonces a la diferencia de f y g denotado por $f - g$ se define:

- i. $D(f - g) = D(f) \cap D(g)$
- ii. $(f - g)(x) = f(x) - g(x), \forall x \in D(f) \cap D(g)$

3. **Multiplicación de funciones.** Si f y g son dos funciones con dominio $D(f)$ y $D(g)$ respectivamente, entonces a la multiplicación de f y g denotado por $f \cdot g$ se define:

- i. $D(f \cdot g) = D(f) \cap D(g)$
- ii. $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x), \quad \forall x \in D(f) \cap D(g)$

4. **División de funciones.** Si f y g son dos funciones con dominio $D(f)$ y $D(g)$ respectivamente, entonces a la división de f y g denotado por f/g se define:

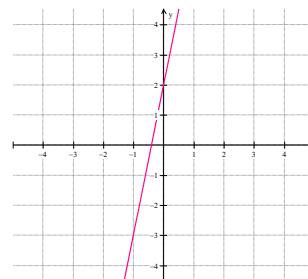
- i. $D(f/g) = D(f) \cap D(g) - \{x \in D(g) / g(x) = 0\}$
- ii. $(f/g)(x) = f(x)/g(x), \quad \forall x \in D(f/g)$

Representación Geométrica

Si f es una función real de variable real, entonces la grafica de f es el conjunto de pares ordenados de f considerados como un conjunto de puntos de R^2

$$G(f) = \{(x; f(x)) / x \in D(f)\}$$

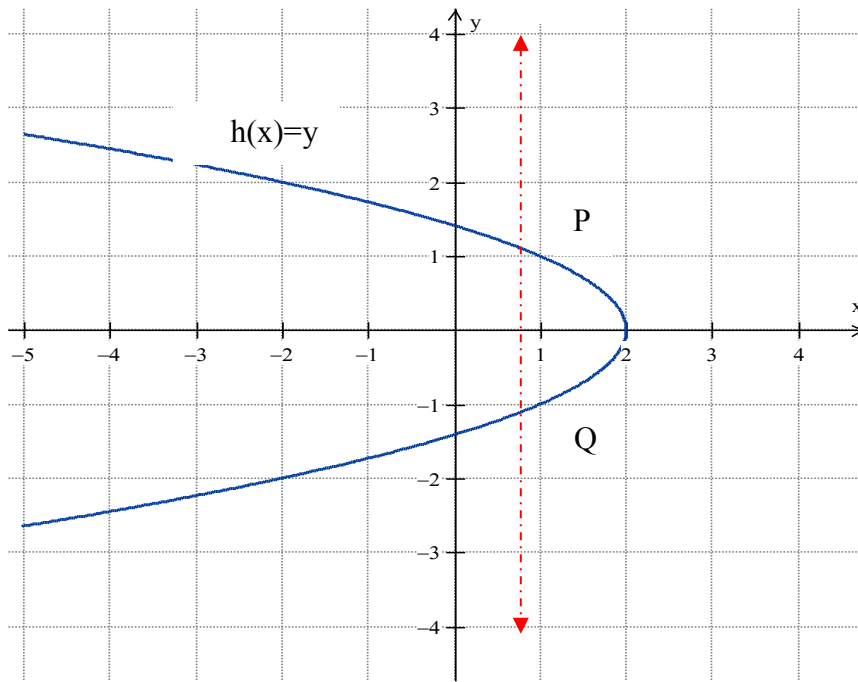
Por ejemplo: Graficamos, $f(x) = 5x + 2$



Definición geométrica

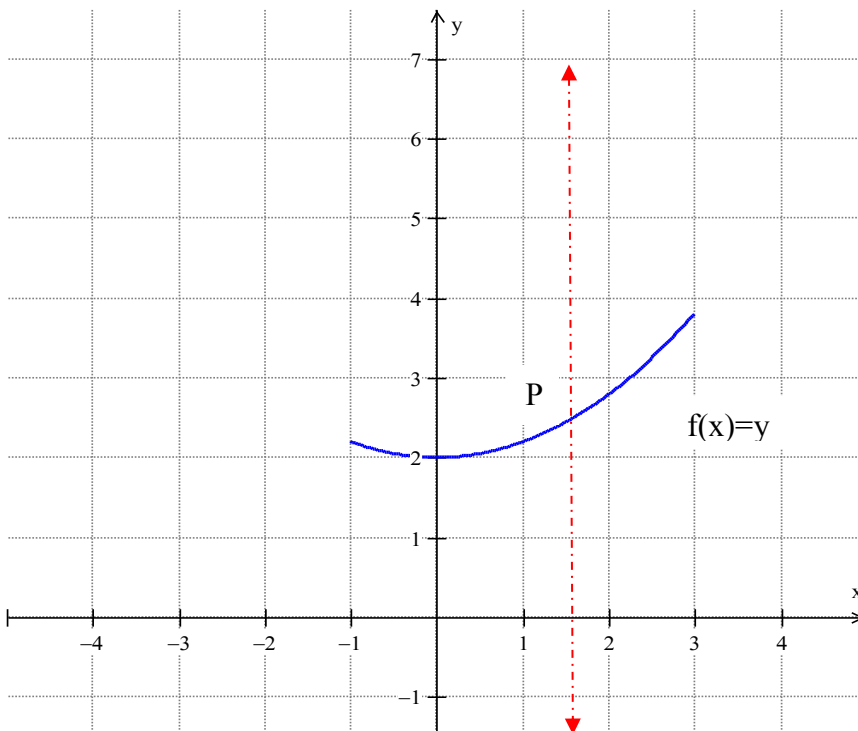
f es una función \leftrightarrow cualquier recta perpendicular al eje X corta a la gráfica de f en un sólo punto. Es decir: $G(f) \cap L = \{\text{punto}\}$

Por ejemplo:



$G(h) \cap L = \{P, Q\}$
h no es función

L



$G(f) \cap L = \{P\}$
f es función

FUNCIONES CUADRÁTICAS

Schmind, Weidig (2006) se llama función cuadrática aquella función $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$ y se puede representar de diversas formas.

FORMAS DE REPRESENTAR FUNCIONES CUADRÁTICAS

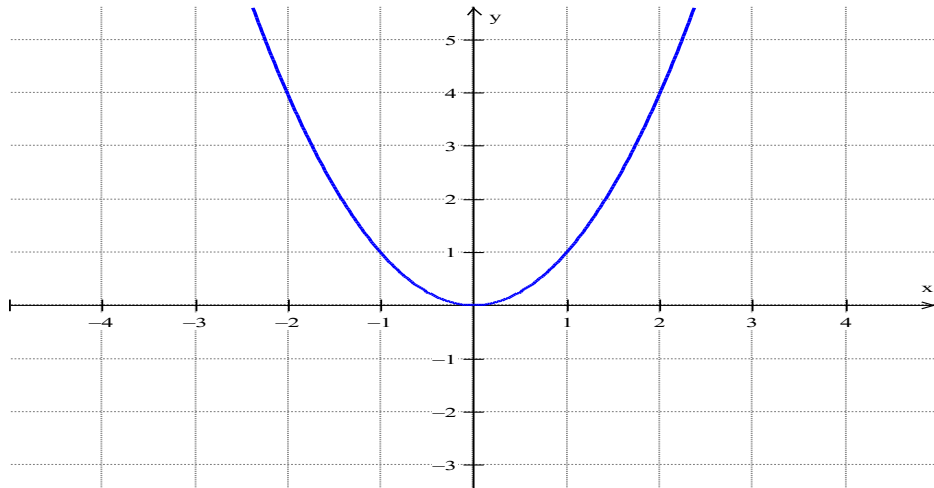
1. FUNCIÓN DE LA FORMA: $f(x) = x^2$

- A su gráfica se le denomina parábola normal.

x	$f(x) = x^2$
-1,5	2,25
-1	1
-0,5	0,25
0	0
0,5	0,25
1	1
1,5	2,25

Propiedades:

- Todos los valores de la función son mayores o iguales a cero.
- Para cada número x se cumple: $f(x) = f(-x)$
- El menor valor de la función es cero.



Propiedades:

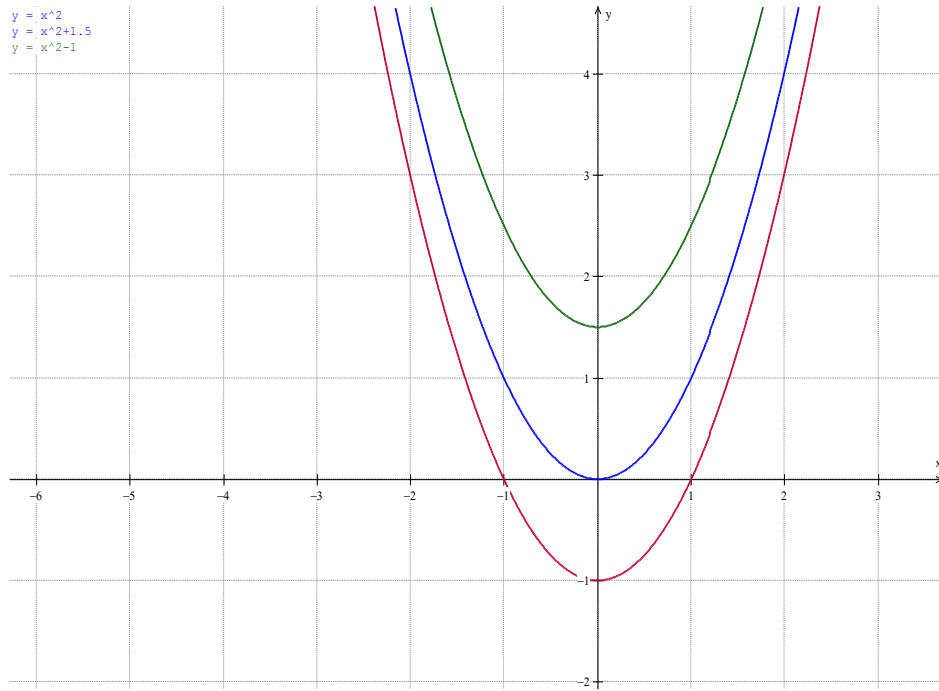
- La parábola se ubica “por encima” del eje x .
- La parábola es simétrica respecto al eje y .
- El punto de intersección $E(0; 0)$ de la parábola normal, con su eje de simetría y es el punto extremo mínimo (vértice).

2. FUNCIÓN DE LA FORMA: $f(x) = x^2 + e$

El gráfico de la función $f(x) = x^2 + e$, viene a ser una parábola normal trasladada a lo largo del eje Y cuyo punto extremo mínimo es $E(0; e)$.

Por ejemplo: Esto se visualiza mejor al comparar los gráficos de $f(x) = x^2 + 1,5$

y $f(x) = x^2 - 1$ con la parábola normal: $f(x) = x^2$



3. FUNCIÓN DE LA FORMA: $f(x) = (x - d)^2 + e$

Cada función de la forma $f(x) = x^2 + bx + c$, puede ser escrita como:

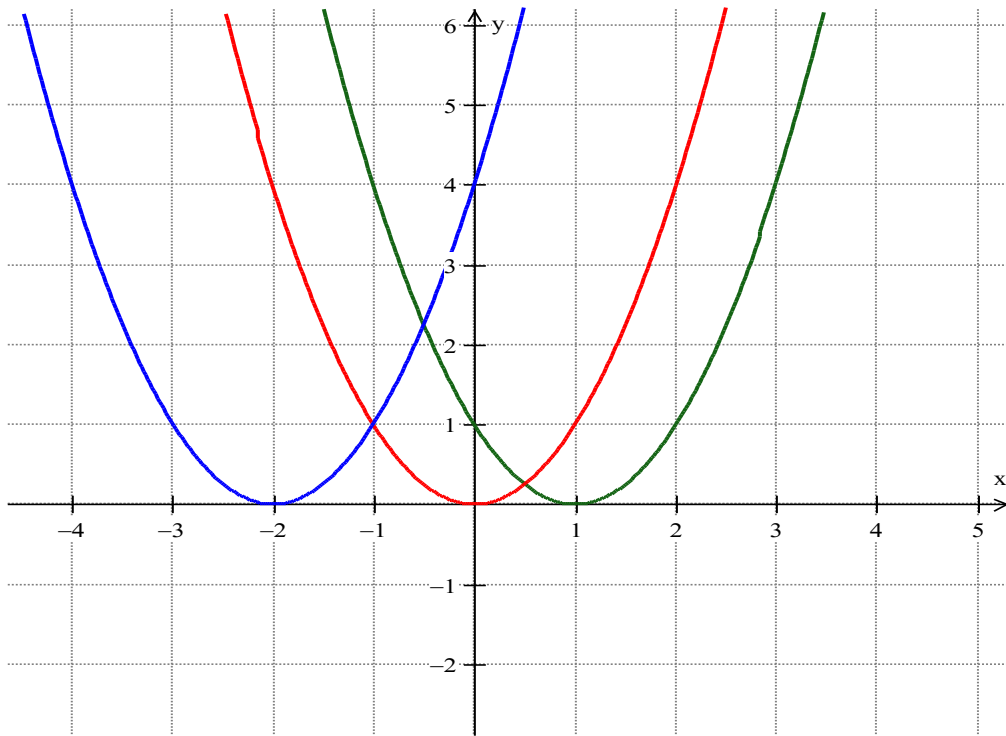
$$f(x) = (x - d)^2 + e.$$

El gráfico de $f(x) = (x - d)^2 + e$, es una parábola normal trasladada cuyo punto extremo mínimo (vértice) es $E(d; e)$.

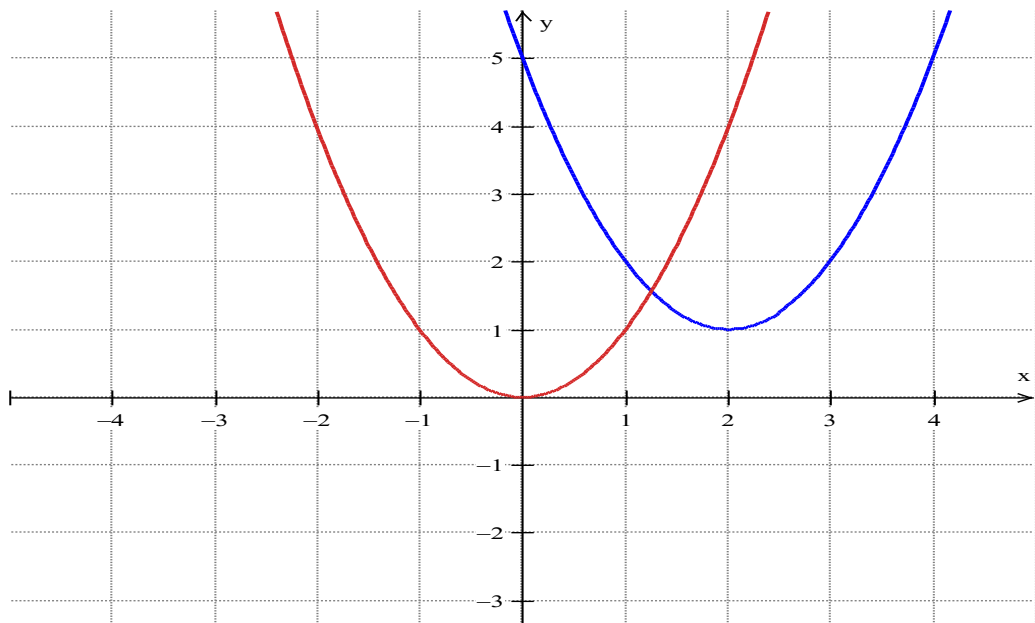
Por ejemplo:

Grafica las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x - 1)^2$, $f(x) = (x + 2)^2$ y $f(x) = x^2$



b) $f(x) = (x - 2)^2 + 1$ y $f(x) = x^2$



4. FUNCIÓN DE LA FORMA $f(x) = ax^2$

La parábola de la función $f(x) = ax^2$ es

- Más angosta que la parábola normal cuando $|a| > 1$
- Más ancha que la parábola normal cuando $|a| < 1$

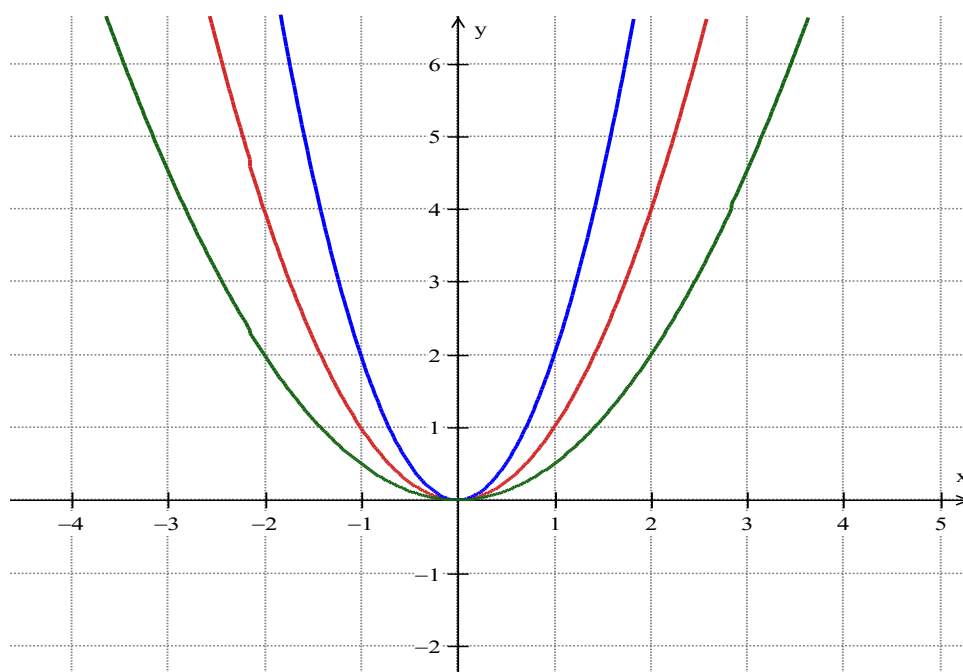
La parábola de la función $f(x) = ax^2$ está

- Abierta hacia arriba cuando $a > 0$ (el punto extremo es el punto “mas bajo” de la parábola, punto extremo mínimo o vértice).
- Abierta hacia abajo cuando $a < 0$ (el punto extremo es el punto “mas alto” de la parábola, punto extremo

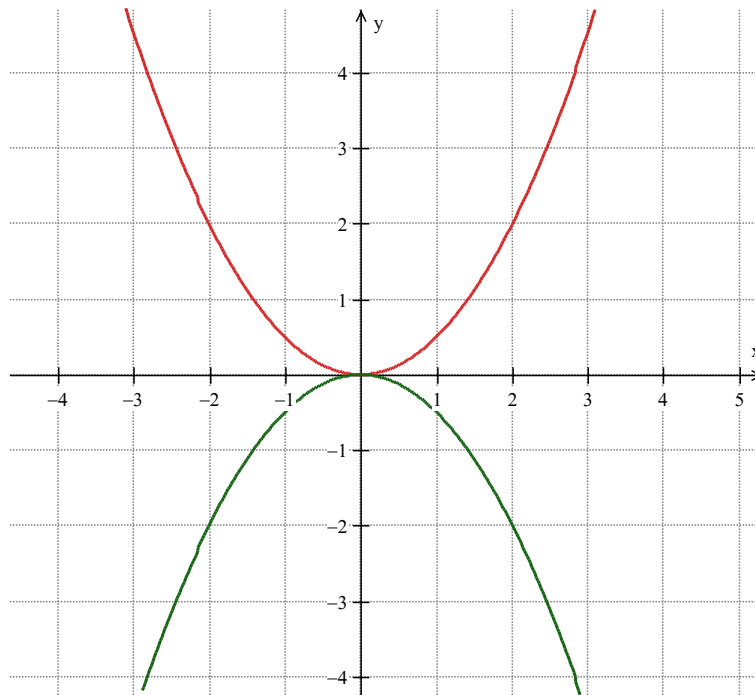
Por ejemplo:

Grafica las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x^2$, $f(x) = x^2$ y $f(x) = \frac{1}{2}x^2$



b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ y $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$



En 2007, el Ministerio de Educación en su fascículo: Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria, menciona que:

Los cuatro lenguajes de las funciones cuadráticas

Para describir una función específica, los estudiantes deben ser capaces de utilizar cada uno de los cuatro lenguajes siguientes:

- Verbal (mediante una descripción con palabras).
- Algebraico (por medio de una fórmula explícita o modelo).
- Gráfico (a través de un dibujo).
- Numérico (a través de una tabla de valores).

El lenguaje numérico, es el más elemental (aunque también el más limitado) y el gráfico es el que permite un tratamiento más amplio y versátil.

Una función puede ser representada de estas cuatro formas. Si ofrecemos a los estudiantes actividades en las que puedan representar una función en sus cuatro formas, así como pasar de una a otra, podremos lograr que comprendan mejor una función.

El modelo matemático y las funciones

Uno de los usos más poderosos de la Matemática es la modelización. Los estudiantes de todos los niveles deberían tener oportunidades de modelar matemáticamente una amplia variedad de situaciones en la forma apropiada para cada nivel. Estos usos de modelos irán aumentando en complejidad

Existen muchas estrategias para aplicar el modelo matemático en nuestras clases. Una de estas estrategias es la siguiente:

1. Encontrar un problema del mundo real.
2. Formular un modelo matemático acerca del problema, identificando variables (dependientes e independientes) y estableciendo hipótesis lo suficientemente simples para tratarse de manera matemática.
3. Aplicar los conocimientos matemáticos que se posee para llegar a conclusiones matemáticas.
4. Comparar los datos obtenidos como predicciones con los datos reales. Si los datos son diferentes, se reinicia el proceso.

Es importante mencionar que un modelo matemático no es completamente exacto con problemas de la vida real, de hecho, se trata de una idealización. Existe una gran

cantidad de funciones que representan relaciones observadas en el mundo real; las cuales se analizarán en los párrafos siguientes, tanto algebraico como gráficamente.

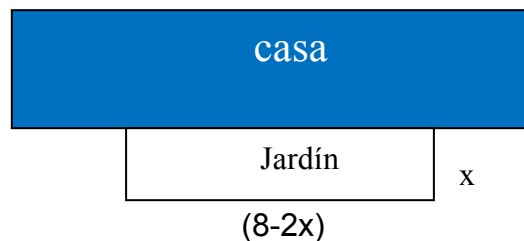
De allí la importancia que tiene el iniciar el estudio de las funciones considerando que los aspectos funcionales resultan de la modelización matemática de fenómenos en los que aparece una relación entre magnitudes, y, por lo tanto, hay puntos en común tanto en las situaciones reales como en los lenguajes de representación utilizados, en particular, tablas y gráficas.

Analícemos el siguiente ejemplo:

Una alumna de cuarto de secundaria de la I.EN°1260 “El Amauta”, tiene 8 m de alambre para cercar su jardín rectangular. Sabiendo que el jardín limita con su casa.

Responde las siguientes preguntas:

a) Realiza un gráfico que represente el problema.



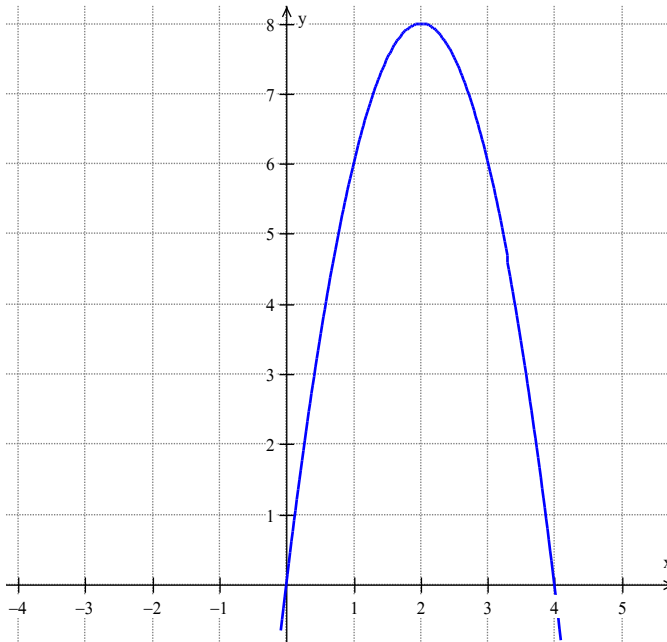
b) ¿Cuál es la expresión algebraica adecuada para este problema?

$$f(x) = -2x^2 + 8x$$

c) ¿Cuál es su tabla de valores?

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-42	-24	-10	0	6	8	6

d) ¿Cuál es la gráfica del problema?



e) Determina el dominio y rango de la función cuadrática

$$Dom(f) = R, Ran(f) =]-\infty; 8]$$

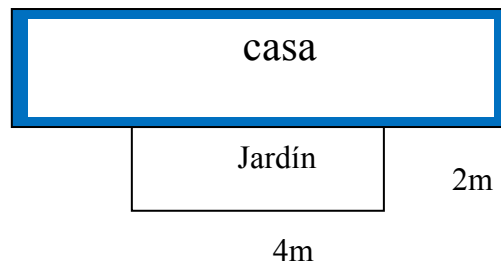
f) Indica las coordenadas del punto extremo de la función.

Como se observa en el gráfico el punto extremo máximo es (2;8)

g) ¿Cuáles son las dimensiones del cerco si se desea tener el área máxima?

Como se observa en el gráfico, cuando $x = 2$, $y = 8$

Por lo tanto, las dimensiones del jardín son:



2.2.10 Módulo de aprendizaje

La Guía de diversificación curricular del Ministerio de Educación (2007) define a los módulos de aprendizaje como una forma de programación específica donde se proponen una secuencia de contenidos de una sola área que permiten el desarrollo de capacidades de los estudiantes.

-Los contenidos no se articulan con otras áreas y se desarrollan en forma independiente.

-Atiende necesidades específicas como retroalimentación, prerrequisito, demandas de los interesados, etc

-Su diseño puede o no puede estar a cargo de un docente. Además, Su duración es más breve que la unidad de aprendizaje y el proyecto.

La programación de módulos de aprendizajes se apoya en:

- El desarrollo evolutivo de los estudiantes.
- La evaluación inicial de los aprendizajes de los estudiantes.
- Los principios del aprendizaje significativo.
- La teoría de redes, esquemas y mapas conceptuales.

Estructura de un módulo

Los módulos consideran la siguiente estructura:

1. **Propósito:** En este apartado se consignan los aprendizajes esperados, la motivación y la metodología del aprendizaje.
2. **Introducción:** Presenta el tema atractivo y sugerente. Plantea el contenido como un problema que debe ser resuelto con las estrategias que el módulo plantea.

3. **Planteamiento del problema:** Se hace a partir de la presentación de un texto y los desafíos generados por éste.

4. **Resolución del problema:** El estudiante debe resolver diversos problemas a través de actividades.

5. **Evaluación:** Es permanente y siempre formativa.

2.3 GLOSARIO DE TÉRMINOS

Capacidad: Son las habilidades o conocimiento que tiene una persona para hacer algo en un campo delimitado. Puede ser de tipo cognitivo, actitudinal, aptitudinal, interactivo o manual.

Matemática: La palabra matemática proviene del griego *mathema*, que significa ciencia, conocimiento, aprendizaje. De acuerdo a su etimología es la ciencia que estudia las propiedades de entes abstractos (números, figuras geométricas, etc.), así como las relaciones que se establecen entre ellos. La matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos.

Multimedia: La multimedia consiste en el uso de diversos tipos de medios para transmitir, administrar o presentar información. Estos medios pueden ser texto, gráficos, audio y video, entre otros. Cuando se usa el término en el ámbito de la computación, nos referimos al uso de software y hardware para almacenar y presentar contenidos, generalmente usando una combinación de texto, fotografías e ilustraciones, videos y audio. En realidad, estas aplicaciones tecnológicas son la

verdadera novedad al respecto, y lo que ha popularizado el término, ya que como podemos inferir la multimedia está presente en casi todas las formas de comunicación humana.

Software: Se conoce como software *al equipamiento lógico o soporte lógico* de un sistema informático; comprende el conjunto de los componentes **lógicos** necesarios que hacen posible la realización de tareas específicas, en contraposición a los componentes físicos, que son llamados hardware.

Software educativo: Se denomina software educativo al destinado a la enseñanza y el aprendizaje autónomo y que, además, permite el desarrollo ciertas habilidades cognitivas.

Winplot: Es un programa graficador de funciones de propósito general que permite dibujar y animar curvas y líneas que representan funciones matemáticas en una variedad de formatos.

Aprendizaje: Adquisición de conocimiento de algo por medio del estudio, el ejercicio o la experiencia, en especial de los conocimientos necesarios para aprender algún arte u oficio.

Competencia: Expresa un saber actuar en un determinado contexto, en función de un objetivo y/o solución de un problema. Este saber actuar debe ser pertinente a las características de la situación y a la finalidad de la acción. Para ello, se selecciona o se pone en acción las diversas capacidades o recursos del entorno.

Didáctica: La didáctica es la disciplina científico-pedagógica que tiene como objeto de estudio los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje. Es, por tanto, la parte de la pedagogía que se ocupa de las técnicas y métodos de enseñanza, destinados a plasmar en la realidad las pautas de las teorías pedagógicas.

Computador: También denominada computadora u ordenador, es una máquina electrónica que recibe y procesa datos para convertirlos en información conveniente y útil. Un ordenador está formado, físicamente, por numerosos circuitos integrados y otros muchos componentes de apoyo, extensión y accesorios, que en conjunto pueden ejecutar tareas diversas con suma rapidez y bajo el control de un programa.

Enseñanza: La enseñanza es una actividad realizada conjuntamente mediante la interacción de cuatro elementos: uno o varios docentes o facilitadores, uno o varios alumnos o discentes, el objeto de conocimiento, y el entorno educativo o mundo educativo donde se ponen en contacto a profesores y alumnos.

La enseñanza es el proceso de transmisión de una serie de conocimientos, técnicas, normas, y/o habilidades. Está basada en diversos métodos, realizado a través de una serie de instituciones, y con el apoyo de una serie de materiales.

TIC: Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son todos aquellos recursos, herramientas y programas que se utilizan para procesar, administrar y compartir la información mediante diversos soportes tecnológicos, tales como: computadoras, teléfonos móviles, televisores, reproductores portátiles de audio y video o consolas de juego.

CAPÍTULO III: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
<p>Software educativo Winplot</p> <p>Es una herramienta matemática para generar gráficas en 2D que permite observar el comportamiento de las funciones cuadráticas.</p>	Ambiente de trabajo	Ingresar a la ventana de trabajo de winplot 2-dim	Módulo
		Personaliza cuadrículas del plano cartesiano.	
	Construcción de la gráfica	Visualiza el comportamiento de la función cuadrática	
	Situación didáctica	Identifica las características y propiedades de las funciones cuadráticas.	
	Actividades de funciones cuadráticas	Desarrolla actividades de funciones cuadráticas utilizando el software winplot.	
<p>Aprendizaje de funciones cuadráticas</p> <p>Es la adquisición del conocimiento de funciones</p>	Matematiza situaciones	Selecciona un modelo referido a funciones cuadráticas al plantear o resolver un problema.	6
	Comunica y representa ideas matemáticas	Representa de forma gráfica una función cuadrática.	4
		Reconoce una función cuadrática a partir de su tabla de valores.	5
		Determina el dominio y rango de una función cuadrática.	1

cuadráticas a través del desarrollo de las capacidades matemáticas.	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Identifica los puntos máximos y mínimos de una función cuadrática.	2-3
	Elabora y usa estrategias	Resuelve problemas que involucran puntos extremos de funciones cuadráticas.	7

3.2. TIPIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

3.2.1 Tipo de investigación

Villegas (2010) menciona según su finalidad la investigación puede ser Aplicada, éste es el tipo de investigación más adecuado y necesario, en las actuales circunstancias, para la tarea educativa, porque el quehacer del maestro debe ser de permanente búsqueda de nuevas tecnologías y la adaptación y aplicación de nuevas teorías a la práctica de la educación, a la pedagogía experimental, con la finalidad de transformar la realidad educativa.

Esta investigación es **aplicada**, porque trata de comprobar la eficacia de la variable independiente, el software educativo winplot a través de un módulo de aprendizaje donde se usó las **situaciones didácticas**, como estrategia de enseñanza. Propuesta metodológica para promover aprendizajes significativos en los estudiantes.

Mejía (2005) menciona la investigación cuantitativa se realiza cuando el investigador mide las variables y expresa los resultados de la medición en valores numéricos. El avance científico tecnológico del mundo moderno se debe precisamente

a la capacidad de medir o cuantificar, cada vez mayor con precisión. Se puede medir la inteligencia, rendimiento académico, la talla, etc.

Esta investigación es cuantitativa, porque mide las variables: uso del software educativo winplot por los estudiantes y luego cuantificar la influencia del software educativo winplot en el aprendizaje de funciones cuadráticas todo ello mediante la estadística.

3.2.2 Método de la investigación

Popper (1974), citado por Fernández (2012), menciona que el método hipotético-deductivo es el procedimiento o camino que sigue el investigador para hacer de su actividad una práctica científica. El método hipotético-deductivo tiene varios pasos esenciales: observación del fenómeno a estudiar, creación de una hipótesis para explicar dicho fenómeno, deducción de consecuencias o proposiciones más elementales que la propia hipótesis, y verificación o comprobación de la verdad de los enunciados deducidos comparándolos con la experiencia. Este método obliga al científico a combinar la reflexión racional o momento racional (la formación de hipótesis y la deducción) con la observación de la realidad o momento empírico (la observación y la verificación).

En ese sentido, esta investigación utilizó el método hipotético deductivo porque se identificó el problema, se plantearon hipótesis, y finalmente se verificaron estas hipótesis con el grupo experimental.

3.2.3 Diseño de investigación

Villegas (2010) menciona que los diseños cuasiexperimentales se usan para validar materiales didácticos, métodos de aprendizaje, técnicas de mejoramiento de la conducta, etc, cuando se trata de determinar el efecto de una de las variables sobre otras como es el caso de las variables que inciden en el aprendizaje y la conducta o actitudes de los estudiantes.

Estos diseños se sustentan en la formación de dos grupos de personas o estudiantes con características homogéneas, uno es el grupo experimental y el otro es el grupo de control. En ese sentido, esta investigación utilizó un diseño cuasiexperimental porque el grupo de control 4ºA tiene 45 estudiantes y el grupo experimental 4ºB tiene 45 estudiantes.

Después de ser constituidos los grupos para demostrar, la influencia del uso del software educativo winplot (variable independiente) para mejorar el aprendizaje de las funciones cuadráticas (variable dependiente), se procede de la siguiente manera:

Tabla 1

GRUPOS	Nº	Registro de Aprendizaje		
		Pre Test	Módulo de matemática “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot”	Post Test
Grupo experimental	45	Resultados	SI	Resultados
Grupo control	45	Resultados	NO	Resultados

3.3. ESTRATEGIA PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

Según el número de variables del estudio, las estrategias para contrastar hipótesis son bivariadas, porque asocia dos variables una llamada independiente y otra dependiente. Según la capacidad de controlar las variables intervinientes, las estrategias para contrastar hipótesis es cuasiexperimental, porque el investigador ya encuentra los grupos formados.

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

3.4.1 Población

La población es definida por Bautista (2009) como un conjunto limitado de individuos, objetos, entre otros, que pertenecen a una misma clase por poseer características especiales.

La I.E N° 1260 El Amauta, tiene 20 años de creación, se encuentra ubicado en la ucv 80 Zona “F” Huaycán en el distrito de Ate, Provincia de Lima y Departamento de Lima. La población de esta investigación está conformada por estudiantes matriculados del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N° 1260 El Amauta del distrito de Ate de la UGEL N°6, 2015. Los estudiantes matriculados son 90, según nómina 2015.

Tabla 2

Población de la investigación			
GRADO	SEXO		TOTAL
	H	M	
4° A	20	25	45
4°B	14	31	45
TOTAL	34	56	90

Fuente: secretaria de la I.E N°1260 “El Amauta”

3.4.2 Muestra

La muestra de estudio es No PROBABILÍSTICA INTENCIONAL, por ser elemento de estudio, previamente establecidos por la Institución Educativa en la matrícula 2015. Hacemos referencia a lo señalado por Hernández, Fernández y Baptista (2014) que mencionan lo siguiente:

En los diseños cuasiexperimentales los sujetos no se asignan al azar a los grupos, ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento: son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se formaron es independiente o aparte del experimento)

3.5. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

3.5.1 Selección de instrumentos

Se elaboraron dos instrumentos para los estudiantes: las pruebas pre test y post test y el módulo de aprendizaje de matemática “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot”.

En el módulo de aprendizaje se consideraron: Orientaciones metodológicas, sesiones para el uso del software educativo winplot, cuya estrategia de aprendizaje son las situaciones didácticas de Guy Brosseau, actividades sobre el comportamiento y propiedades de funciones cuadráticas usando el software educativo lo cual permitió medir el aprendizaje básico según sus logros.

En las pruebas pre test y post test para ello se consideraron el nivel de complejidad de funciones cuadráticas, así como las cuatro capacidades matemáticas como son: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, razona y argumenta

generando ideas matemáticas y elabora y usa estrategias con y sin el software educativo winplot.

3.5.2 Técnicas de recolección de datos

Se utilizó la estadística descriptiva para la tabulación de datos, teniendo tablas de ingresos de datos según la frecuencia absoluta y relativa tanto del grupo experimental y del grupo de control.

Para la validez del pre test, post test y módulo de aprendizaje de matemática “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot”, se han sometido los instrumentos a juicio de expertos.

La confiabilidad del pre test y pos test se ha realizado utilizando el modelo de Kuder Richardson (r_{20}). Para efectuar la validez de las hipótesis formulado para cada capacidad, primero se determinó si los datos tiene distribución normal aplicando la prueba de Kolmogorov-Smirnov y para la conclusión y verificación de la hipótesis se aplicó la estadística inferencial con la “t-student” con un grado de libertad igual a 88 considerando a ambos grupos de control y experimental.

A.- PRUEBA DE CONOCIMIENTO

Se estructura de la siguiente forma:

1.- Es una prueba de conocimientos de 7 items divididos de acuerdo al desarrollo de capacidades del área de matemática

Tabla 3

CAPACIDADES DE AREA	ITEMS
Matematiza situaciones	6
Comunica y representa ideas matemáticas	4,5
Razona y argumenta generando ideas matemáticas	1,2,3
Elabora y usa estrategias	7
Total	7

Fuente: Elaboración propia

2.- Cada ítem tiene cuatro alternativas de las cuales uno es la respuesta correcta y las otras son distractores.

3.- Este instrumento lo constituye el pre test y post test, su elaboración fue realizado teniendo en cuenta las competencias del área de matemática:

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.

B.-MÓDULO DE MATEMÁTICA “GRAFICAMOS FUNCIONES CUADRÁTICAS USANDO WINPLOT”

Este módulo presenta el desarrollo del tema de funciones cuadráticas, desde una perspectiva didáctica para el cuarto grado de secundaria, el uso del software educativo winplot permite al estudiante de forma concreta comprender y revisar las concepciones como modelamiento algebraico según propuesta del texto del MED. Además, utilizamos el software educativo para resolver los problemas que la docente propone,

con el fin de convertir en objeto de enseñanza aprendizaje este contenido, además, es necesario que el estudiante utilice e interactúe con las herramientas de las TIC.

CONTENIDOS

Primera sesión: Se presenta al estudiante una breve descripción del software educativo Winplot, luego se describen los procedimientos e indicaciones básicas para interactuar con el software como ayuda para el estudiante.

Luego se presenta el comportamiento de las funciones cuadráticas en sus tres formas. Además, las situaciones didácticas presentadas tienen como objetivo la construcción de un saber matemático y se desarrollan en forma individual frente al computador utilizando el software winplot.

Segunda sesión: Aquí presentamos los procedimientos para resolver ejercicios y problemas sobre funciones cuadráticas que favorecen el desarrollo de capacidades del área de matemática a través del análisis de sus diferentes representaciones gráficas.

Tercera sesión: Aquí presentamos actividades para que el estudiante retroalimente y refuerce todo lo aprendido en las sesiones anteriores desarrollando una práctica dirigida para reconocer las características y propiedades de las funciones cuadráticas, al término el estudiante puede corregir su respuesta usando el software winplot.

El número de sesiones es 3.

CAPÍTULO IV: TRABAJO DE CAMPO Y CONTRASTE DE HIPÓTESIS

4.1 PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

4.1.1 Validación y Confiabilidad de los Instrumentos

La validez y la confiabilidad de los instrumentos de investigación han sido consolidadas por docentes expertos de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos de la Facultad de Educación y de Ciencias Matemáticas, así como también por el coeficiente estadístico Kuder Richardson.

La versión definitiva de los instrumentos fue el resultado de la valoración sometida al juicio de expertos y de aplicación de los mismos a las unidades estadísticas en prueba piloto. Los procedimientos rigurosos que consolidan la calidad de los instrumentos de investigación son mencionados en el apartado siguiente.

Validez de los instrumentos

Hernández, Fernández y Baptista (2014) con respecto a la validez, sostiene que: “se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir”. En otras palabras, como sustenta Bernal (2015) “un instrumento de medición es válido cuando mide aquello para lo cual está destinado”.

Según Muñiz (2011), citado por Fernández (2012), acerca de la validación, menciona que: “el proceso de validación de los test, suelen agruparse dentro de tres grandes bloques: validez de contenido, validez de criterio y validez de constructo”.

La presente investigación optó por la validez de contenido para la validación de los instrumentos. La validación de contenido se llevó a cabo por medio de la consulta a expertos. Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista (2014) menciona:

Otro tipo de validez que algunos autores consideran es la validez de expertos o *face validity*, la cual se refiere al grado en que aparentemente un instrumento de medición mide la variable en cuestión, de acuerdo con “voces calificadas”. Se encuentra vinculada a la validez de contenido y, de hecho, se consideró por muchos años como parte de ésta.

Para ello, recurrimos a la opinión de docentes de reconocida trayectoria de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Los cuales determinaron la adecuación muestral de los ítems de los instrumentos. A ellos se les entregó la matriz de consistencia, matriz operacional de variables, los instrumentos de investigación y la ficha de validación donde se determinaron: la correspondencia de los criterios, objetivos e ítems, calidad técnica de representatividad y la calidad del lenguaje.

Sobre la base del procedimiento de validación descrita, los expertos consideraron la existencia de una estrecha relación entre los criterios y objetivos del estudio y los ítems constitutivos de los dos instrumentos de recopilación de la información. Asimismo, emitieron los resultados que se muestran en la tabla 4.

Tabla 4

Nivel de validez de los instrumentos, según juicio de expertos

N°	EXPERTOS	Módulo de matemática:		Pruebas	
		Funciones cuadráticas		Pre test- Post test	
		Puntaje	%	Puntaje	%
1	Dr. Aurelio Gámez Torres	900	90	900	90
2	Mg. Tomás Alberto Núñez Lay	805	80,5	805	80,5
3	Mg. Vladimir David Guerra Alvarado	875	87,5	793	79,3
Promedio de valoración		860	86	833	83,3

Después de tabular los valores resultantes la calificación emitida por los expertos, tanto Módulo de matemática: “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot” como la prueba de pre test y post test determinamos el nivel de validez, pueden ser comprendidos mediante la siguiente tabla.

Tabla 5

Valores de los niveles de validez

VALORES	NIVEL DE VALIDEZ
91-100	Excelente
81-90	Muy bueno
71-80	Bueno
61-70	Regular
51-60	Deficiente

Fuente: Cabanillas (2004), citado por Fernández (2012)

Dada la validez de los instrumentos por juicio de expertos, donde el módulo de matemática: “Graficamos funciones cuadráticas usando winplot” obtuvo un valor de 86% y las pruebas pre test y post test obtuvieron un valor de 83,3%, de estos resultados podemos deducir que ambos instrumentos tienen muy buena validez.

Confiabilidad de los instrumentos

Para establecer la confiabilidad del Test de conocimiento se aplicó la prueba piloto mencionada a una muestra de 10 estudiantes del cuarto grado de secundaria de la institución educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015, cuyas características son similares a la población examinada. Obtenido los puntajes totales se procedió a ordenar a los estudiantes en dos grupos 25% con puntaje alto y 25% con puntaje bajo, una vez ordenado los datos se obtuvo de ellos la sumatoria, el promedio, desviación estándar,

y la varianza de cada uno de los ítems del test, finalmente para obtener el coeficiente del test se aplicó la fórmula de Kuder Richardson (r20).

$$KR20 = r = \left(\frac{K}{K-1} \right) \left(1 - \frac{\sum p \cdot q}{\sigma_t^2} \right)$$

Donde:

K: N° de ítems del instrumento

P: % de personas que responden correctamente cada ítem

Q: % de personas que responden incorrectamente cada ítem

σ_t^2 : Varianza total del instrumento

Interpretación:

Tabla 6

Valores de los niveles de confiabilidad

Rangos Magnitud	Confiabilidad
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0,01 a 0,20	Muy Baja

Fuente: Guilford (2002), citado por Canto (2012)

En la Tabla 7 se presenta el coeficiente de confiabilidad obtenido en el test de conocimientos.

Tabla 7

Instrumento	Coficiente (r20)
Test	0,93

Se obtiene un coeficiente de 0,93 que determina que el instrumento tiene una confiabilidad muy alta, según la tabla de interpretación.

4.1.2 TRATAMIENTO ESTADÍSTICO E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

Para el tratamiento estadístico y la interpretación de los resultados se tuvieron en cuenta la estadística descriptiva y la estadística inferencial.

Estadística descriptiva

Según Webster (2011), citado por Fernández (2012), “la estadística descriptiva es el proceso de recolectar, agrupar y presentar datos de una manera tal que describa fácil y rápidamente dichos datos” (p. 10). Para ello, se emplearán las medidas de tendencia central y de dispersión. Luego de la recolección de datos, se procederá al procesamiento de la información, con la elaboración de tablas y gráficos estadísticos. Así se obtendrá como producto:

- **Tablas.** Se elaborarán tablas con los datos de las variables. Sobre las tablas APA (2017, p. 127) nos menciona: “Las tablas y las figuras les permiten a los autores presentar una gran cantidad de información con el fin de que sus datos sean más fáciles de comprender”. Además, Kerlinger y Lee (2010) las clasifican: “En general hay tres tipos de tablas: unidimensional, bidimensional y k-dimensional” (p. 212). El número de variables determina el número de dimensiones de una tabla, por lo tanto, en esta investigación se usó tablas bidimensionales.
- **Gráficas.** Las gráficas, incluidos conceptualmente dentro de las figuras, permitieron “mostrar la relación entre dos índices cuantitativos o entre una variable cuantitativa continua (que a menudo aparece en el eje y) y grupos de sujetos que aparecen en el eje x” (APA, 2017). Según APA (2017), las gráficas se sitúan en una clasificación, como

un tipo de figura: “Una figura puede ser un esquema, una gráfica, una fotografía, un dibujo o cualquier otra ilustración o representación no textual” (p. 127). Acerca de las gráficas, Kerlinger y Lee (2010, p. 179), citados por Fernández (2012), nos dicen “una de las más poderosas herramientas del análisis es el gráfico. Un gráfico es una representación bidimensional de una relación o relaciones. Exhibe gráficamente conjuntos de pares ordenados en una forma que ningún otro método puede hacerlo”.

- Interpretaciones. Las tablas y los gráficos serán interpretados para describir cuantitativamente los niveles de las variables y sus respectivas dimensiones. Al respecto, Kerlinger y Lee (2010) mencionan: “Al evaluar la investigación, los científicos pueden disentir en dos temas generales: los datos y la interpretación de los datos”. (p. 192). Al respecto, se reafirma que la interpretación de cada tabla y figura se hizo con criterios objetivos.

Estadística inferencial

Proporcionó la teoría necesaria para inferir o estimar la generalización sobre la base de la información parcial mediante coeficientes y fórmulas. Así, Webster (2011), citado por Fernández (2012), sustenta que “la estadística inferencial involucra la utilización de una muestra para sacar alguna inferencia o conclusión sobre la población de la cual hace parte la muestra” (p. 10).

Además, se utilizó el SPSS (programa informático *Statistical Package for Social Sciences* versión 20.0 en español), para procesar los resultados de las pruebas estadísticas inferenciales. La inferencia estadística, asistida por este programa, se empleó en:

- La hipótesis general
- Las hipótesis específicas
- Los resultados de los gráficos y las tablas

Pasos para realizar las pruebas de hipótesis

La prueba de hipótesis puede conceptuarse, según Elorza (2009), citado por Calderón (2012), como una regla convencional para comprobar o contrastar hipótesis estadísticas: establecer α (probabilidad de rechazar falsamente H_0) igual a un valor lo más pequeño posible; a continuación, de acuerdo con H_1 , escoger una región de rechazo tal que la probabilidad de observar un valor muestral en esa región sea igual o menor que α cuando H_0 es cierta. (p. 351).

Como resultado de la prueba de hipótesis, las frecuencias (el número o porcentaje de casos) se organizan en casillas que contienen información sobre la relación de las variables. Así, se partió de un valor supuesto (hipotético) en parámetro poblacional para recolectar una muestra aleatoria. Luego, se compara la estadística muestral, con una supuesta media poblacional. Después se acepta o se rechaza el valor hipotético, según proceda. En este proceso se empleó los siguientes pasos:

Paso 1. Plantear la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1)

Hipótesis nula: Afirmación o enunciado acerca del valor de un parámetro poblacional.

Hipótesis alternativa: Afirmación que se aceptará si los datos muestrales proporcionan amplia evidencia que la hipótesis nula es rechazada.

Paso 2. Seleccionar el nivel de significancia

El nivel de significancia es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera. Debe tomarse una decisión de usar el nivel 0.05 (nivel del 5%), el nivel de 0.01, el 0.10 o cualquier otro nivel entre 0 y 1. Generalmente, se selecciona el nivel 0.05 para proyectos de investigación en educación; el de 0.01 para aseguramiento de la calidad, para trabajos en medicina; 0.10 para encuestas políticas. La prueba se hizo a un nivel de confianza del 95 % y a un nivel de significancia de 0.05.

Paso 3. Calcular el valor estadístico de la prueba

Para la prueba de hipótesis se empleo la correlación de t de Student. Al respecto, Hernández, Fernandez y Baptista (2014) afirman que “es una prueba estadística para analizar la relación entre dos variables medidas en un nivel por intervalos o de razón”:

$$t_{\text{exp}} = \frac{d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

Paso 4. Formular la regla de decisión

Una regla de decisión es un enunciado de las condiciones según las que se acepta o se rechaza la hipótesis nula. La región de rechazo define la ubicación de todos los valores que son demasiados grandes o demasiados pequeños, por lo que es muy remota la probabilidad de que ocurran según la hipótesis nula verdadera.

Paso 5. Tomar una decisión

Se compara el valor observado de la estadística muestral con el valor crítico de la estadística de prueba. Después se acepta o se rechaza la hipótesis nula. Si se rechaza esta, se acepta la alternativa.

4.1.2.1 Resultado del análisis descriptivo de aprendizaje de funciones cuadrática del grupo control.

a. Análisis descriptivo de pre test del grupo control

Tabla 8
Resultado: Frecuencia del pre test

NIVELES DE LOGRO	FRECUENCIA	PORCENTAJE
INICIO	24	53,9%
PROCESO	05	11,7%
PREVISTO	08	17,2%
DESTACADO	08	17,2%
TOTAL	45	100,0%

Gráfico 4
Resultado de la Figura del pre test



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

Se puede apreciar que el 53,9% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo de control en el pre test está en inicio, 11,7% en proceso, 17,7% en previsto y 17,2% en destacado, ello se evidencia de acuerdo al gráfico 4.

b. Análisis descriptivo de post test del grupo control

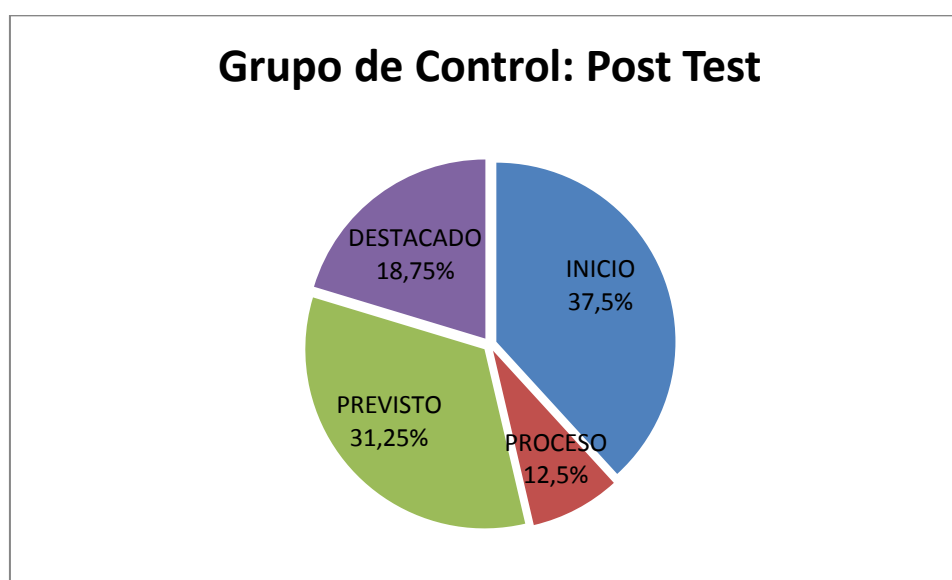
Tabla 9

Resultado: Frecuencia del post test

NIVELES DE LOGRO	FRECUENCIA	PORCENTAJE
INICIO	17	37,5%
PROCESO	06	12,5%
PREVISTO	14	31,25%
DESTACADO	08	18,75%
TOTAL	45	100%

Gráfico 5

Resultado: de la Figura del post test



Fuente: Elaboración propia.

Interpretación:

Se puede apreciar que el 37,5% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo de control el post test está en inicio, 12,5% en proceso, 31,25% en previsto y 18,75% en destacado, ello se evidencia de acuerdo al gráfico 5.

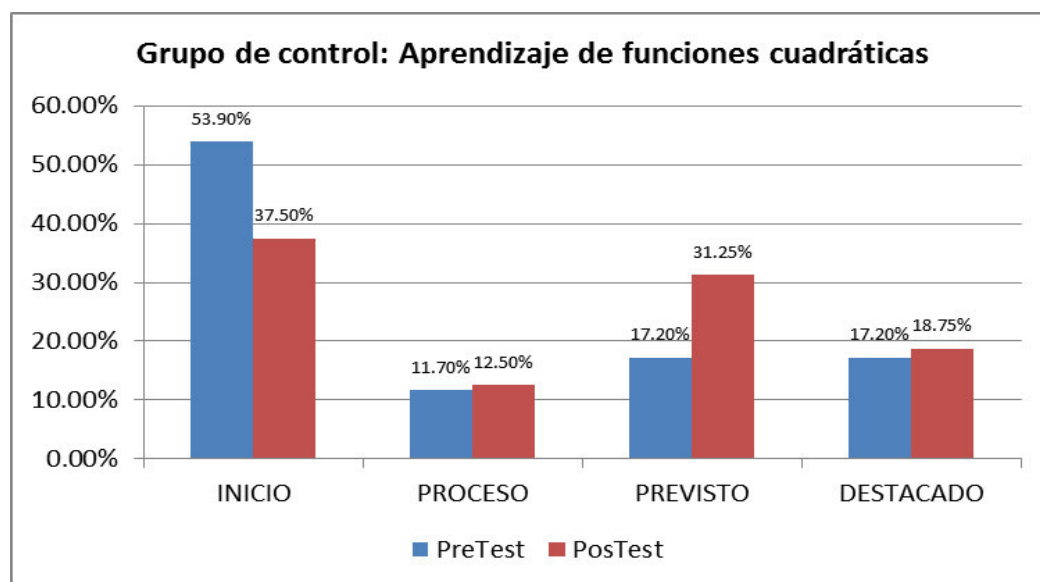
c.- Análisis descriptivo de pre test post test de la variable dependiente aprendizaje de funciones cuadráticas

Tabla 10
Cuadro comparativo entre pre test y post test

NIVELES DE LOGRO	Pre Test	Post Test
INICIO	53,9%	37,5%
PROCESO	11,7%	12,5%
PREVISTO	17,2%	31,25%
DESTACADO	17,2%	18,75%
TOTAL	100,0%	100,0%

Gráfico 6

Resultado: de la variable dependiente aprendizaje de las funciones cuadrática



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

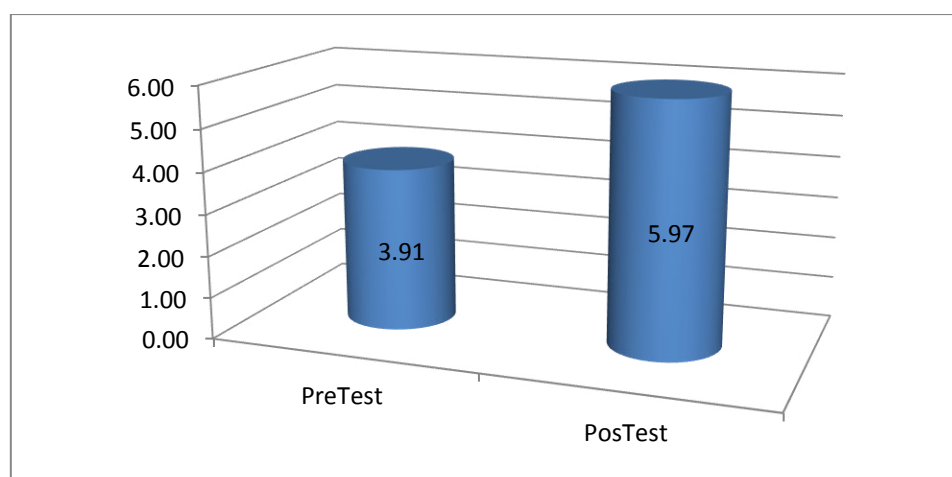
Se puede apreciar que el 53,9% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo de control el pre test está en inicio, 11,7% en proceso, 17,2% en previsto y 17,2% en destacado, en comparación con el post test el 37,5%, está en inicio, 12,5% en proceso, 31,25% previsto y 18,75% en destacado, ello se evidencia de acuerdo al gráfico 6.

d.- Análisis descriptivo del grupo control de pre test y post test

Tabla 11
Resultado general del grupo control pre test y post test

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Pre Test	45	0	6	3,91	1,467
Post Test	45	2	14	5,97	2,834
N válido (según lista)	45				

Gráfico 7
Resultado general del grupo control pre test y post test



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

De la tabla se puede observar que el promedio en el pre test para medir el aprendizaje de funciones cuadráticas de los estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo control, fue de 3,91 y el promedio del post test, luego de aplicar el winplot, el resultado fue de 5,97.

4.1.2.2 Resultado del Análisis descriptivo de aprendizaje de funciones cuadráticas del grupo experimental.

a. Análisis descriptivo de pre test del grupo experimental

Tabla 12
Resultado: Frecuencia de pre test

NIVELES DE LOGRO	FRECUENCIA	PORCENTAJE
INICIO	21	45,3%
PROCESO	05	11,7%
PREVISTO	11	25,0%
DESTACADO	08	18,0%
TOTAL	45	100,0%

Gráfico 8
Resultado de la Figura del pre test



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

Se puede apreciar que el 45,3% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo experimental el pre test está en inicio, 11,7% en proceso, 25% en previsto y 18% en destacado, ello se evidencia de acuerdo a gráfico 71.

b. Análisis descriptivo de post test del grupo experimental

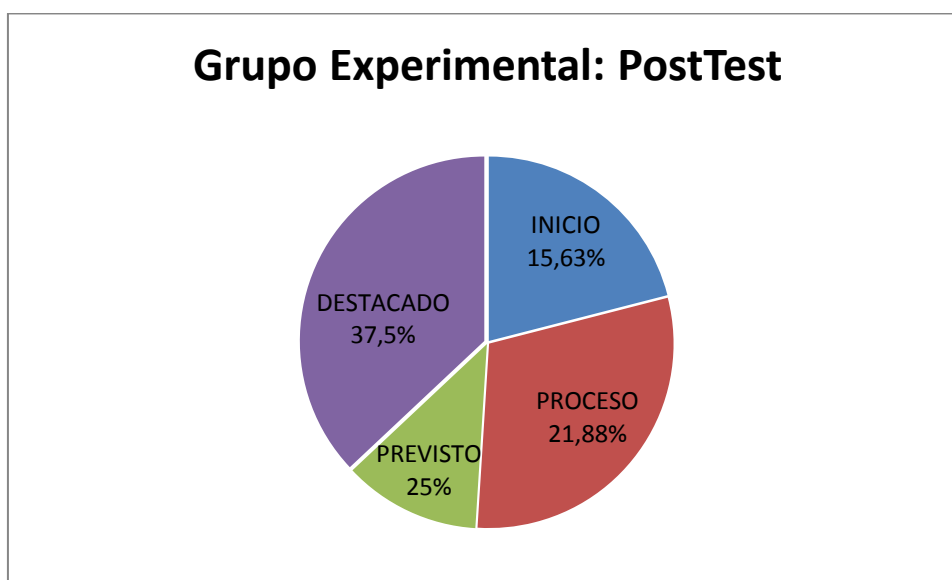
Tabla 13

Resultado: Frecuencia del post test

NIVELES DE LOGRO	FRECUENCIA	PORCENTAJE
INICIO	07	15,63%
PROCESO	10	21,88%
PREVISTO	11	25,00%
DESTACADO	17	37,50%
TOTAL	45	100,0%

Gráfico 9

Resultado: de la Figura del post test



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

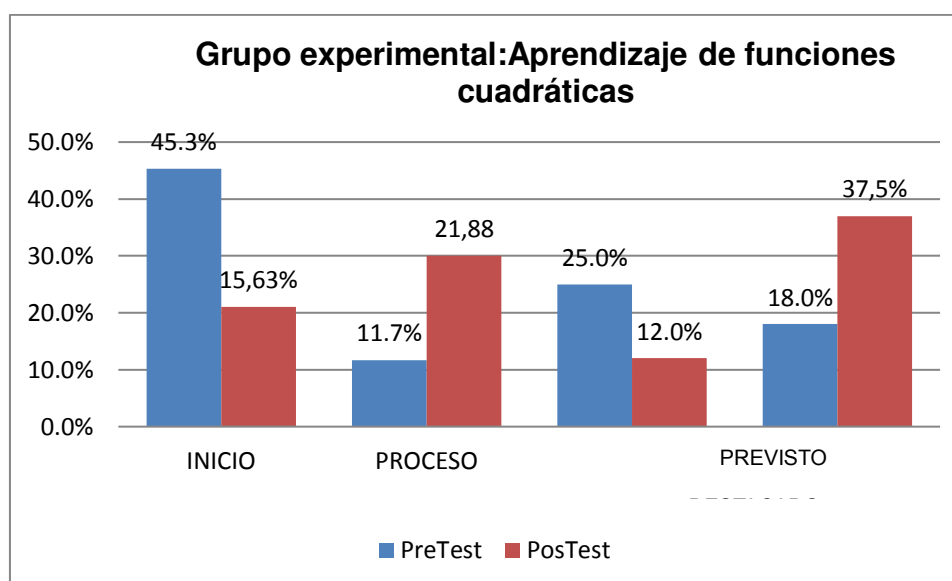
Se puede apreciar que el 15,63% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo experimental el post test está en inicio, 21,88% en proceso, 25% en previsto y 37,5% en destacado, ello se evidencia de acuerdo al gráfico 8.

c.- Análisis descriptivo del grupo experimental pre test y post test de variable dependiente aprendizaje de funciones cuadráticas

Tabla 14
Resultado comparativo pre test y post test de variable

NIVELES DE LOGRO	PreTest	Post Test
INICIO	45,3%	15,63%
PROCESO	11,7%	21,88%
PREVISTO	25,0%	25%
DESTACADO	18,0%	37,5%
TOTAL	100,0%	100,0%

Gráfico 10
Resultado: de la variable dependiente aprendizaje de las funciones cuadrática



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

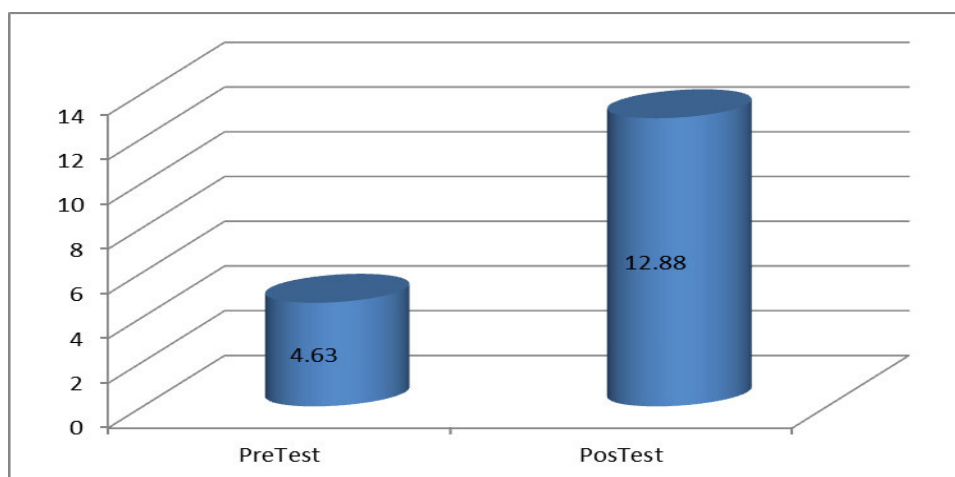
Se puede apreciar que el 45,3% de estudiantes que se ubicaron en el nivel inicio en el pre test, disminuyeron a 15,63%; 11,7% de estudiantes que estuvieron en el nivel proceso en el pre test, se incrementaron a 21,88% en el post test; 25,0% de estudiantes que clasificaron en el nivel previsto en el pre test, disminuyeron a 12,0% en el post test, mientras que 18% de estudiantes que alcanzaron el nivel destacado en el pre test, incrementaron a 37,5%

d.- Análisis descriptivo del grupo experimental de pre test y post test

Tabla 15
Resultado general del grupo experimental pre test y post test

Estadísticos descriptivos					
	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
PreTest	45	0	7	4,63	1,385
PosTest	45	0	20	12,88	3,630
N válido (según lista)	45				

Gráfico 11
Resultado general del grupo experimental pre test y post test

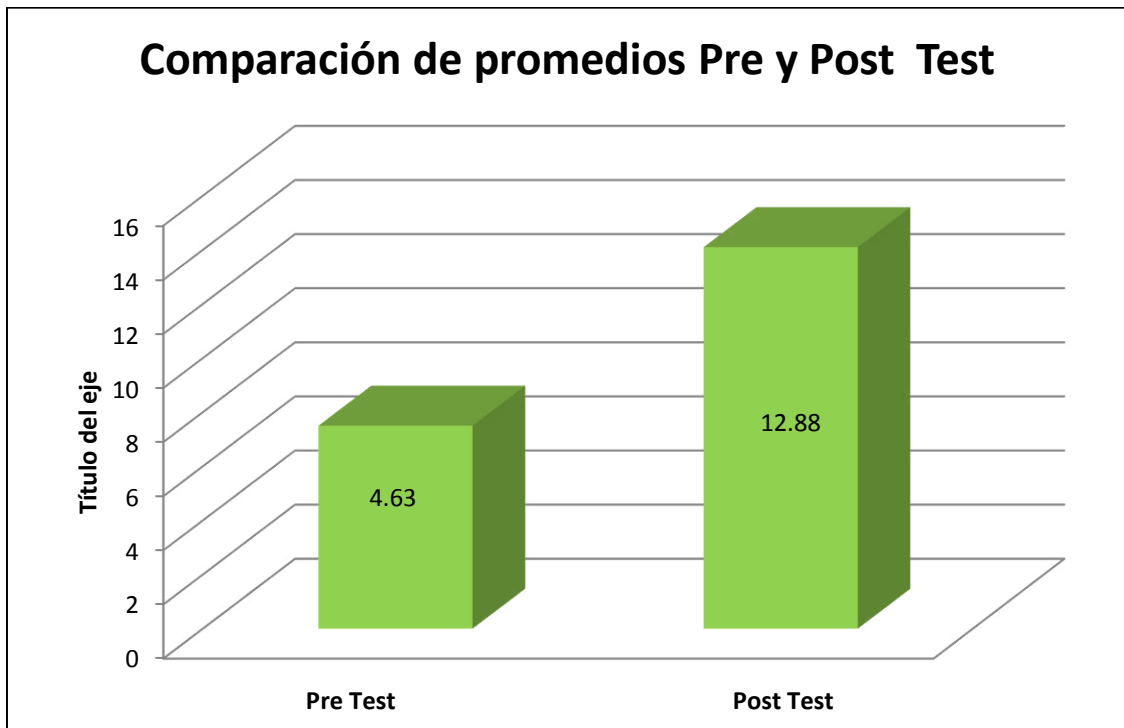


Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

De la tabla se puede observar que el promedio del pre test del aprendizaje de funciones cuadráticas de los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la institución educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015 del grupo experimental, fue de 4.63 y el promedio del post test, luego de aplicar winplot, fue de 12.88; esto evidencia el resultado de aplicación del software educativo winplot en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Gráfico 12
Resultado: de Comparación de Promedios de Pre y Post test



Fuente: Elaboración propia

Interpretación:

De acuerdo al gráfico mostrado, se puede observar que el grupo experimental ha logrado desarrollo considerable de las capacidades de aprendizaje de funciones cuadráticas, luego de aplicar el software educativo winplot, en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la institución educativa N° 1260 El Amauta, Ate; en el año 2015, lo cual se demuestra en la ganancia pedagógica de 8.25 en el post test con respecto al pre test.

4.2 PROCESO DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

Nivel inferencial: contrastación de las hipótesis

HIPÓTESIS GENERAL:

Prueba de hipótesis para dos medias

La prueba de hipótesis de esta investigación consiste en comparar las medias generadas antes y después de utilizar el software educativo winplot en el aprendizaje de las funciones cuadráticas de los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la institución educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015 en dos variables:

- El software educativo winplot
- Aprendizaje de funciones cuadráticas

Por lo cual empleamos la prueba t de Student para la contrastación de hipótesis

Para dos muestras relacionadas

Formulación de la hipótesis:

$$H_0 = \mu_1 \geq \mu_2$$

$$H_1 = \mu_1 < \mu_2 \quad (\text{Una cola})$$

μ_1 : Promedio del Grupo, antes de aplicar el software winplot.

μ_2 : Promedio del Grupo, después de aplicar el software winplot.

H_0 = El aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015 no mejora después aplicar el uso del winplot.

H_1 = El aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N° 1260 El Amauta, Ate, 2015 mejora después aplicar el uso del winplot.

Pruebas de Normalidad de los datos:

Para escoger la prueba estadística debemos conocer si nuestros datos tienen una distribución normal o no.

Antes de realizar la prueba de hipótesis respectiva primero determinaremos si hay una distribución normal de los datos (estadística paramétrica) o no, es decir una libre distribución (estadística no paramétrica).

Normalidad:

Se debe corroborar que la variable aleatoria software educativo winplot es normal, para ello se utiliza la prueba de Kolmogorov-Smirnov K-S cuando la muestra son grandes ($n > 30$) o Chapiro-Wilk cuando la muestra es pequeña ($n < 30$).

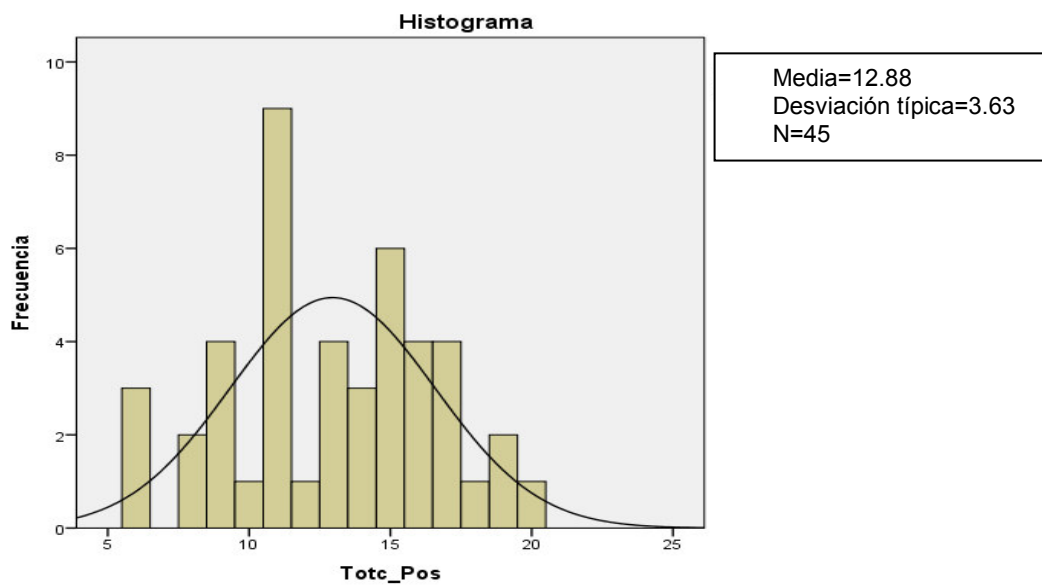
La prueba lo realizamos con el SPSS obteniendo los siguientes valores:

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Totc_Pos
N		45
Parámetros normales ^{a,b}	Media	12,88
	Desviación	3,630
Diferencias más extremas	Absoluta	,127
	Positiva	,127
	Negativa	-,113
Z de Kolmogorov-Smirnov		,853
Sig. asintót. (bilateral)		,461

a. La distribución e contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.



El criterio para determinar si la variable aleatoria se distribuye normalmente es de acuerdo a la prueba de Kolgomorov-Smirnov:

H_0 : Los datos (variable) provienen de una distribución normal.

H_1 : Los datos (Variable) no provienen de una distribución normal

H_0 , si y solo si: $\text{sig} > 0,05$

H_1 , si y solo si: $\text{sig} \leq 0,05$

Si $P_{\text{valor}} > \alpha$ se acepta la H_0 , los valores son:

$$0.461 > 0.05$$

Por lo tanto, se acepta la H_0 y se puede decir que los datos provienen de una distribución normal.

Hipótesis General

H_1 : El software educativo winplot influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

H_0 : El software educativo winplot no influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Pasos para la contratación de la Hipótesis

1. Estableciendo el nivel de significancia

Nivel de significancia $\alpha=0.05 = 5\%$

2. Elección de la prueba estadística

Se seleccionó la prueba estadística T de Student.

3. En SPSS obtenemos el resultado de T obtenido

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Error típ. de
Par 1	Pre test	4,63	45	1,385	,406
	Post test	12,88	45	3,630	,541

Prueba de muestras relacionadas										
		Diferencias relacionadas					T	Gl	Sig. (bilateral)	
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	
		Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior	Inferior	Superior	
Par 1	Pre - Post	-6.000	3.668	.547	-7.102	-4.898	-10.973	44	.000	

De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -10.973$

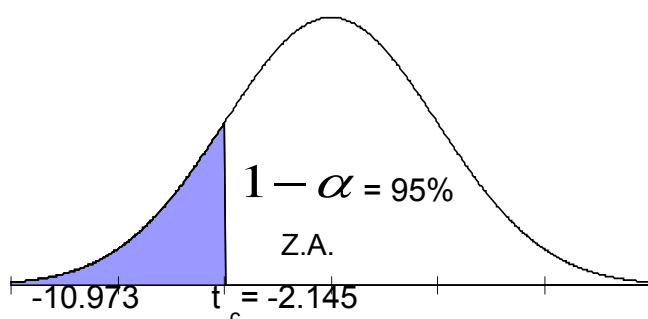
4. **Regiones críticas:** se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$t_c = t(1 - \alpha, n - 1)$$

$$t_c = t(0.95, 44)$$

$$t_c = -2.145$$

De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -10.973$



5. El valor del t_c lo encontramos en la tabla t , para ello debemos calcular los grados de libertad $gl = n - 1 = 44$ y tener en cuenta $\alpha = 0.05$, asumiendo un nivel de confianza al 95%, entonces el valor de t crítico es -2.145

6. **Decisión estadística:** Se acepta la H_1 , puesto que $t_0 = -10.973$ cae en la zona de rechazo, se dice que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis planteada.

7. **Interpretación:** A partir de los resultados obtenidos se puede inferir que el aprendizaje de funciones cuadrática en los estudiantes de cuarto grado de secundaria del grupo experimental, mejora después aplicar el software educativo winplot.

Hipótesis específicas

Hipótesis específica N° 1

H₁: El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matemática situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

H₀: El software educativo winplot no produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matemática situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015

Pasos para la contratación de la Hipótesis

1. Estableciendo el nivel de significancia

Nivel de significancia $\alpha=0.05 = 5\%$

2. Elección de la prueba estadística

Se seleccionó la prueba estadística T de Student.

3. En SPSS obtenemos el resultado de T obtenido

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Varianza
Par 1	Pre test	6.80	45	2.346	1.122
	Post test	13.53	45	3.900	1.207

Prueba de muestras relacionadas									
		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilatera l)
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Pre test	-3.933	5.775	1.491	-7.131	-.735	-2.638	44	.001
	Post test								

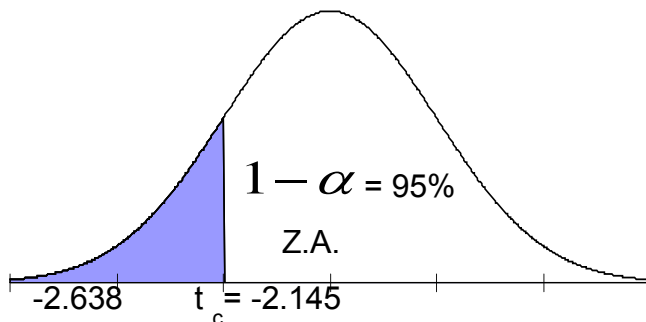
De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -2.638$

4. Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$t_c = t(1 - \alpha, n - 1)$$

$$t_c = t(0.95, 44)$$

$$t_c = -2.145$$



5. El valor del t_c lo encontramos en la tabla t, para ello debemos calcular los grados de libertad $gl = n - 1 = 44$ y tener en cuenta $\alpha = 0.05$, asumiendo un nivel de confianza al 95%, entonces el valor de t crítico es - 2.145

6. Decisión estadística: Se acepta la H_1 , puesto que $t_0 = -2.638$ cae en la zona de aceptación, se dice que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis planteada.

7. Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede inferir que el software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matemática de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Hipótesis específica N° 2

H_1 : El software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

H₀: El software educativo winplot no influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Pasos para la contratación de la Hipótesis

1. Estableciendo el nivel de significancia

Nivel de significancia $\alpha=0.05 = 5\%$

2. Elección de la prueba estadística

Se seleccionó la prueba estadística T de Student.

3. En SPSS obtenemos el resultado de T obtenido

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Varianza
Par 1	Pre test	8.55	45	1.346	1.122
	Post test	12.53	45	1.900	1.027

Prueba de muestras relacionadas								
	Diferencias relacionadas					T	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la				
				Inferior	Superior			
Pre test Post test	-3.933	5.775	1.491	-7.131	-.735	-2.638	44	.019

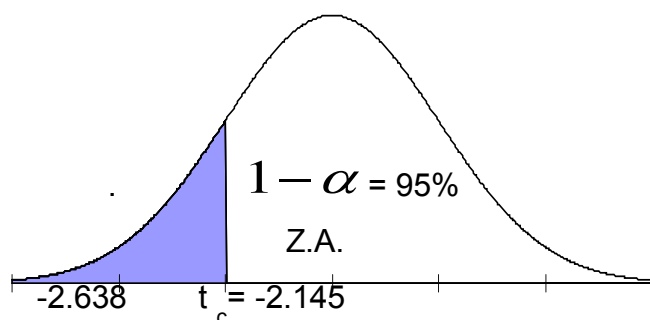
De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -2.638$

4. **Regiones críticas:** se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$t_c = t(1 - \alpha, n - 1)$$

$$t_c = t(0.95, 44)$$

$$t_c = -2.145$$



5. El valor del t_c lo encontramos en la tabla t , para ello debemos calcular los grados de libertad $gl = n - 1 = 44$ y tener en cuenta $\alpha = 0.05$, asumiendo un nivel de confianza al 95%, entonces el valor de t crítico es -2.145

6. **Decisión estadística:** Se acepta la H_1 , puesto que $t_0 = -2.638$ cae en la zona de aceptación, se dice que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis planteada.

7. **Interpretación:** A partir de los resultados obtenidos se puede establecer que el software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Hipótesis específica N° 3

H₁: El software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

H₀: El software educativo winplot no genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Pasos para la contratación de la Hipótesis

1. Estableciendo el nivel de significancia

Nivel de significancia $\alpha=0.05 = 5\%$

2. Elección de la prueba estadística

Se seleccionó la prueba estadística T de Student.

3. En SPSS obtenemos el resultado de T obtenido

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Varianza
Par 1	Pre test	7.55	45	1.346	1.122
	Post test	11.53	45	1.900	1.027

Prueba de muestras relacionadas								
	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre test	-3.933	5.775	1.491	-7.131	-.735	-3.638	44	.00
Post test								0

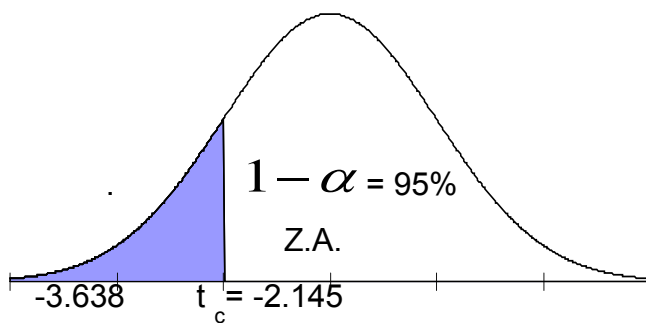
De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -3.638$

4. Regiones críticas: se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$t_c = t(1 - \alpha, n - 1)$$

$$t_c = t(0.95, 44)$$

$$t_c = -2.145$$



5. El valor del t_0 lo encontramos en la tabla t, para ello debemos calcular los grados de libertad $gl = n1 - 1 = 44$ y tener en cuenta $\alpha = 0.05$, asumiendo un nivel de confianza al 95%, entonces el valor de t crítico es - 2.145.

6. Decisión estadística: Se acepta la H_1 , puesto que $t_0 = -3.638$ cae en la zona de rechazo, se dice que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

7. Interpretación: A partir de los resultados obtenidos se puede establecer que el software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Hipótesis específica N° 4

H_1 : El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

H_0 : El software educativo winplot no produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

Pasos para la contratación de la Hipótesis

1. Estableciendo el nivel de significancia

Nivel de significancia $\alpha=0.05 = 5\%$

2. Elección de la prueba estadística

Se seleccionó la prueba estadística T de Student.

3. En SPSS obtenemos el resultado de T obtenido

Se realizó el cálculo mediante el SPSS, mostrando los siguientes resultados:

Estadísticos de muestras relacionadas					
		Media	N	Desviación típ.	Varianza
Par 1	Pre test	7.55	45	1.346	1.122
	Post test	11.53	45	1.900	1.027

Prueba de muestras relacionadas								
	Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
				Inferior	Superior			
Pre test Post test	-3.933	5.775	1.491	-7.131	-.735	-3.638	44	.000

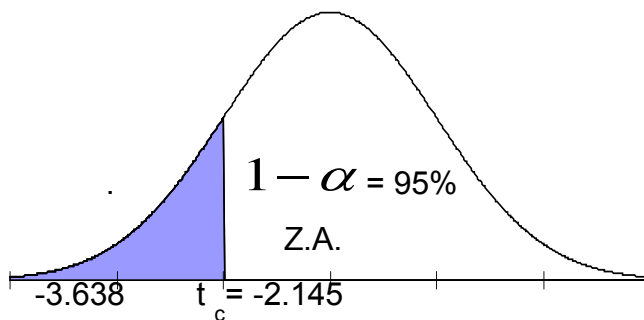
De acuerdo a la tabla mostrada, el t obtenido es: $t_0 = -3.638$

4. **Regiones críticas:** se establece la zona de rechazo y la zona de aceptación

$$t_c = t(1 - \alpha, n - 1)$$

$$t_c = t(0.95, 44)$$

$$t_c = -2.145$$



5. El valor del t_c lo encontramos en la tabla t , para ello debemos calcular los grados de libertad $gl = n - 1 = 44$ y tener en cuenta $\alpha = 0.05$, asumiendo un nivel de confianza al 95%, entonces el valor de t crítico es -2.145

6. **Decisión estadística:** Se acepta la H_1 , puesto que $t_0 = -3.638$ cae en la zona de rechazo, se dice que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alterna.

7. **Interpretación:** A partir de los resultados obtenidos se puede establecer que el software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

4.2. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En esta parte realizaremos una comparación de nuestros resultados con otros hallazgos en trabajos de similar temática.

Esta investigación nos ha permitido obtener un instrumento válido y confiable para medir el software educativo winplot y su influencia en el aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta. Este puede ser utilizado en investigaciones futuras, para evaluar y analizar la influencia del software en el aprendizaje de funciones cuadráticas, según percepciones de los estudiantes, y determinar las escalas involucradas según el diseño cuasiexperimental. Además, puede ser útil como instrumento de diagnóstico, así como para evaluar el efecto de intervenciones específicas con el fin de mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas en las Instituciones públicas y privadas.

Los resultados obtenidos en el Pre test y el Post test, para compararlos tanto de manera externa, grupo experimental y de control, así como de manera interna, entre los resultados de dichas pruebas para cada grupo de tal forma que se pueda cuantificar el efecto de cada metodología empleada.

Se puede apreciar que el 53,9% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo de control el pre test está en inicio, 11,7% en proceso, 17,2% en previsto y 17,2% en destacado, en comparación con el post test el 37,5%, está en inicio, 12,5% en proceso, 31,25% previsto y 18,75% en destacado. Además, el promedio en el pre test del grupo control, fue de 3,91 y el promedio post test, luego de aplicar el winplot, el resultado fue de 5,97.

Se puede apreciar que el 45,3% de estudiantes del cuarto grado de secundaria del grupo experimental en el pre test está en inicio, 11,7% en proceso, 25,0% en previsto y 18,0% en destacado, en comparación con el post test el 15,63%, está en inicio, 21,88% en proceso, 25% previsto y 37,5% en destacado. Además, el promedio en el pre test del grupo experimental, fue de 4.63 y el promedio del post test, fue de 12,88; esta diferencia evidencia la influencia positiva del software educativo winplot en el aprendizaje de funciones cuadráticas.

Los resultados presentados generan a su vez una serie de observaciones y comentarios, los que son tratados de acuerdo al sistema de hipótesis planteado en esta investigación, por lo cual se tendrán en cuenta los niveles de análisis: El marco hipotético, corresponde a la hipótesis general, y lo referido a las hipótesis específicas según los instrumentos utilizados frente a los estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, considerando el análisis de confiabilidad, y el estadístico usado KR20 de 0.828. Ambas variables provienen de una distribución normal, por lo que para efectuar la prueba de hipótesis se deberá utilizar la prueba T de Student.

En la hipótesis general apreciamos que el valor del $t_{obtenido}$ se realiza mediante el procesador estadístico SPSS analizando la comparación de medias, resulta $t_0 = -10.973$. El valor $t_{crítico}$ lo obtenemos según la tabla estadística de la distribución t de student al 95% de confianza con 44 grados de libertad que es igual $t_c = -2.145$.

Luego: $|t_{obtenido}| \geq |t_{crítico}|$, es decir, $|-10.973| \geq |-2.145|$ por lo que se rechaza H_0 y se acepta H_1 , es decir, el software educativo winplot influye significativamente

en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

En la hipótesis específica N°1 apreciamos que el valor del $t_{obtenido}$ se realiza mediante el procesador estadístico SPSS analizando la comparación de medias, resulta $t_0 = -2.638$. El valor $t_{critico}$ lo obtenemos según la tabla estadística de la distribución t de student al 95% de confianza con 44 grados de libertad que es igual $t_c = -2.145$.

Luego: $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-2.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechaza H_0 y se acepta H_1 , es decir, el software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matemática situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

En la hipótesis específica N°2 apreciamos que el valor del $t_{obtenido}$ se realiza mediante el procesador estadístico SPSS analizando la comparación de medias, resulta $t_0 = -2.638$. El valor $t_{critico}$ lo obtenemos según la tabla estadística de la distribución t de student al 95% de confianza con 44 grados de libertad que es igual $t_c = -2.145$

Luego: $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-2.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechaza H_0 y por lo tanto se acepta H_1 , es decir, el software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunicativa y representa ideas matemáticas

de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

En la hipótesis específica N°3 apreciamos que el valor del $t_{obtenido}$ se realiza mediante el procesador estadístico SPSS analizando la comparación de medias, resulta $t_0 = -3.638$. El valor $t_{critico}$ lo obtenemos según la tabla estadística de la distribución t de student al 95% de confianza con 44 grados de libertad que es igual $t_c = -2.145$

Luego: $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-3.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechaza H_0 y por lo tanto se acepta H_1 , es decir, el software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

En la hipótesis específica N°4 apreciamos que el valor del $t_{obtenido}$ se realiza mediante el procesador estadístico SPSS analizando la comparación de medias, resulta $t_0 = -3.638$. El valor $t_{critico}$ lo obtenemos según la tabla estadística de la distribución t de student al 95% de confianza con 44 grados de libertad que es igual $t_c = -2.145$

Luego: $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-3.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechaza H_0 y por lo tanto se acepta H_1 , es decir, el software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones

cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.

En la presente investigación se observa que el software educativo winplot tiene una influencia positiva en el aprendizaje de funciones cuadráticas y permite desarrollar las capacidades matemáticas en los estudiantes para luego manifestarse en habilidades matemáticas.

Con relación a otras investigaciones podemos decir que existe coincidencias en los resultados tal como en: Morera (2010), ha realizado una experiencia didáctica titulada *Uso del GeoGebra en el aprendizaje de las transformaciones- Universidad Autonomía de Barcelona*. Esta experiencia llegó a las siguientes conclusiones: El uso del software de geometría dinámica, en este caso el GeoGebra tiene un impacto relevante en la fase media del problema, donde los estudiantes tienen que plantear la conjetura final para poder pasar a demostrarla o verificarla. Esta experiencia da cuenta de los resultados obtenidos de los estudiantes con relación a su capacidad de conjeturar y de predecir resultados al aplicar una transformación en el plano. En el estudio de las funciones reales y de variable real una parte importante es la capacidad de transformar la gráfica de una función por medio de traslaciones, reflexiones, contracciones o ampliaciones; a partir de combinaciones de estas se pueden obtener funciones más complejas, de modo que el estudio de su forma más simple puede darnos información sobre las más complejas.

Asimismo; en: Fernández (2012), en su tesis titulada *Efecto de la aplicación del software educativo en el aprendizaje en el área de matemática en alumnos del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa Benigno Ballón Farfán-Arequipa, 2012*. Llegó a la

siguiente conclusión: la aplicación del software educativo en el aprendizaje del área de matemática es positiva, en los resultados en la post prueba se observó que el grupo experimental en mayor medida que el grupo de control mejoró en el logro de aprendizaje en las unidades didácticas; presentando entre los grupos experimental y de control una diferencia significativa después de la aplicación del software educativo en el proceso enseñanza del área de matemática. La investigación es de carácter aplicada, se usó el método científico, investiga relaciones causa efecto, diseño cuasi experimental. La muestra estuvo conformada por 48 estudiantes, a quienes se les aplicó una prueba de entrada, proceso y salida; una encuesta tipo escala de Likert para el software educativo.

CONCLUSIONES

De la presente investigación, se desprende las siguientes conclusiones:

1. El software educativo winplot influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria; lo cual se demuestra con la ganancia pedagógica de 8,25 obtenido en el post test con respecto al pre test, diferencia validada con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-10.973| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .
2. El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad matemática de las situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria, lo cual se valida con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-2.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .
3. El software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad de comunicar y representar ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria, lo cual se valida con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-2.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .

4. El software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria, lo cual se valida con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-3.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .

5. El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria, lo cual se valida con la Prueba T – Student, en la cual el $|t_{obtenido}| \geq |t_{critico}|$, es decir, $|-2.638| \geq |-2.145|$ por lo que se rechazó H_0 y se aceptó H_1 .

RECOMENDACIONES

1. Sensibilizar a los docentes de matemática para organizar su sesión de aprendizaje mediante situaciones didácticas y utilizar como material didáctico el software educativo winplot.
2. Fomentar el uso del software educativo winplot en la solución de problemas matemáticos para afianzar su aprendizaje.
3. Establecer capacitaciones en el dominio y uso del software educativo winplot, a fin de enseñar con esta herramienta estratégica, en todos los grados del nivel secundaria.
4. Continuar usando el software educativo winplot como elemento motivador en los estudiantes, para que aprendan de una manera rápida, divertida y eficaz.
5. Usar el software educativo winplot permitirá desarrollar habilidades sociales y de integración en los estudiantes.

REFERENCIA BIBLIOGRAFICA

LIBROS

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del sabio al saber enseñado*. Marsella, Francia: Aique.

Espinoza, E. (2012). *Análisis matemático I*. Perú: Edukperu

Godino, J. Batanero, C, Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada, España: La Mediana.

Lakatos, I., Musgrave, A. (1975). *La crítica y el desarrollo del conocimiento*. España :Grijalvo.

Larson, E. (2010). *Cálculo*. (8va .Ed). México: Mc Graw-Hill.

Marqués, P. (1995). *Metodología para la elaboración de software educativo. Guía de uso y metodología de diseño*. Barcelona, España: Estel.

Piaget, J. (1997). *Epistemología de la matemática*. Buenos Aires, Argentina: Paidó.

Pólya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Schmind, A., Weidig, I. (2004). *Matemática para todos 4 secundaria*. Alemania: Klett.

Squires, D. y McDougall, A. (2008). *Cómo elegir y utilizar software educativo*. España: Morata.

LIBROS DE METODOLOGÍA

Bernal,C. (2015). *Metodología de la investigación*. Colombia: Pearson

Hernández, R., Fernández,C. y Baptista,P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw-Hill.

Mejía, E. (2005). *Metodología de la investigación Científica*. Perú: UNMSM.

Villegas, L. (2010). *Metodología de la investigación Pedagógica*. Perú: San Marcos.

TESIS

Calderón,C .(2012). *Los software educativos y su relación con el aprendizaje de las funciones reales de variable real en los alumnos del primer ciclo de la Universidad San Ignacio de Loyola en el ciclo 2012-II*. Tesis de Maestría. Perú: UNE.

Fernández, A. (2012). *Efecto de la aplicación del software educativo en el aprendizaje en el área de matemática en alumnos del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa Benigno Ballón Farfán-Arequipa,2012*. Tesis de Doctorado. Perú: UNE.

Gutiérrez,S. (2008).*Aplicación del software educativo y su contribución en el desarrollo de la capacidad Resolución de problema en la enseñanza de la matemática de la institución educativa de mujeres Edelmira del Pando de Vitarte, 2007*.Tesis de Maestría. Perú: UNE.

Gálvez, L.(2013). *Los bloques de Dienes y el WX Máxima para el aprendizaje de polinomios, en los estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.EN°0053 San Vicente de Paul del distrito de Chaclacayo en el año 2011*.Tesis de maestría. Perú: UNE

Morales,F y Vera, M.(2009). *Eficiencia de un software educativo para dinamizar la enseñanza del cálculo integral*. Tesis de maestría. Venezuela.

Morera,L. (2010). *Uso del GeoGebra en el aprendizaje de las transformaciones- Universidad Autónoma de Barcelona*. Tesis de maestría. España.

Pavón,J. (2009). *Interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional, desarrollada por estudiantes de II de bachillerato de la Escuela Normal Mixta Pedro Nufio*. Tesis de maestría. Honduras.

Zambrano,S. (2009). *Diseño de un software educativo para lograr el aprendizaje de ángulos en los alumnos del 8vo grado de la “U.E. Colegio Parroquial Padre Seijas en Naguanagua, Edo. Carabobo, Venezuela*. Tesis de maestría. Venezuela.

REVISTAS

American Psychological Association. (2017). *Manual de Publicaciones de la American Psychological Asociación*. México, México, D.F.: Editorial El Manual Moderno.

Ministerio de Educación (2007). *Aspectos metodológicos en el aprendizaje de funciones en secundaria*. Perú. El Comercio.

Ministerio de Educación (2007). *Uso de los recursos tecnológicos en el aprendizaje de la matemática*. Perú. El Comercio.

Ministerio de Educación (2007). *Aprendizaje de la matemática y el desarrollo de capacidades*. Perú. El Comercio.

Ministerio de Educación (2007). *Guía de Diversificación Curricular*. Perú. Navarrete.

Ministerio de Educación (2015). *Rutas del Aprendizaje*. Perú. Amauta.

Canto,F.(2012). *Separata del diplomado de estadística aplicada a la investigación científica*.
Perú :UNE

MATERIAL ELECTRÓNICO

- Bautista,M. (2009). *Manual de Metodología de investigación*. Recuperado de https://issuu.com/mariubautista/docs/manual_de_metodologia_de_investigacion-bautista.
- Brousseau,G. (1990). *La escuela francesa de didáctica de las matemáticas y la construcción de una nueva disciplina científica*. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6883/6569>.
- Careaga,B. (2010). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numérico*. Recuperado de http://postgrado.info.unlp.edu.ar/Carreras/Magisters/Tecnologia_InformaticaAplicada_en_Educacion/Tesis/Pizarro.
- Castillo, S.(2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a2.pdf>
- Cataldi,Z. (2000). *Las competencias profesionales en ambientes informáticos para trabajo colaborativo y resolución de problemas*. Recuperado de <http://tecnologiaedu.us.es/cuestionario/bibliovir/jca12.pdf>.
- Coll,C. (1999). *El constructivismo en el aula*. Recuperado de <http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/3Los-profesores-y-la-concepcion.pdf>
- Galvis,A. (2000). *Instrumento de evaluación de software educativo bajo un bajo un enfoque sistémico*. Recuperado de <http://www.ufrgs.br/niee/eventos/RIBIE/2002/actas/paper-010.pdf>.

- García, T.(2011). *La geometría dinámica como herramienta didáctica para el dibujo*. Recuperado de http://geogebra.es/pub/TFM_tgm.pdf.
- Guzmán, B. (2007). *Las tic en los procesos enseñanza aprendizaje*. Universidad Pedagógica Experimental Venezuela. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/761/76102311.pdf>.
- Marqués,P. (1995).*El software educativo*. Universidad autónoma de Barcelona. Recuperado de http://bdigital.ula.ve/pdf/pdfpregrado/26/TDE-2012-09-19T08:11:41Z-1678/Publico/guillenjose_bricenojorge.pdf.
- Parris,R. (2009). *Winplot software libre. Mathematics Department de Exeter*. <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.
- Verret,M. (1975). *La transposición didáctica: historia de un concepto*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1341/134116845006.pdf>.

ANEXOS

Anexo A: Matriz de consistencia

Anexo B: Operacionalización de variables

Anexo C: Instrumentos de recolección de datos

Anexo D: Ficha de opinión de expertos

Anexo E: Módulo de aprendizaje

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TÍTULO: INFLUENCIA DEL SOFTWARE EDUCATIVO WINPLOT EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N°1260 EL AMAUTA, ATE, 2015

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	METODOLOGIA	POBLACION Y MUESTRA
<p>PROBLEMA GENERAL ¿En qué medida el software educativo winplot influye en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?</p>	<p>OBJETIVO GENERAL Identificar el grado de influencia del software educativo winplot en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.</p>	<p>HIPOTESIS GENERAL El software educativo winplot influye significativamente en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.</p>	<p>Variable I: Software educativo Winplot</p>	<p>TIPO Aplicada</p> <p>MÉTODO Hipotético deductivo</p> <p>DISEÑO Cuasiexperimental</p>	<p>POBLACION La población está constituida por los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate.</p>
<p>PROBLEMAS ESPECIFICOS ¿Qué efectos produce el software educativo winplot en</p>	<p>OBJETIVOS ESPECIFICOS Determinar los efectos del software educativo winplot en</p>	<p>HIPOTESIS ESPECIFICAS El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad</p>			<p>MUESTRA La muestra es no probabilística</p>

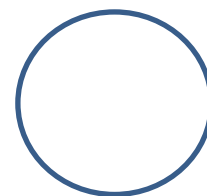
el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?	el desarrollo de la capacidad matematiza situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.	matematiza situaciones de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.	Variable II: Aprendizaje de las funciones cuadráticas		intencional, estos son estudiantes del 4°A y 4°B que son 90 estudiantes.
¿De qué manera influye el software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?	Establecer el grado de influencia del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.	El software educativo winplot influye significativamente en el desarrollo de la capacidad comunica y representa ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015			
¿Cuáles son los resultados del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad	Explicar los resultados del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad	El software educativo winplot genera resultados favorables en el desarrollo de la capacidad razona y			

<p>razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?</p>	<p>razona y argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.</p>	<p>argumenta generando ideas matemáticas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015</p>			
<p>¿Qué efectos produce el software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015?</p>	<p>Evaluar los efectos del software educativo winplot en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015.</p>	<p>El software educativo winplot produce efectos positivos en el desarrollo de la capacidad elabora y usa estrategias de las funciones cuadráticas en los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa N°1260 El Amauta, Ate, 2015</p>			

OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS
Software educativo Winplot	Ambiente de trabajo	Ingresa a la ventana de trabajo de winplot 2-dim	Módulo de aprendizaje
		Personaliza cuadrículas del plano cartesiano.	
	Construcción de la gráfica	Visualiza el comportamiento de la función cuadrática	
	Situación didáctica	Identifica las características y propiedades de las funciones cuadráticas.	
	Actividades de funciones cuadráticas	Desarrolla actividades de funciones cuadráticas utilizando el software winplot.	
Aprendizaje de funciones cuadráticas	Matematiza situaciones	Selecciona un modelo referido a funciones cuadráticas al plantear o resolver un problema.	6
	Comunica y representa ideas matemáticas	Representa de forma gráfica una función cuadrática.	4
		Reconoce una función cuadrática a partir de su tabla de valores.	5
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Determina el dominio y rango de una función cuadrática.	1
		Identifica los puntos máximos y mínimos de una función cuadrática.	2-3
	Elabora y usa estrategias	Resuelve problemas que involucran puntos extremos de funciones cuadráticas.	7

PRUEBA DE MATEMÁTICA



Nombres y Apellidos:.....
Grado:..... Sección:..... Fecha: / /

Lee atentamente y marca la alternativa correcta:

Razona y argumenta generando ideas matemáticas

1. Determina el dominio y rango de la función cuadrática: $y = f(x) = x^2 - 1$ (2p)

- a) $Dom(f) =]-1; +\infty[$ $Ran(f) = R$
- b) $Dom(f) = R$ $Ran(f) = [-1; +\infty[$
- c) $Ran(f) = R$ $Dom(f) = [-1; 1[$
- d) $Dom(f) = R$ $Ran(f) =]-1; 4[$

2. Las coordenadas del punto mínimo de la función cuadrática $y = (x - 1)^2 + 3$ es: (2p)

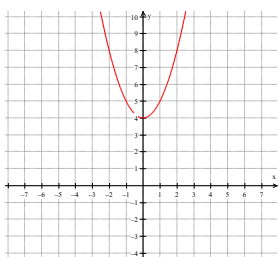
- a) V(1;-3)
- b) V(1;3)
- c) V(-3;-1)
- d) V(-3;1)

3. ¿Cuál de las siguientes funciones cuadráticas tiene punto máximo? (2p)

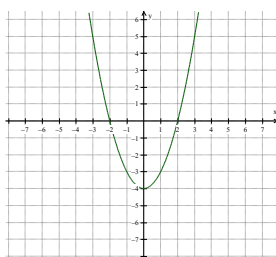
- a) $y = f(x) = (x - 5)^2 + 3$
- b) $y = f(x) = 5x^2 - 2x + 2$
- c) $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$
- d) $y = f(x) = -4x^2$

Comunica y representa ideas matemáticas

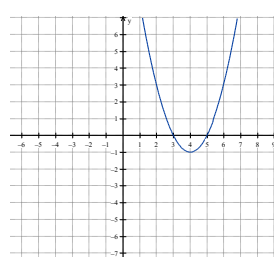
4. ¿Cuál es la gráfica de la función cuadrática: $y = f(x) = (x - 4)^2 + 1$? (3p)



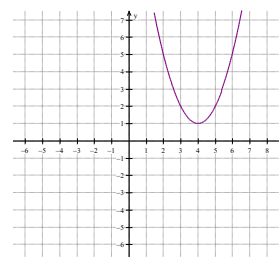
a)



b)



c)



d)

5. ¿Cuál es la función cuadrática que corresponde a la tabla de valores dada?
(3p)

- a) $y = f(x) = x^2 - 3$
b) $y = f(x) = 4x^2 + x - 1$
c) $y = f(x) = (x - 3)^2 + 1$
d) $y = f(x) = x^2 + 2$

x	$y = f(x)$
-3	11
-2	6
-1	3
0	2
1	3
2	6
3	11

Matematiza situaciones

6. Un estudiante del 4° de secundaria de la I.E N°1260 “El Amauta” tiene 8 m de alambre para cercar su jardín rectangular. Se sabe que el jardín limita con su casa por uno de los lados y por tanto no necesita cerca allí. ¿Cuáles son las dimensiones del cerco si se desea tener el área máxima?
(4p)

- a) 1m y 6m b) 2m y 4m c) 1.5m y 5m d) 3m y 2m

Elabora y usa estrategias

7. Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba, desde el nivel del suelo. Su altura $f(x)$ en metros sobre el suelo, después de x segundos, está dada por:

$$y = f(x) = -x^2 + 6x$$

- ¿Cuál es la máxima altura que alcanza el proyectil?
(4p)

- a) 9m b) 6m c) 3m d) 12m